

PEF-112-Mecânica Estatística

Prof. Marcelo Leigui

Lista de Exercícios 4

Interações: temperatura, entropia e capacidades térmicas

1. Calcule as temperaturas de dois sólidos de Einstein A e B , respectivamente, com $N_A = 300$ e $N_B = 200$ osciladores e um conteúdo de energia $q_{\text{total}} = 100$, quando $q_A = 1$ e quando $q_A = 60$. Expresse as suas respostas em termos de ϵ/k e em seguida em kelvins, assumindo que $\epsilon = 0,1$ eV. A constante de Boltzmann é $k = 1,381 \times 10^{-23}$ J/K = $8,617 \times 10^{-5}$ eV/K.

2. Use a definição de temperatura:

$$\frac{1}{T} \equiv \left(\frac{\partial S}{\partial U} \right)_{N,V};$$

para provar a lei zero da termodinâmica, que diz que se o sistema A está em equilíbrio térmico com o sistema B , e o sistema B está em equilíbrio térmico com o sistema C , então o sistema A está em equilíbrio térmico com o sistema C .

3. Encontre a temperatura para um sólido de Einstein no limite $q \ll N$. Mostre que $U = N\epsilon e^{-\epsilon/kT}$, onde ϵ é uma unidade de energia.

4. Suponha que um bloco de metal foi imerso em água fervente (100°C) e, depois de um tempo, ele é transferido rapidamente para um recipiente contendo 250 g de água a 20°C . Depois de cerca de um minuto, o sistema atinge o equilíbrio térmico a 24°C . Assuma que nenhum calor foi trocado com o ambiente e que a capacidade térmica do recipiente seja desprezível.

- (a) Quanto de calor a água ganhou?
- (b) Quanto de calor foi perdido pelo metal?
- (c) Qual é a capacidade térmica do bloco de metal?
- (d) Qual é o calor específico do metal se o bloco é de 100 g?

5. Calcule a capacidade térmica da água *por molécula*, em termos de k . Suponha (erroneamente) que toda a energia térmica da água é armazenada em graus de liberdade quadráticos. Quantos graus de liberdade cada molécula teria?

6. Seu copo de chá de 200 g está em ebulição. Quanto de gelo deve ser adicionado para trazê-lo a uma temperatura confortavelmente quente de 65°C ? Assuma que o gelo esteja a uma temperatura inicial de -15°C e que o calor específico do gelo é $c = 0,5$ cal/g°C.

7. Quando a primavera chega nas montanhas, a camada de neve pode ter dois metros de profundidade, composta por 50% de gelo e 50% de ar. A luz direta do Sol provê cerca de 1000 W/m² à superfície da Terra (durante os dias), mas a neve pode refletir 90% desta energia. Estime quantas semanas leva para a luz do Sol derreter a neve, supondo somente a luz do Sol como fonte de energia.

8. Calcule a capacidade térmica de um sólido de Einstein no limite de baixas temperaturas, utilizando o resultado do problema anterior. Esboce o resultado obtido em função da temperatura.

9. Suponha que você aqueça uma xícara com 200 g de água de 20°C para 100°C . Sabendo que a capacidade térmica de 200 g de água é 200 cal/K, o que dá aproximadamente 840 J/K, e é essencialmente constante no intervalo de temperatura considerado, calcule a mudança na entropia desse processo.

10. Um cubo de gelo de 30 g à temperatura de 0°C é deixado em cima de uma mesa na cozinha, onde gradualmente derrete. A temperatura da cozinha é de 25°C .
- (a) Calcule a mudança de entropia do cubo de gelo quando ele se derrete em água a 0°C ;
 - (b) Calcule a mudança de entropia da água (do gelo derretido) quando a temperatura aumenta de 0°C para 25°C ;
 - (c) Calcule a mudança na entropia da cozinha quando ela fornece calor em todo o processo;
 - (d) Calcule a mudança líquida na entropia do universo durante este processo. A mudança líquida é positiva, negativa ou zero? O resultado é o que você esperaria?
11. Medidas experimentais da capacidade térmica do alumínio em baixas temperaturas (abaixo de 50 K) podem ser ajustadas com a fórmula:

$$C_V = aT + bT^3,$$

onde C_V é a capacidade térmica de um mol de alumínio e as constantes a e b são aproximadamente $a = 0,00135 \text{ J/K}^2$ e $b = 2,48 \times 10^{-5} \text{ J/K}^4$. A partir destes dados, encontre a fórmula para a entropia de um mol de alumínio em função da temperatura. Avalie sua fórmula em $T = 1 \text{ K}$ e em $T = 10 \text{ K}$, expressando suas respostas em unidade convencional (J/K) e em número puro (dividindo pela constante de Boltzmann).