Interações fracas

Física de Partículas Elementares - I

Prof. Marcelo A. Leigui de Oliveira

Centro de Ciências Naturais e Humanas
Universidade Federal do ABC
Av. dos Estados, 5001
09210-580 Santo André-SP

20 de abril de 2023

Universidade Federal do ABC

Interações fracas leptônicas carregadas

- Vamos formular as regras de Feynman para os acoplamentos de léptons aos bósons $W^{\pm}$ e tratar problemas como o decaimento β, o n e os $\pi^{\pm}$. Depois, os acoplamentos do $W^{\pm}$ com os quarks que levam ao ângulo de Cabibo, o mecanismo GIM e a matriz de Kobayashi-Maskawa. Finalmente, as regras do acoplamento de quarks e léptons ao bóson Z^0 da teoria eletrofraca de Glashow-Weinbeg-Salam;
- Os mediadores da interação fraca são os bósons $W^{\pm}$ e Z^0 que, ao contrário dos fótons e glúons, têm (muita!) massa:

$$M_W = 82 \pm 2\ \mathrm{GeV/c^2}, \quad M_Z = 92 \pm 2\ \mathrm{GeV/c^2};$$

- Partículas massivas de spin 1 tem 3 estados de polarização ($m_s = 1, 0, -1$), enquanto que as sem massa tem 2. Para fótons e glúons, impusemos a condição de Lorenz:

$$\epsilon^{\mu} p_{\mu} = 0$$

  e o calibre de Coulomb:

$$\epsilon^0 = 0 \Rightarrow \vec{\epsilon} \cdot \vec{p} = 0,$$

  mas, para os bósons vetoriais, a condição de Lorenz sozinha elimina a liberdade do calibre;

Interações fracas leptônicas carregadas

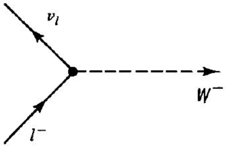
- Ademais, o propagador para partículas massivas de spin 1 é:

$$\frac{-i(g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu / M^2 c^2)}{q^2 - M^2 c^2},$$

  onde $M = M_W$ ou $M = M_Z$. Na maioria dos casos (em que $q^2 \ll (Mc)^2$), o propagador pode ser aproximado para:

$$\frac{ig_{\mu\nu}}{(Mc)^2} \quad (q^2 \ll (Mc)^2);$$

- Consideremos, inicialmente, as interações fracas carregadas (mediada pelos $W^\pm$) com acoplamento com léptons. O vértice fundamental é:



,

  onde um lépton é convertido no neutrino associado com a emissão de um W^- (ou absorção de um W^+). O processo reverso:

$$\nu_l \to l^- + W^+$$

  também é possível, bem como a reação "cruzada" com antiléptons.

Interações fracas leptônicas carregadas

- As regras de Feynman são as mesmas, exceto pelo fator de vértice:

$$\frac{-ig_w}{2\sqrt{2}}\gamma^\mu(1-\gamma^5) \quad \text{(fator de vértice fraco)},$$

onde $g_w = \sqrt{4\pi\alpha_w}$ é a "*constante de acoplamento fraca*".

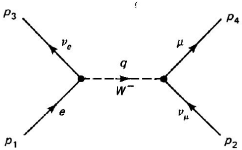
  - Note que o fator $\gamma^\mu(1-\gamma^5) = \gamma^\mu - \gamma^\mu\gamma^5$ é a soma de um *vetor* com um *vetor axial*. Esta combinação *viola* a conservação da paridade, conforme o esperado para as interações fracas;

Interações fracas leptônicas carregadas - Exemplos

1. **Decamento inverso do múon**

Considere o processo:

$$\nu_\mu + e^- \to \mu^- + \nu_e,$$



onde um lépton é convertido no associado ao neutrino (representado na mais baixa ordem pelo diagrama acima). Aqui $q = p_1 - p_3$ e $q^2 \ll M_W^2 c^2$, portanto, vamos usar o propagador simplificado. A amplitude fica:

$$\mathcal{M} = \frac{g_w^2}{8(M_w c)^2}[\overline{u}(3)\gamma^\mu(1-\gamma^5)u(1)][\overline{u}(4)\gamma_\mu(1-\gamma^5)u(2)].$$

Aplicando-se o truque de Casimir:

$$\sum_{\text{spins}} |\mathcal{M}|^2 = \left(\frac{g_w^2}{8(M_w c)^2}\right)^2 Tr[\gamma^\mu(1-\gamma^5)(\not{p}_1+m_e c)\gamma^\nu(1-\gamma^5)\not{p}_3]\times Tr[\gamma_\mu(1-\gamma^5)\not{p}_2\gamma_\nu(1-\gamma^5)(\not{p}_4+m_\mu c)],$$

que, pelos teoremas dos traços:

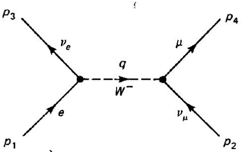
$$\sum_{\text{spins}} |\mathcal{M}|^2 = \left(\frac{g_w^2}{8(M_w c)^2}\right)^2 8[p_1^\mu p_3^\nu + p_1^\nu p_3^\mu - g^{\mu\nu}(p_1\cdot p_3) - i\epsilon^{\mu\nu\lambda\sigma}p_{1\lambda}p_{3\sigma}]\times$$

$$\times 8[p_{2\mu}p_{4\nu} + p_{2\nu}p_{4\mu} - g_{\mu\nu}(p_2\cdot p_4) - i\epsilon_{\mu\nu\kappa\gamma}p_2^\kappa p_4^\gamma].$$

Interações fracas leptônicas carregadas - Exemplos

1. **Decaimento inverso do múon**

$$\nu_\mu + e^- \to \mu^- + \nu_e$$



Assim:

$$\sum_{\text{spins}} |\mathcal{M}|^2 = 4\left(\frac{g_w}{M_w c}\right)^4 (p_1 \cdot p_2)(p_3 \cdot p_4).$$

Agora, tomando-se a média (o elétron tem 2 estados de spin e o neutrino somente 1):

$$< |\mathcal{M}|^2 >= 2\left(\frac{g_w}{M_w c}\right)^4 (p_1 \cdot p_2)(p_3 \cdot p_4).$$

Substituindo-se os quadrimomentos no CM:

$$< |\mathcal{M}|^2 >= 8\left(\frac{g_w E}{M_w c^2}\right)^4 \left\{1 - \left(\frac{m_\mu c^2}{2E}\right)^2\right\}^2,$$

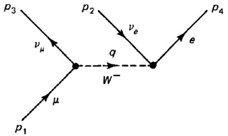
onde E é a energia do elétron incidente. E as seções de choque diferencial e total são, respectivamente:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2}\left(\frac{\hbar c g_w^2 E}{4\pi(M_w c^2)^2}\right)^2 \left\{1 - \left(\frac{m_\mu c^2}{2E}\right)^2\right\}^2 \Rightarrow \sigma = \frac{1}{8\pi}\left[\left(\frac{g_w}{M_w c^2}\right)^2 \hbar c E\right]^2 \left\{1 - \left(\frac{m_\mu c^2}{2E}\right)^2\right\}^2$$

Decaimento do múon

- O decaimento do múon:

$$\mu \to e + \nu_\mu + \overline{\nu}_e$$



é o processo fraco mais fácil de ser estudado experimentalmente, cuja amplitude é:

$$\mathcal{M} = \frac{g_w^2}{8(M_w c)^2}[\overline{u}(3)\gamma^\mu(1-\gamma^5)u(1)][\overline{u}(4)\gamma_\mu(1-\gamma^5)u(2)]$$

De onde:

$$< |\mathcal{M}|^2 >= 2\left(\frac{g_w}{M_w c}\right)^4 (p_1 \cdot p_2)(p_3 \cdot p_4).$$

No referencial de repouso do múon, $p_1 = (m_\mu c, \vec{0})$, então:

$$p_1 \cdot p_2 = m_\mu E_2$$

e, como $p_1 - p_2 = p_3 + p_4$:

$$(p_1 - p_2)^2 = p_1^2 + p_2^2 - 2p_1 \cdot p_2 = m_\mu^2 c^2 - 2p_1 \cdot p_2,$$

$$(p_3 + p_4)^2 = p_3^2 + p_4^2 + 2p_3 \cdot p_4 = m_e^2 c^2 + 2p_3 \cdot p_4,$$

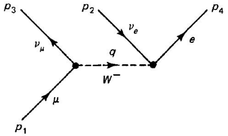
vem:

$$\Rightarrow p_3 \cdot p_4 = \frac{(m_\mu^2 - m_e^2)c^2}{2} - m_\mu E_2.$$

Decaimento do múon

- O decaimento do múon:

$$\mu \to e + \nu_\mu + \overline{\nu}_e$$



Para simplificar, faremos $m_e = 0$:

$$< |\mathcal{M}|^2 >= \left(\frac{g_w}{M_w c}\right)^4 m_\mu^2 E_2(m_\mu c^2 - 2E_2).$$

E a taxa de decaimento, pela regra de ouro, dá:

$$d\Gamma = \frac{< |\mathcal{M}|^2 >}{2\hbar m_\mu}\left(\frac{c\, d^3\vec{p}_2}{(2\pi)^3 2E_2}\right)\left(\frac{c\, d^3\vec{p}_3}{(2\pi)^3 2E_3}\right)\left(\frac{c\, d^3\vec{p}_4}{(2\pi)^3 2E_4}\right)(2\pi)^4\delta^4(p_1 - p_2 - p_3 - p_4),$$

onde $E_2 = |\vec{p}_2|c$, $E_3 = |\vec{p}_3|c$ e $E_4 = |\vec{p}_4|c$. Abrindo a função delta:

$$\delta^4(p_1 - p_2 - p_3 - p_4) = \delta\left(m_\mu c - \frac{E_2}{c} - \frac{E_3}{c} - \frac{E_4}{c}\right)\delta^3(\vec{p}_2 + \vec{p}_3 + \vec{p}_4)$$

e integrando em $\vec{p}_3$:

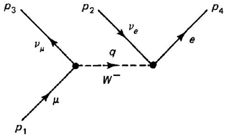
$$d\Gamma = \frac{< |\mathcal{M}|^2 > c^3}{16(2\pi)^5\hbar m_\mu}\left(\frac{d^3\vec{p}_2 d^3\vec{p}_4}{E_2 E_3 E_4}\right)\delta\left(m_\mu c - \frac{E_2}{c} - \frac{E_3}{c} - \frac{E_4}{c}\right),$$

onde $E_3 = |\vec{p}_2 + \vec{p}_4|c$.

