

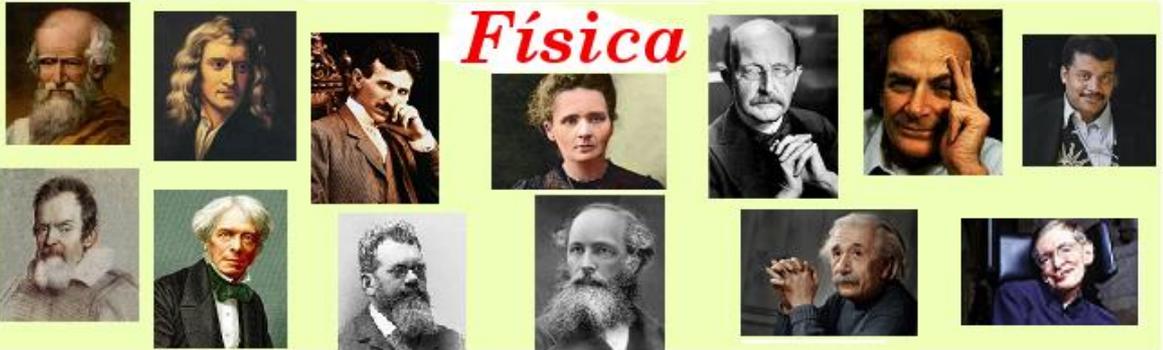


Universidade Federal do ABC

Mecânica Estatística

PEF-112

MNPEF Mestrado Nacional
Profissional em
Ensino de Física
Polo UFABC



Prof. Dr. Marcelo A. Leigui de Oliveira
Centro de Ciências Naturais e Humanas
leigui@ufabc.edu.br

Capítulo 3: Interações e implicações

1. Temperatura
2. Capacidade térmica
3. Entropia e calor

1) Temperatura

1) Temperatura

- ❑ Na aula passada, enunciamos a segunda lei da termodinâmica em termos da entropia. De acordo com ela, quando dois objetos estão em equilíbrio térmico, a sua entropia total alcança o maior valor possível.

1) Temperatura

- ❑ Na aula passada, enunciamos a segunda lei da termodinâmica em termos da entropia. De acordo com ela, quando dois objetos estão em equilíbrio térmico, a sua entropia total alcança o maior valor possível.
- ❑ Na Aula 1, demos a definição teórica da temperatura: ela é algo que é igual para ambos os objetos quando eles atingem o equilíbrio térmico.

1) Temperatura

- ❑ Na aula passada, enunciamos a segunda lei da termodinâmica em termos da entropia. De acordo com ela, quando dois objetos estão em equilíbrio térmico, a sua entropia total alcança o maior valor possível.
- ❑ Na Aula 1, demos a definição teórica da temperatura: ela é algo que é igual para ambos os objetos quando eles atingem o equilíbrio térmico.
- ❑ A partir do entendimento do equilíbrio térmico em termos da entropia, estamos em posição de descobrir o que de fato é a temperatura.

1) Temperatura

- ❑ Na aula passada, enunciamos a segunda lei da termodinâmica em termos da entropia. De acordo com ela, quando dois objetos estão em equilíbrio térmico, a sua entropia total alcança o maior valor possível.
- ❑ Na Aula 1, demos a definição teórica da temperatura: ela é algo que é igual para ambos os objetos quando eles atingem o equilíbrio térmico.
- ❑ A partir do entendimento do equilíbrio térmico em termos da entropia, estamos em posição de descobrir o que de fato é a temperatura.
- ❑ Para relacionar a entropia (na verdade a sua mudança) com a temperatura, vamos considerar novamente o caso particular de dois sólidos de Einstein.

1) Temperatura

□ Sejam 2 sólidos de Einstein com:

$$N_A = 300, \quad N_B = 200 \quad \text{e} \quad q_{total} = 100$$

1) Temperatura

□ Sejam 2 sólidos de Einstein com:

$$N_A = 300, \quad N_B = 200 \quad \text{e} \quad q_{total} = 100$$

□ A tabela abaixo lista vários macroestados e suas multiplicidades, além das entropias dos dois sólidos e a total.

q_A	Ω_A	S_A/k	q_B	Ω_B	S_B/k	Ω_{total}	S_{total}/k
0	1	0	100	2.8×10^{81}	187.5	2.8×10^{81}	187.5
1	300	5.7	99	9.3×10^{80}	186.4	2.8×10^{83}	192.1
2	45150	10.7	98	3.1×10^{80}	185.3	1.4×10^{85}	196.0
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
11	5.3×10^{19}	45.4	89	1.1×10^{76}	175.1	5.9×10^{95}	220.5
12	1.4×10^{21}	48.7	88	3.4×10^{75}	173.9	4.7×10^{96}	222.6
13	3.3×10^{22}	51.9	87	1.0×10^{75}	172.7	3.5×10^{97}	224.6
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
59	2.2×10^{68}	157.4	41	3.1×10^{46}	107.0	6.7×10^{114}	264.4
60	1.3×10^{69}	159.1	40	5.3×10^{45}	105.3	6.9×10^{114}	264.4
61	7.7×10^{69}	160.9	39	8.8×10^{44}	103.5	6.8×10^{114}	264.4
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
100	1.7×10^{96}	221.6	0	1	0	1.7×10^{96}	221.6

Table 3.1. Macrostates, multiplicities, and entropies of a system of two Einstein solids, one with 300 oscillators and the other with 200, sharing a total of 100 units of energy. Copyright ©2000, Addison-Wesley.

1) Temperatura

- A figura abaixo mostra os gráficos de S_A , S_B e S_{total} (em unidades de constante de Boltzmann), obtidos a partir dos dados da tabela da página anterior. Estritamente falando, temos pontos discretos, pois q é um número inteiro, mas para $q \gg 1$, podemos aproximá-los por uma função contínua.

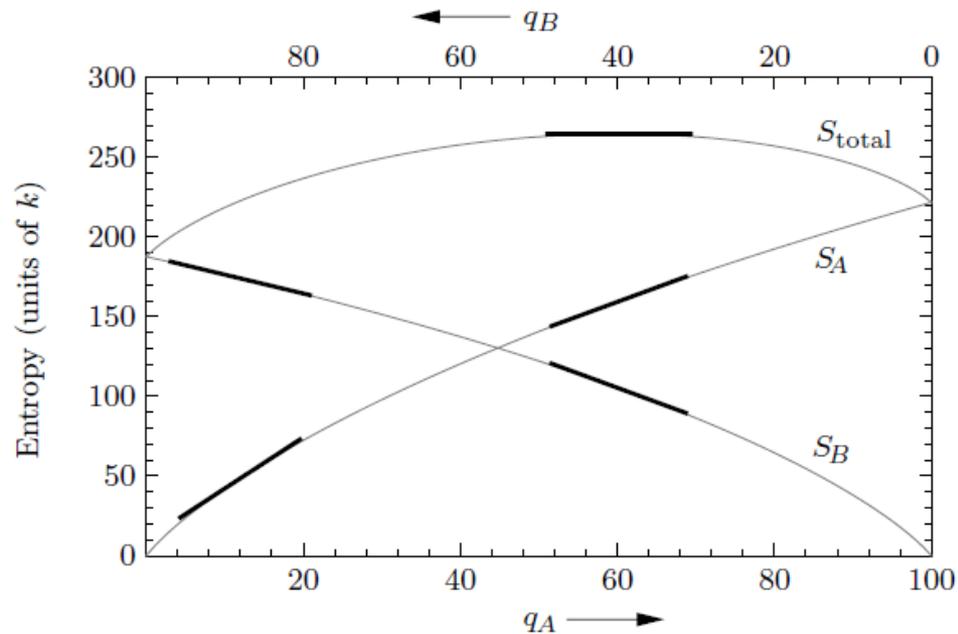


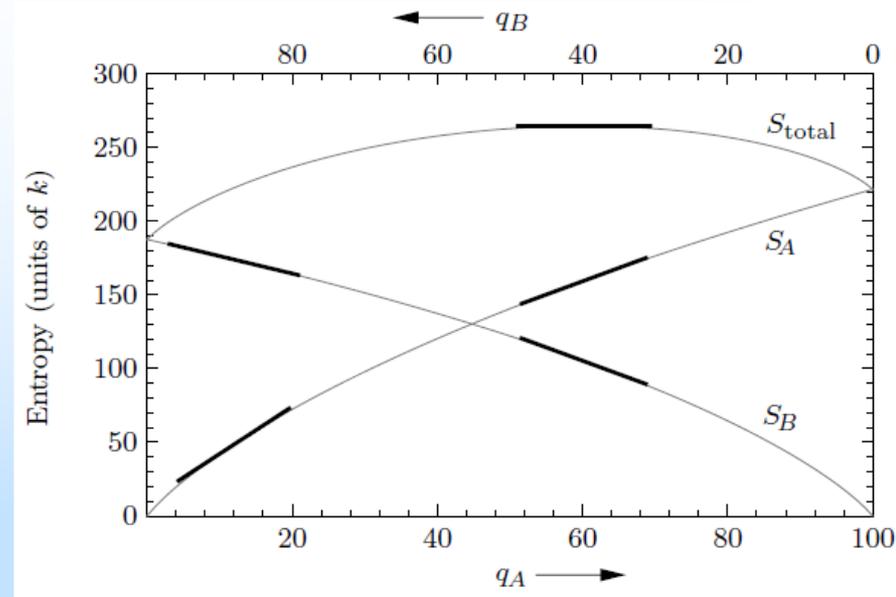
Figure 3.1. A plot of the entropies calculated in Table 3.1. At equilibrium ($q_A = 60$), the total entropy is a maximum so its graph has a horizontal tangent; therefore the slopes of the tangents to the graphs of S_A and S_B are equal in magnitude. Away from equilibrium (for instance, at $q_A = 12$), the solid whose graph has the steeper tangent line tends to gain energy spontaneously; therefore we say that it has the lower temperature. Copyright ©2000, Addison-Wesley.

1) Temperatura

□ Observamos da figura que no ponto de equilíbrio, onde $q_A = 60$, que:

$$\frac{\partial S_{total}}{\partial q_A} = 0 \quad \text{ou} \quad \frac{\partial S_{total}}{\partial U_A} = 0.$$

A segunda expressão é obtida lembrando que $U_A = \hbar\omega q_A$.



1) Temperatura

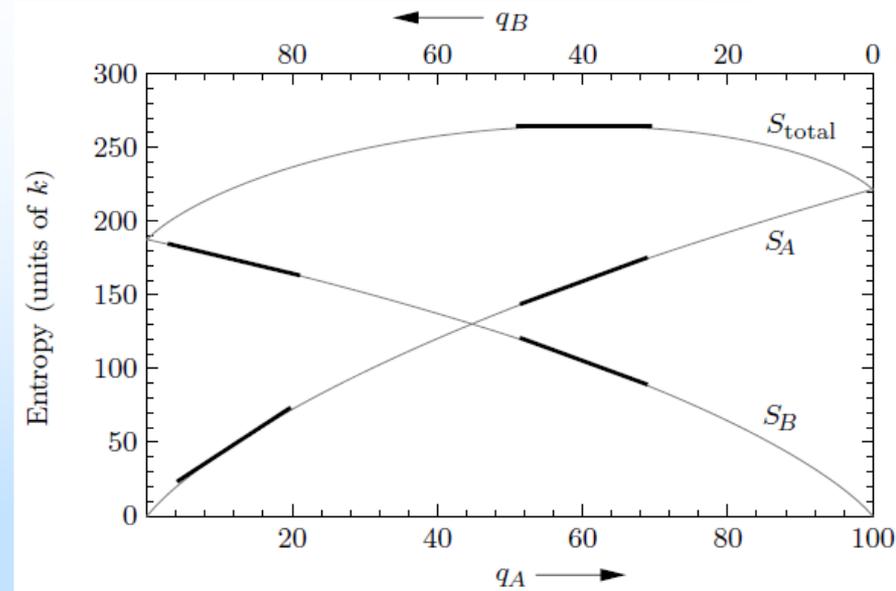
□ Observamos da figura que no ponto de equilíbrio, onde $q_A = 60$, que:

$$\frac{\partial S_{total}}{\partial q_A} = 0 \quad \text{ou} \quad \frac{\partial S_{total}}{\partial U_A} = 0.$$

A segunda expressão é obtida lembrando que $U_A = \hbar\omega q_A$.

□ Como $S_{total} = S_A + S_B$, vem:

$$\frac{\partial S_A}{\partial U_A} + \frac{\partial S_B}{\partial U_A} = 0.$$



1) Temperatura

□ Observamos da figura que no ponto de equilíbrio, onde $q_A = 60$, que:

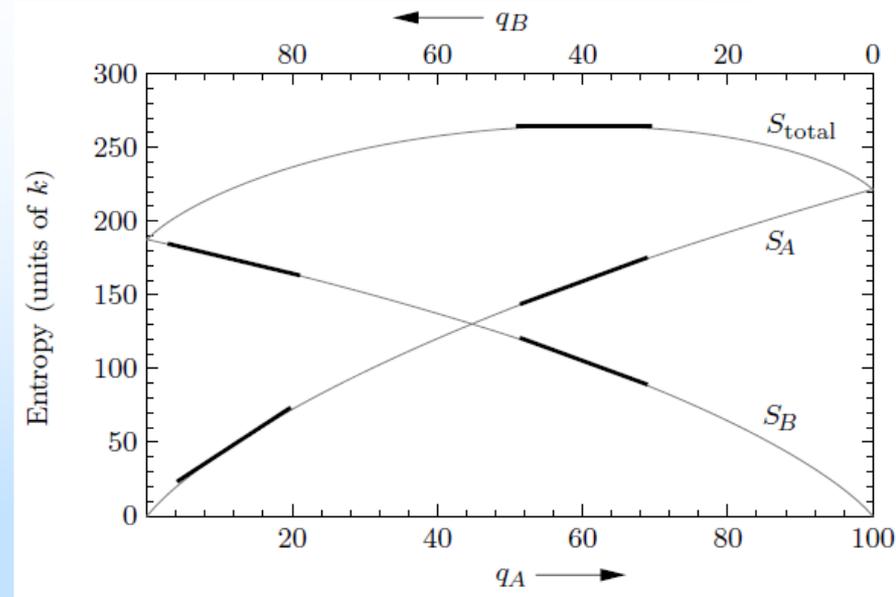
$$\frac{\partial S_{total}}{\partial q_A} = 0 \quad \text{ou} \quad \frac{\partial S_{total}}{\partial U_A} = 0.$$

A segunda expressão é obtida lembrando que $U_A = \hbar\omega q_A$.

□ Como $S_{total} = S_A + S_B$, vem:

$$\frac{\partial S_A}{\partial U_A} + \frac{\partial S_B}{\partial U_A} = 0.$$

□ Como $U_{total} = U_A + U_B$ é fixa ($\partial U_{total} = \partial U_A + \partial U_B = 0 \Leftrightarrow \partial U_A = -\partial U_B$) e $q_{total} = q_A + q_B$ também é fixa.



