

Eletrodinâmica de quarks e hádrons

Física de Partículas Elementares - I

Prof. Marcelo A. Leigui de Oliveira

Centro de Ciências Naturais e Humanas
Universidade Federal do ABC
Av. dos Estados, 5001
09210-580 Santo André-SP

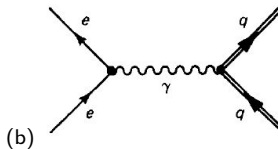
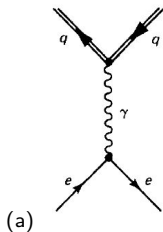
6 de abril de 2023



Universidade Federal do ABC

Interações elétron-quark

- A teoria da QED vale também para a interação eletromagnética elétron-quark (com as cargas adequadas: $\frac{2}{3}e$ e $-\frac{1}{3}e$);
- A situação experimental é bem mais complicada, por causa do confinamento dos quarks (temos que inferir o seu comportamento);
- Vamos estudar os casos (eletromagnéticos):



(a) produção de hádrons no espalhamento elétron-pósitron; (b) espalhamento elétron-próton de alta energia (espalhamento elástico profundo).

Produção de hádrons em espalhamento e^+e^-

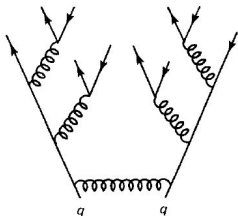
- A baixas energias, a única forma de e^+e^- produzirem partículas que interagem fortemente é via um fóton virtual:

$$e^+ + e^- \rightarrow \gamma \rightarrow q + \bar{q} \rightarrow \text{hádrons}$$

- ▶ Obs.: para energias acima de ~ 90 GeV:

$$e^+ + e^- \rightarrow Z^0 \rightarrow q + \bar{q} \rightarrow \text{hádrons}$$

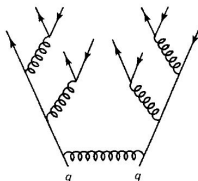
- Após um breve momento, os quarks vão *hadronizar*:



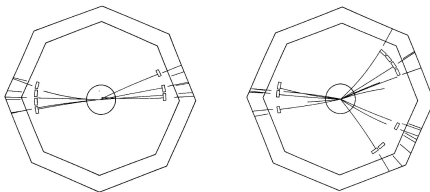
Vários bárions e mésons são formados, produzidos tipicamente por glúons.

Produção de hádrons em espalhamento e^+e^-

- *Hadronização:*



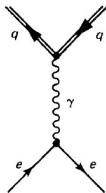
As “pegadas” do processo são os *jatos*:



Na grande maioria das vezes, 2 jatos (nas direções dos $q\bar{q}$ originais) e, ocasionalmente, 3 jatos (nas direções dos $q\bar{q} + 1g \Rightarrow$ maior evidência direta da existência de glúons).

Produção de hádrons em espalhamento e^+e^-

- O primeiro estágio do processo:



já foi calculado com a QED (analogamente a: $e^+ + e^- \rightarrow \gamma \rightarrow \mu^+ + \mu^-$), com amplitude:

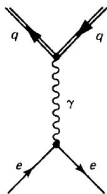
$$\mathcal{M} = \frac{Qg_e^2}{(p_1 + p_2)^2} [\bar{v}(p_2)\gamma^\mu u(p_1)][\bar{u}(p_3)\gamma_\mu v(p_4)],$$

onde Q é a carga do quark em unidades de e ($\frac{2}{3}$, para u , c e t ; $-\frac{1}{3}$ para d , s e b). Do truque de Casimir:

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = \frac{1}{4} \left[\frac{Qg_e^2}{(p_1 + p_2)^2} \right]^2 \text{Tr}[\gamma^\mu (\not{p}_1 + mc)\gamma^\nu (\not{p}_2 - mc)] \times \text{Tr}[\gamma^\mu (\not{p}_4 - Mc)\gamma^\nu (\not{p}_3 + Mc)],$$

onde m é a massa do elétron e M é a massa do quark. E dos teoremas do capítulo 7:

$$\begin{aligned} \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = & 8 \left[\frac{Qg_e^2}{(p_1 + p_2)^2} \right]^2 [(p_1 \cdot p_3)(p_2 \cdot p_4) + (p_1 \cdot p_4)(p_2 \cdot p_3) + \\ & + (mc)^2(p_3 \cdot p_4) + (Mc)^2(p_1 \cdot p_2) + 2(mc)^2(Mc)^2]. \end{aligned}$$