Decaimento do múon

- O decaimento do múon:

$$\mu \to e + \nu_\mu + \overline{\nu}_e$$



Agora, para integrar em $\vec{p}_2$, alinhamos o eixo polar ao longo de $\vec{p}_4$ (a direção do elétron):

$$\left(\frac{E_3}{c}\right)^2 = |\vec{p}_2 + \vec{p}_4|^2 = |\vec{p}_2|^2 + |\vec{p}_4|^2 + 2\vec{p}_2 \cdot \vec{p}_4 = \frac{1}{c^2}(E_2^2 + E_4^2 + 2E_2E_4\cos\theta),$$

e, sabendo que:

$$d^3\vec{p}_2 = \left(\frac{E_2}{c}\right)^2 \frac{dE_2}{c} \sin\theta d\theta d\phi = 2\pi \left(\frac{E_2}{c}\right)^2 \frac{dE_2}{c} \sin\theta d\theta,$$

vem, a integração em θ, definindo-se:

$$x \equiv \frac{1}{c}\sqrt{E_2^2 + E_4^2 + 2E_2E_4\cos\theta} = \frac{E_3}{c} \Rightarrow dx = -\frac{E_2E_4\sin\theta d\theta}{cE_3} \Rightarrow$$

$$\int_0^\pi \frac{\sin\theta d\theta}{E_3}\delta\left(m_\mu c - \frac{E_2}{c} - \frac{E_3}{c} - \frac{E_4}{c}\right) = \frac{c}{E_2E_4}\int_{x_-}^{x_+}\delta\left(m_\mu c - x - \frac{E_2}{c} - \frac{E_4}{c}\right)dx,$$

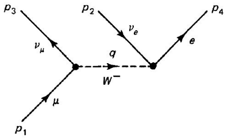
onde:

$$x_\pm \equiv \frac{1}{c}\sqrt{E_2^2 + E_4^2 \pm 2E_2E_4} = \frac{1}{c}|E_2 \pm E_4|.$$

Decaimento do múon

- O decaimento do múon:

$$\mu \to e + \nu_\mu + \overline{\nu}_e$$



Assim, a integral fica:

$$\frac{c}{E_2 E_4} \int_{x_-}^{x_+} \delta\left(m_\mu c - x - \frac{E_2}{c} - \frac{E_4}{c}\right) dx = \begin{cases} \dfrac{c}{E_2 E_4}, & \text{se } x_- < \left(m_\mu c - \frac{E_2}{c} - \frac{E_4}{c}\right) < x_+ \\ 0, & \text{caso contrário,} \end{cases}$$

onde:

$$x_\pm \equiv \frac{1}{c}\sqrt{E_2^2 + E_4^2 \pm 2E_2 E_4} = \frac{1}{c}|E_2 \pm E_4|.$$

Reescrevendo a desigualdade:

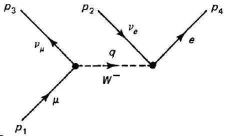
$$\frac{1}{c}|E_2 - E_4| < \left(m_\mu c - \frac{E_2}{c} - \frac{E_4}{c}\right) < \frac{1}{c}|E_2 + E_4| \Rightarrow$$

$$|E_2 - E_4| < (m_\mu c^2 - E_2 - E_4) < E_2 + E_4 \Rightarrow$$
$$|E_2 - E_4| + (E_2 + E_4) < m_\mu c^2 < 2(E_2 + E_4) \Rightarrow$$
$$\frac{1}{2}\{|E_2 - E_4| + E_2 + E_4\} < \frac{1}{2} m_\mu c^2 < E_2 + E_4.$$

Decaimento do múon

- O decaimento do múon:

$$\mu \to e + \nu_\mu + \overline{\nu}_e$$



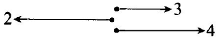
Agora, note que:

$$E_2, E_4 < \frac{1}{2}\{|E_2 - E_4| + E_2 + E_4\} < \frac{1}{2}m_\mu c^2 < E_2 + E_4,$$

ou seja, temos, na verdade, 3 desigualdades:

$$\begin{cases} E_2 < \frac{1}{2}m_\mu c^2 \\ E_4 < \frac{1}{2}m_\mu c^2 \\ (E_2 + E_4) > \frac{1}{2}m_\mu c^2. \end{cases}$$

Cinematicamente, se as partículas 3 e 4 saem diametralmente opostas à 2, esta obtém a maior parcela de energia, que é a metade da disponível. Se 3 e 4 tiverem um ângulo entre elas, a partícula 2 terá menos energia.



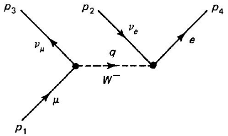
- Ou seja, $\frac{1}{2}m_\mu c^2$ é a máxima energia *individual* para qualquer das partículas.

Conclusão: $\frac{1}{2}m_\mu c^2 - E_4 < E_2 < \frac{1}{2}m_\mu c^2$ e $0 < E_4 < \frac{1}{2}m_\mu c^2$.

Decaimento do múon

- O decaimento do múon:

$$\mu \to e + \nu_\mu + \overline{\nu}_e$$



Substituindo tudo na integral original, vem:

$$d\Gamma = \frac{<|\mathcal{M}|^2> c^3}{16(2\pi)^5\hbar m_\mu}\left(\frac{d^3\vec{p}_4}{E_4}\right)\left(\frac{d^3\vec{p}_2}{E_2}\right)\delta\left(m_\mu c - \frac{E_2}{c} - \frac{E_3}{c} - \frac{E_4}{c}\right) =$$

$$= \frac{<|\mathcal{M}|^2> \cancel{c^3}}{2^4(2\pi)^{\cancel{5}4}\hbar m_\mu}\left(\frac{d^3\vec{p}_4}{E_4}\right)\frac{1}{\cancel{E_2}}\cancel{(2\pi)}\left(\frac{\cancel{E_2}}{\cancel{c}}\right)^2\frac{dE_2}{\cancel{c}}\left(\frac{c}{\cancel{E_2}E_4}\right) \Rightarrow$$

$$d\Gamma = \frac{<|\mathcal{M}|^2> c}{(4\pi)^4\hbar m_\mu}dE_2\frac{d^3\vec{p}_4}{E_4^2}$$

Substituindo a expressão da amplitude e integrando em E_2:

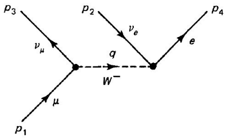
$$d\Gamma = \left(\frac{g_w}{4\pi M_w c}\right)^4\frac{m_\mu c}{\hbar}\frac{d^3\vec{p}_4}{E_4^2}\int_{m_\mu c^2/2-E_4}^{m_\mu c^2/2} E_2(m_\mu c^2 - 2E_2)dE_2 =$$

$$= \left(\frac{g_w}{4\pi M_w c}\right)^4\frac{m_\mu c}{\hbar}\left(\frac{m_\mu c^2}{2} - \frac{2}{3}E_4\right)d^3\vec{p}_4$$

Decaimento do múon

- O decaimento do múon:

$$\mu \rightarrow e + \nu_\mu + \overline{\nu}_e$$



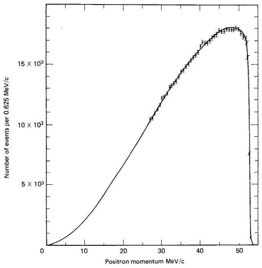
Agora, reescrevendo:

$$d^3\vec{p}_4 = 4\pi \left(\frac{E_4}{c}\right)^2 \frac{dE_4}{c}$$

e redefinindo a energia do elétron, $E \equiv E_4$:

$$\frac{d\Gamma}{dE} = \left(\frac{g_w}{M_w c}\right)^4 \frac{m_\mu^2 E^2}{2\hbar(4\pi)^3} \left(1 - \frac{4E}{3m_\mu c^2}\right),$$

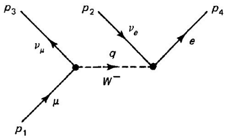
da qual obtemos a distribuição de energia do pósitron:



Decaimento do múon

- O decaimento do múon:

$$\mu \to e + \nu_\mu + \overline{\nu}_e$$



Integrando, vem a taxa total de decaimentos:

$$\Gamma = \left(\frac{g_w}{M_w c}\right)^4 \frac{m_\mu^2}{2\hbar(4\pi)^3} \int_0^{m_\mu c^2} E^2 \left(1 - \frac{4E}{3m_\mu c^2}\right) dE = \left(\frac{m_\mu g_w}{M_w}\right)^4 \frac{m_\mu c^2}{12\hbar(8\pi)^3}$$

e a vida média do múon é:

$$\tau = \frac{1}{\Gamma} = \left(\frac{M_w}{m_\mu g_w}\right)^4 \frac{12\hbar(8\pi)^3}{m_\mu c^2}.$$

Definindo-se, agora, a "*constante de acoplamento de Fermi*":

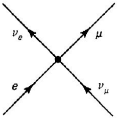
$$G_F = \frac{\sqrt{2}}{8}\left(\frac{g_w}{M_w c^2}\right)^2 (\hbar c)^3,$$

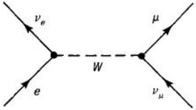
vem que:

$$\tau = \frac{192\pi^3\hbar^7}{G_F^2 m_\mu^5 c^4}.$$

Decaimento do múon

- Na teoria original de Fermi, não havia o W e a interação era supostamente pontual, com o acoplamento de 4 partículas (fig.(a)), mas, na perspectiva moderna (fig.(b)) é:

(a) 

(b) 

,

com uma constante de acoplamento efetiva de 4 partículas, G_F. Isto só funcionou por causa da grande massa do W, que permitiu a aproximação do propagador:

$$\frac{-i(g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu / M^2c^2)}{q^2 - M^2c^2} \rightarrow \frac{ig_{\mu\nu}}{(Mc)^2} \quad (q^2 \ll (Mc)^2),$$

a qual não é válida para altas energias.