1) Temperatura

□ Observamos da figura que no ponto de equilíbrio, onde $q_A = 60$, que:

$$\frac{\partial S_{total}}{\partial q_A} = 0 \quad \text{ou} \quad \frac{\partial S_{total}}{\partial U_A} = 0.$$

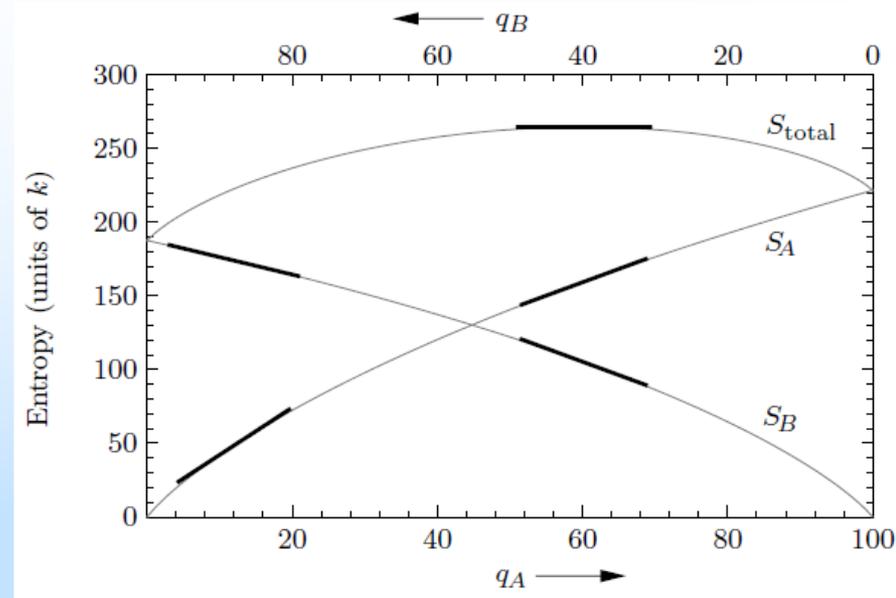
A segunda expressão é obtida lembrando que $U_A = \hbar\omega q_A$.

□ Como $S_{total} = S_A + S_B$, vem:

$$\frac{\partial S_A}{\partial U_A} + \frac{\partial S_B}{\partial U_A} = 0.$$

□ Como $U_{total} = U_A + U_B$ é fixa ($\partial U_{total} = \partial U_A + \partial U_B = 0 \Leftrightarrow \partial U_A = -\partial U_B$) e $q_{total} = q_A + q_B$ também é fixa, a última expressão acima fica:

$$\frac{\partial S_A}{\partial U_A} + \frac{\partial S_B}{-\partial U_B} = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial S_A}{\partial U_A} = \frac{\partial S_B}{\partial U_B}.$$



1) Temperatura

□ Observamos da figura que no ponto de equilíbrio, onde $q_A = 60$, que:

$$\frac{\partial S_{total}}{\partial q_A} = 0 \quad \text{ou} \quad \frac{\partial S_{total}}{\partial U_A} = 0.$$

A segunda expressão é obtida lembrando que $U_A = \hbar\omega q_A$.

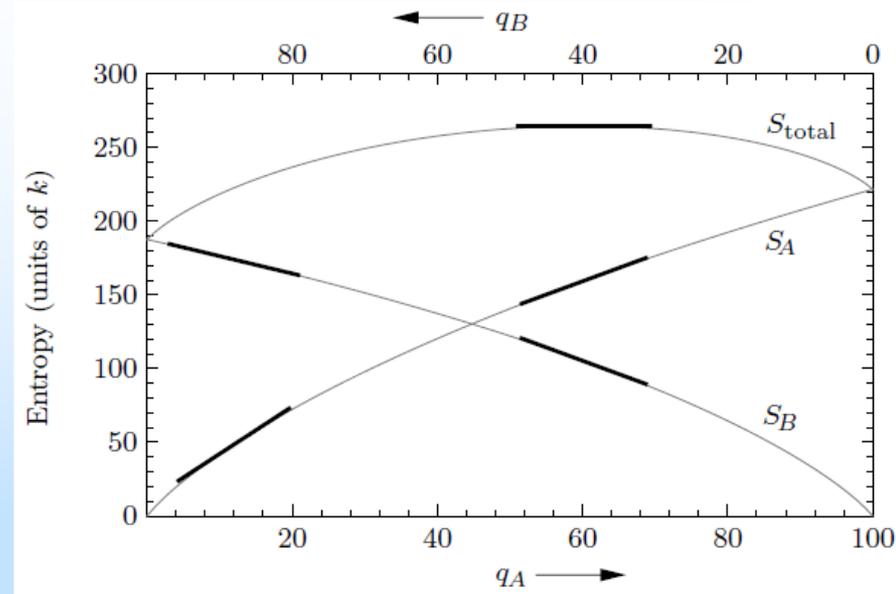
□ Como $S_{total} = S_A + S_B$, vem:

$$\frac{\partial S_A}{\partial U_A} + \frac{\partial S_B}{\partial U_A} = 0.$$

□ Como $U_{total} = U_A + U_B$ é fixa ($\partial U_{total} = \partial U_A + \partial U_B = 0 \Leftrightarrow \partial U_A = -\partial U_B$) e $q_{total} = q_A + q_B$ também é fixa, a última expressão acima fica:

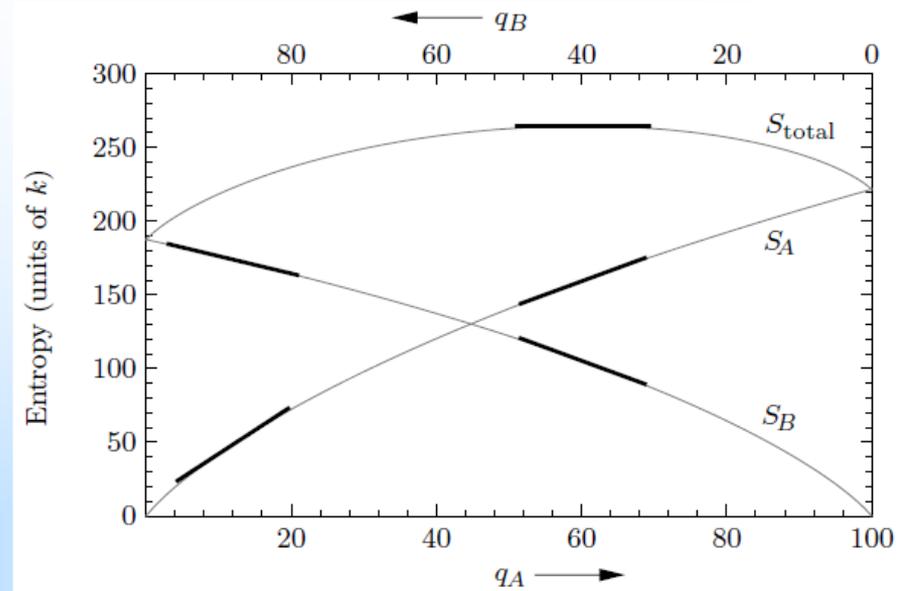
$$\frac{\partial S_A}{\partial U_A} + \frac{\partial S_B}{-\partial U_B} = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial S_A}{\partial U_A} = \frac{\partial S_B}{\partial U_B}.$$

ou seja, o que é comum para ambos os sistemas em equilíbrio térmico é a **inclinação** do gráfico da entropia versus energia.



1) Temperatura

- No intuito de se entender melhor como a temperatura está relacionada com a inclinação, vamos analisar um ponto longe do equilíbrio.



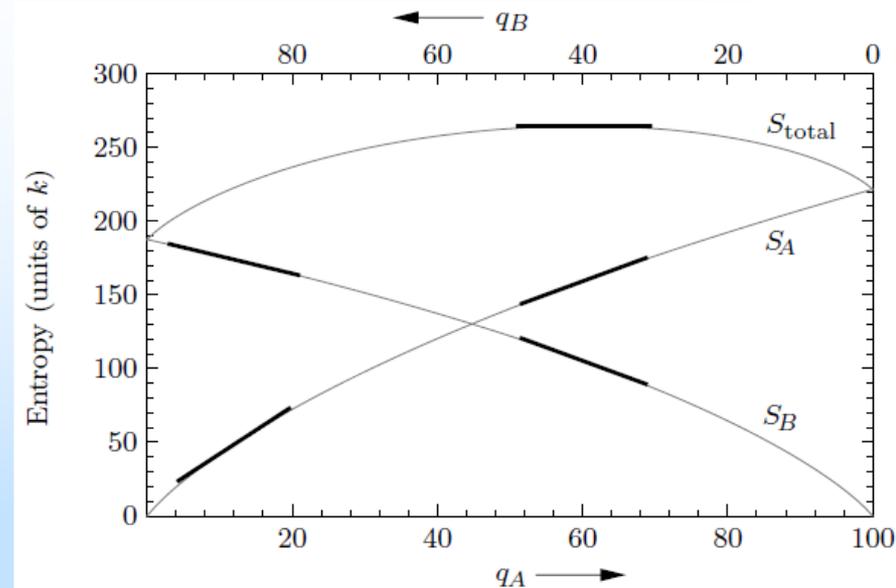
1) Temperatura

- No intuito de se entender melhor como a temperatura está relacionada com a inclinação, vamos analisar um ponto longe do equilíbrio.

Por exemplo, tomemos $q_A = 12$.

- Observe que neste caso:

$\frac{\partial S_A}{\partial U_A} > \frac{\partial S_B}{\partial U_B}$, ou seja, a inclinação de S_A é muito mais íngreme do que a de S_B ;



1) Temperatura

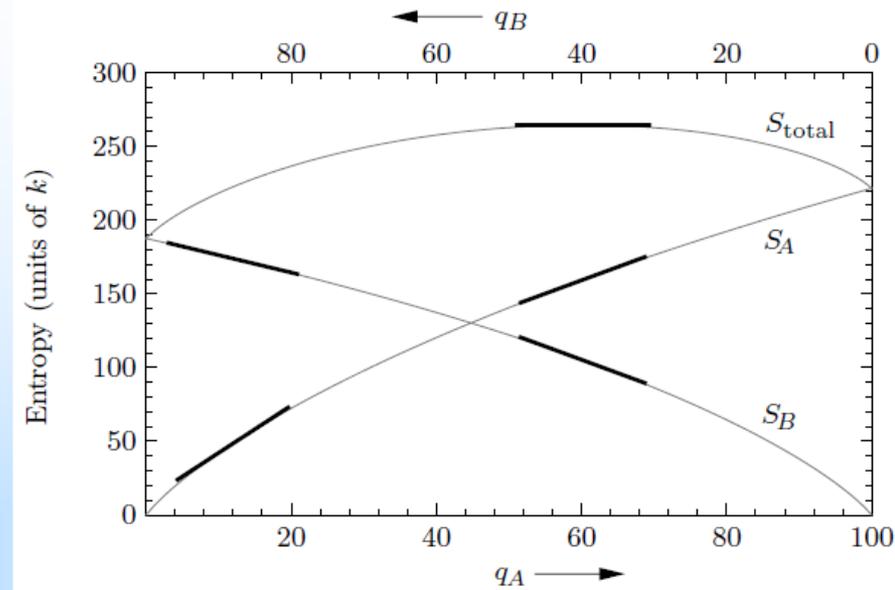
- No intuito de se entender melhor como a temperatura está relacionada com a inclinação, vamos analisar um ponto longe do equilíbrio.

Por exemplo, tomemos $q_A = 12$.

- Observe que neste caso:

$\frac{\partial S_A}{\partial U_A} > \frac{\partial S_B}{\partial U_B}$, ou seja, a inclinação de S_A é muito mais íngreme do que a de S_B ;

- Por outro lado, a inclinação mais íngreme de S_A deve corresponder à temperatura mais baixa (que recebe mais entropia), enquanto o contrário, curva de S_B deve corresponder à temperatura mais alta (que tem a entropia diminuída).



1) Temperatura

- No intuito de se entender melhor como a temperatura está relacionada com a inclinação, vamos analisar um ponto longe do equilíbrio.

Por exemplo, tomemos $q_A = 12$.

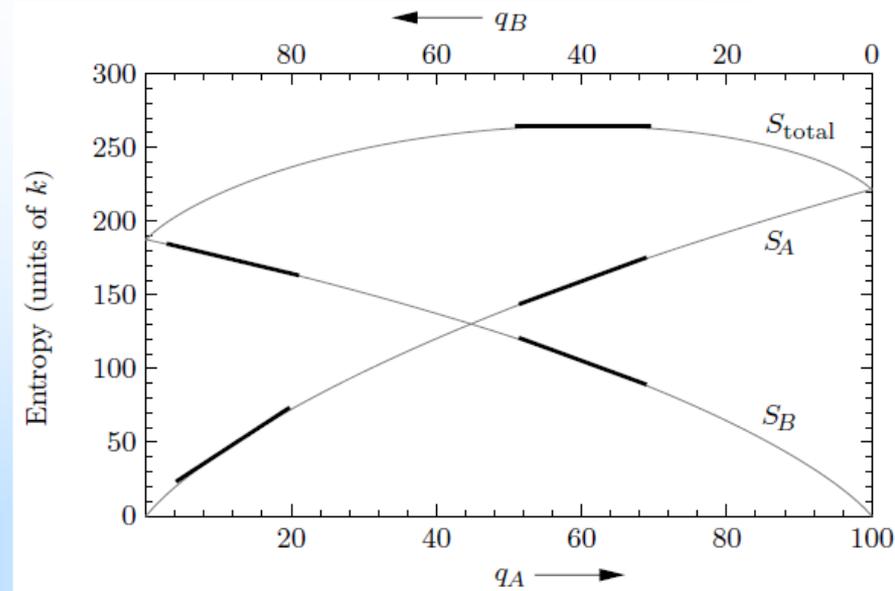
- Observe que neste caso:

$\frac{\partial S_A}{\partial U_A} > \frac{\partial S_B}{\partial U_B}$, ou seja, a inclinação de S_A é muito mais íngreme do que a de S_B ;

- Por outro lado, a inclinação mais íngreme de S_A deve corresponder à temperatura mais baixa (que recebe mais entropia), enquanto o contrário, curva de S_B deve corresponder à temperatura mais alta (que tem a entropia diminuída).

- Agora, fazendo uma análise dimensional, observamos que a inclinação $\frac{\partial S}{\partial U}$, possui unidade do inverso de temperatura:

$$\left[\frac{\partial S}{\partial U} \right] = \frac{\text{J/K}}{\text{J}} = \frac{1}{\text{K}} \Rightarrow \frac{1}{T} \equiv \left(\frac{\partial S}{\partial U} \right)_{N,V}$$



1) Temperatura

- No intuito de se entender melhor como a temperatura está relacionada com a inclinação, vamos analisar um ponto longe do equilíbrio.

Por exemplo, tomemos $q_A = 12$.

