

Oscilações de neutrinos

Física de Partículas Elementares - I

Prof. Marcelo A. Leigui de Oliveira

Centro de Ciências Naturais e Humanas
Universidade Federal do ABC
Av. dos Estados, 5001
09210-580 Santo André-SP

2 de maio de 2023



Universidade Federal do ABC

O problema dos neutrinos solares

- No final da década de 90, experimentos mostraram que os neutrinos oscilam:

$$\nu_e \leftrightarrow \nu_\mu,$$

o que implica que os neutrinos têm massa e que os números leptônicos isolados (L_e , L_μ e L_τ) não são conservados;

- A oscilação resolveu o problema dos neutrinos solares e sugeriu pequenas mudanças no modelo padrão (MP).

O problema dos neutrinos solares:

- Lord Rayleigh (séc. XIX) calculou a idade do Sol, supondo que a energia gravitacional era liberada na forma de radiação, mas ele obteve um valor muito menor que a idade da Terra, estimada por geólogos;
- Após a descoberta da radiatividade (Becquerel, Curie, ...) foi sugerido que a energia do Sol poderia ter origem na fissão nuclear e o Sol poderia ser muito mais velho. Mas o Sol só aparentava ter hidrogênio e alguns elementos leves (certamente nenhum urânio ou rádio);
- Em 1920, Aston fez medidas acuradas de pesos atômicos e Eddington notou que:

$$4m(\text{H}) > m(^4\text{He}) \Rightarrow E = \Delta mc^2 > 0$$

e sugeriu a fusão nuclear como o processo que dá potência para o Sol;

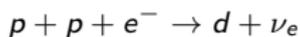
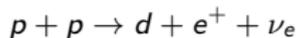
- Anos 1930s: Chadwick descobre o nêutron e Pauli inventa o neutrino.

O problema dos neutrinos solares

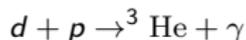
- Em 1938, Hans Bethe trabalhou nos detalhes:

A cadeia pp:

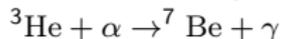
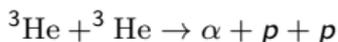
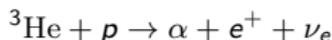
Passo 1) dois prótons fazem um dêuteron:



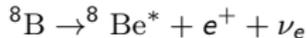
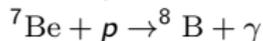
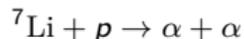
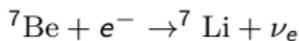
Passo 2) um dêuteron e um próton fazem o ${}^3\text{He}$:



Passo 3) o ${}^3\text{He}$ faz uma partícula alfa ou o ${}^7\text{Be}$:



Passo 4) o ${}^7\text{Be}$ faz partículas alfa:



O problema dos neutrinos solares

- Como sabemos o que ocorre dentro do Sol? Os fótons espalham-se múltiplamente e levam **milhares de anos** para saírem do Sol, mas os **neutrinos**, não: eles emergem praticamente sem espalhamento do núcleo do Sol.
 - ▶ ν s são a prova perfeita para se estudar o interior das estrelas.
- Há 5(+1) canais de produção de ν (2 do ${}^7\text{Be}$: 0,38 MeV e 0,86 MeV):

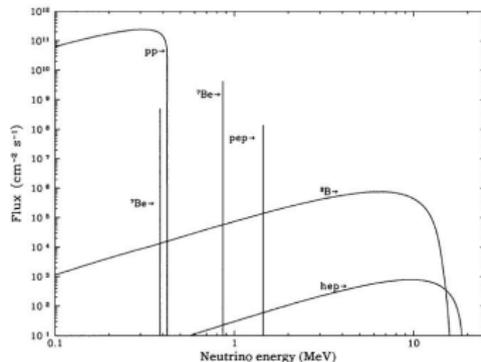
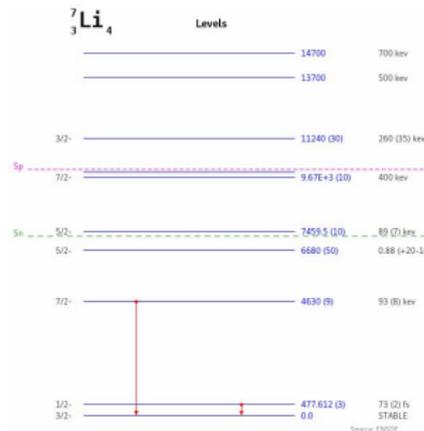


Fig. 11.2 The calculated energy spectra for solar neutrinos. (Source: J. N. Bahcall, A.M. Serenelli, and S. Basu, *Astrophysical Journal* **621**, L85 (2005).)