Produção de hádrons em espalhamento e^+e^- 

Em termos da energia, E , do elétron no CM e do ângulo, θ , entre o elétron incidente e o quark que sai:

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = Q^2 g_e^4 \left\{ 1 + \left(\frac{mc^2}{E} \right)^2 + \left(\frac{Mc^2}{E} \right)^2 + \left[1 - \left(\frac{mc^2}{E} \right)^2 \right] \left[1 - \left(\frac{Mc^2}{E} \right)^2 \right] \cos^2 \theta \right\}$$

Integrando em θ e ϕ vem a seção de choque total (probl. 8.2):

$$\sigma = \frac{\pi Q^2}{3} \left(\frac{\hbar c \alpha}{E} \right)^2 \sqrt{\frac{1 - (Mc^2/E)^2}{1 - (mc^2/E)^2}} \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{Mc^2}{E} \right)^2 \right] \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{mc^2}{E} \right)^2 \right]$$

Note o limite cinemático $E > Mc^2 \gg mc^2$; se $E \gg Mc^2$, a expressão simplifica-se bem:

$$\sigma = \frac{\pi}{3} \left(\frac{\hbar Q c \alpha}{E} \right)^2$$

Produção de hádrons em espalhamento e^+e^-

Seja a razão:

$$R \equiv \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{hádrons})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)},$$

onde o numerador deve ser somado, sucessivamente, para os sabores dos quarks com limiares de produção abaixo de E ($mc^2 < E$) e para as 3 cores (fator 3):

$$R(E) = 3 \sum_i Q_i^2.$$

Assim, a baixas energias, acima dos limiares do u , d e s (R_s), entre o c e o b (R_c) e acima do b (R_b), respectivamente, vem:

$$R_s = 3 \left[\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(-\frac{1}{3}\right)^2 + \left(-\frac{1}{3}\right)^2 \right] = 2, \quad R_c = 2 + 3 \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{10}{3}, \quad R_b = \frac{10}{3} + 3 \left(-\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{11}{3}.$$

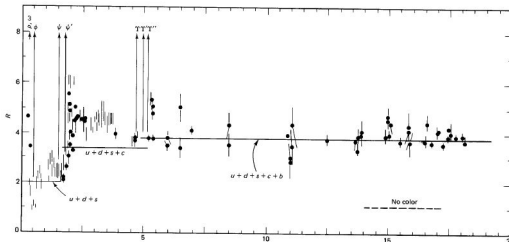
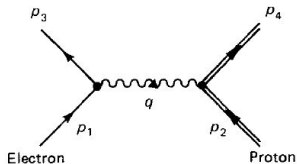


Figure 8.3 R is plotted against electron energy (in GeV). (Source: F. Halzen and A. D. Martin, *Quarks and Leptons* (New York: Wiley, copyright © 1984, p. 229. Reprinted by

Espalhamento elástico elétron-próton

- O espalhamento elétron-próton é a melhor forma de estudar a estrutura do próton. Se ele fosse pontual, seria como o espalhamento elétron-múon, com M a massa do próton, o diagrama de mais baixa ordem seria:



e a amplitude (média sobre os spins):

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = \frac{g_e^4}{q^4} L_{\text{elétron}}^{\mu\nu} L_{\text{próton}}^{\mu\nu},$$

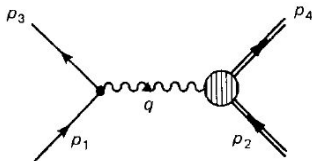
onde $q = p_1 - p_3$ e:

$$L_{\text{elétron}}^{\mu\nu} = 2\{p_1^\mu p_3^\nu + p_1^\nu p_3^\mu + g^{\mu\nu}[(mc)^2 - (p_1 \cdot p_3)]\}$$

$$L_{\text{próton}}^{\mu\nu} = 2\{p_2^\mu p_4^\nu + p_2^\nu p_4^\mu + g^{\mu\nu}[(Mc)^2 - (p_2 \cdot p_4)]\}$$

