

**MNPEF**  
Mestrado Nacional  
Profissional em  
Ensino de Física



Universidade Federal do ABC

Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física

# COMBATE À DESINFORMAÇÃO REFERENTE À FÍSICA QUÂNTICA NO ENSINO MÉDIO

Daniel Luisi Baptista

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física - MNPEF, Polo Universidade Federal do ABC, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Augusto Leigui de Oliveira

Santo André – SP

2024

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca da Universidade Federal do ABC.

SOBRENOME, Nome do aluno

Título/Nome completo do aluno – Santo André: UFABC, ano de defesa.

XX fls. XX cm

Orientador: Nome completo do orientador(a)

Co-orientador: Nome completo do co-orientador(a)

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do ABC, Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física (MNPEF), ano de defesa

Referências Bibliográficas:

1. Ensino de Física. 2. Assunto 3. Assunto

I. SOBRENOME, Nome do autor. II. Universidade Federal do ABC, Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física (MNPEF), ano de defesa. III. Título.

Este exemplar foi revisado e alterado em relação à versão original, de acordo com as observações levantadas pela banca no dia da defesa, sob responsabilidade única do autor e com anuência de seu orientador.

Santo André, \_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 20\_\_\_\_.

Assinatura do autor: \_\_\_\_\_

COMBATE À DESINFORMAÇÃO REFERENTA À FÍSICA QUÂNTICA NO  
ENSINO MÉDIO

Daniel Luisi Baptista

Orientador(a):  
Marcelo Augusto Leigui de Oliveira

Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física - MNPEF, Polo Universidade Federal do ABC, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Aprovada por:

---

Dr. Nome do Membro da Banca

---

Dr. Nome do Membro da Banca

---

Dr. Nome do Membro da Banca

Santo André - SP  
2024



**MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO**

**Fundação Universidade Federal do ABC**

**Programa de Pós – Graduação em Mestrado Nacional Profissional  
em Ensino de Física**

Avenida dos Estados, 5001 – Bairro Santa Terezinha – Santo André –  
SP – CEP 09210-580 – Fone: (11) 4996-0017

ppg.mnpef@ufabc.edu.br

**FOLHA DE ASSINATURAS**

Assinaturas dos membros da Banca Examinadora que avaliou a Defesa de  
Dissertação de Mestrado do(a) candidato(a) \_\_\_\_\_,  
realizada em \_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 20\_\_.

---

Prof. Dr. Marcelo Augusto Leigui de Oliveira (UFABC) – Presidente

---

Prof. Dr. José Kenichi Mizukoshi (UFABC) – Membro Titular

---

Prof.(a) Dr.(a) Osvaldo Frota Pessoa Junior (FFLCH-USP) – Membro Titular

---

Prof.(a) Dr.(a) Marcelo Oliveira da Costa Pires (UFABC) – Membro Suplente

---

Prof.(a) Dr.(a) Leonardo Sioufi Fagundes dos Santos (UNESP) – Membro  
Suplente

## Dedicatória

Dedico este trabalho a todos que apoiaram e incentivaram seu desenvolvimento, em especial à minha companheira Luisa, minha mãe Nilda e meu filho Antonio.

## Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

Agradeço ao meu orientador Professor Doutor Marcelo Augusto Leigui de Oliveira por toda a atenção e cuidado na orientação deste trabalho, assim como pelas valiosas contribuições prestadas.

Aos colegas de mestrado pelo companheirismo.

Aos professores do MNPEF da UFACB que tanto contribuíram para minha formação.

À professora Iraci Pedroso Araújo pelo suporte na aplicação do produto educacional.

À minha mãe Nilda Luisi Baptista e ao meu filho Antonio Teixeira Baptista por todo apoio à minha trajetória.

Agradeço especialmente minha companheira Maria Luisa Gorec, por todo o incentivo, paciência, contribuição intelectual e compreensão das muitas horas de ausência necessárias para a realização deste trabalho.