- Pondo-se os valores empíricos do tempo de vida e da massa do múon e recalculando-se:

$$G_F/(\hbar c)^3 = \frac{\sqrt{2}}{8}\left(\frac{g_w}{M_w c^2}\right)^2 = 1,166 \times 10^{-5}/\text{GeV}^2 \Rightarrow g_w = 0,66,$$

então a "*constante de estrutura fina fraca*" é:

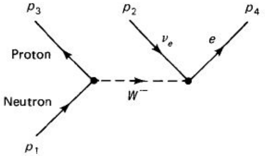
$$\alpha_w = \frac{g_w^2}{4\pi} = \frac{1}{29}.$$

Isto é, um valor ~ 5 vezes maior que $\alpha = \frac{1}{137}$!

Decaimento do nêutron

- Vamos estudar o decaimento do nêutron:

$$n \to p + e + \overline{\nu}_e$$



Como o nêutron e o próton são compostos, o diagrama acima é uma aproximação (boa para baixas energias). O vértice da esquerda é análogo ao do múon ($\mu \to \nu_\mu + W^-$), mas com a diferença que o próton (partícula 3) é massivo. Mesmo assim, a amplitude é a mesma (probl. 10.4):

$$< |\mathcal{M}|^2 >= 2\left(\frac{g_w}{M_w c}\right)^4 (p_1 \cdot p_2)(p_3 \cdot p_4).$$

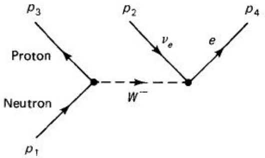
No referencial de repouso do nêutron (neste caso, sem desprezar a massa do elétron.):

$$< |\mathcal{M}|^2 >= \left(\frac{g_w}{M_w c}\right)^4 m_n E_2[(m_n^2 - m_p^2 - m_e^2)c^2 - 2m_n E_2].$$

Decaimento do nêutron

- O decaimento do nêutron:

$$n \to p + e + \overline{\nu}_e$$



A taxa de decaimento, pela regra de ouro, é:

$$d\Gamma = \frac{< |\mathcal{M}|^2 >}{2\hbar m_n} \left(\frac{c\, d^3\vec{p}_2}{(2\pi)^3 2E_2} \right) \left(\frac{c\, d^3\vec{p}_3}{(2\pi)^3 2E_3} \right) \left(\frac{c\, d^3\vec{p}_4}{(2\pi)^3 2E_4} \right) (2\pi)^4 \delta^4(p_1 - p_2 - p_3 - p_4),$$

onde $E_2 = c|\vec{p}_2|$, $E_3 = c\sqrt{\vec{p}_3^2 + m_p^2 c^2}$ e $E_4 = c\sqrt{\vec{p}_4^2 + m_e^2 c^2}$.
Integrando em $\vec{p}_3$:

$$d\Gamma = \frac{2c^3 < |\mathcal{M}|^2 >}{(4\pi)^5 \hbar m_n} \left(\frac{d^3\vec{p}_2 d^3\vec{p}_4}{E_2 E_3 E_4} \right) \delta \left(m_n c - \frac{E_2}{c} - \frac{E_3}{c} - \frac{E_4}{c} \right),$$

onde $E_3 = c\sqrt{(\vec{p}_2 + \vec{p}_4)^2 + m_p^2 c^2}$.
Fazendo a integral em $\vec{p}_2$:

$$d^3\vec{p}_2 = |\vec{p}_2|^2 d|\vec{p}_2| \sin\theta d\theta d\phi = \frac{1}{c^3} E_2^2 \frac{dE_2}{c} \sin\theta d\theta d\phi,$$

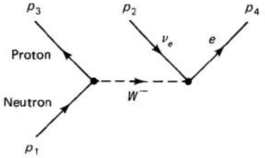
com o eixo z ao longo de $\vec{p}_4$. Assim:

$$E_3 = c\sqrt{(|\vec{p}_2|^2 + |\vec{p}_4|^2 + 2|\vec{p}_2||\vec{p}_4|\cos\theta + m_p^2 c^2} \equiv cx \ , \ \frac{E_2 \sin\theta d\theta}{E_3} = -\frac{dx}{|\vec{p}_4|}.$$

Decaimento do nêutron

- O decaimento do nêutron:

$$n \to p + e + \overline{\nu}_e$$



E a integral em θ e em ϕ dá:

$$d\Gamma = \frac{< |\mathcal{M}|^2 >}{(4\pi)^2 \hbar m_n} \frac{dE_2 d^3\vec{p}_4}{E_4 |\vec{p}_4|} I,$$

onde:

$$I \equiv \int_{x_-}^{x_+} \delta\left(m_n c - \frac{E_2}{c} - \frac{E_4}{c}\right) dx = \begin{cases} 1, & \text{se } x_- < \left(m_n c - \frac{E_2}{c} - \frac{E_4}{c}\right) < x_+ \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

e os limites são:

$$x_\pm = \sqrt{(|\vec{p}_2| \pm |\vec{p}_4|)^2 + m_p^2 c^2}.$$

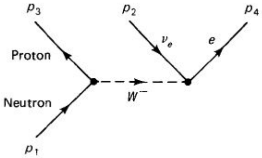
Ou, em termos de limites de energia (probl. 10.5):

$$E_\pm = \frac{\frac{1}{2}(m_n^2 - m_p^2 - m_e^2)c^2 - m_n E_4}{m_n - E_4/c^2 \mp |\vec{p}_4|/c}.$$

Decaimento do nêutron

- O decaimento do nêutron:

$$n \to p + e + \overline{\nu}_e$$



Assim, a integral em E_2 é:

$$\int_{E_-}^{E_+} E_2[(m_n^2 - m_p^2 - m_e^2)c^2 - 2m_n E_2]dE_2 \equiv J(E_4)$$

e como:

$$d^3\vec{p}_4 = 4\pi|\vec{p}_4|^2 d|\vec{p}_4| = \frac{4\pi}{c^2}|\vec{p}_4|E_4 dE_4,$$

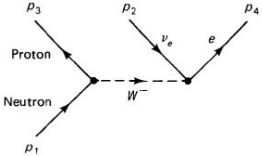
conclui-se que:

$$\frac{d\Gamma}{dE} = \frac{1}{\hbar c^2(4\pi)^3}\left(\frac{g_w}{M_w c}\right)^4 J(E).$$

Decaimento do nêutron

- O decaimento do nêutron:

$$n \to p + e + \overline{\nu}_e$$



A equação:

$$\frac{d\Gamma}{dE} = \frac{1}{\hbar c^2 (4\pi)^3} \left(\frac{g_w}{M_w c} \right)^4 J(E)$$

é exata.
Ela pode ser reduzida à do decaimento do múon:

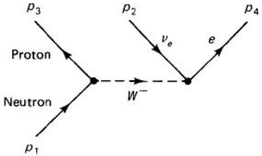
$$\frac{d\Gamma}{dE} = \left(\frac{g_w}{M_w c} \right)^4 \frac{m_\mu^2 E^2}{2\hbar (4\pi)^3} \left(1 - \frac{4E}{3 m_\mu c^2} \right),$$

com $m_n \to m_\mu$, $m_p, m_e \to 0$, mas vejamos $J(E)$ ...

Decaimento do nêutron

- O decaimento do nêutron:

$$n \to p + e + \overline{\nu}_e$$



$$J(E) = \frac{1}{2}(m_n^2 - m_p^2 - m_e^2)c^2(E_+^2 - E_-^2) - \frac{2m_n}{3}(E_+^3 - E_-^3).$$

Definindo-se:

$$\epsilon \equiv \frac{m_n - m_p}{m_n} = 0,0014, \quad \delta \equiv \frac{m_e}{m_n} = 0,0005,$$

$$\eta \equiv \frac{E_4}{m_n c^2} \ (\delta < \eta < \epsilon), \quad \phi \equiv \frac{|\vec{p}_4|}{m_n c} \ (0 < \phi < \eta),$$

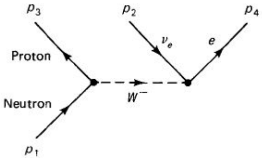
com $\phi^2 = \eta^2 - \delta^2$, expande-se em 1^a ordem (probl. 10.5):

$$J(E) \approx 4m_n^4 c^6 \eta\phi(\epsilon - \eta)^2 = \frac{4}{c^2} E\sqrt{E^2 - m_e^2 c^4}[(m_n - m_p)c^2 - E]^2.$$

Decaimento do nêutron

- O decaimento do nêutron:

$$n \to p + e + \overline{\nu}_e$$

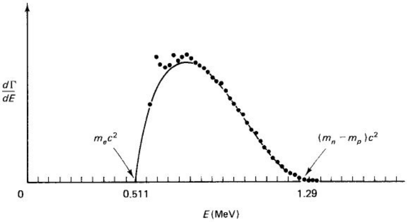


Assim, a distribuição de energias dos elétrons é:

$$\frac{d\Gamma}{dE} = \frac{1}{\pi^3\hbar}\left(\frac{g_w}{2M_w c^2}\right)^4 E\sqrt{E^2 - m_e^2c^4}[(m_n - m_p)c^2 - E]^2,$$

que comparada com os dados experimentais:

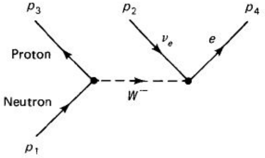
Note os limites: $m_e c^2 < E < (m_n - m_p)c^2$.



