

PEF-112-Mecânica Estatística

Prof. Marcelo Leigui

Lista de Exercícios 2

Multiplicidade de estados, sólidos de Einstein, sistemas interagentes e sistemas grandes

- Suponha que você lance 20 moedas honestas.
 - Qual é o número total de microestados que se pode obter?
 - Qual é a probabilidade de se obter a sequência
HTHHTTTTHTHHHTHHHTHT,
onde H é cara e T a coroa, exatamente nessa ordem?
 - Qual a probabilidade de se obter 12 caras e 8 coroas (em qualquer ordem)?
- Para o sólido de Einstein com três osciladores, liste todos os microestados com quatro unidades de energia, utilizando o formato da tabela da página 59. Qual a multiplicidade desses macroestados?
- Considere um sistema com dois sólidos de Einstein, A e B , cada um contendo 10 osciladores, compartilhando um total de 20 unidades de energia. Assuma que os sólidos sejam fracamente acoplados e que a energia total seja mantida fixa.
 - Quantos diferentes macroestados estão disponíveis para este sistema?
 - Quantos diferentes microestados estão disponíveis para este sistema?
 - Assumindo que o sistema esteja em equilíbrio térmico, qual a probabilidade de encontrar toda a energia no sólido A ?
 - Qual a probabilidade de encontrar exatamente metade da energia no sólido A ?
 - Sob que circunstâncias este sistema exibiria um comportamento irreversível?
- A função logaritmo natural, \ln , é definida tal que $e^{\ln x} = x$, para x positivo qualquer.
 - Esboce o gráfico do logaritmo natural.
 - Prove as identidades $\ln ab = \ln a + \ln b$ e $\ln a^b = b \ln a$.
 - Prove que $\frac{d}{dx} \ln x = \frac{1}{x}$.
 - Derive a aproximação

$$\ln(1+x) \approx x$$

que é válida quando $|x| \ll 1$. Utilize uma calculadora para checar a precisão desta aproximação para $x = 0,1$ e $x = 0,01$.

Dica: a **série de Taylor** de \ln em torno de $x = 0$ é dada por

$$f(x) = f(0) + \left. \frac{d}{dx} f(x) \right|_{x=0} x + \frac{1}{2} \left. \frac{d^2}{dx^2} f(x) \right|_{x=0} x^2 + \dots$$

- Utilize uma calculadora de bolso para checar a aproximação de Stirling. Para $N = 1, 10$ e 100 , obtenha $\ln N!$, $N \ln N - N$ e o erro relativo entre as duas expressões.
- Utilize o método similar ao caso de altas temperaturas ($q \gg N$), para derivar a fórmula da multiplicidade de um sólido de Einstein no limite a baixas temperaturas, $q \ll N$.