"É errado pensar que o dever da física é descobrir como a natureza é. A física se preocupa com o que nós podemos dizer sobre a natureza."  
Neils Bohr

# Resumo

## COMBATE À DESINFORMAÇÃO REFERENTE À FÍSICA QUÂNTICA NO ENSINO MÉDIO

Daniel Luisi Baptista

Orientador(a):

Marcelo Augusto Leigui de Oliveira

Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física - MNPEF, Polo Universidade Federal do ABC, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Termos relacionados à física quântica tais como “cura quântica”, “lei da atração”, “terapia quântica”, “coaching quântico”, entre muitos outros, circulam já há algum tempo no ambiente cultural e no cotidiano das pessoas. Termos como estes são usados para legitimar cientificamente produtos, práticas e serviços dos mais diversos, como tentativas deliberadas, e muitas vezes bem-sucedidas, para confundir ou manipular as pessoas por meio de transferência de informações desonestas. A maioria deles não encontra nenhuma fundamentação científica. Cabe ao âmbito do ensino de física estabelecer estratégias que combatam esse tipo de desinformação. O novo currículo paulista propõe o desenvolvimento de competências e habilidades que visam o estabelecimento de uma postura crítica por parte dos estudantes ao lidar com a desinformação científica. Este trabalho propõe um produto educacional, na forma de uma sequência didática de oito aulas baseada na metodologia dos três momentos pedagógicos, 3MP, que desenvolve criticamente a compreensão das bases da física quântica, sendo a ideia de quantização da energia, a constante de Planck, a ideia de fóton, o efeito fotoelétrico, a dualidade onda-partícula, as propriedades ondulatórias das partículas, o princípio da complementaridade de Bohr, o princípio da incerteza de Heisenberg, o experimento da dupla fenda e o princípio da correspondência de Bohr, de forma que os estudantes da segunda série do ensino médio adquiram habilidades para reconhecer as falácias dos discursos pseudocientíficos relacionados à física quântica e consigam se posicionar consistente e coerentemente perante os discursos de desinformação referentes a esse assunto.

Palavras-chave: Ensino de física, física quântica, combate à desinformação.

# Abstract

## COMBAT MISINFORMATION REGARDING QUANTUM PHYSICS IN HIGH SCHOOL

Daniel Luisi Baptista

Supervisor:

Marcelo Augusto Leigui de Oliveira

Master's dissertation submitted to Programa de Pós-Graduação Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física – MNPEF, Polo Universidade Federal do ABC, in partial fulfillment of the requirements for the degree of Master in Physics Teaching.

Terms related to quantum physics such as “quantum healing”, “law of attraction”, “quantum therapy”, “quantum coaching”, among many others, have been circulating for some time in the cultural and daily environment of people. Terms like these are used to legitimize scientifically the most diverse products, practices and services, such as deliberate, and often successful attempts, to confuse or manipulate people by transferring dishonest information. Most of them find no scientific foundation. It is up to the scope of physics teaching to establish strategies that combat this type of misinformation. The new São Paulo curriculum proposes the development of skills aimed to establishing a critical stance by students when dealing with scientific misinformation. This work proposes an educational product, in the form of a didactic sequence of eight classes based on the methodology of the three pedagogical moments, 3PM, which critically develops the understanding of the bases of quantum physics, being the idea of energy quantization, the Planck constant, the idea of photon, the photoelectric effect, wave-particle duality, the wave properties of the particles, Bohr's complementarity principle, Heisenberg uncertainty principle, the double-slit experiment and Bohr's correspondence principle, so that students from the second year of high school get skills to recognize the fallacies of pseudoscientific discourses related to quantum physics and can put themselves consistently in the face of discourses of misinformation regarding this subject.