Espalhamento elástico elétron-próton

- Mas o próton não é pontual:



Por ora, assumiremos o espalhamento elástico:

$$e + p \rightarrow e + p.$$

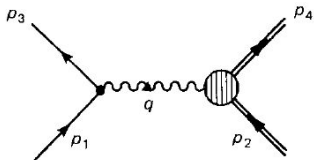
O vértice do elétron e o propagador são inalterados, então:

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = \frac{g_e^4}{q^4} L_{\text{elétron}}^{\mu\nu} K_{\mu\nu} \text{próton},$$

onde $K_{\mu\nu} \text{próton}$ é um tensor de segunda classe que representa o vértice fóton-próton, $K_{\mu\nu} \text{próton}$ e depende somente de p_2 , p_4 e q . Como há uma $\delta^4(p_2 + q - p_4)$ essas variáveis não são todas independentes (usaremos q e $p \equiv p_2$):

$$K_{\text{próton}}^{\mu\nu} = -K_1 g^{\mu\nu} + \frac{K_2}{(Mc)^2} p^\mu p^\nu + \frac{K_4}{(Mc)^2} q^\mu q^\nu + \frac{K_5}{(Mc)^2} (p^\mu q^\nu + p^\nu q^\mu)$$

Espalhamento elástico elétron-próton



Pode-se montar o tensor:

$$K_{\text{próton}}^{\mu\nu} = -K_1 g^{\mu\nu} + \frac{K_2}{(Mc)^2} p^\mu p^\nu + \frac{K_4}{(Mc)^2} q^\mu q^\nu + \frac{K_5}{(Mc)^2} (p^\mu q^\nu + p^\nu q^\mu),$$

onde K_i são funções desconhecidas do único escalar q^2 . Não há um termo antissimétrico ($p^\mu q^\nu - p^\nu q^\mu$), uma vez que $L^{\mu\nu}$ é simétrico.

- Pode-se mostrar que (probl. 8.4¹):

$$q_\mu K^{\mu\nu} = 0$$

e que (probl. 8.5):

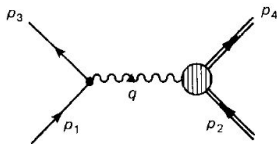
$$K_4 = \frac{(Mc)^2}{q^2} K_1 + \frac{1}{4} K_2, \quad K_5 = \frac{1}{2} K_2.$$

Então:

$$K_{\text{próton}}^{\mu\nu} = K_1 \left(-g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{q^2} \right) + \frac{K_2}{(Mc)^2} \left(p^\mu + \frac{1}{2} q^\mu \right) \left(p^\nu + \frac{1}{2} q^\nu \right).$$

¹2a ed.

Espalhamento elástico elétron-próton



Agora (probl. 8.7):

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = \left(\frac{2g_e^2}{q^2} \right)^2 \left\{ K_1 [(p_1 \cdot p_3) - 2(mc)^2] + K_2 \left[\frac{(p_1 \cdot p)(p_3 \cdot p)}{(Mc)^2} + \frac{q^2}{4} \right] \right\}.$$

- No referencial de laboratório (com o próton em repouso), $p = (Mc, 0, 0, 0)$ e o elétron entrando com energia E e saindo com energia E' no ângulo θ . Se $E, E' \gg mc^2$, tal que podemos ignorar a massa do elétron ($m \sim 0$): $p_1 = \frac{E}{c}(1, \hat{p}_i)$, $p_3 = \frac{E'}{c}(1, \hat{p}_f)$ e $\hat{p}_i \cdot \hat{p}_f = \cos \theta$. De onde (probl. 8.8 e probl. 8.9):

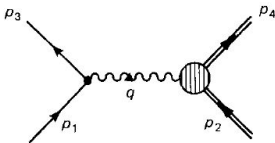
$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = \frac{g_e^4 c^2}{4EE' \sin^4(\theta/2)} \left(2K_1 \sin^2 \frac{\theta}{2} + K_2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \right),$$

$$E' = \frac{E}{1 + (2E/Mc^2) \sin^2(\theta/2)}.$$

Portanto (probl. 6.10):

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{\alpha \hbar}{4ME \sin^2(\theta/2)} \right)^2 \frac{E'}{E} \left[2K_1 \sin^2 \frac{\theta}{2} + K_2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \right] \Rightarrow$$