Decaimento do nêutron

- O decaimento do nêutron:

$$n \to p + e + \overline{\nu}_e$$



A distribuição de energias dos elétrons é:

$$\frac{d\Gamma}{dE} = \frac{1}{\pi^3 \hbar} \left(\frac{g_w}{2M_w c^2} \right)^4 E \sqrt{E^2 - m_e^2 c^4} [(m_n - m_p)c^2 - E]^2.$$

Integrando-se em E (probl. 10.6), vem:

$$\Gamma = \frac{1}{4\pi^3 \hbar} \left(\frac{g_w}{2M_w c^2} \right)^4 (m_e c^2)^5 \left[\frac{1}{15}(2a^4 - 9a^2 - 8)\sqrt{a^2 - 1} + a \ln(a + \sqrt{a^2 - 1}) \right],$$

onde:

$$a \equiv \frac{m_n - m_p}{m_e}.$$

Substituindo-se os valores numéricos (probl. 10.8):

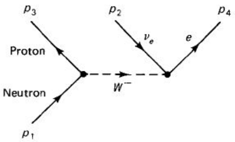
$$\tau = \frac{1}{\Gamma} = 1316 \text{ s}.$$

Decaimento do nêutron

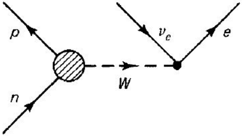
- O decaimento do nêutron:

$$n \to p + e + \overline{\nu}_e$$

O valor obtido foi $\tau = 1316\,\mathrm{s}$, mas o valor experimental do tempo de vida do nêutron é $\tau = 898 \pm 16$ s. A razão disso é termos tratado o nêutron e o próton como pontuais (não sabemos como o W se acopla):



$\to$



e não termos expressada a amplitude em termos dos fatores de forma. Substituindo-se no vértice $n \to p + W$:

$$(1-\gamma^5) \to (c_V - c_A\gamma^5),$$

onde c_V e c_A são as correções devidas à "carga fraca" vetorial e axial, respectivamente. Experimentalmente:

$$c_V = 1,000 \pm 0,003, \quad c_A = 1,26 \pm 0,02,$$

onde $c_V = 1$ é denominada hipótese da "*corrente vetorial conservada* (CVC)" e $c_A \approx 1$ a hipótese da "*corrente axial parcialmente conservada* (PCAC)". O fator de correção na taxa de decaimento é dado por:

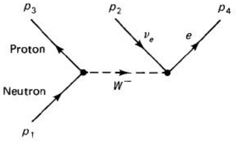
$$\frac{1}{4}(c_V^2 + 3c_A^2) = 1,44 \Rightarrow \tau = \frac{1316\,\mathrm{s}}{1,44} = 914\,\mathrm{s}.$$

Decaimento do nêutron

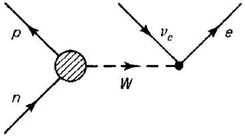
- O decaimento do nêutron:

$$n \to p + e + \overline{\nu}_e$$

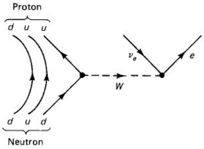
Há ainda uma outra correção, pois o processo em termos dos quarks é $d \to u + W$, com 2 quarks expectadores:



$\to$



$\to$



Neste caso, introduz-se no vértice $d \to u + W$ o fator $\cos\theta_C$, onde:

$$\theta_C = 13,1^o$$

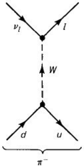
é o ângulo de Cabibo e a correção no tempo de vida do nêutron é:

$$\tau = \frac{914 \text{ s}}{\cos^2\theta_C} = 963 \text{ s}.$$

Decaimento do píon

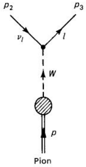
- O decaimento do píon:

$$\pi^- \to l^- + \overline{\nu}_l,$$



onde l é um lepton e $\overline{\nu}_l$ o seu antineutrino.

- O processo pode ser entendido como um espalhamento em que o estado inicial é de quarks que estão ligados, mas o cálculo é complicado e leva, mais cedo ou mais tarde, a um fator $|\psi(0)|^2$ desconhecido;
- Então, é melhor seguir este método: redesenha-se o diagrama com uma bolha no vértice entre o π^- e o W^-. Este acoplamento é *desconhecido*, mas o outro vértice, do acoplamento do lépton l com o W^-, é *conhecido*. A amplitude deve ter a forma geral:



$$\mathcal{M} = \frac{g_w^2}{8(M_W c)^2}[\overline{u}(3)\gamma_\mu(1-\gamma^5)v(2)]F^\mu,$$

onde F^μ é um fator de forma descrevendo a bolha $\pi \to W$, que então deve ser um quadrivetor para contrair-se com o fator do lépton γ_μ. Contudo, o píon tem spin zero e o único quadrivetor associado é o momento p^μ, portanto, F^μ deve ser um escalar vezes ele:

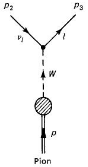
$$F^\mu = f_\pi p^\mu,$$

onde, em princípio, $f_\pi = f(p^2) = f(m_\pi^2 c^2)$ é a *constante de decaimento do píon*.

Decaimento do píon

- O decaimento do píon:

$$\pi^- \to l^- + \overline{\nu}_l$$



- Somando-se sobre os spins da saída:

$$< |\mathcal{M}|^2 >= \left[\frac{f_\pi}{8}\left(\frac{g_w}{M_W c}\right)^2\right]^2 p_\mu p_\nu \, Tr[\gamma^\mu(1-\gamma^5)\not{p}_2\gamma^\nu(1-\gamma^5)(\not{p}_3 + m_l c)] =$$

$$= \frac{1}{8}\left[f_\pi\left(\frac{g_w}{M_W c}\right)^2\right]^2 [2(p\cdot p_2)(p\cdot p_3) - p^2(p_2\cdot p_3)],$$

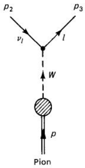
onde $p \equiv p_1 = p_2 + p_3$, de onde:

$$p\cdot p_2 = p_2\cdot p_3, \quad p\cdot p_3 = m_l^2 c^2 + p_2\cdot p_3,$$

$$p^2 = p_2^2 + p_3^2 + 2p_2\cdot p_3, \quad 2p_2\cdot p_3 = (m_\pi^2 - m_l^2)c^2 \quad \Rightarrow$$

$$< |\mathcal{M}|^2 >= \frac{1}{8}\left(\frac{g_w}{M_W c}\right)^4 f_\pi^2 m_l^2(m_\pi^2 - m_l^2), \quad \text{ou seja, uma constante.}$$

Decaimento do píon



- O decaimento do píon:

$$\pi^- \to l^- + \overline{\nu}_l$$

- A taxa de decaimento é:

$$\Gamma = \frac{|\vec{p}_2|}{8\pi\hbar m_\pi^2 c} < |\mathcal{M}|^2 >$$

e com o momento de saída (probl. 3.16):

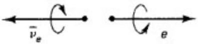
$$|\vec{p}_2| = \frac{c}{2m_\pi}(m_\pi^2 - m_l^2) \quad \Rightarrow \Gamma = \frac{f_\pi^2}{\pi\hbar m_\pi^3}\left(\frac{g_W}{4M_W}\right)^4 m_l^2(m_\pi^2 - m_l^2)^2.$$

- Agora, mesmo sem saber f_π, podemos calcular, por exemplo, a razão:

$$\frac{\Gamma(\pi^- \to e^- + \overline{\nu}_e)}{\Gamma(\pi^- \to \mu^- + \overline{\nu}_\mu)} = \frac{m_e^2(m_\pi^2 - m_e^2)^2}{m_\mu^2(m_\pi^2 - m_\mu^2)^2} = 1,28 \times 10^{-4},$$

cujo valor experimental é $1,23 \times 10^{-4}$, isto é, o modo de decaimento em elétron é bastante suprimido.

- Note que se $m_l \to 0$: $\Gamma \to 0$, pois, neste limite, o "elétron" seria unicamente de mão de direita:



Interações fracas carregadas de quarks

- As interações fracas carregadas entre *léptons* é sempre intragerações:

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix},$$

$$\text{p.ex.: } e^- \to \nu_e + W^-, \quad \mu^- \to \nu_\mu + W^-, \quad \tau^- \to \nu_\tau + W^-$$

- Mas no caso dos quarks, a coisa não é tão simples:

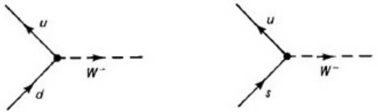
$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix},$$

  - intragerações: $d \to u + W^-$ (no decaimento: $n \to p + e^- + \overline{\nu}_e$);
  - intergerações: $s \to u + W^-$ (no decaimento: $\Lambda \to p + e^- + \overline{\nu}_e$).

Se não houvesse os cruzamentos entre gerações, teríamos as 3 leis de conservação respectivas de cada geração. Ademais, partículas como o K^- (a estranha mais leve), ou o B (a bonita mais leve), seriam estáveis.