Keywords: Physics education, quantum physics, combat to misinformation

## Sumário

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>12</b>
<b>2</b>	<b>REVISÃO DE LITERATURA</b> .....	<b>15</b>
<b>3</b>	<b>FUNDAMENTOS PEDAGÓGICOS E BASES LEGAIS</b> .....	<b>19</b>
<b>3.1</b>	<b>Fundamentos pedagógicos</b> .....	<b>19</b>
<b>3.2</b>	<b>A metodologia dos três momentos pedagógicos</b> .....	<b>20</b>
<b>3.3</b>	<b>Primeiro momento: Problematização inicial</b> .....	<b>20</b>
<b>3.4</b>	<b>Segundo momento: Organização do conhecimento</b> .....	<b>21</b>
<b>3.5</b>	<b>Terceiro momento: Aplicação do conhecimento</b> .....	<b>22</b>
<b>3.6</b>	<b>Visão global da metodologia</b> .....	<b>24</b>
<b>3.7</b>	<b>Bases legais</b> .....	<b>24</b>
<b>4</b>	<b>A PRIMEIRA TEORIA QUÂNTICA</b> .....	<b>29</b>
<b>4.1</b>	<b>O contexto histórico do surgimento da física quântica</b> .....	<b>29</b>
<b>4.2</b>	<b>O problema da radiação de corpo negro</b> .....	<b>31</b>
<b>4.3</b>	<b>A solução proposta por Planck</b> .....	<b>35</b>
<b>4.4</b>	<b>O efeito fotoelétrico</b> .....	<b>41</b>
<b>4.5</b>	<b>A solução de Einstein</b> .....	<b>44</b>
<b>4.6</b>	<b>Propriedades ondulatórias das partículas</b> .....	<b>46</b>
<b>4.7</b>	<b>A dualidade onda-partícula</b> .....	<b>49</b>
<b>4.8</b>	<b>A aparente contradição entre onda e partícula</b> .....	<b>49</b>
<b>4.9</b>	<b>Contraria sunt complementa (Contrários são complementares) - O princípio da complementaridade de Neils Bohr</b> .....	<b>50</b>
<b>4.10</b>	<b>O princípio da incerteza</b> .....	<b>51</b>
<b>4.11</b>	<b>A questão do observador em física quântica</b> .....	<b>55</b>
<b>4.12</b>	<b>A interpretação estatística de Max Born</b> .....	<b>58</b>
<b>4.13</b>	<b>Uma discussão qualitativa sobre o experimento da dupla fenda</b> .....	<b>59</b>
<b>4.14</b>	<b>Os limites entre a física clássica e a física quântica e o princípio da correspondência de Neils Bohr</b> .....	<b>68</b>
<b>5</b>	<b>METODOLOGIA</b> .....	<b>71</b>
<b>5.1</b>	<b>Relato de experiência</b> .....	<b>71</b>
<b>5.2</b>	<b>Metodologia didática</b> .....	<b>73</b>
<b>6</b>	<b>ANÁLISE DOS RESULTADOS</b> .....	<b>77</b>
<b>6.1</b>	<b>Respostas do questionário de sondagem do tema</b> .....	<b>77</b>
<b>6.2</b>	<b>Síntese e análise das respostas do questionário de sondagem inicial</b> .....	<b>82</b>
<b>6.3</b>	<b>Respostas do questionário final</b> .....	<b>86</b>
<b>7</b>	<b>CONCLUSÕES</b> .....	<b>92</b>
	<b>APÊNDICE A – O PRODUTO EDUCACIONAL</b> .....	<b>94</b>
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	<b>122</b>

# Capítulo 1

## Introdução

Atualmente é muito comum que os estudantes, independentemente de seu grau de interesse pelas ciências da natureza ou pela física em si, se deparem com termos relacionados à “física quântica” tais como cura quântica, terapia quântica, medicina quântica, coaching quântico, entre muitos outros [1].

Termos como estes são usados para legitimar cientificamente produtos, prática e serviços dos mais diversos, da saúde à autoajuda [1], porém a maioria deles não encontra nenhuma conexão com a física quântica legítima e, na maioria dos casos, são desprovidos de comprovação ou mesmo plausibilidade científica [2], configurando-se assim um vetor de desinformação.

Nesse cenário, a construção de competências que visem desenvolver no estudante a reflexão e a análise crítica com fundamentação científica sólida frente ao bombardeamento desse tipo de desinformação apresenta-se como um desafio necessário e urgente no âmbito do ensino de física.

Entre as dez competências gerais da educação básica propostas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) [3] e reiteradas pelo novo currículo paulista, está a competência de “Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.” [3].

Dentro dessa grande competência que engloba diversas habilidades em todas as áreas do conhecimento, o currículo paulista delimita, na área de Ciências da Natureza e suas Tecnologias (CNT), a habilidade (EM13CNT303) “Interpretar textos de divulgação científica que tratem de temáticas das ciências da natureza, disponíveis em diferentes mídias, considerando a apresentação dos dados, tanto na forma de textos como em equações, gráficos e/ou tabelas, a consistência dos argumentos e a coerência das conclusões, visando construir estratégias de seleção de fontes confiáveis de informações.” [4] a ser trabalhada no 2º ano do ensino médio na área de ciências da natureza e suas tecnologias na formação geral básica [4].