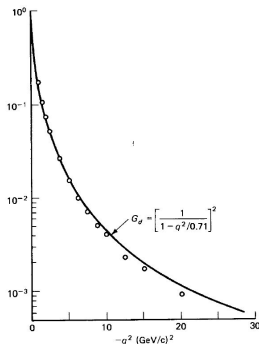
Espalhamento elástico elétron-próton



$$\Rightarrow \frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{\alpha \hbar}{4ME \sin^2(\theta/2)} \right)^2 \frac{E'}{E} \left[2K_1 \sin^2 \frac{\theta}{2} + K_2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \right],$$

que é conhecida como *fórmula de Rosenbluth*.

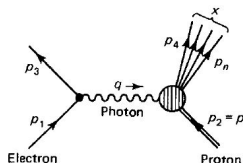
- $K_1(q^2)$ e $K_2(q^2)$ são os *fatores de forma* (elásticos) do próton:



Espalhamento inelástico elétron-próton

- Se o elétron portar energia suficiente, teremos um espalhamento inelástico:

$$e + p \rightarrow e + X$$



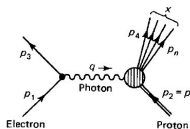
e várias partículas podem ser emitidas: π , K , Δ , etc;

- Para um dado estado final X :

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = \frac{g_e^4}{q^4} L_{\text{elétron}}^{\mu\nu} K_{\mu\nu}(X),$$

onde $K_{\mu\nu}$ é alguma quantidade desconhecida descrevendo o vértice $\gamma + p \rightarrow X$, que depende de $q = (p_1 - p_3)$, $p \equiv p_2$ e dos vários momentos de saída p_4, p_5, \dots, p_n .

Espalhamento inelástico elétron-próton



- A seção de choque vem da regra de ouro:

$$d\sigma = \frac{\hbar^2 \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle}{4\sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2 - (m_1 m_2 c^2)^2}} \left(\frac{c d^3 \vec{p}_3}{(2\pi)^3 2E_3} \right) \left(\frac{c d^3 \vec{p}_4}{(2\pi)^3 2E_4} \right) \dots \left(\frac{c d^3 \vec{p}_n}{(2\pi)^3 2E_n} \right) \times \\ \times (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - p_3 - p_4 - \dots - p_n)$$

e várias partículas podem ser emitidas: π , K , Δ , etc;

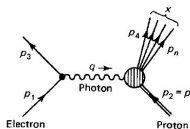
- Contudo, em geral, somente o momento do elétron emergente (\vec{p}_3) é registrado. Medimos assim a seção de choque “*inclusiva*”, com todos os estados finais X e momentos incluídos. Somando-se sobre todos os X e integrando em todos os p_4, p_5, \dots, p_n :

$$d\sigma = \frac{\hbar^2 g_e^4 L^{\mu\nu}}{4\sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2 - (m_1 m_2 c^2)^2}} \left(\frac{c d^3 \vec{p}_3}{(2\pi)^3 2E_3} \right) 4\pi M W_{\mu\nu},$$

onde:

$$W_{\mu\nu} = \frac{1}{4\pi M} \sum_X \int \dots \int K_{\mu\nu}(X) \left(\frac{c d^3 \vec{p}_4}{(2\pi)^3 2E_4} \right) \dots \left(\frac{c d^3 \vec{p}_n}{(2\pi)^3 2E_n} \right) \times \\ \times (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - p_3 - p_4 - \dots - p_n).$$

Espalhamento inelástico elétron-próton



- Para um “elétron” com $m = 0$, $|\vec{p}_3| = E'/c$, $d^3\vec{p}_3 = |\vec{p}_3|^2 d|\vec{p}_3| d\Omega$:

$$\frac{d\sigma}{dE' d\Omega} = \left(\frac{\alpha \hbar}{cq^2} \right)^2 \frac{E'}{E} L^{\mu\nu} W_{\mu\nu},$$

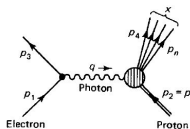
onde E' não é determinada cinematicamente, por isso $\frac{d\sigma}{dE' d\Omega}$, ou seja, a seção de choque diferencial *num intervalo de energia particular* dE' ;