- Em 1968, R. Davis et al. reportaram na mina Homestake (Dakota do Sul), a primeira observação de ν solares:

$$\nu_e + {}^{37}\text{Cl} \rightarrow {}^{37}\text{Ar} + e,$$
 com uma taxa de apenas 1/3 da prevista: o *problema dos neutrinos solares*.

Oscilações de neutrinos

- Inicialmente, pensou-se que o experimento estava errado:

- ▶ 33 átomos de argônio em 615 toneladas cúbicas de tetracloroetileno.

Mas outros experimentos confirmaram o déficit e o problema dos neutrinos solares foi retomado seriamente.

- Em 1968, B. Pontecorvo propôs uma explicação: os ν s eram convertidos no voo em outras espécies não sensíveis nos experimentos, este é o mecanismo da *oscilação de neutrinos*. Teoricamente, eles são estados quânticos mistos. Considerando-se apenas 2 tipos:

$$|\nu\rangle = \alpha|\nu_e\rangle + \beta|\nu_\mu\rangle.$$

Se eles puderem oscilar ($\nu_e \leftrightarrow \nu_\mu$) espontaneamente, então nenhum deles é um autoestado da hamiltoniana, mas os verdadeiros autoestados são:

$$\nu_1 = \cos\theta \nu_\mu - \sin\theta \nu_e; \quad \nu_2 = \sin\theta \nu_\mu + \cos\theta \nu_e.$$

Oscilações de neutrinos

- Pela equação de Schrödinger, evolução temporal de cada autoestado vai com $e^{-iEt/\hbar}$:

$$\nu_1(t) = \nu_1(0)e^{-iE_1t/\hbar}; \quad \nu_2(t) = \nu_2(0)e^{-iE_2t/\hbar}.$$

Suponha o estado inicial um ν_e :

$$\begin{aligned} \nu_e(0) = 1, \nu_\mu(0) = 0 &\Rightarrow \nu_1(0) = -\sin\theta, \nu_2(0) = \cos\theta \Rightarrow \\ \Rightarrow \nu_1(t) = -\sin\theta e^{-iE_1t/\hbar}, \nu_2(t) = \cos\theta e^{-iE_2t/\hbar}. \end{aligned}$$

Invertendo-se a combinação linear para ν_μ , vem:

$$\nu_\mu(t) = \cos\theta \nu_1(t) + \sin\theta \nu_2(t) = \sin\theta \cos\theta (-e^{-iE_1t/\hbar} + e^{-iE_2t/\hbar}).$$

De onde calculamos a probabilidade do ν_e ser convertido num ν_μ , depois de um tempo t :

$$\begin{aligned} |\nu_\mu(t)|^2 &= (\sin\theta \cos\theta)^2 (e^{-iE_2t/\hbar} - e^{-iE_1t/\hbar})(e^{iE_2t/\hbar} - e^{iE_1t/\hbar}) = \\ &= \frac{\sin^2(2\theta)}{4} [1 - e^{i(E_2-E_1)t/\hbar} - e^{-i(E_2-E_1)t/\hbar} + 1] = \\ &= \frac{\sin^2(2\theta)}{4} \left[2 - 2 \cos \frac{(E_2 - E_1)t}{\hbar} \right] = \frac{\sin^2(2\theta)}{4} \cancel{4} \sin^2 \left[\frac{(E_2 - E_1)t}{2\hbar} \right] \Rightarrow \\ P_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu} &= \sin^2(2\theta) \sin^2 \left[\frac{(E_2 - E_1)t}{2\hbar} \right], \end{aligned}$$

que representa, na verdade, a probabilidade da oscilação $P_{\nu_e \leftrightarrow \nu_\mu}$.