- Observe que neste caso:

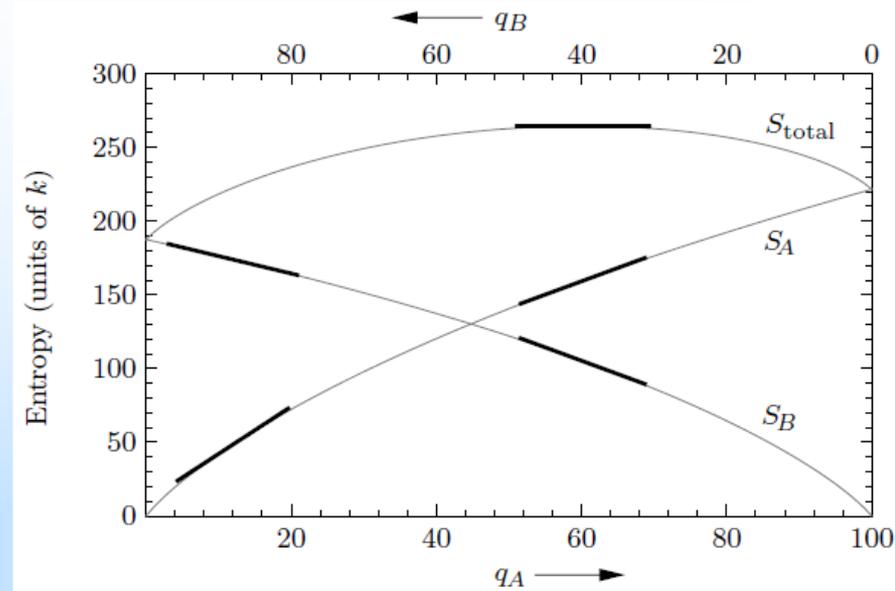
$\frac{\partial S_A}{\partial U_A} > \frac{\partial S_B}{\partial U_B}$, ou seja, a inclinação de S_A é muito mais íngreme do que a de S_B ;

- Por outro lado, a inclinação mais íngreme de S_A deve corresponder à temperatura mais baixa (que recebe mais entropia), enquanto o contrário, curva de S_B deve corresponder à temperatura mais alta (que tem a entropia diminuída).

- Agora, fazendo uma análise dimensional, observamos que a inclinação $\frac{\partial S}{\partial U}$, possui unidade do inverso de temperatura:

$$\left[\frac{\partial S}{\partial U} \right] = \frac{\text{J/K}}{\text{J}} = \frac{1}{\text{K}} \Rightarrow \frac{1}{T} \equiv \left(\frac{\partial S}{\partial U} \right)_{N,V}$$

lembrando que $S = S(U, N, V)$



1) Temperatura

- No intuito de se entender melhor como a temperatura está relacionada com a inclinação, vamos analisar um ponto longe do equilíbrio.

Por exemplo, tomemos $q_A = 12$.

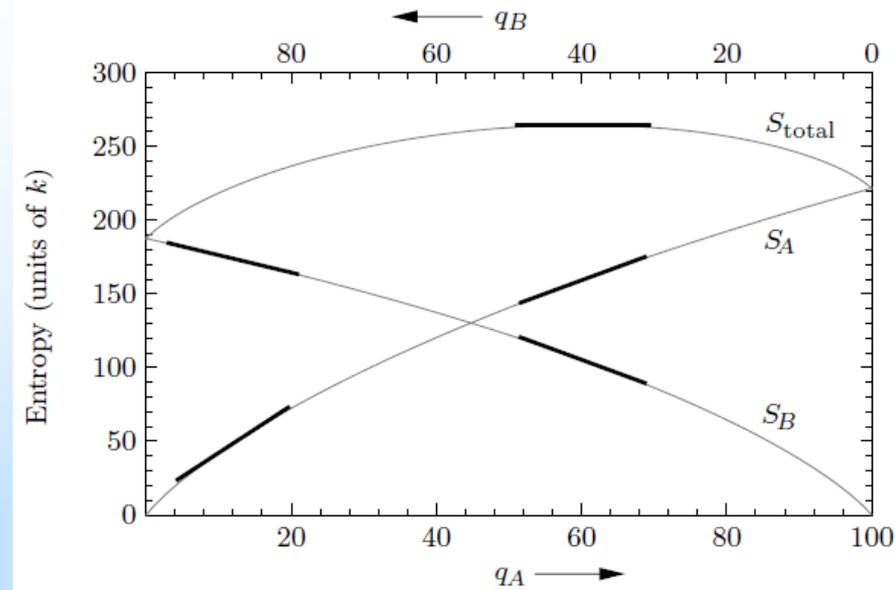
- Observe que neste caso:

$\frac{\partial S_A}{\partial U_A} > \frac{\partial S_B}{\partial U_B}$, ou seja, a inclinação de S_A é muito mais íngreme do que a de S_B ;

- Por outro lado, a inclinação mais íngreme de S_A deve corresponder à temperatura mais baixa (que recebe mais entropia), enquanto o contrário, curva de S_B deve corresponder à temperatura mais alta (que tem a entropia diminuída).

- Agora, fazendo uma análise dimensional, observamos que a inclinação $\frac{\partial S}{\partial U}$, possui unidade do inverso de temperatura:

$$\left[\frac{\partial S}{\partial U} \right] = \frac{\text{J/K}}{\text{J}} = \frac{1}{\text{K}} \Rightarrow \frac{1}{T} \equiv \left(\frac{\partial S}{\partial U} \right)_{N,V}$$



1) Temperatura

□ Em princípio, podemos inverter a derivada e escrever:

$$T = \left(\frac{\partial U}{\partial S} \right)_{N,V}$$

1) Temperatura

□ Em princípio, podemos inverter a derivada e escrever:

$$T = \left(\frac{\partial U}{\partial S} \right)_{N,V}$$

Contudo, geralmente esta expressão é pouco útil, pois não é muito comum se escrever a energia em função da entropia, do volume e do número de partículas. Mas é útil caso tenhamos exemplos numéricos, como na tabela 3.1.

1) Temperatura

□ Em princípio, podemos inverter a derivada e escrever:

$$T = \left(\frac{\partial U}{\partial S} \right)_{N,V}$$

Contudo, geralmente esta expressão é pouco útil, pois não é muito comum se escrever a energia em função da entropia, do volume e do número de partículas. Mas é útil caso tenhamos exemplos numéricos, como na tabela 3.1.

□ Para se obter, aproximadamente a temperatura em $q_A = 12$, podemos fazer $T_A \approx (\Delta U_A / \Delta S_A)_{N,V}$, onde tomamos a diferença entre os macroestados com $q_A = 11$ e $q_A = 13$.

1) Temperatura

□ Em princípio, podemos inverter a derivada e escrever:

$$T = \left(\frac{\partial U}{\partial S} \right)_{N,V}$$

Contudo, geralmente esta expressão é pouco útil, pois não é muito comum se escrever a energia em função da entropia, do volume e do número de partículas. Mas é útil caso tenhamos exemplos numéricos, como na tabela 3.1.

□ Para se obter, aproximadamente a temperatura em $q_A = 12$, podemos fazer $T_A \approx (\Delta U_A / \Delta S_A)_{N,V}$, onde tomamos a diferença entre os macroestados com $q_A = 11$ e $q_A = 13$. Fazendo $U_A = q\epsilon$, onde $\epsilon = \hbar\omega$, vem:

$$T_A = \frac{13\epsilon - 11\epsilon}{51,9k - 45,4k} \Rightarrow T_A = 0,31 \epsilon/k \quad (\text{para } q_A = 12)$$

1) Temperatura

□ Em princípio, podemos inverter a derivada e escrever:

$$T = \left(\frac{\partial U}{\partial S} \right)_{N,V}$$

Contudo, geralmente esta expressão é pouco útil, pois não é muito comum se escrever a energia em função da entropia, do volume e do número de partículas. Mas é útil caso tenhamos exemplos numéricos, como na tabela 3.1.

□ Para se obter, aproximadamente a temperatura em $q_A = 12$, podemos fazer $T_A \approx (\Delta U_A / \Delta S_A)_{N,V}$, onde tomamos a diferença entre os macroestados com $q_A = 11$ e $q_A = 13$. Fazendo $U_A = q\epsilon$, onde $\epsilon = \hbar\omega$, vem:

$$T_A = \frac{13\epsilon - 11\epsilon}{51,9k - 45,4k} \Rightarrow T_A = 0,31 \epsilon/k \quad (\text{para } q_A = 12)$$

Para um sistema grande, onde $q \gg 1$, $\Delta U / \Delta S$ se torna uma razão entre dois números infinitesimais, o que faz com que se aproxime da derivada.

1) Temperatura

- Para $q_A = 12$, temos que $q_B = 88$. Logo, a temperatura do sólido B nesse macroestado será:

$$T_B = \frac{89\varepsilon - 87\varepsilon}{175,1k - 172,7k}$$

1) Temperatura

- Para $q_A = 12$, temos que $q_B = 88$. Logo, a temperatura do sólido B nesse macroestado será:

$$T_B = \frac{89\varepsilon - 87\varepsilon}{175,1k - 172,7k} \Rightarrow T_B = 0,83 \varepsilon/k \quad (\text{para } q_B = 88)$$

1) Temperatura

- Para $q_A = 12$, temos que $q_B = 88$. Logo, a temperatura do sólido B nesse macroestado será:

$$T_B = \frac{89\varepsilon - 87\varepsilon}{175,1k - 172,7k} \Rightarrow T_B = 0,83 \varepsilon/k \quad (\text{para } q_B = 88)$$

Conforme esperado, no macroestado em que $q_A = 12$ e $q_B = 88$, a temperatura do sólido B é maior que a do sólido A :

$$T_B > T_A$$

Lista de exercícios 4

1. Calcule as temperaturas de dois sólidos de Einstein A e B , respectivamente, com $N_A = 300$ e $N_B = 200$ osciladores e um conteúdo de energia $q_{\text{total}} = 100$, quando $q_A = 1$ e quando $q_A = 60$. Expresse as suas respostas em termos de ϵ/k e em seguida em kelvins, assumindo que $\epsilon = 0,1$ eV. A constante de Boltzmann é $k = 1,381 \times 10^{-23}$ J/K = $8,617 \times 10^{-5}$ eV/K.
2. Use a definição de temperatura:

$$\frac{1}{T} \equiv \left(\frac{\partial S}{\partial U} \right)_{N,V};$$

para provar a lei zero da termodinâmica, que diz que se o sistema A está em equilíbrio térmico com o sistema B , e o sistema B está em equilíbrio térmico com o sistema C , então o sistema A está em equilíbrio térmico com o sistema C .

Exemplo 1: temperatura de um sólido de Einstein

- Temperatura de um sólido de Einstein com N osciladores e q unidades de energia, no limite $q \gg N$.

Exemplo 1: temperatura de um sólido de Einstein

- Temperatura de um sólido de Einstein com N osciladores e q unidades de energia, no limite $q \gg N$.

Conforme visto (Aula 2), a entropia desse sistema é dada por:

$$S = Nk[\ln(q/N) + 1]$$

Exemplo 1: temperatura de um sólido de Einstein

- Temperatura de um sólido de Einstein com N osciladores e q unidades de energia, no limite $q \gg N$.

Conforme visto (Aula 2), a entropia desse sistema é dada por:

$$S = Nk[\ln(q/N) + 1]$$

Como $U = q\epsilon$, onde $\epsilon = \hbar\omega$:

$$S = Nk\left[\ln\left(\frac{U}{\epsilon N}\right) + 1\right]$$

Exemplo 1: temperatura de um sólido de Einstein

- Temperatura de um sólido de Einstein com N osciladores e q unidades de energia, no limite $q \gg N$.

Conforme visto (Aula 2), a entropia desse sistema é dada por:

$$S = Nk[\ln(q/N) + 1]$$

Como $U = q\epsilon$, onde $\epsilon = \hbar\omega$:

$$S = Nk\left[\ln\left(\frac{U}{\epsilon N}\right) + 1\right] \Rightarrow S = Nk(\ln U - \ln \epsilon N + 1)$$

Exemplo 1: temperatura de um sólido de Einstein

- Temperatura de um sólido de Einstein com N osciladores e q unidades de energia, no limite $q \gg N$.

Conforme visto (Aula 2), a entropia desse sistema é dada por:

$$S = Nk[\ln(q/N) + 1]$$

Como $U = q\epsilon$, onde $\epsilon = \hbar\omega$:

$$S = Nk\left[\ln\left(\frac{U}{\epsilon N}\right) + 1\right] \Rightarrow S = Nk(\ln U - \ln \epsilon N + 1)$$

Agora:

$$\frac{\partial S}{\partial U} = \frac{Nk}{U}$$

Exemplo 1: temperatura de um sólido de Einstein

- Temperatura de um sólido de Einstein com N osciladores e q unidades de energia, no limite $q \gg N$.

Conforme visto (Aula 2), a entropia desse sistema é dada por:

$$S = Nk[\ln(q/N) + 1]$$

Como $U = q\epsilon$, onde $\epsilon = \hbar\omega$:

$$S = Nk\left[\ln\left(\frac{U}{\epsilon N}\right) + 1\right] \Rightarrow S = Nk(\ln U - \ln \epsilon N + 1)$$

Agora:

$$\frac{\partial S}{\partial U} = \frac{Nk}{U} \Rightarrow T = \left(\frac{\partial S}{\partial U}\right)^{-1}$$

Exemplo 1: temperatura de um sólido de Einstein

- Temperatura de um sólido de Einstein com N osciladores e q unidades de energia, no limite $q \gg N$.

Conforme visto (Aula 2), a entropia desse sistema é dada por:

$$S = Nk[\ln(q/N) + 1]$$

Como $U = q\epsilon$, onde $\epsilon = \hbar\omega$:

$$S = Nk\left[\ln\left(\frac{U}{\epsilon N}\right) + 1\right] \Rightarrow S = Nk(\ln U - \ln \epsilon N + 1)$$

Agora:

$$\frac{\partial S}{\partial U} = \frac{Nk}{U} \Rightarrow T = \left(\frac{\partial S}{\partial U}\right)^{-1} = \frac{U}{Nk}$$

Exemplo 1: temperatura de um sólido de Einstein

- Temperatura de um sólido de Einstein com N osciladores e q unidades de energia, no limite $q \gg N$.

Conforme visto (Aula 2), a entropia desse sistema é dada por:

$$S = Nk[\ln(q/N) + 1]$$

Como $U = q\epsilon$, onde $\epsilon = \hbar\omega$:

$$S = Nk\left[\ln\left(\frac{U}{\epsilon N}\right) + 1\right] \Rightarrow S = Nk(\ln U - \ln \epsilon N + 1)$$

Agora:

$$\frac{\partial S}{\partial U} = \frac{Nk}{U} \Rightarrow T = \left(\frac{\partial S}{\partial U}\right)^{-1} = \frac{U}{Nk} \Rightarrow U = NkT$$

Exemplo 1: temperatura de um sólido de Einstein

- Temperatura de um sólido de Einstein com N osciladores e q unidades de energia, no limite $q \gg N$.

Conforme visto (Aula 2), a entropia desse sistema é dada por:

$$S = Nk[\ln(q/N) + 1]$$

Como $U = q\epsilon$, onde $\epsilon = \hbar\omega$:

$$S = Nk\left[\ln\left(\frac{U}{\epsilon N}\right) + 1\right] \Rightarrow S = Nk(\ln U - \ln \epsilon N + 1)$$

Agora:

$$\frac{\partial S}{\partial U} = \frac{Nk}{U} \Rightarrow T = \left(\frac{\partial S}{\partial U}\right)^{-1} = \frac{U}{Nk} \Rightarrow U = NkT$$

de acordo com o teorema da equipartição da energia, pois cada oscilador harmônico possui 2 graus de liberdade (1 no espaço ordinário e 1 no espaço de momento).

Exemplo 2: temperatura de um gás ideal monoatômico

- ❑ Vamos obter agora a temperatura do gás ideal monoatômico.

Exemplo 2: temperatura de um gás ideal monoatômico

□ Vamos obter agora a temperatura do gás ideal monoatômico.