Interações fracas carregadas de quarks - Exemplos

- Em 1963, Cabibbo propôs (quando se conhecia, no máximo, u, d e s):



$$\frac{-ig_w}{2\sqrt{2}}\gamma^\mu(1-\gamma^5)\cos\theta_C \qquad \frac{-ig_w}{2\sqrt{2}}\gamma^\mu(1-\gamma^5)\sin\theta_C$$

que estes vértices carregassem os fatores extras: $\sin\theta_C$ e $\cos\theta_C$. Como entre os dois, o vértice $s \to u + W^-$ é o suprimido, o *ângulo de Cabibbo* deve ser pequeno:

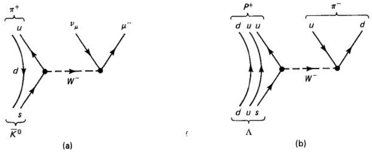
$$\theta_C = 13,1^\circ$$

2. **Decaimento leptônico**:
$K^- \to l^- + \overline{\nu}_l$, onde l é um lépton, tem um vértice $s + \overline{u} \to W^-$, como o da direita. (Analogamente, o decaimento do $\pi^- \to l^- + \overline{\nu}_l$, tem um vértice $d + \overline{u} \to W^-$, como o da esquerda.)
Agora:

$$\Gamma = \frac{f_K^2}{\pi\hbar m_K^3}\left(\frac{g_w}{4M_W}\right)^4 m_l^2(m_K^2 - m_l^2)^2 \Rightarrow$$

$$\frac{\Gamma(K^- \to l^- + \overline{\nu}_l)}{\Gamma(\pi^- \to l^- + \overline{\nu}_l)} = \tan^2\theta_C\left(\frac{m_\pi}{m_K}\right)^3\left(\frac{m_K^2 - m_l^2}{m_\pi^2 - m_l^2}\right)^2$$

Interações fracas carregadas de quarks - Exemplos



(a) $\overline{K}^0 \to \pi^+ + \mu^- + \overline{\nu}_\mu$ é um exemplo de *decaimento semileptônico*;

(b) $\Lambda \to p + \pi^-$ é um exemplo de *decaimento não leptônico*.

3. **Decaimento semileptônico**: Sejam 2 processos com o vértice $d \to u + W^-$:
   - No decaimento $n \to p + e + \overline{\nu}_e$, os estados de sabor ψ_{12} (Cap.5):

$$n = (ud - du)d/\sqrt{2}, \quad d \to u: \quad p = (ud - du)u/\sqrt{2} \Rightarrow (* \cos\theta_C)$$

   - No decaimento $\Sigma^0 \to \Sigma^+ + e + \overline{\nu}_e$:

$$\Sigma^0 = [(us - su)d + (ds - sd)u]/\sqrt{2}, \; d \to u: \; (us - su)u = \sqrt{2}\Sigma^+ \Rightarrow (* \sqrt{2}\cos\theta_C)$$

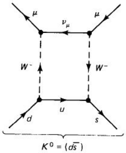
Nestes casos:

$$\Gamma = \frac{1}{30\pi^3\hbar}\left(\frac{g_W}{2M_W c^2}\right)^4 (\Delta mc^2)^5 X^2,$$

onde Δm é a diferença de massa dos bárions e X o fator de Cabibbo (acima).

Interações fracas carregadas de quarks

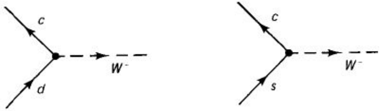
- Consideremos o processo de decaimento do K^0:



$$K^0 \to \mu^+ + \mu^- .$$

  A amplitude deve ser proporcional a $\sin\theta_C \cos\theta_C$. Entretanto, a taxa de decaimento calculada é muito maior que o valor experimental;

- Em 1970, Glashow, Iliopoulos e Maiani (GIM) propuseram uma solução. Eles introduziram um 4° quark (c), cujos acomplamentos são:



$$\frac{-ig_w}{2\sqrt{2}}\gamma^\mu(1-\gamma^5)(-\sin\theta_C) \qquad \frac{-ig_w}{2\sqrt{2}}\gamma^\mu(1-\gamma^5)\cos\theta_C$$

  proporcionais a $-\sin\theta_C$ e $\cos\theta_C$;

- No mecanismo GIM, a amplitude do decaimento do K^0 deve ser proporcional a $-\sin\theta_C \cos\theta_C$.

Interações fracas carregadas de quarks

- O mecanismo Cabibbo-GIM, sugere que, nas interações fracas, os quarks se comportam como misturas de estados:

$$d' = d\cos\theta_C + s\sin\theta_C, \quad s' = -d\sin\theta_C + s\cos\theta_C,$$

ou, em forma matricial:

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta_C & \sin\theta_C \\ -\sin\theta_C & \cos\theta_C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix}.$$

- Os Ws acoplam-se a estados rodados:

$$\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix}$$

ou aos estados físicos:

$$\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u \\ d\cos\theta_C + s\sin\theta_C \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c \\ -d\sin\theta_C + s\cos\theta_C \end{pmatrix}.$$

Assim, $d \to u + W^-$ carrega um fator $\cos\theta_C$ e $s \to u + W^-$ carrega um fator $\sin\theta_C$.

Interações fracas carregadas de quarks

- Posteriormente, Kobayashi e Maskawa generalizaram o mecanismo Cabibbo-GIM para as 3 gerações de quarks:

$$\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} t \\ b' \end{pmatrix},$$

com a *matriz de Kobayashi-Maskawa*:

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{ud} & U_{us} & U_{ub} \\ U_{cd} & U_{cs} & U_{cb} \\ U_{td} & U_{ts} & U_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}.$$

- A matriz tem 9 entradas, que não são todas independentes (probl. 10.14). Ela pode ser reduzida à “forma canônica”, com 3 ângulos generalizados $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$ e 1 fator de fase δ:

$$U = \begin{pmatrix} c_1 & s_1 c_3 & s_1 s_3 \\ -s_1 c_2 & c_1 c_2 c_3 - s_2 s_3 e^{i\delta} & c_1 c_2 s_3 + s_2 c_3 e^{i\delta} \\ -s_1 s_2 & c_1 s_2 c_3 + c_2 s_3 e^{i\delta} & c_1 s_2 s_3 - c_2 c_3 e^{i\delta} \end{pmatrix},$$

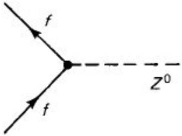
onde $c_i = \cos\theta_i$ e $s_i = \sin\theta_i$.

- Alguns valores obtidos experimentalmente são:

$$|U_{ij}| = \begin{pmatrix} 0,9705 - 0,9770 & 0,21 - 0,24 & 0 - 0,014 \\ 0,21 - 0,24 & 0,971 - 0,973 & 0,036 - 0,070 \\ 0 - 0,024 & 0,036 - 0,069 & 0,997 - 0,999 \end{pmatrix}.$$

Interações fracas neutras

- Em 1958, Bludman sugeriu que devem existir interações neutras fracas, mediada por um bóson neutro, o Z^0:



,

onde f é um lépton ou um quark qualquer, que o mesmo na entrada e na saída do vértice. Não são permitidos vértices como:

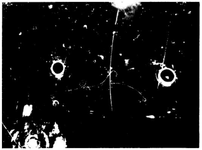
$\mu^- \rightarrow e^- + Z^0$, que viola a conservação dos números leptônicos,

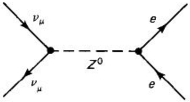
$s \rightarrow d + Z^0$, que viola a conservação da estranheza.

Interações fracas neutras

- Em 1961, Glashow publicou o 1° paper sobre a unificação das interações fraca e eletromagnética. Em 1967, Weinberg e Salam formularam a "*teoria da quebra espontânea de calibre*". E, em 1971, t'Hooft demonstrou que a teoria é renormalizável. As razões teóricas aumentavam, mas em 1973 veio do CERN a primeira evidência experimental, pela reação:

$$\overline{\nu}_\mu + e \rightarrow \overline{\nu}_\mu + e$$





- Os mesmos experimentos obtiveram os processos neutrino-quark correspondentes:

$$\overline{\nu}_\mu + N \rightarrow \overline{\nu}_\mu + X$$

$$\nu_\mu + N \rightarrow \nu_\mu + X$$

As seções de choque são cerca de um terço das interações carregadas respectivas $(\overline{\nu}_\mu + N \rightarrow \mu^+ + X$ e $\nu_\mu + N \rightarrow \mu^- + X)$, indicando que era uma nova interação e não uma correção de ordem maior.

Interações fracas neutras

- Os acoplamentos de quarks e léptons com o $W^{\pm}$ seguem a forma universal "*V-A*", com fatores:

$$\frac{-ig_w}{2\sqrt{2}}\gamma^\mu(1-\gamma^5) \quad \text{(fator de vértice } W^{\pm}\text{)},$$

$$\frac{-ig_z}{2}\gamma^\mu(c_V^f - c_A^f\gamma^5) \quad \text{(fator de vértice } Z^0\text{)},$$

onde g_w é a constante de acoplamento carregada, g_z é a constante de acoplamento neutra e c_V^f e c_A^f são coeficientes que dependem do quark ou do lépton (f) envolvido.

- No modelo GWS, todos esses parâmetros dependem de θ_w, o "*ângulo de mistura fraco*", *ou "ângulo de Weinberg*":

f	c_V	c_A
ν_e, ν_μ, ν_τ	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
e^-, μ^-, τ^-	$-\frac{1}{2} + 2\sin\theta_w$	$-\frac{1}{2}$
u, c, t	$\frac{1}{2} - \frac{4}{3}\sin^2\theta_w$	$\frac{1}{2}$
d, s, b	$-\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\sin^2\theta_w$	$-\frac{1}{2}$

TABLE 10.1 NEUTRAL VECTOR AND AXIAL VECTOR COUPLINGS IN THE GWS MODEL

Além disso:

$$g_w = \frac{g_e}{\sin\theta_w}, \quad g_z = \frac{g_e}{\sin\theta_w \cos\theta_w},$$

onde g_e é a constante de acoplamento eletromagnética (em unidades de e).