- Analogamente, $W_{\mu\nu}$ é um tensor de segunda classe e:

$$W^{\mu\nu} = -W_1 g^{\mu\nu} + \frac{W_2}{(Mc)^2} p^\mu p^\nu + \frac{W_4}{(Mc)^2} q^\mu q^\nu + \frac{W_5}{(Mc)^2} (p^\mu q^\nu + p^\nu q^\mu),$$

mas, desta vez, W_i depende de q^2 e de $q \cdot p$, pois p_{tot}^2 não é mais vinculado;

Espalhamento inelástico elétron-próton



- Agora (probs. 8.4 e 8.11):

$$q_\mu W^{\mu\nu} = 0 \Rightarrow W_4 = \frac{(Mc)^2}{q^2} W_1 + \left(\frac{p \cdot q}{q^2} \right)^2 W_2, \quad W_5 = -\frac{(p \cdot q)}{q^2} W_2 \Rightarrow$$

$$W^{\mu\nu} = W_1 \left(-g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{q^2} \right) + \frac{W_2}{(Mc)^2} \left[p^\mu - \left(\frac{p \cdot q}{q^2} \right) q^\mu \right] \left[p^\nu - \left(\frac{p \cdot q}{q^2} \right) q^\nu \right];$$

Então:

$$\frac{d\sigma}{dE' d\Omega} = \left(\frac{\alpha \hbar}{2E \sin^2(\theta/2)} \right)^2 [2W_1 \sin^2(\theta/2) + W_2 \cos^2(\theta/2)],$$

que é a fórmula análoga à de Rosenbluth para o espalhamento elétron-próton inelástico e inclusivo.

- ▶ espalhamento elástico: $K_1, K_2 = f_{teo}(q^2), g_{exp}(\theta)$;
 - ▶ espalhamento inelástico: $W_1, W_2 = f_{teo}(q^2, q \cdot p), g_{exp}(E', \theta)$.
- Pode-se mostrar que (probl. 8.12):

$$W_{1,2}(q^2, x) = -\frac{K_{1,2}(q^2)}{2Mq^2} \delta(x - 1),$$

ou seja, o espalhamento elástico é um caso especial do espalhamento inelástico.

Modelo a partons e o escalonamento de Bjorken

- Ao final dos anos 1960, Bjorken previu que, a energias muito altas, a dependência dos fatores de forma em q^2 desaparecem, ficando apenas a dependência na variável:

$$x \equiv -\frac{q^2}{2q \cdot p}.$$

Mais precisamente, ele sugeriu que:

$$MW_1(q^2, x) \rightarrow F_1(x), \quad \frac{-q^2}{2Mc^2x} W_2(q^2, x) \rightarrow F_2(x),$$

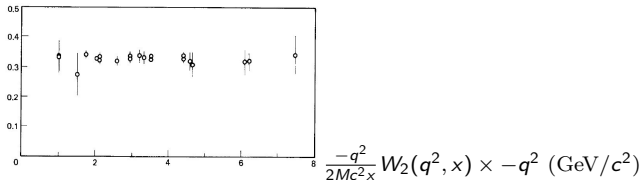
no limite do espalhamento inelástico profundo, onde:

$$-q^2 = (4EE'/c^2) \sin^2(\theta/2) \quad \text{e} \quad q \cdot p = M(E - E')$$

são ambos grandes, mas sua razão:

$$2x = -\frac{q^2}{q \cdot p}$$

não é. Este comportamento é conhecido como “*escalonamento*”.



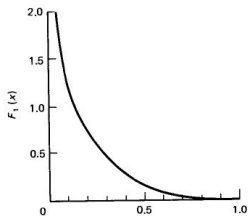
Isto é consequência do fato de que o próton tem constituintes: os *partons*.

Modelo a partons e o escalonamento de Bjorken

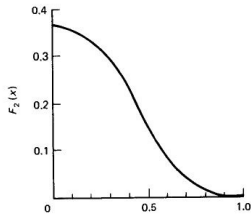
- Em 1969, Callan e Gross sugeriram que as funções estão correlacionadas:

$$2xF_1(x) = F_2(x),$$

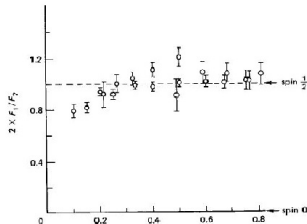
o que também foi verificado experimentalmente:



(a)



(b)



(c)

Isto é consequência do fato de que os constituintes do próton têm spin $\frac{1}{2}$, pois se o spin fosse 0, teríamos: $2F_1/F_2 = 0$, em desacordo com os dados experimentais.

