

PEF-112-Mecânica Estatística

Prof. Marcelo Leigui

Lista de Exercícios 8

Estatística quântica

1. Considere um grande sistema com N moléculas indistinguíveis não-interagentes.
 - (a) Encontre uma expressão para a energia livre de Helmholtz deste sistema, em termos de Z_1 , a função de partição de uma só molécula. (Dica: use a aproximação de Stirling para eliminar o $N!$);
 - (b) Com o resultado do item anterior, encontre o potencial químico, μ , em termos de Z_1 .

2. Seja um sistema em equilíbrio térmico e difusivo com um reservatório.

- (a) Mostre que o número médio de partículas no sistema é:

$$\bar{N} = \frac{kT}{Z} \left(\frac{\partial Z}{\partial \mu} \right)_{T,V}$$

- (b) Mostre que o número quadrático médio de partículas é:

$$\overline{N^2} = \frac{(kT)^2}{Z} \left(\frac{\partial^2 Z}{\partial \mu^2} \right)_{T,V}$$

- (c) Definindo o *desvio padrão* como $\sigma_N \equiv \sqrt{\overline{N^2} - (\bar{N})^2}$, mostre, usando os resultados anteriores, que:

$$\sigma_N = \sqrt{kT(\partial \bar{N} / \partial \mu)}$$

3. Seja agora um gás ideal em equilíbrio térmico e difusivo com um reservatório. Utilize os resultados do exercício 2 para obter uma expressão de σ_N em termos de \bar{N} . Discuta seu resultado.
4. Compute o volume quântico para uma molécula de N_2 à temperatura ambiente. Argumente se um gás dessas moléculas à pressão atmosférica pode ser tratado com estatística de Boltzmann. A que temperatura a estatística quântica seria relevante para este sistema?
5. Para um sistema de férmions à temperatura ambiente, compute a probabilidade de um estado de uma só partícula estar ocupado se sua energia é:
 - (a) 1 eV menor que μ ;
 - (b) 0,1 eV menor que μ ;
 - (c) igual à μ ;
 - (d) 0,1 eV maior que μ ;
 - (e) 1 eV maior que μ .
6. Para um sistema de bósons à temperatura ambiente, compute a ocupância média de um estado de uma só partícula e a probabilidade do estado estar ocupado com 0, 1 ou 2 bósons se sua energia é:
 - (a) 0,001 eV maior que μ ;
 - (b) 0,01 eV maior que μ ;
 - (c) 0,1 eV maior que μ ;
 - (d) 1 eV maior que μ .