- Experimentalmente, obtém-se: $\theta_w = 28,7^\circ \Rightarrow \sin^2\theta_w = 0,23$.

Interações fracas neutras

- O propagador do Z^0 é:

$$\frac{-i(g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu / M_Z^2 c^2)}{q^2 - M_Z^2 c^2},$$

que no caso típico ($q^2 \ll M_Z^2 c^2$) reduz-se a:

$$\frac{-ig_{\mu\nu}}{(M_Z c)^2}$$

- Finalmente, as massas dos $W^\pm$ e Z^0 estão relacionadas (probl. 10.17):

$$M_W = M_Z \cos\theta_W.$$

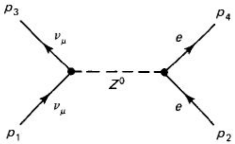
- Em 1983, o grupo de C. Rubia no CERN mediu as massas:

$$M_W = 82 \text{ GeV/c}^2 \text{ e } M_Z = 92 \text{ GeV/c}^2.$$

Interações fracas neutras - Exemplos

4. **Espalhamento elétron-neutrino elástico**: Consideremos a seguinte reação, medidada pelo Z^0, e descrita pelo seguinte diagrama:

$$\nu_\mu + e \to \nu_\mu + e$$



.

A amplitude é:

$$\mathcal{M} = \frac{g_z^2}{8(M_Z c)^2}[\overline{u}(3)\gamma^\mu(1-\gamma^5)u(1)][\overline{u}(4)\gamma_\mu(c_V - c_A\gamma^5)u(2)]$$

e assim:

$$< |\mathcal{M}|^2 >= 2\left(\frac{g_z}{4M_Z c}\right)^4 Tr\{\gamma^\mu(1-\gamma^5)\not{p}_1\gamma^\nu(1-\gamma^5)\not{p}_3\}\times$$

$$\times Tr\{\gamma_\mu(c_V - c_A\gamma^5)(\not{p}_2 + mc)\gamma_\nu(c_V - c_A\gamma^5)(\not{p}_4 + m_\mu c)\} =$$

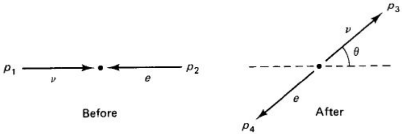
$$= \frac{1}{2}\left(\frac{g_z}{M_Z c}\right)^4\{(c_V+c_A)^2(p_1\cdot p_2)(p_3\cdot p_4)+(c_V-c_A)^2(p_1\cdot p_4)(p_2\cdot p_3)-(mc)^2(c_V^2-c_A^2)(p_1\cdot p_3)\},$$

onde m é a massa do elétron e c_V e c_A são os acoplamentos fracos neutros para o elétron.

Interações fracas neutras - Exemplos

4. **Espalhamento elétron-neutrino elástico**:

No referencial do CM:



e ignorando a massa do elétron ($m \to 0$):

$$< |\mathcal{M}|^2 >= 2\left(\frac{g_z E}{M_Z c^2}\right)^4 \left[(c_V + c_A)^2 + (c_V - c_A)^2 \cos^4\frac{\theta}{2}\right]$$

onde E é a energia do elétron (ou do neutrino) e θ o ângulo de espalhamento. A seção de choque diferencial é:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = 2\left(\frac{\hbar c}{\pi}\right)^2 \left(\frac{g_z}{4M_Z c^2}\right)^4 E^2 \left[(c_V + c_A)^2 + (c_V - c_A)^2 \cos^4\frac{\theta}{2}\right]$$

e a seção de choque total é:

$$\sigma = \frac{2}{3\pi}(\hbar c)^2 \left(\frac{g_z}{2M_Z c^2}\right)^4 E^2 (c_V^2 + c_A^2 + c_V c_A).$$

Substituindo-se os valores da tabela e comparando-se com o exemplo 1, vem:

$$\frac{\sigma(\nu_\mu + e^- \to \nu_\mu + e^-)}{\sigma(\nu_\mu + e^- \to \nu_\mu + \mu^-)} = \frac{1}{4} - \sin^2\theta_w + \frac{2}{3}\sin^4\theta_w = 0,09$$

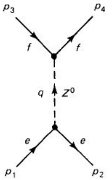
e o valor experimental é de $0,08$ ($\sim 10\%$).

Interações fracas neutras - Exemplos

5. **Espalhamento elétron-pósitron próximo do pólo do Z^0:**

Consideremos a seguinte reação:

$$e^+ + e^- \to f + \overline{f}$$



onde f é um quark ou lépton qualquer (com $m_f \ll M_Z$).
Neste caso, usaremos o propagador não aproximado, pois estamos interessados no regime $q^2 \sim (M_Z c)^2$. A amplitude é:

$$\mathcal{M} = -\frac{g_z^2}{4(q^2 - (M_Z c)^2)}[\overline{u}(4)\gamma^\mu(c_V^f - c_A^f\gamma^5)v(3)]\left(g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{(M_Z c)^2}\right)[\overline{v}(2)\gamma^\nu(c_V^e - c_A^e\gamma^5)u(1)],$$

onde $q = p_1 + p_2 = p_3 + p_4$.
Trabalhando na vizinhança de 90 GeV, podemos ignorar as massas do lépton e do quark. Neste caso, o 2° termo do propagador não contribui em nada e, pois da contração $q_\mu\gamma^\mu$, vem o fator:

$$\overline{u}(4)\not{q}(c_V - c_A\gamma^5)v(3),$$

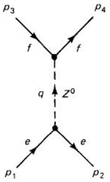
mas $\not{q} = \not{p}_3 + \not{p}_4$ e $\overline{u}(4)\not{p}_4 = 0$ (da eq. de Dirac para $m = 0$) e, ainda, pela mesma razão:

$$\not{p}_3(c_V - c_A\gamma^5)v(3) = (c_V - c_A\gamma^5)\not{p}_3 v(3) = 0.$$

Interações fracas neutras - Exemplos

5. **Espalhamento elétron-pósitron próximo do pólo do Z^0:**

$$e^+ + e^- \to f + \overline{f}$$



,

Assim:

$$\mathcal{M} = -\frac{g_z^2}{4[q^2 - (M_Z c)^2]}[\overline{u}(4)\gamma^\mu(c_V^f - c_A^f\gamma^5)v(3)][\overline{v}(2)\gamma_\mu(c_V^e - c_A^e\gamma^5)u(1)]$$

e segue-se que:

$$< |\mathcal{M}|^2 >= \left[\frac{g_z^2}{8(q^2 - (M_Z c)^2)}\right]^2 Tr\{\gamma^\mu(c_V^f - c_A^f\gamma^5)\not{p}_3\gamma^\nu(c_V^f - c_A^f\gamma^5)\not{p}_4\}\times$$

$$\times Tr\{\gamma_\mu(c_V^e - c_A^e\gamma^5)\not{p}_1\gamma_\nu(c_V^e - c_A^e\gamma^5)\not{p}_2\}.$$

Calculando-se os traços ... o primeiro é:

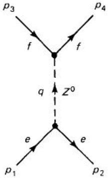
$$(c_V^2 + c_A^2)[p_3^\mu p_4^\nu + p_3^\nu p_4^\mu - g^{\mu\nu}(p_3 \cdot p_4)] - 2ic_V c_A \epsilon^{\mu\nu\lambda\sigma} p_{3_\sigma} p_{4_\sigma}$$

e o segundo tem formato análogo.

Interações fracas neutras - Exemplos

5. **Espalhamento elétron-pósitron próximo do pólo do Z^0:**

$$e^+ + e^- \to f + \overline{f}$$



Assim:

$$< |\mathcal{M}|^2 >= \frac{1}{2}\left[\frac{g_z^2}{q^2-(M_Z c)^2}\right]^2 \left\{[(c_V^f)^2+(c_A^f)^2][(c_V^e)^2+(c_A^e)^2] \times \right.$$

$$\left. \times\, [(p_1\cdot p_3)(p_2\cdot p_4)+(p_1\cdot p_4)(p_2\cdot p_3)] + 4c_V^f c_A^f c_V^e c_A^e[(p_1\cdot p_3)(p_2\cdot p_4)-(p_1\cdot p_4)(p_2\cdot p_3)]\right\},$$

que no CM reduz-se a:

$$< |\mathcal{M}|^2 >= \left[\frac{g_z^2 E^2}{(2E)^2-(M_Z c^2)^2}\right]^2 \left\{[(c_V^f)^2+(c_A^f)^2][(c_V^e)^2+(c_A^e)^2](1+\cos^2\theta) - 8c_V^f c_A^f c_V^e c_A^e\cos\theta\right\},$$

onde E é a energia do elétron (ou do férmion) e θ o ângulo de espalhamento. A seção de choque diferencial é:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{\hbar c g_z^2 E}{16\pi[(2E)^2-(M_Z c^2)^2]}\right)^2 \left\{[(c_V^f)^2+(c_A^f)^2][(c_V^e)^2+(c_A^e)^2](1+\cos^2\theta) - 8c_V^f c_A^f c_V^e c_A^e\cos\theta\right\}$$

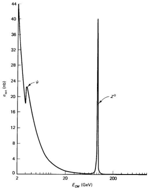
E a seção de choque total é:

$$\sigma = \frac{1}{3\pi}\left(\frac{\hbar c g_z^2 E}{4[(2E)^2-(M_Z c^2)^2]}\right)^2 [(c_V^f)^2+(c_A^f)^2][(c_V^e)^2+(c_A^e)^2].$$

Interações fracas neutras - Exemplos

5. **Espalhamento elétron-pósitron próximo do pólo do Z^0:**

$$e^+ + e^- \to f + \overline{f}$$



,

$$\sigma = \frac{1}{3\pi}\left(\frac{\hbar c g_z^2 E}{4[(2E)^2 - (M_Z c^2)^2]}\right)^2 [(c_V^f)^2 + (c_A^f)^2][(c_V^e)^2 + (c_A^e)^2].$$

Note que há um pólo em $2E = M_Z c^2$. O problema vem de termos tratado o Z^0 como estável, mas ele tem um tempo de vida τ_Z. Alterando o propagador:

$$\frac{1}{q^2 - (M_Z c)^2} \to \frac{1}{q^2 - (M_Z c)^2 + i\hbar M_Z \Gamma_Z},$$

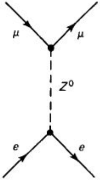
onde $\Gamma_Z = 1/\tau_Z$ é a taxa de decaimento. A seção de choque diferencial fica:

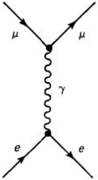
$$\sigma = \frac{(\hbar c g_z^2 E)^2}{48\pi}\frac{[(c_V^f)^2 + (c_A^f)^2][(c_V^e)^2 + (c_A^e)^2]}{[(2E)^2 - (M_Z c^2)^2]^2 + (\hbar \Gamma_Z M_Z c^2)^2},$$

o que ameniza o pico na vizinhança do pólo do Z^0.