Oscilações de neutrinos

- Nessa teoria, ν_e e ν_μ não têm energia bem definida, os *autoestados de massa* são ν_1 e ν_2 .
Como:

$$E^2 = |\vec{p}|^2 c^2 + m^2 c^4 = |\vec{p}|^2 c^2 \left(1 + \frac{m^2 c^2}{|\vec{p}|^2} \right) \Rightarrow$$

$$E \approx |\vec{p}| c \left(1 + \frac{m^2 c^2}{2|\vec{p}|^2} \right) = \left(|\vec{p}| c + \frac{m^2 c^3}{2|\vec{p}|} \right).$$

De onde:

$$E_2 - E_1 \approx \frac{m_2^2 c^3 - m_1^2 c^3}{2|\vec{p}|} \approx \frac{(m_2^2 - m_1^2) c^4}{2E}$$

Assim:

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu} = \left\{ \sin(2\theta) \sin \left[\frac{(m_2^2 - m_1^2) c^4}{4\hbar E} t \right] \right\}^2,$$

que em termos da distância $z \approx ct$ é:

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu} = \left\{ \sin(2\theta) \sin \left[\frac{(m_2^2 - m_1^2) c^3}{4\hbar E} z \right] \right\}^2.$$

A probabilidade atinge um máximo após a distância:

$$L = \frac{2\pi\hbar E}{(m_2^2 - m_1^2) c^3}$$

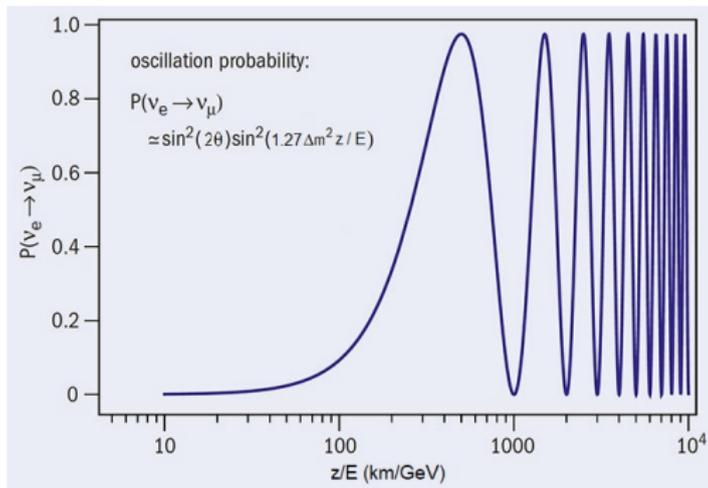
e após $2L$ todos voltam a ser ν_e .

Oscilações de neutrinos

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu} = \left\{ \sin(2\theta) \sin \left[\frac{\Delta m^2 c^4}{4\hbar c} \frac{z}{E} \right] \right\}^2.$$

Ademais:

$$\frac{\Delta m^2 c^4}{4\hbar c} \frac{z}{E} = \frac{(\Delta mc^2)^2 [\text{eV}^2]}{4 \cdot 197 [\text{eV} \cdot \text{nm}]} \frac{z}{E} = \frac{(\Delta mc^2)^2 [10^{-9} \text{ GeV}]}{4 \cdot 197 [10^{-12} \text{ km}]} \frac{z}{E} = 1,269 \Delta m^2 \frac{z [\text{km}]}{E [\text{GeV}]}$$



► Note que para haver a oscilação $\Delta m^2 \neq 0$ e, em particular, $m_1, m_2 \neq 0$.

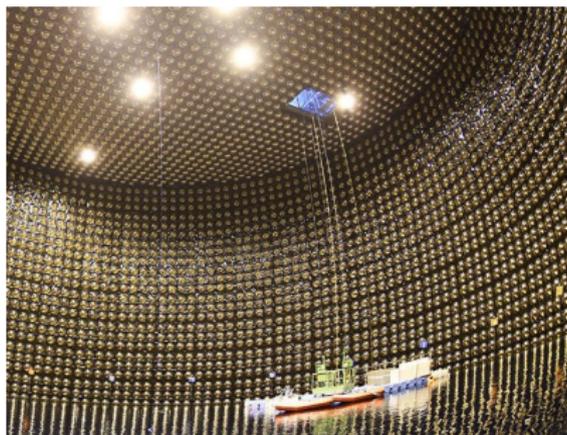
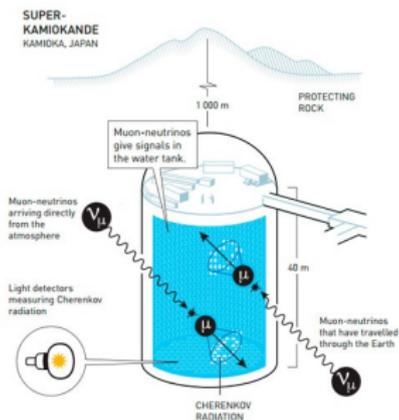
A confirmação