Assim como o currículo paulista, a BNCC propõe que a física, como um componente curricular dentro da área de CNT constitui um referencial importante para a

interpretação de fenômenos e problemas sociais assim como o reconhecimento dos limites explicativos das ciências, criando oportunidades para os estudantes compreendam a dinâmica da construção do conhecimento científico e sua aplicabilidade [5].

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), por sua vez, apontam que a física deve desenvolver no estudante a habilidade de “Analisar, argumentar e posicionar-se criticamente em relação a temas de ciência e tecnologia.”[6] e “Ser capaz de emitir juízos de valor em relação a situações sociais que envolvam aspectos físicos e/ou tecnológicos relevantes.”[7].

Essa dissertação visa propor um produto educacional que desenvolva essa habilidade especificamente no componente curricular de física, ao abordar os objetos do conhecimento relacionados à física quântica que estão previstos para o 2º ano do ensino médio [4], com o intuito de desenvolver a autonomia dos estudantes para analisar criticamente práticas, produtos e serviços que se apropriam erroneamente de terminologias que de alguma forma se relacionam à física quântica.

Para tanto, será abordado o princípio da incerteza de Heisenberg (e todas as etapas anteriores que isso implica) cuja correta compreensão será uma ferramenta fundamental para que o estudante se posicione criticamente frente a problemática descrita.

O produto educacional decorrente desse trabalho é uma sequência didática na qual os estudantes desenvolvem de forma ativa a compreensão do princípio da incerteza de Heisenberg, além de habilidades argumentativas, com o intuito de desenvolver um discurso crítico em relação ao uso indiscriminado e anticientífico dos termos da física quântica. Para tanto será utilizada a metodologia dos Três Momentos Pedagógicos (3MP), proposta por Demétrio Delizoicov e Jose Angotti, com base na concepção humanista e social de Paulo Freire [8].

A escolha da metodologia dos 3MP se mostra adequada para o desenvolvimento dessa sequência didática pois ela parte sempre de um levantamento preliminar que consiste em reconhecer situações nas quais os estudantes estão imersos [8], neste caso, o bombardeio de desinformação referente à física quântica. A partir desse levantamento preliminar o método se desenvolve em três etapas:

i) *problematização inicial* onde são apresentadas situações reais que os estudantes conhecem e vivenciam, com o propósito de obter um panorama da concepção deles acerca de aspectos que fazem parte do contexto em que vivem. A partir

disso busca-se propiciar um distanciamento crítico do estudante ao se defrontar com as interpretações das situações propostas para discussão (os questionamentos realizados na problematização inicial emergem de um problema, de uma contradição) e fazer com que ele reconheça a necessidade de adquirir novos conhecimentos, com os quais possa interpretar a situação mais adequadamente.

ii) *organização do conhecimento* que compreende o estudo sistemático dos conhecimentos envolvidos no tema e na problematização inicial. Isto é, são estudados os princípios científicos necessários para a melhor compreensão dos temas e das situações significativas.

iii) *aplicação do conhecimento*, que se destina a empregar o conhecimento do qual o estudante vem se apropriando para analisar e interpretar as situações propostas na problematização inicial e outras que possam ser explicadas e compreendidas pelo mesmo corpo de informações [8].

A utilização dessa metodologia no produto educacional será aprofundada no capítulo 3 e 5.

## Capítulo 2

### Revisão de literatura

Para uma compreensão mais aprofundada do cenário do ensino de física quântica na educação básica, foi realizada uma busca por dissertações com esse tema.

No campo do ensino de física quântica em geral, por ser um campo muito amplo, restringiu-se a busca de dissertações ao site do MNPEF (Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física) da Sociedade Brasileira de Física (SBF) [9].

Foram encontrados 24 trabalhos que discutem o ensino de tópicos de física quântica na educação básica. Dentre eles, buscou-se trabalhos que dialogam mais de perto com a proposta dessa dissertação, descartando-se assim, desta revisão, trabalhos com abordagens experimentais, e utilização de mídias específicas. Além disso, lançou-se um olhar para os trabalhos que abordam especificamente a etapa do ensino médio e que, de alguma forma, discutem as intersecções entre a física quântica e suas implicações culturais. Por fim, considerou-se apenas trabalhos que abordam a primeira teoria quântica, compreendendo os temas: quantização da energia de Planck, efeito fotoelétrico, ondas de matéria de de Broglie, dualidade onda-partícula e princípio da incerteza de Heisenberg.