Interações fracas neutras - Exemplos

5. **Espalhamento elétron-pósitron próximo do pólo do Z^0:**





$$e^+ + e^- \to f + \overline{f}$$

No capítulo 8, calculamos o mesmo processo medidado por um fóton:

$$\sigma = \frac{(\hbar c g_z^2 E)^2}{48\pi}\frac{(Q^f)^2}{E^2},$$

onde Q^f é a carga de f em unidades de e.
Então, a razão:

$$\frac{\sigma(e^+e^- \to Z^0 \to \mu^+\mu^-)}{\sigma(e^+e^- \to \gamma \to \mu^+\mu^-)} = \overbrace{\left\{\frac{(1/2 - 2\sin^2\theta_W + 4\sin^4\theta_W)^2}{(\cos\theta_W \sin\theta_W)^4}\right\}}^{\sim 2} \times \frac{E^4}{[(2E)^2 - (M_Z c^2)^2]^2 + (\hbar\Gamma_Z M_Z c^2)^2},$$

Agora, bem abaixo do pólo ($2E \ll M_Z c^2$), o processo eletromagnético é dominante:

$$\frac{\sigma_Z}{\sigma_\gamma} \approx 2\left(\frac{E}{M_Z c^2}\right)^4 \ll 1$$

e, em cima do pólo ($2E = M_Z c^2$), o processo fraco é dominante:

$$\frac{\sigma_Z}{\sigma_\gamma} \approx \frac{1}{8}\left(\frac{M_Z c^2}{\hbar\Gamma_Z}\right) \gg 1.$$

Unificação eletrofraca

1) Estados quirais de férmions

- O intuito original de Glashow, em 1961, era *unificar* as interações eletromagnéticas e fraca.
  - Primeiro, havia (há) uma grande disparidade das intensidades, mas isto poderia ser explicado pelos mediadores massivos da força fraca;
  - O que leva à segunda questão: por que o medidador eletromagnético (γ) é sem massa enquanto que os da força fraca ($W^{\pm}$ e Z^0) são tão pesados? A solução de Weinberg e Salam foi, em 1967, de considerar o "*mecanismo de Higgs*";
  - Finalmente, há uma diferença estrutural nos vértices das interações eletromagnéticas (γ^{μ}, vetorial) e fraca ($\gamma^{\mu}(1-\gamma^5)$, vetorial-axial).
- A última dificuldade é resolvida com a absorção da matriz $(1-\gamma^5)$ dentro do spinor:

$$u_L(p) \equiv \frac{(1-\gamma^5)}{2} u(p),$$

onde o subscrito L indica "*mão esquerda*", mas nem sempre u_L é um autoestado de helicidade ...

Unificação eletrofraca

- Pode-se mostrar que (probl. 10.23):

$$\gamma^5 u(p) = \begin{pmatrix} \frac{c(\vec{p}\cdot\vec{\sigma})}{E+mc^2} & 0 \\ 0 & \frac{c(\vec{p}\cdot\vec{\sigma})}{E-mc^2} \end{pmatrix} u(p).$$

Se a partícula em questão é sem massa, então $E = |\vec{p}|c$[1], e, como antes:

$$\gamma^5 u(p) = (\hat{p}\cdot\vec{\Sigma})u(p), \quad \text{onde } \vec{\Sigma} = \begin{pmatrix} \vec{\sigma} & 0 \\ 0 & \vec{\sigma} \end{pmatrix}.$$

Agora, $\frac{\hbar}{2}\vec{\Sigma}$ é a matriz de spin para partículas de Dirac, então $(\hat{p}\cdot\vec{\Sigma})$ é a helicidade, com autovalores ± 1. De acordo:

$$\frac{1}{2}(1-\gamma^5)u(p) = \left\{ \begin{array}{ll} 0, & \text{se } u(p) \text{ tem } h = +1 \\ u(p), & \text{se } u(p) \text{ tem } h = -1 \end{array} \right\} \quad \text{(somente para } m = 0\text{)},$$

ou seja, $\frac{1}{2}(1-\gamma^5)$ é um "*operador de projeção*", pegando somente a componente de $u(p)$ com helicidade -1.

  - Por isso, todo mundo chama u_L de um estado de mão esquerda.

[1] Se a partícula tiver massa $E \approx |\vec{p}|c$ no regime ultrarrelativístico ($E \gg mc^2$).

Unificação eletrofraca

- Enquanto que, para uma antipartícula com $m = 0$ (probl. 10.23):

$$\gamma^5 v(p) = -(\hat{p}\cdot\vec{\Sigma})v(p).$$

Por isso, define-se:

$$v_L(p) \equiv \frac{(1+\gamma^5)}{2} v(p).$$

- Os spinores de "*mão direita*" correspondentes são:

$$u_R(p) \equiv \frac{(1+\gamma^5)}{2} u(p), \quad v_R(p) \equiv \frac{(1-\gamma^5)}{2} v(p).$$

- E os spinores adjuntos são:

$$\overline{u}_L = u_L^\dagger \gamma^0 = u^\dagger \frac{(1-\gamma^5)}{2}\gamma^0 = u^\dagger \gamma^0 \frac{(1+\gamma^5)}{2} = \overline{u}\frac{(1+\gamma^5)}{2},$$

pois γ^5 é hermitiana ($\gamma^{5\dagger} = \gamma^5$) e anticomuta com γ^μ ($\gamma^5\gamma^\mu = -\gamma^\mu\gamma^5$),

$$\overline{v}_L = \overline{v}\frac{(1-\gamma^5)}{2},$$

$$\overline{u}_R = \overline{u}\frac{(1-\gamma^5)}{2},$$

$$\overline{v}_R = \overline{v}\frac{(1+\gamma^5)}{2}.$$

Estes são os spinores "*quirais*" dos férmions.

TABLE 10.2 CHIRAL SPINORS

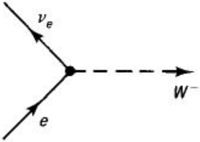
Particles	Antiparticles
$u_L = \frac{1}{2}(1-\gamma^5)u$	$v_L = \frac{1}{2}(1+\gamma^5)v$
$u_R = \frac{1}{2}(1+\gamma^5)u$	$v_R = \frac{1}{2}(1-\gamma^5)v$
$\bar{u}_L = \bar{u}\frac{1}{2}(1+\gamma^5)$	$\bar{v}_L = \bar{v}\frac{1}{2}(1-\gamma^5)$
$\bar{u}_R = \bar{u}\frac{1}{2}(1-\gamma^5)$	$\bar{v}_R = \bar{v}\frac{1}{2}(1+\gamma^5)$

R and L correspond to helicity $+1$ and -1 if $m = 0$, and *approximately* so if $E \gg mc^2$.

Unificação eletrofraca - Exemplo

- Consideremos o seguinte vértice:

$$e \to \nu_e + W^-$$



cujo fator na amplitude $\mathcal{M}$ é:

$$j_\mu^- = \overline{\nu}\gamma_\mu \left(\frac{1-\gamma^5}{2}\right) e,$$

conhecido como "*corrente*" fraca (negativamente carregada).
Calculemos:

$$\left(\frac{1-\gamma^5}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}[1 - 2\gamma^5 + (\gamma^5)^2] = \left(\frac{1-\gamma^5}{2}\right), \quad \gamma_\mu \left(\frac{1-\gamma^5}{2}\right) = \left(\frac{1+\gamma^5}{2}\right)\gamma_\mu$$

$$\Rightarrow \gamma_\mu \left(\frac{1-\gamma^5}{2}\right) = \gamma_\mu \left(\frac{1-\gamma^5}{2}\right)^2 = \left(\frac{1+\gamma^5}{2}\right)\gamma_\mu \left(\frac{1-\gamma^5}{2}\right)$$

Assim, em termos dos spinores quirais:

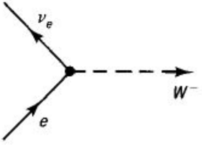
$$j_\mu^- = \overline{\nu}\gamma_\mu \left(\frac{1-\gamma^5}{2}\right) e = \overline{\nu}\left(\frac{1+\gamma^5}{2}\right)\gamma_\mu \left(\frac{1-\gamma^5}{2}\right) e \Rightarrow \boxed{j_\mu^- = \overline{\nu}_L \gamma_\mu e_L}.$$

Desta forma, o fator de vértice é puramente *vetorial*, mas acopla somente elétrons de mão esquerda com neutrinos de mão esquerda.