Da equação de Sackur-Tetrode (Aula 3), temos que:

$$S = Nk \ln V + Nk \ln U^{3/2} + f(N),$$

onde $f(N)$ é uma função que só depende do número de moléculas, N .

Exemplo 2: temperatura de um gás ideal monoatômico

□ Vamos obter agora a temperatura do gás ideal monoatômico.

Da equação de Sackur-Tetrode (Aula 3), temos que:

$$S = Nk \ln V + Nk \ln U^{3/2} + f(N),$$

onde $f(N)$ é uma função que só depende do número de moléculas, N .

Então:

$$\frac{\partial S}{\partial U} = \frac{3}{2} \frac{Nk}{U}$$

Exemplo 2: temperatura de um gás ideal monoatômico

□ Vamos obter agora a temperatura do gás ideal monoatômico.

Da equação de Sackur-Tetrode (Aula 3), temos que:

$$S = Nk \ln V + Nk \ln U^{3/2} + f(N),$$

onde $f(N)$ é uma função que só depende do número de moléculas, N .

Então:

$$\frac{\partial S}{\partial U} = \frac{3 Nk}{2 U} \Rightarrow T = \left(\frac{\partial S}{\partial U} \right)^{-1}$$

Exemplo 2: temperatura de um gás ideal monoatômico

□ Vamos obter agora a temperatura do gás ideal monoatômico.

Da equação de Sackur-Tetrode (Aula 3), temos que:

$$S = Nk \ln V + Nk \ln U^{3/2} + f(N),$$

onde $f(N)$ é uma função que só depende do número de moléculas, N .

Então:

$$\frac{\partial S}{\partial U} = \frac{3 Nk}{2 U} \Rightarrow T = \left(\frac{\partial S}{\partial U} \right)^{-1} = \frac{2U}{3Nk}$$

Exemplo 2: temperatura de um gás ideal monoatômico

□ Vamos obter agora a temperatura do gás ideal monoatômico.

Da equação de Sackur-Tetrode (Aula 3), temos que:

$$S = Nk \ln V + Nk \ln U^{3/2} + f(N),$$

onde $f(N)$ é uma função que só depende do número de moléculas, N .

Então:

$$\frac{\partial S}{\partial U} = \frac{3 Nk}{2 U} \Rightarrow T = \left(\frac{\partial S}{\partial U} \right)^{-1} = \frac{2U}{3Nk} \Rightarrow U = \frac{3}{2} NkT$$

Exemplo 2: temperatura de um gás ideal monoatômico

□ Vamos obter agora a temperatura do gás ideal monoatômico.

Da equação de Sackur-Tetrode (Aula 2), temos que:

$$S = Nk \ln V + Nk \ln U^{3/2} + f(N),$$

onde $f(N)$ é uma função que só depende do número de moléculas, N .

Então:

$$\frac{\partial S}{\partial U} = \frac{3}{2} \frac{Nk}{U} \implies T = \left(\frac{\partial S}{\partial U} \right)^{-1} = \frac{2U}{3Nk} \implies U = \frac{3}{2} NkT,$$

Novamente, verifica-se o teorema de equipartição, visto que cada molécula monoatômica possui $3kT/2$ de energia, sendo que cada grau de liberdade contribui com $kT/2$.

Lista de exercícios 4

3. Encontre a temperatura para um sólido de Einstein no limite $q \ll N$. Mostre que $U = N\epsilon e^{-\epsilon/kT}$, onde ϵ é uma unidade de energia.

2) Capacidade térmica



2) Capacidade térmica

A **capacidade térmica** de um objeto é quantidade de calor necessária para aumentar a temperatura de uma substância por grau:

$$C \equiv \frac{Q}{\Delta T}$$



2) Capacidade térmica

A **capacidade térmica** de um objeto é quantidade de calor necessária para aumentar a temperatura de uma substância por grau:

$$C \equiv \frac{Q}{\Delta T}$$

e por unidade de massa é o **calor específico**: $c = C/m$.



2) Capacidade térmica

A **capacidade térmica** de um objeto é quantidade de calor necessária para aumentar a temperatura de uma substância por grau:

$$C \equiv \frac{Q}{\Delta T}$$

e por unidade de massa é o **calor específico**: $c = C/m$.

Esta definição é ambígua, pois não está especificado se há trabalho e em quais circunstâncias



2) Capacidade térmica

A **capacidade térmica** de um objeto é quantidade de calor necessária para aumentar a temperatura de uma substância por grau:

$$C \equiv \frac{Q}{\Delta T}$$

e por unidade de massa é o **calor específico**: $c = C/m$.

Esta definição é ambígua, pois não está especificado se há trabalho e em quais circunstâncias:

$$C = \frac{Q}{\Delta T}$$



2) Capacidade térmica

A **capacidade térmica** de um objeto é quantidade de calor necessária para aumentar a temperatura de uma substância por grau:

$$C \equiv \frac{Q}{\Delta T}$$

e por unidade de massa é o **calor específico**: $c = C/m$.

Esta definição é ambígua, pois não está especificado se há trabalho e em quais circunstâncias (1ª lei da termodinâmica):

$$C = \frac{Q}{\Delta T} = \frac{\Delta U - W}{\Delta T}$$



2) Capacidade térmica

A **capacidade térmica** de um objeto é quantidade de calor necessária para aumentar a temperatura de uma substância por grau:

$$C \equiv \frac{Q}{\Delta T}$$

e por unidade de massa é o **calor específico**: $c = C/m$.

Esta definição é ambígua, pois não está especificado se há trabalho e em quais circunstâncias (1ª lei da termodinâmica):

$$C = \frac{Q}{\Delta T} = \frac{\Delta U - W}{\Delta T}$$

se $W = 0$



2) Capacidade térmica

A **capacidade térmica** de um objeto é quantidade de calor necessária para aumentar a temperatura de uma substância por grau:

$$C \equiv \frac{Q}{\Delta T}$$

e por unidade de massa é o **calor específico**: $c = C/m$.

Esta definição é ambígua, pois não está especificado se há trabalho e em quais circunstâncias (1ª lei da termodinâmica):

$$C = \frac{Q}{\Delta T} = \frac{\Delta U - W}{\Delta T}$$

se $W = 0 \Rightarrow W = -P\Delta V = 0$



2) Capacidade térmica

A **capacidade térmica** de um objeto é quantidade de calor necessária para aumentar a temperatura de uma substância por grau:

$$C \equiv \frac{Q}{\Delta T}$$

e por unidade de massa é o **calor específico**: $c = C/m$.

Esta definição é ambígua, pois não está especificado se há trabalho e em quais circunstâncias (1ª lei da termodinâmica):

$$C = \frac{Q}{\Delta T} = \frac{\Delta U - W}{\Delta T}$$

se $W = 0 \Rightarrow W = -P\Delta V = 0 \Rightarrow \Delta V = 0$



2) Capacidade térmica

A **capacidade térmica** de um objeto é quantidade de calor necessária para aumentar a temperatura de uma substância por grau:

$$C \equiv \frac{Q}{\Delta T}$$

e por unidade de massa é o **calor específico**: $c = C/m$.

Esta definição é ambígua, pois não está especificado se há trabalho e em quais circunstâncias (1ª lei da termodinâmica):

$$C = \frac{Q}{\Delta T} = \frac{\Delta U - W}{\Delta T}$$

se $W = 0 \Rightarrow W = -P\Delta V = 0 \Rightarrow \Delta V = 0$ ou $V = \text{const.}$



2) Capacidade térmica

A **capacidade térmica** de um objeto é quantidade de calor necessária para aumentar a temperatura de uma substância por grau:

$$C \equiv \frac{Q}{\Delta T}$$

e por unidade de massa é o **calor específico**: $c = C/m$.

Esta definição é ambígua, pois não está especificado se há trabalho e em quais circunstâncias (1ª lei da termodinâmica):

$$C = \frac{Q}{\Delta T} = \frac{\Delta U - W}{\Delta T}$$

se $W = 0 \Rightarrow W = -P\Delta V = 0 \Rightarrow \Delta V = 0$ ou $V = \text{const.}$, assim:

$$C_V = \left(\frac{\Delta U}{\Delta T} \right)_V$$



2) Capacidade térmica

A **capacidade térmica** de um objeto é quantidade de calor necessária para aumentar a temperatura de uma substância por grau:

$$C \equiv \frac{Q}{\Delta T}$$

e por unidade de massa é o **calor específico**: $c = C/m$.

Esta definição é ambígua, pois não está especificado se há trabalho e em quais circunstâncias (1ª lei da termodinâmica):

$$C = \frac{Q}{\Delta T} = \frac{\Delta U - W}{\Delta T}$$

se $W = 0 \Rightarrow W = -P\Delta V = 0 \Rightarrow \Delta V = 0$ ou $V = \text{const.}$, assim:

$$C_V = \left(\frac{\Delta U}{\Delta T} \right)_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V$$



2) Capacidade térmica

A **capacidade térmica** de um objeto é quantidade de calor necessária para aumentar a temperatura de uma substância por grau:

$$C \equiv \frac{Q}{\Delta T}$$

e por unidade de massa é o **calor específico**: $c = C/m$.

Esta definição é ambígua, pois não está especificado se há trabalho e em quais circunstâncias (1ª lei da termodinâmica):

$$C = \frac{Q}{\Delta T} = \frac{\Delta U - W}{\Delta T}$$

se $W = 0 \Rightarrow W = -P\Delta V = 0 \Rightarrow \Delta V = 0$ ou $V = \text{const.}$, assim:

$$C_V = \left(\frac{\Delta U}{\Delta T} \right)_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V$$

é a capacidade térmica a volume constante



2) Capacidade térmica

A **capacidade térmica** de um objeto é quantidade de calor necessária para aumentar a temperatura de uma substância por grau:

$$C \equiv \frac{Q}{\Delta T}$$

e por unidade de massa é o **calor específico**: $c = C/m$.

Esta definição é ambígua, pois não está especificado se há trabalho e em quais circunstâncias (1ª lei da termodinâmica):

$$C = \frac{Q}{\Delta T} = \frac{\Delta U - W}{\Delta T}$$

se $W = 0 \Rightarrow W = -P\Delta V = 0 \Rightarrow \Delta V = 0$ ou $V = \text{const.}$, assim:

$$C_V = \left(\frac{\Delta U}{\Delta T} \right)_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V$$

é a capacidade térmica a volume constante ou “capacidade energética”



2) Capacidade térmica

A **capacidade térmica** de um objeto é quantidade de calor necessária para aumentar a temperatura de uma substância por grau:

$$C \equiv \frac{Q}{\Delta T}$$

e por unidade de massa é o **calor específico**: $c = C/m$.



Esta definição é ambígua, pois não está especificado se há trabalho e em quais circunstâncias (1ª lei da termodinâmica):

$$C = \frac{Q}{\Delta T} = \frac{\Delta U - W}{\Delta T}$$

se $W = 0 \Rightarrow W = -P\Delta V = 0 \Rightarrow \Delta V = 0$ ou $V = \text{const.}$, assim:

$$C_V = \left(\frac{\Delta U}{\Delta T} \right)_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V$$

é a capacidade térmica a volume constante ou “capacidade **energética**”

2) Capacidade térmica

A **capacidade térmica** de um objeto é quantidade de calor necessária para aumentar a temperatura de uma substância por grau:

$$C \equiv \frac{Q}{\Delta T}$$

e por unidade de massa é o **calor específico**: $c = C/m$.



Esta definição é ambígua, pois não está especificado se há trabalho e em quais circunstâncias (1ª lei da termodinâmica):

$$C = \frac{Q}{\Delta T} = \frac{\Delta U - W}{\Delta T}$$

se $W = 0 \Rightarrow W = -P\Delta V = 0 \Rightarrow \Delta V = 0$ ou $V = \text{const.}$, assim:

$$C_V = \left(\frac{\Delta U}{\Delta T} \right)_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V$$

Para 1 g de água:

$$C_V = 1 \text{ cal/}^\circ\text{C} = 4,186 \text{ J/}^\circ\text{C}$$

é a capacidade térmica a volume constante ou “capacidade **energética**”

2) Capacidade térmica

Se $P = \text{const.}$, a capacidade térmica a pressão constante é:

$$C_P = \left(\frac{\Delta U - (-P\Delta V)}{\Delta T} \right)_P$$



2) Capacidade térmica

Se $P = \text{const.}$, a capacidade térmica a pressão constante é:

$$C_P = \left(\frac{\Delta U - (-P\Delta V)}{\Delta T} \right)_P = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_P + P \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P$$



2) Capacidade térmica

Se $P = \text{const.}$, a capacidade térmica a pressão constante é:

$$C_P = \left(\frac{\Delta U - (-P\Delta V)}{\Delta T} \right)_P = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_P + P \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P$$

calor adicional para compensar a energia
perdida como trabalho

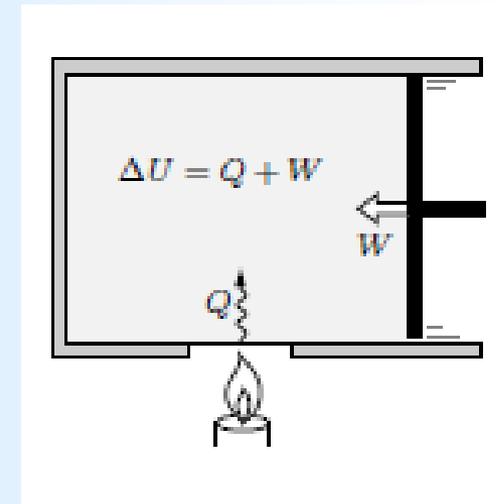


2) Capacidade térmica

Se $P = \text{const.}$, a capacidade térmica a pressão constante é:

$$C_P = \left(\frac{\Delta U - (-P\Delta V)}{\Delta T} \right)_P = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_P + P \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P$$

calor adicional para compensar a energia
perdida como trabalho

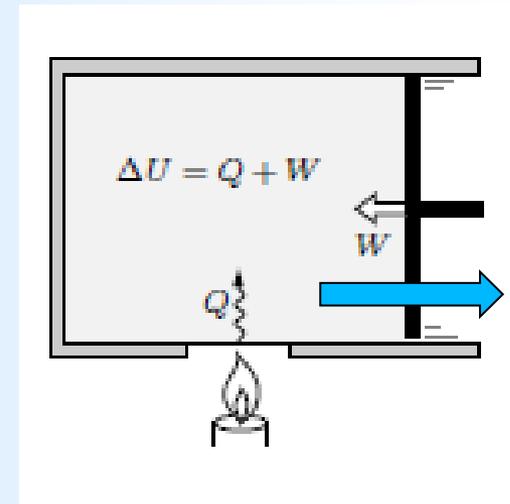


2) Capacidade térmica

Se $P = \text{const.}$, a capacidade térmica a pressão constante é:

$$C_P = \left(\frac{\Delta U - (-P\Delta V)}{\Delta T} \right)_P = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_P + P \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P$$

calor adicional para compensar a energia
perdida como trabalho



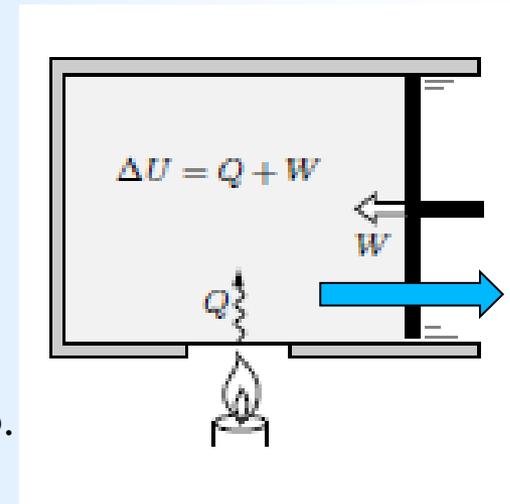
2) Capacidade térmica

Se $P = \text{const.}$, a capacidade térmica a pressão constante é:

$$C_P = \left(\frac{\Delta U - (-P\Delta V)}{\Delta T} \right)_P = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_P + P \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P$$

calor adicional para compensar a energia
perdida como trabalho

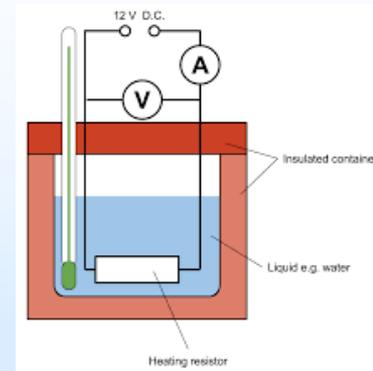
para sólidos e líquidos $\frac{\partial V}{\partial T} \rightarrow 0$, mas para gases é significativo.