Utilizando-se destes filtros, foram encontrados 9 trabalhos:

Maciel (2015) desenvolveu um produto educacional no qual foram utilizadas três simulações computacionais em formato Java, desenvolvidos pelo site da Universidade do Colorado (Phet Interactive Simulations), nos Estados Unidos, para o estudo e apresentação para os alunos do ensino médio, dos temas de Efeito Fotoelétrico, Radiação de Corpo Negro e Laser. Dois destes temas são tratados diretamente no produto educacional proposto nesta dissertação [10].

O objetivo do autor, ao usar simulações educacionais foi promover a aproximação dos conceitos abstratos da física quântica à demonstrações mais concretas e mais próximas das percepções dos estudantes [10].

O trabalho concluiu que quanto mais recursos utilizados para o ensino de física, em específico, o estudo da física quântica, maior a possibilidade de aprendizagem do aluno. O ato de inserir diversas estratégias de ensino-aprendizagem, incluindo as simulações computacionais, no cotidiano da prática docente, especialmente ao se tratar

de conceitos abstratos de física quântica, pode gerar resultados significativos de aprendizagem [10].

Miranda (2016) apresenta um produto que desenvolve, através de atividades participativas além das aulas expositivas dialogadas, o ensino de física quântica, buscando relacionar seus conteúdos com outras áreas do conhecimento, entendendo que esse processo facilita a compreensão dos conteúdos. Os resultados obtidos mostraram que houve um aumento significativo das médias do grupo experimental. O trabalho chega à conclusão de que o sucesso obtido se deve à consideração do conhecimento prévio dos estudantes, mostrando a área onde eles podem ser aplicados, enfatizando sua importância e tornando o estudo mais interessante [11].

Carvalho (2017) argumenta em seu trabalho que ensinar mecânica quântica não é uma tarefa fácil. A abordagem tradicional das disciplinas introdutórias para os cursos de ciências exatas enfatiza aspectos históricos, que apelam mais para as características clássicas dos sistemas do que para as quânticas. Os estudantes recebem informações na forma de equações, com pouco vínculo com a fenomenologia. A dissertação recomenda estudos cuidadosamente desenhados para esclarecer a relação entre a implementação de inovações didáticas condizentes com as necessidades e o interesse dos estudantes [12].

Almeida (2018) apresenta em seu trabalho um produto educacional que explora a potencialidade da utilização de simuladores educacionais para o ensino de tópicos de física quântica para estudantes do ensino médio. Nesta perspectiva o trabalho explorou simulações educacionais que abordam desde a quantização da energia, proposta por Planck para explicar a radiação de corpos aquecidos, até o modelo atômico da mecânica quântica. Como resultado relevante do trabalho desenvolvido o autor destaca sucesso em introduzir conceitos de física moderna para turmas regulares de ensino médio com uma abordagem que permitiu participação ativa dos estudantes. O trabalho apresenta indícios que o uso de simulações educacionais para o ensino de tópicos de física quântica tornou possível aprender de maneira mais atraente e prática os conceitos abordados [13].

Batista (2019) apresenta uma proposta de sequência didática que desenvolve os conceitos de física quântica, em especial a teoria dos quanta, o efeito fotoelétrico, o modelo atômico de Bohr, a dualidade da luz, a função de onda de Schrödinger e o princípio da incerteza de Heisenberg, relacionando-os aos avanços tecnológicos por meio da elaboração de problemas abertos intrigantes e com questões relacionadas às realidades dos alunos. Esta abordagem não convencional mostrou resultados como a

maior participação dos estudantes em aula, autonomia para realizar investigações e trabalhar em grupo e discernimento para interpretar questões mais complexas [14].

Albuquerque (2020) propõe uma introdução à conceitos de física quântica, por meio de uma série de narrativas, que seja capaz de, interagindo diretamente com o leitor destinatário, identificar imperfeições e/ou lacunas conceituais, corrigi-las dinamicamente e oferecer uma visão honesta do processo de construção científica, tipicamente deturpado em sala de aula – pela atuação indireta do programa conteudista de ensino. O trabalho conclui que, para levar aos alunos o ensino de física quântica mais próxima de sua real estrutura, convém preveni-los das limitações existentes por trás de cada analogia clássica concebida para explicar fenômenos do domínio quântico (como a do átomo planetário, a das órbitas eletrônicas, a das partículas como “bolinhas” etc.) e alerta-los de que a verdadeira essência dos objetos e conceitos deste universo está encapsulada em objetos matemáticos que, por vezes, são extremamente abstratos e intangíveis ao nível escolar correspondente às suas respectivas faixas etárias [15].