- Em 2001, a colaboração Super-Kamiokande (Super-K) apresentou resultados sobre os neutrinos solares.
- O Super-K está localizado a 1 km abaixo da terra numa mina na cidade de Hida (antiga Kamioka), no Japão, consiste de 50 mil toneladas de água pura rodeada por cerca de 11.200 tubos fotomultiplicadores (PMTs) e utiliza água pura como material sensível (tanque Cherenkov). Neutrinos de qualquer tipo são detectados, via espalhamento elástico:

$$\nu + e \rightarrow \nu + e,$$

porém, com eficiência 6,5 vezes maior para ν_e .

- Observou-se do 45% do um fluxo esperado *assumindo-se* ν_{eS} (sem saber os $\nu_{\mu S}$ e $\nu_{\tau S}$).



A confirmação

- Enquanto que o Sudbury Neutrino Observatory (SNO) foi projetado para detectar neutrinos solares, por meio de interações com um grande tanque (~ 1.000 ton) de água pesada (D_2O) observada por 9.600 PMTs. O SNO estava localizado a 2100 m de profundidade, numa mina em Sudbury (em Ontário, no Canadá) e funcionou entre 1999 e 2006.
- Os nêutrons presentes na D_2O permitem outras 2 reações, além do espalhamento elástico, o que permite separar o fluxo de ν_e s do total:

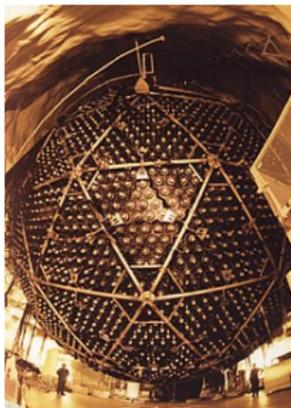
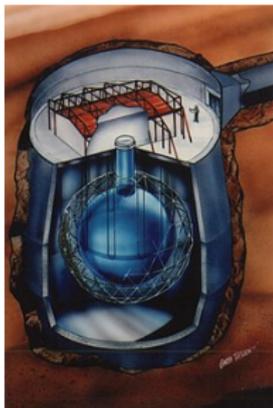
Homestake (1968): $\nu_e + {}^{37}\text{Cl} \rightarrow {}^{37}\text{Ar} + e$

Super-K (1998): $\nu + e \rightarrow \nu + e$

SNO (2002): $\nu_e + d \rightarrow p + p + e$

$\nu + d \rightarrow n + p + \nu$

$\nu + e \rightarrow \nu + e$



- Eles obtiveram 35% do fluxo previsto e, com medidas independentes fluxo total e do fluxo de ν_e s (para a conversão $\nu_e \leftrightarrow \nu_\mu, \nu_\tau$):

$$\theta_{sol} \approx \pi/6, \quad \Delta(m^2)_{sol} \approx 8 \times 10^{-5} (\text{eV}/c^2)^2.$$

A confirmação

- E os neutrinos atmosféricos? Dos decaimentos:

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu, \quad \mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu,$$

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu, \quad \mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu,$$

deve haver ~ 2 vezes mais ν_μ s do que ν_e s.

- Kamiokande mediu quase a mesma quantidade, sugerindo que $\nu_\mu \leftrightarrow \nu_e, \nu_\tau$. Eles podiam determinar inclusive a direção zenital e como que o fluxo variava com a mesma (consistente). Super-K confirmou depois (1998), para $\nu_\mu \leftrightarrow \nu_\tau$, com:

$$\theta_{atm} \approx \pi/4, \quad \Delta(m^2)_{atm} \approx 3 \times 10^{-3} (\text{eV}/c^2)^2.$$

- O teste ideal deve ser feito com fontes fixas (reatores ou aceleradores) e detectores “móveis”. A medida deve ser feita em função da distância ($10^2 - 10^3$ km) e da energia: KamLAND, MINOS e DUNE.