- evidências convincentes da existência dos quarks.

Modelo a partons e o escalonamento de Bjorken

- **Ponto crucial:** a altas energias, o fóton virtual interage com um quark livre.

Podemos, então, tratar o problema com o formalismo do espalhamento elétron-múon. Lembrando:

$$W_{1,2}(q^2, x) = -\frac{K_{1,2}(q^2)}{2Mq^2} \delta(x-1), \text{ com: } K_1 = -q^2, \quad K_2 = (2Mc)^2 \Rightarrow$$

$$W_1^i = \frac{Q_i^2}{2m_i} \delta(x_i - 1), \quad W_2^i = -\frac{2m_i c^2 Q_i^2}{q^2} \delta(x_i - 1),$$

onde m_i é a massa do quark, Q_i é a carga do quark em unidades de e (incluído aqui para não precisar depois na seção de choque) e

$$x_i = -\frac{q^2}{2q \cdot p_i},$$

onde p_i é o momento do quark (que não sabemos!). Seja p_i uma fração do momento do próton:

$$p_i = z_i p.$$

Segue-se, daí:

$$m_i = z_i M, \quad x_i = \frac{x}{z_i} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow W_1^i = \frac{Q_i^2}{2M} \delta(x - z_i), \quad W_2^i = -\frac{2x^2 M c^2}{q^2} Q_i^2 \delta(x - z_i).$$

Modelo a partons e o escalonamento de Bjorken

- Seja agora $f_i(z_i)$ a probabilidade que o i -ésimo quark carregue a fração z_i do momento:

$$W_1 = \sum_i \int_0^1 \frac{Q_i^2}{2M} \delta(x - z_i) f_i(z_i) dz_i = \frac{1}{2M} \sum_i Q_i^2 f_i(x),$$

$$W_2 = \sum_i \int_0^1 \left(-\frac{2x^2 Mc^2}{q^2} \right) Q_i^2 \delta(x - z_i) f_i(z_i) dz_i = -\frac{2Mc^2}{q^2} x^2 \sum_i Q_i^2 f_i(x).$$

Assim:

$$MW_1 = \frac{1}{2} \sum_i Q_i^2 f_i(x) \equiv F_1(x),$$

$$-\frac{q^2}{2Mc^2 x} W_2 = x \sum_i Q_i^2 f_i(x) \equiv F_2(x),$$

confirmando o escalonamento de Bjorken. Comparando-se as duas, vem que:

$$F_2(x) = 2xF_1(x),$$

que é a relação de Callan-Gross.

- E voltando à fórmula da seção de choque:

$$\frac{d\sigma}{dE' d\Omega} = \frac{F_1(x)}{2M} \left(\frac{\alpha \hbar}{E \sin(\theta/2)} \right)^2 \left[1 + \frac{2EE'}{(E - E')^2} \cos^2 \frac{\theta}{2} \right].$$

Funções de distribuição de quarks

- Faltou falar das funções $f_i(z_i)$...
- A partir da igualdade $m_i = z_i M$, vemos que:

$$f_i(z_i) = \delta_i \left(\frac{m_i}{M} - z_i \right).$$

Como o próton é, em princípio, constituído por 2 quarks u e 1 quark d :

$$\begin{aligned} F_1(x) &= \frac{1}{2} \sum_i Q_i^2 f_i(x) = \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{2}{3} \right)^2 \delta \left(\frac{m_u}{M} - x \right) + \left(\frac{2}{3} \right)^2 \delta \left(\frac{m_u}{M} - x \right) + \left(\frac{-1}{3} \right)^2 \delta \left(\frac{m_d}{M} - x \right) \right\} \end{aligned}$$

e se $m_u = m_d$, simplifica-se para:

$$F_1(x) = \frac{1}{2} \delta \left(\frac{m_u}{M} - x \right), \quad F_2(x) = x \delta \left(\frac{m_u}{M} - x \right).$$