2) Capacidades térmicas (C_P , C_V):

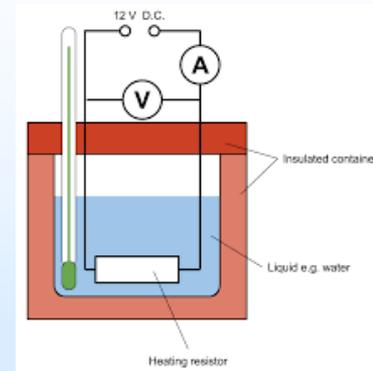
2) Capacidades térmicas (C_P , C_V):

1. medir experimentalmente:



2) Capacidades térmicas (C_P , C_V):

1. medir experimentalmente:



2. consultar tabelas:

TABLE 8.3-1

Mean Heat Capacities of Ideal Combustion Gases: SI Units*

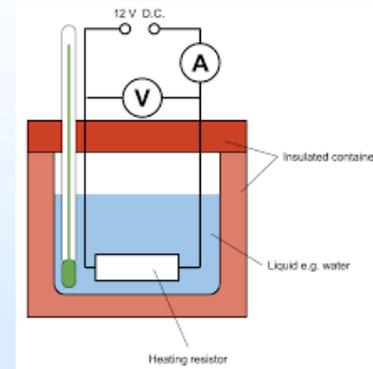
T(°C)	C_p (J/mol·°C)					
	Air	O ₂	N ₂	H ₂	CO	H ₂ O
0	28.84	29.24	29.03	28.84	29.06	36.63
25	29.05	29.39	29.06	28.84	29.06	37.15
100	29.21	29.80	29.16	28.86	29.23	38.63
200	29.45	30.32	29.32	28.80	29.47	40.45
300	29.71	30.80	29.52	28.95	29.72	42.10
400	29.97	31.24	29.74	29.03	29.99	43.59
500	30.25	31.65	29.98	29.12	30.27	44.93
600	30.53	32.02	30.24	29.23	30.56	46.14
700	30.81	32.39	30.51	29.35	30.85	47.23
800	31.10	32.71	30.79	29.48	31.14	48.20
900	31.38	33.02	31.07	29.63	31.42	49.07
1000	31.65	33.30	31.34	29.78	31.70	49.85
1100	31.92	33.55	31.62	29.94	31.97	50.54
1200	32.18	33.79	31.88	30.12	32.23	51.18
1300	32.42	34.02	32.13	30.29	32.47	51.75
1400	32.65	34.23	32.37	30.47	32.69	52.28
1500	32.85	34.42	32.58	30.66	32.89	52.77

QS T18.

Two hundred ft³/h of air at 70 °F and 1.2 atm are blown through ducts that pass through the interior of a large industrial motor. The air emerges at 500 °F. Calculate the rate at which the air is removing heat generated by the motor, using tabulated mean heat capacity data from Table 8.3-1. (Hint: you need to use Linear Interpolation, i.e. assume that the mean heat capacity changes linearly with temperature in the temperature range of interest).

2) Capacidades térmicas (C_P , C_V):

1. medir experimentalmente:



2. consultar tabelas:

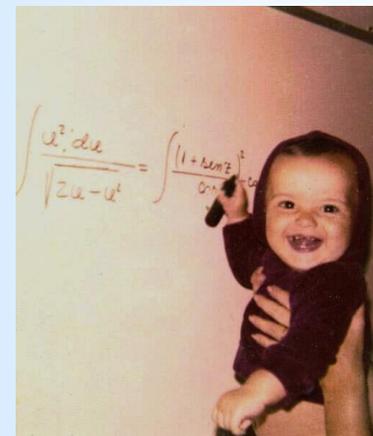
TABLE 8.3-1
Mean Heat Capacities of Ideal Combustion Gases: SI Units*

Reference state: $P_{ref} = 1 \text{ atm}$, $T_{ref} = 25^\circ\text{C}$

T(°C)	$C_p(\text{J/mol}\cdot^\circ\text{C})$					
	Air	O ₂	N ₂	H ₂	CO	H ₂ O
0	28.84	29.24	29.03	28.84	29.00	36.63
25	29.05	29.39	29.06	28.84	29.06	37.15
100	29.21	29.80	29.16	28.86	29.23	38.63
200	29.45	30.32	29.32	28.90	29.47	40.45
300	29.71	30.80	29.52	28.95	29.72	42.10
400	29.97	31.24	29.74	29.03	29.99	43.59
500	30.25	31.65	29.98	29.12	30.27	44.93
600	30.53	32.02	30.24	29.23	30.56	46.14
700	30.81	32.39	30.51	29.35	30.85	47.23
800	31.10	32.71	30.79	29.48	31.14	48.20
900	31.38	33.02	31.07	29.63	31.42	49.07
1000	31.65	33.30	31.34	29.78	31.70	49.85
1100	31.92	33.55	31.62	29.94	31.97	50.54
1200	32.18	33.79	31.88	30.12	32.23	51.18
1300	32.42	34.02	32.13	30.29	32.47	51.75
1400	32.65	34.23	32.37	30.47	32.69	52.28
1500	32.85	34.42	32.58	30.66	32.89	52.77

QS T18.
Two hundred ft³/h of air at 70 °F and 1.2 atm are blown through ducts that pass through the interior of a large industrial motor. The air emerges at 500 °F. Calculate the rate at which the air is removing heat generated by the motor, using tabulated mean heat capacity data from Table 8.3-1. (Hint: you need to use Linear Interpolation, i.e. assume that the mean heat capacity changes linearly with temperature in the temperature range of interest).

3. calcular teoricamente:



2) Capacidade térmica

Seja um sistema cujas energias térmicas são provenientes exclusivamente de **graus de liberdade quadráticos**.

2) Capacidade térmica

Seja um sistema cujas energias térmicas são provenientes exclusivamente de **graus de liberdade quadráticos**.

Do teorema da equipartição de energia, sabemos que: $U = \frac{1}{2} N f k T$.

2) Capacidade térmica

Seja um sistema cujas energias térmicas são provenientes exclusivamente de **graus de liberdade quadráticos**.

Do teorema da equipartição de energia, sabemos que: $U = \frac{1}{2} N f k T$.

$$\Rightarrow C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V$$

2) Capacidade térmica

Seja um sistema cujas energias térmicas são provenientes exclusivamente de **graus de liberdade quadráticos**.

Do teorema da equipartição de energia, sabemos que: $U = \frac{1}{2} N f k T$.

$$\Rightarrow C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V = \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{1}{2} N f k T \right)$$

2) Capacidade térmica

Seja um sistema cujas energias térmicas são provenientes exclusivamente de **graus de liberdade quadráticos**.

Do teorema da equipartição de energia, sabemos que: $U = \frac{1}{2} NfkT$.

$$\Rightarrow C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V = \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{1}{2} NfkT \right) = \frac{Nfk}{2}$$

2) Capacidade térmica

Seja um sistema cujas energias térmicas são provenientes exclusivamente de **graus de liberdade quadráticos**.

Do teorema da equipartição de energia, sabemos que: $U = \frac{1}{2} NfkT$.

$$\Rightarrow C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V = \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{1}{2} NfkT \right) = \frac{Nfk}{2},$$

assumindo f independente da temperatura.

2) Capacidade térmica

Seja um sistema cujas energias térmicas são provenientes exclusivamente de **graus de liberdade quadráticos**.

Do teorema da equipartição de energia, sabemos que: $U = \frac{1}{2} N f k T$.

$$\Rightarrow C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V = \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{1}{2} N f k T \right) = \frac{N f k}{2},$$

assumindo f independente da temperatura.



2) Capacidade térmica

$$C_V = \frac{Nfk}{2}, \text{ com } f \text{ independente da temperatura.}$$



2) Capacidade térmica

$$C_V = \frac{f}{2} Nk = \frac{f}{2} nR, \text{ com } f \text{ independente da temperatura.}$$



2) Capacidade térmica

$$C_V = \frac{f}{2} Nk = \frac{f}{2} nR, \text{ com } f \text{ independente da temperatura.}$$

Para um gás monoatômico (p. ex., He): $C_V/n = 3/2 R$



2) Capacidade térmica

$$C_V = \frac{f}{2} Nk = \frac{f}{2} nR, \text{ com } f \text{ independente da temperatura.}$$

Para um gás monoatômico (p. ex., He): $C_V/n = 3/2 R = 12,5 \text{ J/K}$



2) Capacidade térmica

$$C_V = \frac{f}{2} Nk = \frac{f}{2} nR, \text{ com } f \text{ independente da temperatura.}$$

Para um gás monoatômico (p. ex., He): $C_V/n = 3/2 R = 12,5 \text{ J/K}$.

Para gases diatômicos ou poliatômicos: $C_V/n = 1/2 fR$



2) Capacidade térmica

$$C_V = \frac{f}{2} Nk = \frac{f}{2} nR, \text{ com } f \text{ independente da temperatura.}$$

Para um gás monoatômico (p. ex., He): $C_V/n = 3/2 R = 12,5 \text{ J/K}$

Para gases diatômicos ou poliatômicos: $C_V/n = 1/2 f R$

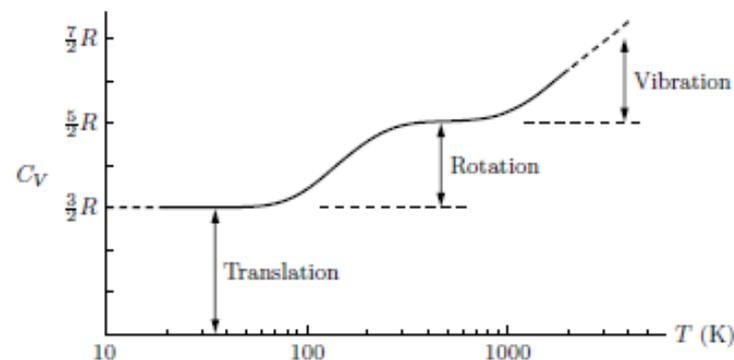
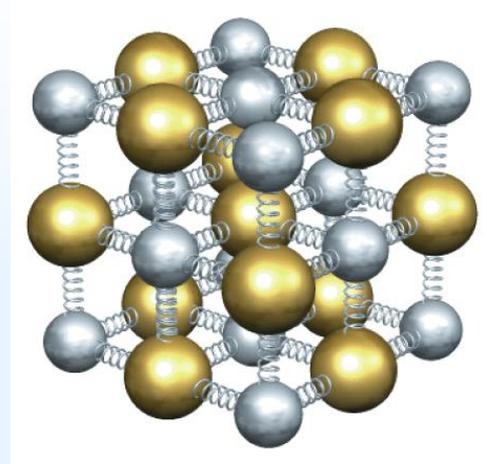


Figure 1.13. Heat capacity at constant volume of one mole of hydrogen (H_2) gas. Note that the temperature scale is logarithmic. Below about 100 K only the three translational degrees of freedom are active. Around room temperature the two rotational degrees of freedom are active as well. Above 1000 K the two vibrational degrees of freedom also become active. At atmospheric pressure, hydrogen liquefies at 20 K and begins to dissociate at about 2000 K. Data from Woolley et al. (1948). Copyright ©2000, Addison-Wesley.

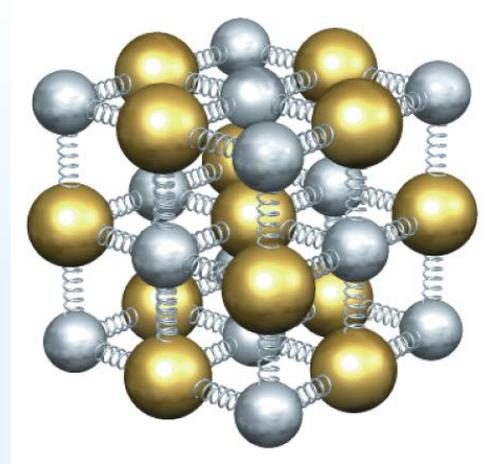
2) Capacidade térmica

Para sólidos: $f = 6$



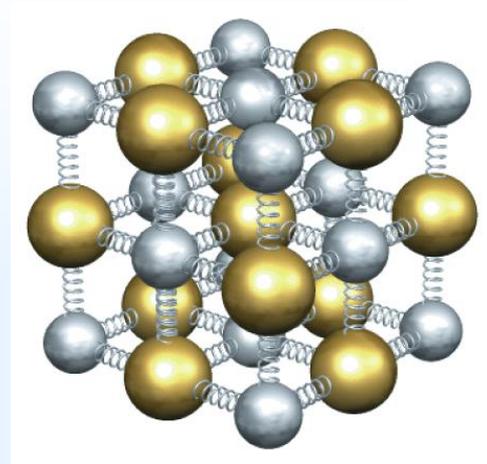
2) Capacidade térmica

Para sólidos: $f = 6 \Rightarrow C/n = \frac{6}{2}R$



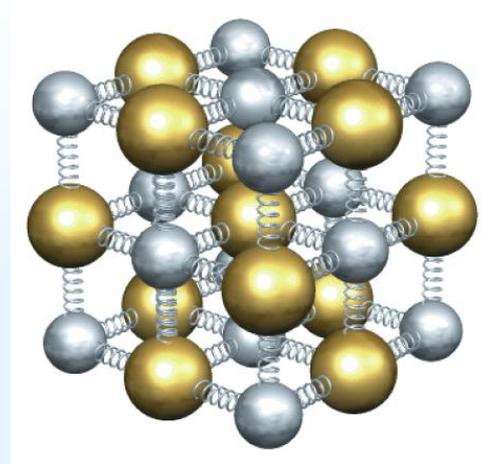
2) Capacidade térmica

Para sólidos: $f = 6 \Rightarrow C/n = \frac{6}{2}R = 3R$



2) Capacidade térmica

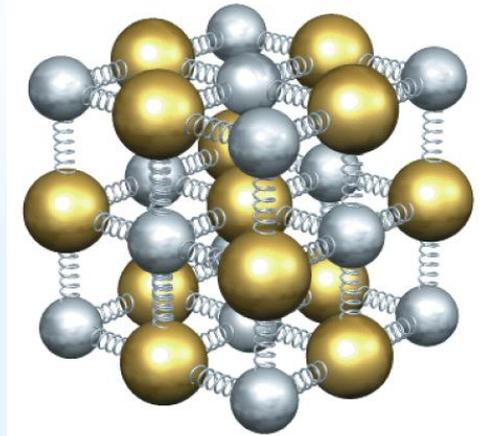
Para sólidos: $f = 6 \Rightarrow C/n = \frac{6}{2}R = 3R = 24,9 \text{ J/K}$.



