PEF-112-Mecânica Estatística

Prof. Marcelo Leigui

Lista de Exercícios 7

Estatística de Boltzmann

1. Prove que a probabilidade de se encontrar um átomo em qualquer nível particular de energia é dada por $P(E) = (1/Z)e^{-F/kT}$, onde $F = E - TS$ e S é a entropia de um nível, calculada por k vezes o logaritmo do número de estados degenerados daquele nível.

2. Considere um átomo hipotético com apenas 2 estados, um fundamental e um excitado com energia 2 eV. Faça um gráfico da função de partição em função da temperatura, avaliando-a numericamente para $T = 300$ K, $T = 3.000$ K e $T = 30.000$ K.

3. Calcule a probabilidade, relativa ao nível fundamental, de um átomo de hidrogênio ser encontrado no primeiro estado excitado:

   (a) À temperatura ambiente;

   (b) Na superfície do Sol, à $T = 5800$ K;

   (c) Na superfície de uma estrela , à $T = 9500$ K.

   Não deixe de levar em conta a degenerescência.

4. Prove que, para um sistema em equilíbrio com um reservatório à temperatura T, o valor médio da energia é:

$$\bar{E} = -\frac{1}{Z}\frac{\partial Z}{\partial \beta} = -\frac{\partial}{\partial \beta}\ln Z,$$

   onde $\beta = 1/kT$.

5. A energia de uma partícula ultrarrelativística pode ser aproximada por $E = pc$, onde p é o seu momento linear e c a velocidade da luz. Considere um grau de liberdade clássico q que seja linear, ou seja: $E = c|q|$, para c constante. Repita os cálculos do teorema da equipartição para este sistema e mostre que sua energia média é $\bar{E} = kT$.

6. Partindo da distribuição de velocidades de Maxwell:

$$D(v) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} 4\pi v^2 e^{-mv^2/2kT},$$

   derive as expressões para a velocidade mais provável, a velocidade média e a velocidade quadrática média de moléculas à temperatura T e avalie numericamente cada uma delas para o oxigênio molecular (O_2).