As massas dos neutrinos

- Com 3 neutrinos, há 3 separações:

$$\Delta_{12} = m_2^2 - m_1^2, \quad \Delta_{32} = m_3^2 - m_2^2, \quad \Delta_{31} = m_3^2 - m_1^2,$$

com somente 2 independentes: $\Delta_{31} = \Delta_{21} + \Delta_{12}$.

- As medidas indicam que uma separação é relativamente pequena e a outra é grande. Chamando de ν_1 e ν_2 o par com massas próximas (com $m_2 > m_1$) e ν_3 o isolado, percebe-se uma analogia com os léptons ($m_\tau \gg m_\mu > m_e$) e com os quarks ($m_b \gg m_s > m_d, m_t \gg m_c > m_u$), mas pode ser que os neutrinos tenham uma *hierarquia de massa* invertida:

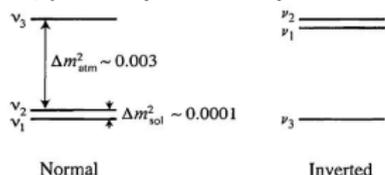


Fig. 11.5 'Normal' and 'inverted' neutrino mass spectrum. The units are $(\text{eV}/c^2)^2$.

- Os experimentos de oscilação são sensíveis somente às diferenças de massa e os espectros de decaimento (p.ex., β) dão somente limites superiores.
- A supernova SN1987A fornece outro limite superior: foram detectados 19 neutrinos num pequeno intervalo de tempo. Como a velocidade de partículas massiva é função da energia (probl. 11.5): $\Delta t = 10 \text{ s} \Rightarrow m \leq 20 \text{ eV}/c^2$.
- Da oscilação de neutrinos atmosféricos: $m \geq 0,04 \text{ eV}/c^2$, para pelo menos um neutrino.
 - Conclusão (2008): para o neutrino mais pesado, $0,04 \leq m_\nu \leq 0,4 \text{ eV}/c^2$.

A matriz de mistura

- O problema das oscilações é bem mais complicado: $\nu_e \leftrightarrow \nu_\mu$, $\nu_e \leftrightarrow \nu_\tau$, $\nu_\mu \leftrightarrow \nu_\tau$, mas em essência é a mesma coisa:
 - ▶ neutrinos interagem como *autoestados de sabor* (ν_e , ν_μ , ν_τ), mas propagam-se como *autoestados de massa* (ν_1 , ν_2 , ν_3).
- Analogamente, constrói-se a matriz PMNS (Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata):

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu1} & U_{\mu2} & U_{\mu3} \\ U_{\tau1} & U_{\tau2} & U_{\tau3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix},$$

que pode ser expressa em termos de 3 ângulos ($\theta_{12}, \theta_{23}, \theta_{13}$) e 1 fator de fase δ :

$$U = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix},$$

onde $c_{ij} = \cos \theta_{ij}$ e $s_{ij} = \sin \theta_{ij}$. Porém, ao contrário dos ângulos de mistura dos quarks, os termos fora da diagonal podem ser grandes ($\theta_{12} \approx \theta_{sol}$, $\theta_{23} \approx \theta_{atm}$), experimentalmente: $\theta_{sol} = 34 \pm 2^\circ$, $\theta_{atm} = 45 \pm 8^\circ$ e $\theta_{13} < 10^\circ$.

A matriz de mistura

- Como a matriz PMNS é unitária ($U^{-1} = U^\dagger$), pode-se inverter:

$$\begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{e1}^* & U_{\mu 1}^* & U_{\tau 1}^* \\ U_{e2}^* & U_{\mu 2}^* & U_{\tau 2}^* \\ U_{e3}^* & U_{\mu 3}^* & U_{\tau 3}^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix}.$$

- E, aparentemente, ν_3 é uma mistura metade-metade de ν_μ e ν_τ (e uma pequeníssima porção de ν_e), ν_2 é uma mistura igualitária dos 3 sabores e ν_1 é uma mistura com o ν_e predominante:

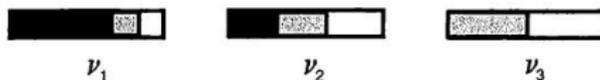


Fig. 11.6 Flavor contents of the neutrino mass eigenstates. Black is ν_e , gray is ν_μ , white is ν_τ . (The electron-neutrino component of ν_3 is too small to show on this scale).

mas ainda falta muito para termos estes valores medidos acuradamente e ainda mais para os calcularmos teoricamente.