2) Capacidade térmica

Para sólidos: $f = 6 \Rightarrow C/n = \frac{6}{2}R = 3R = 24,9 \text{ J/K}$.

regra de Dulong e Petit



2) Capacidade térmica

Para sólidos: $f = 6 \Rightarrow C/n = \frac{6}{2}R = 3R = 24,9 \text{ J/K}$.

regra de Dulong e Petit

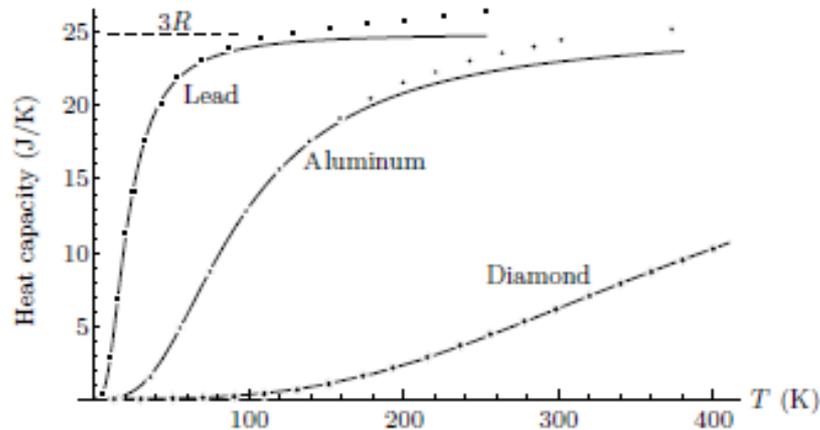
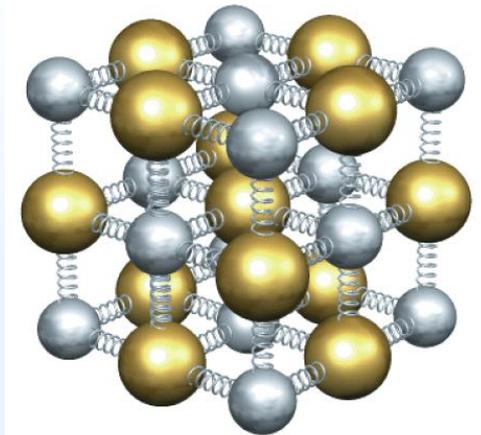


Figure 1.14. Measured heat capacities at constant pressure (data points) for one mole each of three different elemental solids. The solid curves show the heat capacity at constant *volume* predicted by the model used in Section 7.5, with the horizontal scale chosen to best fit the data for each substance. At sufficiently high temperatures, C_V for each material approaches the value $3R$ predicted by the equipartition theorem. The discrepancies between the data and the solid curves at high T are mostly due to the differences between C_P and C_V . At $T = 0$ all degrees of freedom are frozen out, so both C_P and C_V go to zero. Data from Y. S. Touloukian, ed., *Thermophysical Properties of Matter* (Plenum, New York, 1970). Copyright ©2000, Addison-Wesley.

2) Capacidade térmica

Para os gases ideais ($PV = NkT$):

2) Capacidade térmica

Para os gases ideais ($PV = NkT$):

$$C_P = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_P + P \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$$

2) Capacidade térmica

Para os gases ideais ($PV = NkT$):

$$C_P = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_P + P \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P,$$

mas $\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$

2) Capacidade térmica

Para os gases ideais ($PV = NkT$):

$$C_P = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_P + P \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P,$$

mas $\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{NkT}{P}\right)_P$

2) Capacidade térmica

Para os gases ideais ($PV = NkT$):

$$C_P = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_P + P \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P,$$

$$\text{mas } \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{NkT}{P}\right)_P = \frac{Nk}{P}$$

2) Capacidade térmica

Para os gases ideais ($PV = NkT$):

$$C_P = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_P + P \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P,$$

$$\text{mas } \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{NkT}{P}\right)_P = \frac{Nk}{P}$$

$$\text{e } \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_P$$

2) Capacidade térmica

Para os gases ideais ($PV = NkT$):

$$C_P = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_P + P \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P,$$

mas $\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{NkT}{P}\right)_P = \frac{Nk}{P}$

e $\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_P = \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{NfkT}{2}\right)$

2) Capacidade térmica

Para os gases ideais ($PV = NkT$):

$$C_P = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_P + P \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P,$$

mas $\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{NkT}{P}\right)_P = \frac{Nk}{P}$

e $\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_P = \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{NfkT}{2}\right) = \frac{Nfk}{2}$

2) Capacidade térmica

Para os gases ideais ($PV = NkT$):

$$C_P = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_P + P \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P,$$

mas $\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{NkT}{P}\right)_P = \frac{Nk}{P}$

e $\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_P = \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{NfkT}{2}\right) = \frac{Nfk}{2} = C_V$

2) Capacidade térmica

Para os gases ideais ($PV = NkT$):

$$C_P = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_P + P \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P,$$

mas $\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{NkT}{P}\right)_P = \frac{Nk}{P}$

e $\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_P = \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{NfkT}{2}\right) = \frac{Nfk}{2} = C_V,$

então:

$$C_P = C_V + Nk$$

2) Capacidade térmica

Para os gases ideais ($PV = NkT$):

$$C_P = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_P + P \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P,$$

mas $\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{NkT}{P}\right)_P = \frac{Nk}{P}$

e $\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_P = \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{NfkT}{2}\right) = \frac{Nfk}{2} = C_V,$

então:

$$C_P = C_V + Nk = C_V + nR$$

2) Capacidade térmica

Para os gases ideais ($PV = NkT$):

$$C_P = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_P + P \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P,$$

mas $\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{NkT}{P}\right)_P = \frac{Nk}{P}$

e $\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_P = \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{NfkT}{2}\right) = \frac{Nfk}{2} = C_V,$

então:

$$C_P = C_V + Nk = C_V + nR \Rightarrow R = \frac{C_P - C_V}{n}$$

2) Capacidade térmica

Para os gases ideais ($PV = NkT$):

$$C_P = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_P + P \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P,$$

mas $\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{NkT}{P}\right)_P = \frac{Nk}{P}$

e $\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_P = \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{NfkT}{2}\right) = \frac{Nfk}{2} = C_V,$

então:

$$C_P = C_V + Nk = C_V + nR \Rightarrow R = \frac{C_P - C_V}{n} = C_P/n - C_V/n$$

2) Capacidade térmica

Para os gases ideais ($PV = NkT$):

$$C_P = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_P + P \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P,$$

mas $\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{NkT}{P}\right)_P = \frac{Nk}{P}$

e $\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_P = \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{NfkT}{2}\right) = \frac{Nfk}{2} = C_V,$

então:

$$C_P = C_V + Nk = C_V + nR \Rightarrow R = \frac{C_P - C_V}{n} = C_P/n - C_V/n$$

Calor latente

Calor latente

Durante as **mudanças de fase**, a adição de calor não aumenta a temperatura, ou seja, a capacidade térmica é infinita:

$$C = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \left(\frac{Q}{\Delta T} \right) = \infty \quad (\text{na mudança de fase})$$

Calor latente

Durante as **mudanças de fase**, a adição de calor não aumenta a temperatura, ou seja, a capacidade térmica é infinita:

$$C = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \left(\frac{Q}{\Delta T} \right) = \infty \quad (\text{na mudança de fase})$$

Define-se, então, a quantidade de calor necessária, por unidade de massa, para fundir ou ebulir uma quantidade de substância como o **calor latente**:

$$L \equiv \frac{Q}{m}$$

Calor latente

Durante as **mudanças de fase**, a adição de calor não aumenta a temperatura, ou seja, a capacidade térmica é infinita:

$$C = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \left(\frac{Q}{\Delta T} \right) = \infty \quad (\text{na mudança de fase})$$

Define-se, então, a quantidade de calor necessária, por unidade de massa, para fundir ou ebulir uma quantidade de substância como o **calor latente**:

$$L \equiv \frac{Q}{m}$$

exs.: fusão do gelo: $L = 333 \text{ J/g} = 80 \text{ cal/g}$



Calor latente

Durante as **mudanças de fase**, a adição de calor não aumenta a temperatura, ou seja, a capacidade térmica é infinita:

$$C = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \left(\frac{Q}{\Delta T} \right) = \infty \quad (\text{na mudança de fase})$$

Define-se, então, a quantidade de calor necessária, por unidade de massa, para fundir ou ebulir uma quantidade de substância como o **calor latente**:

$$L \equiv \frac{Q}{m}$$

exs.: fusão do gelo: $L = 333 \text{ J/g} = 80 \text{ cal/g}$



ebulição da água: $L = 2260 \text{ J/g} = 540 \text{ cal/g}$



Lista de exercícios 4

4. Suponha que um bloco de metal foi imerso em água fervente (100°C) e, depois de um tempo, ele é transferido rapidamente para um recipiente contendo 250 g de água a 20°C . Depois de cerca de um minuto, o sistema atinge o equilíbrio térmico a 24°C . Assuma que nenhum calor foi trocado com o ambiente e que a capacidade térmica do recipiente seja desprezível.
- (a) Quanto de calor a água ganhou?
 - (b) Quanto de calor foi perdido pelo metal?
 - (c) Qual é a capacidade térmica do bloco de metal?
 - (d) Qual é o calor específico do metal se o bloco é de 100 g?
5. Calcule a capacidade térmica da água *por molécula*, em termos de k . Suponha (erroneamente) que toda a energia térmica da água é armazenada em graus de liberdade quadráticos. Quantos graus de liberdade cada molécula teria?
6. Seu copo de chá de 200 g está em ebulição. Quanto de gelo deve ser adicionado para trazê-lo a uma temperatura confortavelmente quente de 65°C ? Assuma que o gelo esteja a uma temperatura inicial de -15°C e que o calor específico do gelo é $c = 0,5 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C}$.
7. Quando a primavera chega nas montanhas, a camada de neve pode ter dois metros de profundidade, composta por 50% de gelo e 50% de ar. A luz direta do Sol provê cerca de 1000 W/m^2 à superfície da Terra (durante os dias), mas a neve pode refletir 90% desta energia. Estime quantas semanas leva para a luz do Sol derreter a neve, supondo somente a luz do Sol como fonte de energia.

2) Capacidade térmica

□ Definimos a capacidade térmica a volume constante como sendo

$$C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_{N,V}$$

2) Capacidade térmica

□ Definimos a capacidade térmica a volume constante como sendo

$$C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_{N,V},$$

onde escrevemos aqui explicitamente que a derivada parcial deve ser calculada mantendo-se não somente o volume, mas também N fixo.

2) Capacidade térmica

□ Definimos a capacidade térmica a volume constante como sendo

$$C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_{N,V},$$

onde escrevemos aqui explicitamente que a derivada parcial deve ser calculada mantendo-se não somente o volume, mas também N fixo.

□ Para o sólido de Einstein, no limite $q \gg N$, a capacidade térmica é dada então por:

$$C_V = \left[\frac{\partial}{\partial T} (NkT) \right]_{N,V}$$

2) Capacidade térmica

□ Definimos a capacidade térmica a volume constante como sendo

$$C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_{N,V},$$

onde escrevemos aqui explicitamente que a derivada parcial deve ser calculada mantendo-se não somente o volume, mas também N fixo.

□ Para o sólido de Einstein, no limite $q \gg N$, a capacidade térmica é dada então por:

$$C_V = \left[\frac{\partial}{\partial T} (NkT) \right]_{N,V} = Nk$$

2) Capacidade térmica

□ Definimos a capacidade térmica a volume constante como sendo

$$C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_{N,V},$$

onde escrevemos aqui explicitamente que a derivada parcial deve ser calculada mantendo-se não somente o volume, mas também N fixo.

□ Para o sólido de Einstein, no limite $q \gg N$, a capacidade térmica é dada então por:

$$C_V = \left[\frac{\partial}{\partial T} (NkT) \right]_{N,V} = Nk \Rightarrow C_V = Nk$$

2) Capacidade térmica

□ Definimos a capacidade térmica a volume constante como sendo

$$C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_{N,V},$$

onde escrevemos aqui explicitamente que a derivada parcial deve ser calculada mantendo-se não somente o volume, mas também N fixo.

□ Para o sólido de Einstein, no limite $q \gg N$, a capacidade térmica é dada então por:

$$C_V = \left[\frac{\partial}{\partial T} (NkT) \right]_{N,V} = Nk \Rightarrow C_V = Nk$$

□ Analogamente, para o gás ideal monoatômico, obtemos:

$$C_V = \left[\frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{3}{2} NkT \right) \right]_{N,V}$$

2) Capacidade térmica

□ Definimos a capacidade térmica a volume constante como sendo

$$C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_{N,V},$$

onde escrevemos aqui explicitamente que a derivada parcial deve ser calculada mantendo-se não somente o volume, mas também N fixo.

□ Para o sólido de Einstein, no limite $q \gg N$, a capacidade térmica é dada então por:

$$C_V = \left[\frac{\partial}{\partial T} (NkT) \right]_{N,V} = Nk \Rightarrow C_V = Nk$$

□ Analogamente, para o gás ideal monoatômico, obtemos:

$$C_V = \left[\frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{3}{2} NkT \right) \right]_{N,V} = \frac{3}{2} Nk$$

2) Capacidade térmica

□ Definimos a capacidade térmica a volume constante como sendo

$$C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_{N,V},$$

onde escrevemos aqui explicitamente que a derivada parcial deve ser calculada mantendo-se não somente o volume, mas também N fixo.

□ Para o sólido de Einstein, no limite $q \gg N$, a capacidade térmica é dada então por:

$$C_V = \left[\frac{\partial}{\partial T} (NkT) \right]_{N,V} = Nk \Rightarrow C_V = Nk$$

□ Analogamente, para o gás ideal monoatômico, obtemos:

$$C_V = \left[\frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{3}{2} NkT \right) \right]_{N,V} = \frac{3}{2} Nk \Rightarrow C_V = \frac{3}{2} Nk$$

2) Capacidade térmica

- A capacidade térmica a volume constante é definida

$$C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_{N,V}$$

- Para o sólido de Einstein, no limite $q \gg N$, a capacidade térmica é dada então por:

$$C_V = Nk$$

- Para o gás ideal monoatômico, obtemos:

$$C_V = \frac{3}{2} Nk$$

2) Capacidade térmica

- A capacidade térmica a volume constante é definida

$$C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_{N,V}$$

- Para o sólido de Einstein, no limite $q \gg N$, a capacidade térmica é dada então por:

$$C_V = Nk$$

- Para o gás ideal monoatômico, obtemos:

$$C_V = \frac{3}{2} Nk$$

- Tanto para o sólido de Einstein como para o gás ideal monoatômico, a capacidade térmica não depende da temperatura e é igual a $k/2$ multiplicado pelo número de graus de liberdade dos N objetos que compõem o sistema.