Unificação eletrofraca - Exemplo

- Consideremos o seguinte vértice:

$$e \to \nu_e + W^-$$



.

Note, agora, que:

$$u = \left(\frac{1-\gamma^5}{2}\right) u + \left(\frac{1+\gamma^5}{2}\right) u = u_L + u_R.$$

Analogamente: $\overline{u} = \overline{u}_R + \overline{u}_L$.

Já a corrente eletromagnética, em termos dos spinores quirais, é:

$$j_\mu^{em} = -\overline{e}\gamma_\mu e = -(\overline{e}_L + \overline{e}_R)\gamma_\mu(e_L + e_R) = -\overline{e}_L\gamma_\mu e_L - \overline{e}_R\gamma_\mu e_R,$$

pois os termos cruzados se cancelam:

$$\overline{e}_L\gamma_\mu e_R = \overline{e}\left(\frac{1+\gamma^5}{2}\right)\gamma_\mu\left(\frac{1+\gamma^5}{2}\right) e = \overline{e}\gamma_\mu\left(\frac{1-\gamma^5}{2}\right)\left(\frac{1+\gamma^5}{2}\right) e =$$

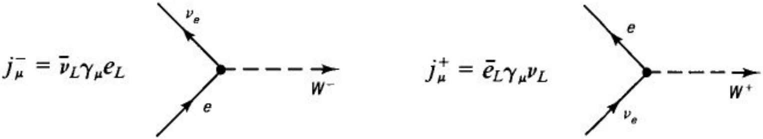
$$= \frac{1}{4}\overline{e}\gamma_\mu(1-\gamma^5)(1+\gamma^5)e = \frac{1}{4}\overline{e}\gamma_\mu[\cancel{1-(\gamma^5)^2}]e = 0$$

Desta forma, nesta teoria unificada, a corrente fraca acopla-se somente com os estados de mão esquerda, enquanto que a eletromagnética com ambos os estados.

Unificação eletrofraca

2) Isospin e hipercarga fracos

- Além do vértice de corrente fraca negativamente carregada, há também a positivamente carregada:



$$e^- \to \nu_e + W^-, \qquad \nu_e \to e^- + W^+.$$

- Vamos introduzir o dubleto de mão esquerda e 2 matrizes 2×2, respectivamente:

$$\chi_L = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L, \quad \tau^+ = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau^- = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},$$

tais que:

$$j_\mu^\pm = \overline{\chi}_L \gamma_\mu \tau^\pm \chi_L.$$

As matrizes $\tau^\pm$ são combinações lineares das primeiras 2 matrizes de spin de Pauli:

$$\tau^\pm = \frac{1}{2}(\tau^1 \pm i\tau^2).$$

  - Note a analogia com o *isospin*.

Unificação eletrofraca

- Poderíamos completar a simetria de "*isospin fraco*" se houvesse a terceira corrente fraca:

$$\frac{1}{2}\tau^3 = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix},$$

tal que:

$$j^3_\mu = \overline{\chi}_L \gamma_\mu \frac{1}{2}\tau^3 \chi_L = \frac{1}{2}\overline{\nu}_L \gamma_\mu \nu_L - \frac{1}{2}\overline{e}_L \gamma_\mu e_L,$$

mas esta é puramente de mão esquerda ($V - A$) e a corrente neutra envolve uma componente de mão direita também.

- Vamos introduzir a *hipercarga*, analogamente:

$$Q = I^3 + \frac{1}{2}Y,$$

onde Q é a carga em unidades de e e I^3 é a terceira componente do isospin. Introduzimos, então, a corrente de "*hipercarga fraca*":

$$j^Y_\mu = 2j^{em}_\mu - 2j^3_\mu = -2\overline{e}_R \gamma_\mu e_R - \overline{e}_L \gamma_\mu e_L - \overline{\nu}_L \gamma_\mu \nu_L,$$

que é um invariante de isospin fraco, assim como a componente puramente de mão esquerda:

$$\overline{e}_L \gamma_\mu e_L + \overline{\nu}_L \gamma_\mu \nu_L = \overline{\chi}_L \gamma_\mu \tau^{\pm} \chi_L.$$

Unificação eletrofraca

- A simetria em questão é denominada $SU(2)_L \otimes U(1)$, onde $SU(2)_L$ refere-se ao isospin fraco e $U(1)$ à hipercarga fraca;
- Podemos estender a teoria também para as outras gerações de léptons e quarks:

$$\chi_L \to \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} t \\ b' \end{pmatrix}_L.$$

Com eles, construímos as 3 correntes de isospin:

$$\vec{j}_\mu = \frac{1}{2}\overline{\chi}_L \gamma_\mu \vec{\tau} \chi_L, \quad j_\mu^Y = 2j_\mu^{em} - 2j_\mu^3,$$

onde:

$$j_\mu^{em} = \sum_{i=1}^{2} Q_i(\overline{u}_{iL}\gamma_\mu u_{iL} + \overline{u}_{iR}\gamma_\mu u_{iR}),$$

com soma sobre as partículas do dubleto.

Unificação eletrofraca

3) Mistura eltrofraca

- O modelo GWS afirma que as 3 correntes de isospin fracas acoplam-se, com intensidade g_w, com um isotripleto fraco de bósons vetoriais intermediários, $\vec{W}$, enquanto que a corrente de hipercarga fraca acopla-se, com intensidade $g'/2$, com um bóson vetorial intermediário de um isossingleto, B:

$$-i\left[g_w \vec{j}_\mu \cdot \vec{W}^\mu + \frac{g'}{2} j_\mu^Y B^\mu\right].$$

  - Dentro desta estrutura teórica está contida toda a eletrodinâmica e as interações fracas.

Explicitando o produto:

$$\vec{j}_\mu \cdot \vec{W}^\mu = j_\mu^1 W^{\mu 1} + j_\mu^2 W^{\mu 2} + j_\mu^3 W^{\mu 3}, \quad \text{com } j_\mu^\pm = j_\mu^1 \pm i\, j_\mu^2,$$

ou:

$$\vec{j}_\mu \cdot \vec{W}^\mu = (j_\mu^+ W^{\mu +} + j_\mu^- W^{\mu -})/\sqrt{2} + j_\mu^3 W^{\mu 3}, \quad \text{com } W_\mu^\pm = (W_\mu^1 \mp i\, W_\mu^2)/\sqrt{2},$$

onde estas são as funções de onda que representam as partículas $W^\pm$.

Unificação eletrofraca

- Acoplamento com os $W^\pm$:
  P.ex., no processo: $e^- \to \nu_e + W^-$, temos $j^-_\mu = \overline{\nu}_L \gamma_\mu e_L = \overline{\nu}\gamma_\mu[(1-\gamma^5)/2]e$, dando um termo:

$$-i\frac{g_w}{\sqrt{2}} j^-_\mu W^{\mu -} = -i\frac{g_w}{2\sqrt{2}}[\overline{\nu}\gamma_\mu(1-\gamma^5)e]W^{\mu -}$$

  e o fator de vértice é o mesmo de partida (eq. 10.5):

$$-i\frac{g_w}{2\sqrt{2}}\gamma_\mu(1-\gamma^5).$$

- Entretanto, a simetria $SU(2)_L \otimes U(1)$ é *quebrada* na teoria GWS: os 2 estados neutros, W^3 e B, misturam-se, produzindo um estado sem massa (γ) e um massivo (W^0):

$$A_\mu = B_\mu \cos\theta_w + W^3_\mu \sin\theta_w,$$

$$Z_\mu = -B_\mu \sin\theta_w + W^3_\mu \cos\theta_w.$$

  Em termos dos estados físicos, a parte neutra das interações eletrofracas é:

$$-i\left[g_w j^3_\mu W^{\mu 3} + \frac{g'}{2} j^Y_\mu B^\mu\right] = -i\left\{\left[g_w \sin\theta_w j^3_\mu + \frac{g'}{2}\cos\theta_w j^Y_\mu\right]A^\mu + \left[g_w \cos\theta_w j^3_\mu - \frac{g'}{2}\sin\theta_w j^Y_\mu\right]Z^\mu\right\}$$

Unificação eletrofraca

- Como o acoplamento eletromagnético é:

$$-ig_e j_\mu^{em} A^\mu$$

e estamos vendo que: $j_\mu^{em} = j_\mu^3 + \frac{1}{2} j_\mu^Y$, a consistência entre a QED e a teoria eletrofraca, requer que:

$$g_w \sin\theta_w = g' \cos\theta_w = g_e$$

e as constantes de acoplamento eletromagnética e fraca não são independentes.

- E para o acoplamento do Z^0:

$$-ig_z(j_\mu^3 - \sin^2\theta_w j_\mu^{em})Z^\mu, \quad \text{onde } g_z = \frac{g_e}{\sin\theta_w \cos\theta_w}.$$

P.ex., o processo $\nu_e \to \nu_e + Z^0$ vem exclusivamente do termo j_μ^3, assim:

$$-i\frac{g_z}{2}(\overline{\nu}_L \gamma_\mu \nu_L) Z^\mu = -\frac{ig_z}{2}\left[\overline{\nu}\gamma_\mu \left(\frac{1-\gamma^5}{2}\right)\nu\right] Z^\mu$$

e os acoplamentos vetorial e axial são $c_V^\nu = c_A^\nu = \frac{1}{2}$ (probl. 10.26).

  - As questões sobre o *por quê* de haver a quebra da simetria $SU(2)_L \otimes U(1)$, isto é:

$$B, W^3 \xrightarrow{?} \gamma, Z^0$$

  e o *por quê* das massas dos medidadores fracos $(W^\pm, Z^0)$ serem tão grandes serão tratadas no último capítulo.