Funções de distribuição de quarks

- Este modelo trata do problema com um quark livre, assim como o espalhamento elétron-múon. O problema é que nem sempre o quark está livre: instantaneamente na interação com o fóton virtual, ok, mas a longo prazo, decerto que o quark não está livre;
- Além disso, a massa do quark não é bem definida. Como eles interagem o tempo todo, são mais *virtuais* e não estão na camada de massa: m_i é uma variável e a função delta deve ser alargada (o formato exato é um problema da cromodinâmica);
- Sejam $u(x)$ e $d(x)$ as densidades de probabilidade da fração de momento x ser carregada pelos quarks u e d , respectivamente:

$$F_2(x) = x \left\{ \left(\frac{2}{3} \right)^2 u(x) + \left(\frac{-1}{3} \right)^2 d(x) \right\}.$$

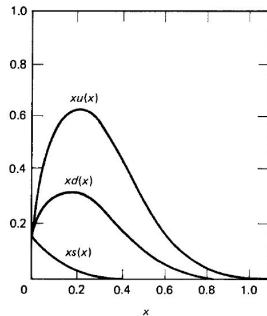
Um modelo inocente seria:

$$u(x) = 2\delta(m_u/M - x), \quad d(x) = \delta(m_d/M - x)$$

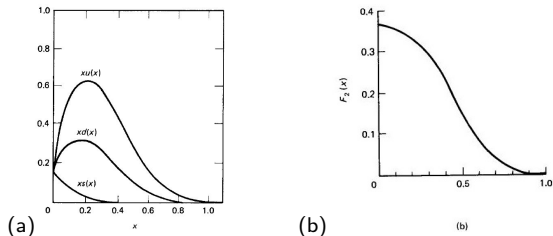
e que:

$$u(x) = 2d(x),$$

mas não está de acordo com os dados experimentais:



Funções de distribuição de quarks



Entretanto, as médias, sim (Fig. (a)):

$$\int_0^1 x u(x) dx = 2 \int_0^1 x d(x) dx.$$

Combinando-se as equações e tomando-se a área sob a curva (Fig. (b)):

$$\int_0^1 x d(x) dx = \int_0^1 x \delta(m_d/M - x) dx = \int_0^1 F_2(x) dx = 0,18 \Rightarrow \int_0^1 x u(x) dx = 0,36$$

E o *momento total médio* carregado pelos quarks é:

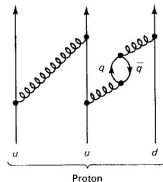
$$\int_0^1 x p u(x) dx + \int_0^1 x p d(x) dx = p(0,18 + 0,36) = 0,54p,$$

ou seja, os quarks levam 54% do momento total (os glúons, o resto).

Funções de distribuição de quarks

- Mas os glúons podem formar pares quark-antiquark:

A cada instante, o próton pode conter pares de quarks ($q\bar{q}$) extras, ou *do mar*, além dos quarks de *valência* (uud originais).



- O fóton virtual pode se acoplar com os quarks do mar, assim, eles devem ser incluídos nas fórmulas de F_1 e F_2 :

$$F_1(x) = \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{2}{3} \right)^2 \left[u(x) + \bar{u}(x) \right] + \left(\frac{-1}{3} \right)^2 \left[d(x) + \bar{d}(x) + s(x) + \bar{s}(x) \right] \right\}$$

Por sorte, há vários vínculos para estas funções, pois os quarks do mar são produzidos pelo mesmo processo e têm grosseiramente a mesma massa:

$$\bar{u}(x) \approx \bar{d}(x) \approx \bar{s}(x) \approx s(x),$$

podemos, então, separar os quarks de valência e do mar (reduzindo o problema a 3 funções):

$$u(x) = u_v(x) + s(x), \quad d(x) = d_v(x) + s(x) \Rightarrow F_1(x) = \frac{1}{18} \{4u_v(x) + d_v(x) + 12s(x)\}$$

Agora:

$$\int_0^1 u_v(x) dx = 2, \quad \int_0^1 d_v(x) dx = 1 \Rightarrow \int_0^1 s(x) = \frac{3}{4} \left(2 \int_0^1 F_1(x) dx - 1 \right)$$