2) Capacidade térmica

- A capacidade térmica a volume constante é definida

$$C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_{N,V}$$

- Para o sólido de Einstein, no limite $q \gg N$, a capacidade térmica é dada então por:

$$C_V = Nk$$

- Para o gás ideal monoatômico, obtemos:

$$C_V = \frac{3}{2} Nk$$

- Tanto para o sólido de Einstein como para o gás ideal monoatômico, a capacidade térmica não depende da temperatura e é igual a $k/2$ multiplicado pelo número de graus de liberdade dos N objetos que compõem o sistema.
- Este resultado para a capacidade térmica (graus de liberdade vezes $k/2$) não é um resultado geral. Conforme veremos adiante, existem sistemas que exibem uma capacidade térmica com um comportamento bem mais complicado.

2) Capacidade térmica

Predições de capacidades térmicas:

- ❑ De uma forma geral, a capacidade térmica de um sistema pode ser predita utilizando-se a ferramenta desenvolvida até aqui.

2) Capacidade térmica

Predições de capacidades térmicas:

- ❑ De uma forma geral, a capacidade térmica de um sistema pode ser predita utilizando-se a ferramenta desenvolvida até aqui. Para isto, basta seguir os cinco passos abaixo:

2) Capacidade térmica

Predições de capacidades térmicas:

- De uma forma geral, a capacidade térmica de um sistema pode ser predita utilizando-se a ferramenta desenvolvida até aqui. Para isto, basta seguir os cinco passos abaixo:
 1. Utilize a mecânica quântica e combinatórios para encontrar uma expressão para a multiplicidade, $\Omega = f(U, V, N)$ e quaisquer outras variáveis relevantes.

2) Capacidade térmica

Predições de capacidades térmicas:

- De uma forma geral, a capacidade térmica de um sistema pode ser predita utilizando-se a ferramenta desenvolvida até aqui. Para isto, basta seguir os cinco passos abaixo:
 1. Utilize a mecânica quântica e combinatórios para encontrar uma expressão para a multiplicidade, $\Omega = f(U, V, N)$ e quaisquer outras variáveis relevantes;
 2. Tome o logaritmo natural para encontrar a entropia: $S = k \ln \Omega$.

2) Capacidade térmica

Predições de capacidades térmicas:

□ De uma forma geral, a capacidade térmica de um sistema pode ser predita utilizando-se a ferramenta desenvolvida até aqui. Para isto, basta seguir os cinco passos abaixo:

1. Utilize a mecânica quântica e combinatórios para encontrar uma expressão para a multiplicidade, $\Omega = f(U, V, N)$ e quaisquer outras variáveis relevantes;
2. Tome o logaritmo natural para encontrar a entropia: $S = k \ln \Omega$;
3. Diferencie S com respeito a U e tome a sua recíproca para encontrar a temperatura, T , como função da energia U e outras variáveis:

$$T = \left(\frac{\partial S}{\partial U} \right)^{-1} = f(U, \dots).$$

2) Capacidade térmica

Predições de capacidades térmicas:

□ De uma forma geral, a capacidade térmica de um sistema pode ser predita utilizando-se a ferramenta desenvolvida até aqui. Para isto, basta seguir os cinco passos abaixo:

1. Utilize a mecânica quântica e combinatórios para encontrar uma expressão para a multiplicidade, $\Omega = f(U, V, N)$ e quaisquer outras variáveis relevantes;
2. Tome o logaritmo natural para encontrar a entropia: $S = k \ln \Omega$;
3. Diferencie S com respeito a U e tome a sua recíproca para encontrar a temperatura, T , como função da energia U e outras variáveis:

$$T = \left(\frac{\partial S}{\partial U} \right)^{-1} = f(U, \dots);$$

4. Resolva U como função de T e outras variáveis: $U = f(T, \dots)$.

2) Capacidade térmica

Predições de capacidades térmicas:

□ De uma forma geral, a capacidade térmica de um sistema pode ser predita utilizando-se a ferramenta desenvolvida até aqui. Para isto, basta seguir os cinco passos abaixo:

1. Utilize a mecânica quântica e combinatórios para encontrar uma expressão para a multiplicidade, $\Omega = f(U, V, N)$ e quaisquer outras variáveis relevantes;
2. Tome o logaritmo natural para encontrar a entropia: $S = k \ln \Omega$;
3. Diferencie S com respeito a U e tome a sua recíproca para encontrar a temperatura, T , como função da energia U e outras variáveis:

$$T = \left(\frac{\partial S}{\partial U} \right)^{-1} = f(U, \dots);$$

4. Resolva U como função de T e outras variáveis: $U = f(T, \dots)$;
5. Diferencie $U(T)$, mantendo outras variáveis fixas, para obter a capacidade térmica:

$$C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_{N,V}.$$

2) Capacidade térmica

Predições de capacidades térmicas:

□ De uma forma geral, a capacidade térmica de um sistema pode ser predita utilizando-se a ferramenta desenvolvida até aqui. Para isto, basta seguir os cinco passos abaixo:

1. Utilize a mecânica quântica e combinatórios para encontrar uma expressão para a multiplicidade, $\Omega = f(U, V, N)$ e quaisquer outras variáveis relevantes;
2. Tome o logaritmo natural para encontrar a entropia: $S = k \ln \Omega$;
3. Diferencie S com respeito a U e tome a sua recíproca para encontrar a temperatura, T , como função da energia U e outras variáveis:

$$T = \left(\frac{\partial S}{\partial U} \right)^{-1} = f(U, \dots);$$

4. Resolva U como função de T e outras variáveis: $U = f(T, \dots)$;
5. Diferencie $U(T)$, mantendo outras variáveis fixas, para obter a capacidade térmica:

$$C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_{N,V}.$$

➤ O problema desse procedimento é que para a maioria dos sistemas, nós não conseguimos efetuar o passo (1). De fato, existem poucos sistemas na natureza onde conseguimos escrever explicitamente uma fórmula para a multiplicidade.

2) Capacidade térmica

Predições de capacidades térmicas:

□ De uma forma geral, a capacidade térmica de um sistema pode ser predita utilizando-se a ferramenta desenvolvida até aqui. Para isto, basta seguir os cinco passos abaixo:

1. Utilize a mecânica quântica e combinatórios para encontrar uma expressão para a multiplicidade, $\Omega = f(U, V, N)$ e quaisquer outras variáveis relevantes;
2. Tome o logaritmo natural para encontrar a entropia: $S = k \ln \Omega$;
3. Diferencie S com respeito a U e tome a sua recíproca para encontrar a temperatura, T , como função da energia U e outras variáveis:

$$T = \left(\frac{\partial S}{\partial U} \right)^{-1} = f(U, \dots);$$

4. Resolva U como função de T e outras variáveis: $U = f(T, \dots)$;
5. Diferencie $U(T)$, mantendo outras variáveis fixas, para obter a capacidade térmica:

$$C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_{N,V}.$$

- O problema desse procedimento é que para a maioria dos sistemas, nós não conseguimos efetuar o passo (1). De fato, existem poucos sistemas na natureza onde conseguimos escrever explicitamente uma fórmula para a multiplicidade.
- Mais para o final do curso, introduziremos a **estatística de Boltzmann** (ou **formalismo canônico da Mecânica Estatística**), cuja formulação levará ao passo (4) através de um caminho alternativo.

Lista de exercícios 4

8. Calcule a capacidade térmica de um sólido de Einstein no limite de baixas temperaturas, utilizando o resultado do problema anterior. Esboce o resultado obtido em função da temperatura.

3) Entropia e calor

□ Conforme visto, definimos a temperatura através da relação

$$\frac{1}{T} = \left(\frac{\partial S}{\partial U} \right)_{N,V}$$

3) Entropia e calor

- Conforme visto, definimos a temperatura através da relação

$$\frac{1}{T} = \left(\frac{\partial S}{\partial U} \right)_{N,V}$$

- Se adicionarmos uma pequena quantidade de calor dQ , mantendo o volume constante (além de N e outras variáveis) e não realizando quaisquer outras formas de trabalho, temos que:

$$dS = \frac{dU}{T} = \frac{dQ}{T} \quad (V = \text{const.}, W_{\text{outro}} = 0)$$

3) Entropia e calor

□ Conforme visto, definimos a temperatura através da relação

$$\frac{1}{T} = \left(\frac{\partial S}{\partial U} \right)_{N,V}$$

□ Se adicionarmos uma pequena quantidade de calor dQ , mantendo o volume constante (além de N e outras variáveis) e não realizando quaisquer outras formas de trabalho, temos que:

$$dS = \frac{dU}{T} = \frac{dQ}{T} \quad (V = \text{const.}, W_{\text{outro}} = 0)$$

Veremos adiante que a última expressão pode ser aplicada mesmo quando o volume varia, mas o processo precisa ser quase-estático.

3) Entropia e calor

- ❑ Conforme visto, definimos a temperatura através da relação

$$\frac{1}{T} = \left(\frac{\partial S}{\partial U} \right)_{N,V}$$

- ❑ Se adicionarmos uma pequena quantidade de calor dQ , mantendo o volume constante (além de N e outras variáveis) e não realizando quaisquer outras formas de trabalho, temos que:

$$dS = \frac{dU}{T} = \frac{dQ}{T} \quad (V = \text{const.}, W_{\text{outro}} = 0)$$

Veremos adiante que a última expressão pode ser aplicada mesmo quando o volume varia, mas o processo precisa ser quase-estático.

- ❑ Quando a temperatura do sistema está mudando, é mais conveniente escrever a variação da entropia em função da capacidade térmica.

Lembrando que $dU = C_V dT$:

$$dS = \frac{C_V}{T} dT$$

3) Entropia e calor

□ A mudança total na entropia é então dada por:

$$\Delta S = S_f - S_i = \int_{T_i}^{T_f} \frac{C_V}{T} dT$$

3) Entropia e calor

□ A mudança total na entropia é então dada por:

$$\Delta S = S_f - S_i = \int_{T_i}^{T_f} \frac{C_V}{T} dT$$

Para muitos sistemas e situações, C_V pode ser aproximadamente constante. Mas para alguns casos, especialmente a baixas temperaturas, ela pode mudar de forma significativa com a temperatura.

3) Entropia e calor

□ A mudança total na entropia é então dada por:

$$\Delta S = S_f - S_i = \int_{T_i}^{T_f} \frac{C_V}{T} dT$$

Para muitos sistemas e situações, C_V pode ser aproximadamente constante. Mas para alguns casos, especialmente a baixas temperaturas, ela pode mudar de forma significativa com a temperatura.

□ Se C_V é conhecida até o zero absoluto, é possível que consigamos calcular a **entropia total** do sistema, $S_f = S(T_f)$, para uma dada temperatura T_f :

$$S_f - S(0) = \int_0^{T_f} \frac{C_V}{T} dT$$

3) Entropia e calor

- A mudança total na entropia é então dada por:

$$\Delta S = S_f - S_i = \int_{T_i}^{T_f} \frac{C_V}{T} dT$$

Para muitos sistemas e situações, C_V pode ser aproximadamente constante. Mas para alguns casos, especialmente a baixas temperaturas, ela pode mudar de forma significativa com a temperatura.

- Se C_V é conhecida até o zero absoluto, é possível que consigamos calcular a **entropia total** do sistema, $S_f = S(T_f)$, para uma dada temperatura T_f :

$$S_f - S(0) = \int_0^{T_f} \frac{C_V}{T} dT$$

- Em princípio, à temperatura zero o sistema deve se estabelecer no estado de menor energia, que deve ser único, portanto, $\Omega = 1$. Logo, $S(0) = 0$.

3) Entropia e calor

- ❑ De acordo com a formulação de Planck da **terceira lei da termodinâmica**:

“A entropia de uma substância sólida ou líquida em equilíbrio térmico torna-se nula quando a temperatura tende ao zero absoluto.”

3) Entropia e calor

- ❑ De acordo com a formulação de Planck da **terceira lei da termodinâmica**:

“A entropia de uma substância sólida ou líquida em equilíbrio térmico torna-se nula quando a temperatura tende ao zero absoluto.”

- ❑ Na prática, $S(0)$ não tende a zero, mas a um valor constante, que é conhecido como a **entropia residual**.

3) Entropia e calor

- ❑ De acordo com a formulação de Planck da **terceira lei da termodinâmica**:

“A entropia de uma substância sólida ou líquida em equilíbrio térmico torna-se nula quando a temperatura tende ao zero absoluto.”

- ❑ Na prática, $S(0)$ não tende a zero, mas a um valor constante, que é conhecido como a **entropia residual**. Existem diferentes tipos de entropia residual:
 - moléculas de cristais que possuem um arranjo aleatório, ou quase aleatório, tal que é altamente improvável que se atinja o verdadeiro estado fundamental.

3) Entropia e calor

- ❑ De acordo com a formulação de Planck da **terceira lei da termodinâmica**:

“A entropia de uma substância sólida ou líquida em equilíbrio térmico torna-se nula quando a temperatura tende ao zero absoluto.”

- ❑ Na prática, $S(0)$ não tende a zero, mas a um valor constante, que é conhecido como a **entropia residual**. Existem diferentes tipos de entropia residual:
 - moléculas de cristais que possuem um arranjo aleatório, ou quase aleatório, tal que é altamente improvável que se atinja o verdadeiro estado fundamental;
 - entropia devido à mistura de diferentes isótopos nucleares de um elemento. Para $T=0$, eles não deveriam estar misturados ou deveriam estar distribuídos de alguma forma ordenada, mas não é o que ocorre.

3) Entropia e calor

- ❑ De acordo com a formulação de Planck da **terceira lei da termodinâmica**:

“A entropia de uma substância sólida ou líquida em equilíbrio térmico torna-se nula quando a temperatura tende ao zero absoluto.”

- ❑ Na prática, $S(0)$ não tende a zero, mas a um valor constante, que é conhecido como a **entropia residual**. Existem diferentes tipos de entropia residual:
 - moléculas de cristais que possuem um arranjo aleatório, ou quase aleatório, tal que é altamente improvável que se atinja o verdadeiro estado fundamental;
 - entropia devido à mistura de diferentes isótopos nucleares de um elemento. Para $T=0$, eles não deveriam estar misturados ou deveriam estar distribuídos de alguma forma ordenada, mas não é o que ocorre;
 - Uma terceira forma de entropia residual é devido à multiplicidade de alinhamento de spins nucleares.

3) Entropia e calor

□ Uma rápida inspeção na equação:

$$S_f - S(0) = \int_0^{T_f} \frac{c_V}{T} dT$$

nos leva a impressão que a integral diverge para $T \rightarrow 0$, pois T está no denominador do integrando. Em princípio, ela poderia produzir um infinito para a entropia.

3) Entropia e calor

□ Uma rápida inspeção na equação:

$$S_f - S(0) = \int_0^{T_f} \frac{c_V}{T} dT$$

nos leva a impressão que a integral diverge para $T \rightarrow 0$, pois T está no denominador do integrando. Em princípio, ela poderia produzir um infinito para a entropia. Contudo, isto normalmente não ocorre, pois

$$c_V \rightarrow 0 \text{ quando } T \rightarrow 0$$

ou seja, para temperaturas muito baixas, todos os graus de liberdade devem se congelar.

3) Entropia e calor

□ Uma rápida inspeção na equação:

$$S_f - S(0) = \int_0^{T_f} \frac{C_V}{T} dT$$

nos leva a impressão que a integral diverge para $T \rightarrow 0$, pois T está no denominador do integrando. Em princípio, ela poderia produzir um infinito para a entropia. Contudo, isto normalmente não ocorre, pois

$$C_V \rightarrow 0 \text{ quando } T \rightarrow 0$$

ou seja, para temperaturas muito baixas, todos os graus de liberdade devem se congelar. O resultado acima também é conhecido como a **terceira lei da termodinâmica**.

Lista de exercícios 4

9. Suponha que você aqueça uma xícara com 200 g de água de 20°C para 100°C . Sabendo que a capacidade térmica de 200 g de água é 200 cal/K , o que dá aproximadamente 840 J/K , e é essencialmente constante no intervalo de temperatura considerado, calcule a mudança na entropia desse processo.

3) Entropia e calor: visão macroscópica da entropia

- ❑ Originalmente, a relação $dS = dQ/T$ era a definição da entropia. Em 1865, R. Clausius definiu a entropia como sendo uma grandeza que aumenta de Q/T quando um calor Q entra num sistema de temperatura T .

3) Entropia e calor: visão macroscópica da entropia

- ❑ Originalmente, a relação $dS = dQ/T$ era a definição da entropia. Em 1865, R. Clausius definiu a entropia como sendo uma grandeza que aumenta de Q/T quando um calor Q entra num sistema de temperatura T .
- ❑ A partir desta visão tradicional, vamos analisar o que ocorre quando um objeto quente A , à temperatura $T_A = 500$ K, é colocado em contato com o objeto frio B , à temperatura $T_B = 300$ K. Suponha que em um certo intervalo de tempo, uma quantidade de $Q = 1500$ J de calor irá fluir de A para B .

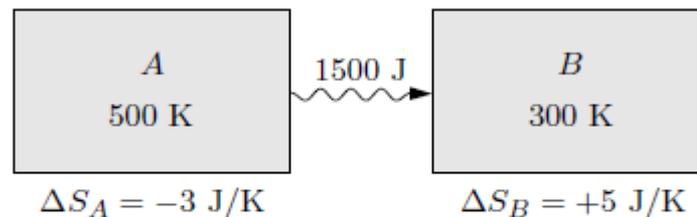


Figure 3.4. When 1500 J of heat leaves a 500 K object, its entropy decreases by 3 J/K. When this same heat enters a 300 K object, its entropy increases by 5 J/K. Copyright ©2000, Addison-Wesley.

3) Entropia e calor: visão macroscópica da entropia

- A partir da visão tradicional ($dS = dQ/T$), vamos analisar o que ocorre quando um objeto quente A , à temperatura $T_A = 500$ K, é colocado em contato com o objeto frio B , à temperatura $T_B = 300$ K. Suponha que em um certo intervalo de tempo, uma quantidade de $Q = 1500$ J de calor irá fluir de A para B .

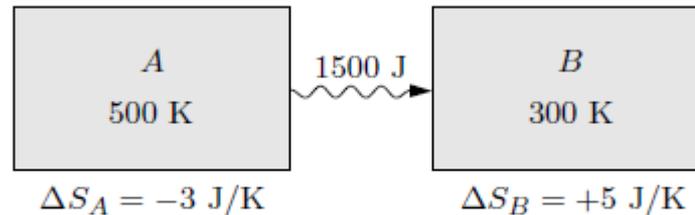
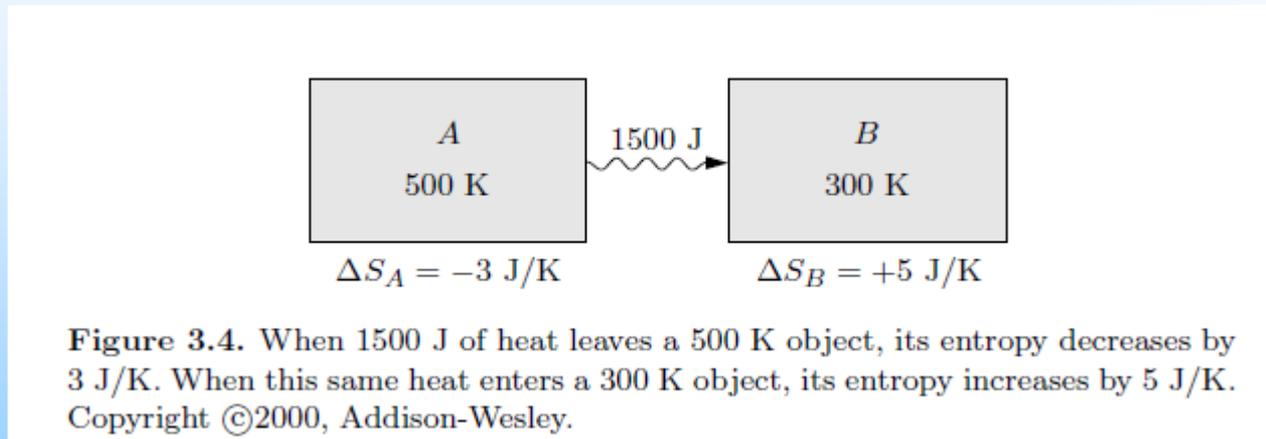


Figure 3.4. When 1500 J of heat leaves a 500 K object, its entropy decreases by 3 J/K. When this same heat enters a 300 K object, its entropy increases by 5 J/K. Copyright ©2000, Addison-Wesley.

3) Entropia e calor: visão macroscópica da entropia

- A partir da visão tradicional ($dS = dQ/T$), vamos analisar o que ocorre quando um objeto quente A , à temperatura $T_A = 500$ K, é colocado em contato com o objeto frio B , à temperatura $T_B = 300$ K. Suponha que em um certo intervalo de tempo, uma quantidade de $Q = 1500$ J de calor irá fluir de A para B .

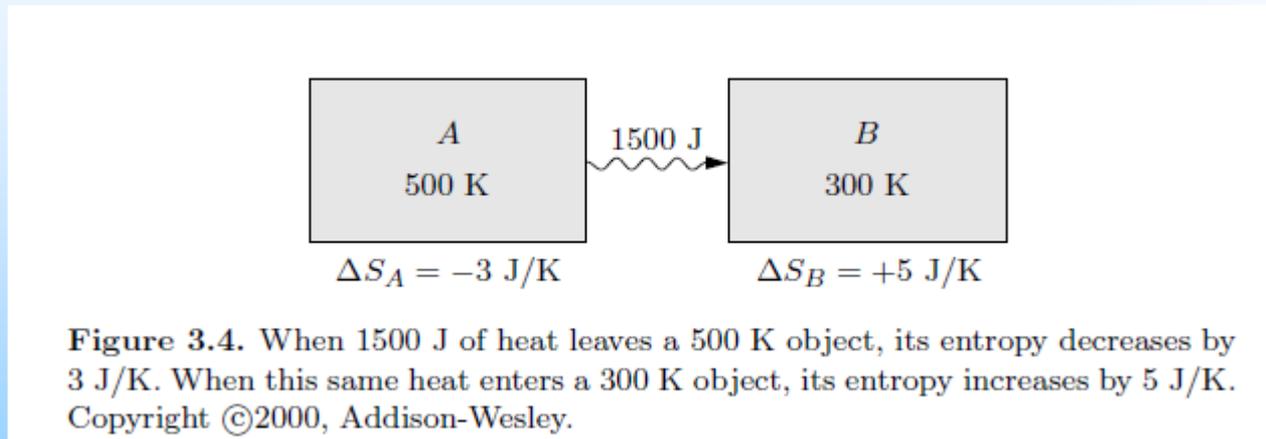


Se os dois objetos são suficientemente grandes, as suas temperaturas não vão mudar significativamente devido a perda ou ganho de calor. Logo, a mudança de entropia para cada objeto será dada por:

$$\Delta S_A = \frac{-Q}{T_A} = -3 \text{ J/K} \quad \text{e} \quad \Delta S_B = \frac{Q}{T_B} = +5 \text{ J/K}$$

3) Entropia e calor: visão macroscópica da entropia

- A partir da visão tradicional ($dS = dQ/T$), vamos analisar o que ocorre quando um objeto quente A , à temperatura $T_A = 500$ K, é colocado em contato com o objeto frio B , à temperatura $T_B = 300$ K. Suponha que em um certo intervalo de tempo, uma quantidade de $Q = 1500$ J de calor irá fluir de A para B .

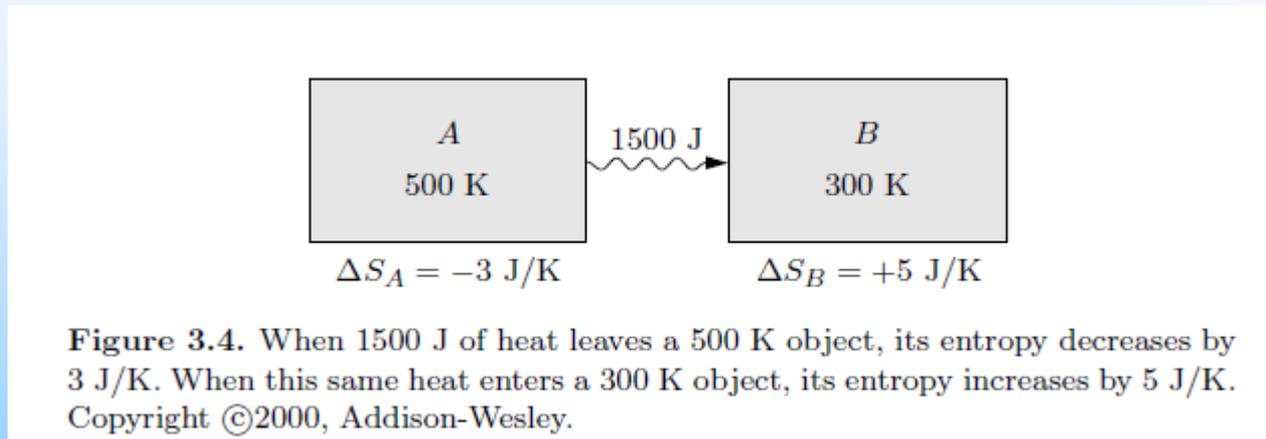


$$\Delta S_A = \frac{-Q}{T_A} = -3 \text{ J/K} \quad \text{e} \quad \Delta S_B = \frac{Q}{T_B} = +5 \text{ J/K}$$

- O objeto A **perde** entropia, pois o calor está **saindo** dele. Por outro lado, o objeto B **ganha** entropia, pois o calor está **entrando** nele.

3) Entropia e calor: visão macroscópica da entropia

- A partir da visão tradicional ($dS = dQ/T$), vamos analisar o que ocorre quando um objeto quente A , à temperatura $T_A = 500$ K, é colocado em contato com o objeto frio B , à temperatura $T_B = 300$ K. Suponha que em um certo intervalo de tempo, uma quantidade de $Q = 1500$ J de calor irá fluir de A para B .



$$\Delta S_A = \frac{-Q}{T_A} = -3 \text{ J/K} \quad \text{e} \quad \Delta S_B = \frac{Q}{T_B} = +5 \text{ J/K}$$

- A mudança líquida na **entropia do universo** é:

$$\Delta S = \Delta S_A + \Delta S_B = -3 \text{ J/K} + 5 \text{ J/K} = +2 \text{ J/K} \Rightarrow \Delta S > 0 ,$$

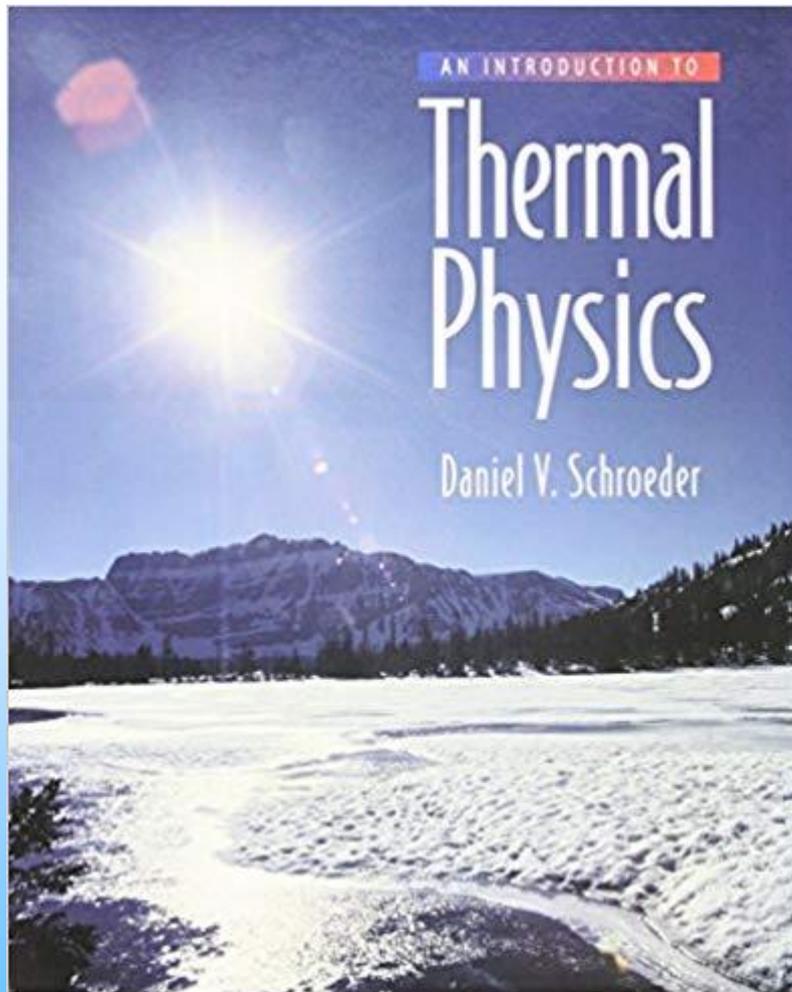
de acordo com a segunda lei da termodinâmica

Lista de exercícios 4

10. Um cubo de gelo de 30 g à temperatura de 0°C é deixado em cima de uma mesa na cozinha, onde gradualmente derrete. A temperatura da cozinha é de 25°C .
- (a) Calcule a mudança de entropia do cubo de gelo quando ele se derrete em água a 0°C ;
 - (b) Calcule a mudança de entropia da água (do gelo derretido) quando a temperatura aumenta de 0°C para 25°C ;
 - (c) Calcule a mudança na entropia da cozinha quando ela fornece calor em todo o processo;
 - (d) Calcule a mudança líquida na entropia do universo durante este processo. A mudança líquida é positiva, negativa ou zero? O resultado é o que você esperaria?
11. Medidas experimentais da capacidade térmica do alumínio em baixas temperaturas (abaixo de 50 K) podem ser ajustadas com a fórmula:

$$C_V = aT + bT^3,$$

onde C_V é a capacidade térmica de um mol de alumínio e as constantes a e b são aproximadamente $a = 0,00135 \text{ J/K}^2$ e $b = 2,48 \times 10^{-5} \text{ J/K}^4$. A partir destes dados, encontre a fórmula para a entropia de um mol de alumínio em função da temperatura. Avalie sua fórmula em $T = 1 \text{ K}$ e em $T = 10 \text{ K}$, expressando suas respostas em unidade convencional (J/K) e em número puro (dividindo pela constante de Boltzmann).



An Introduction to Thermal Physics

por Daniel V. Schroeder (Autor)

Editora: Addison-Wesley Professional;

Edição: 2000

Idioma: Inglês

ISBN-10: 9780201380279

ISBN-13: 978-0201380279

pgs: 85-92; 28-33; 92-97.