Silva (2020) desenvolveu um produto educacional para estudantes da 3ª série do ensino médio, abordando o tema da dualidade onda-partícula e o princípio da complementaridade de Neils Bohr. O produto composto por uma sequência didática de 7 aulas utiliza tecnologias da informação e comunicação e metodologias de aula ativas, especificamente a sala de aula invertida, para desenvolver os conceitos junto aos estudantes. Os resultados da aplicação do produto apontam que a utilização das tecnologias da informação juntamente com a metodologia da sala de aula invertida gerou ganhos significativos de aprendizagem sobre os temas propostos [16].

Gava (2020) propõe uma sequência didática de quatro aulas para o estudo dos fenômenos de Interferência e Batimento, sendo este último estendido para a formulação do princípio da indeterminação (incerteza) de Heisenberg. Gava conclui que é possível abordar um tema de física ondulatória presente nos conteúdos do ensino médio, mostrar também de maneira certa o efeito fotoelétrico, e estender o conceito a um nível universitário básico, ou seja, aos conceitos de física moderna [17].

Castro (2020) desenvolveu um produto educacional de quatro aulas para o ensino da interação radiação-matéria na perspectiva do efeito fotoelétrico, para alunos da terceira série do Ensino Médio. O produto se baseou na metodologia dos três momentos pedagógicos e as aulas são apoiadas por um conjunto de experimentos, vídeos e simulações. Após a aplicação do produto e análise dos dados, Castro concluiu que os resultados apresentados pelos estudantes foram satisfatórios apresentando indício

de aprendizagem significativa dado que os estudantes apresentaram 70% de respostas corretas nos questionários quantitativos e respostas satisfatórias e melhor elaboradas cientificamente nos questionários qualitativos. Castro atribui parte desse sucesso à própria metodologia pedagógica aplicada que propiciou a construção dialógica com o educando para torná-lo mais crítico e protagonista do seu próprio conhecimento [18].

Não foi encontrado nenhum trabalho que discuta explicitamente o combate à desinformação em física quântica nos bancos de dados da MNPEF, tampouco ao recorrer a outros bancos de dissertações e teses.

Nota-se nesta breve revisão que o ensino de física quântica na educação básica se apresenta como um grande desafio pois esbarra em conceitos que exigem alto grau de abstração para a faixa etária considerada. Desta forma, o recurso a simulações computacionais tem mostrado bons resultados de aprendizagem pois aproxima os conceitos abstratos ao universo concreto dos estudantes.

A discussão dos modelos e analogias utilizados para a compreensão dos conceitos mostra-se necessária para se alcançar uma aprendizagem significativa. Abordagens não convencionais, que consideram os conhecimentos prévios e buscam a autonomia do estudante na construção do seu próprio conhecimento apresentam melhores resultados de aprendizagem.

A opção pela utilização da metodologia dos três momentos pedagógicos para o desenvolvimento do produto educacional apresentado neste trabalho, se alinha com os resultados discutidos, utilizando a simulação computacional no segundo momento pedagógico, que corresponde à organização do conhecimento, para a apresentação do princípio da incerteza de Heisenberg assim como para a introdução da discussão sobre o experimento da dupla fenda. Além disso, a problematização proposta no primeiro momento pedagógico, utilizada neste trabalho, traz o recurso a uma abordagem não tradicional na qual os conhecimentos prévios dos estudantes se tornam insumos estruturantes para o desenvolvimento da aprendizagem dos estudantes, como será discutido com mais detalhes nos capítulos 3, 4 e 5.

Desta forma, esta revisão de literatura mostra que o produto educacional proposto neste trabalho se coloca alinhado em continuidade aos estudos e pesquisas já realizados anteriormente, porém trazendo a proposta inédita de trabalhar os temas da física de forma crítica com o intuito de combater o universo de desinformação que permeia o tema.

## Capítulo 3

### Fundamentos pedagógicos e bases legais

#### 3.1 Fundamentos pedagógicos

Na década de 1960 Paulo Freire criou e implementou com grande sucesso um método para a alfabetização de trabalhadores rurais no nordeste brasileiro que não tinham acesso às escolas e à educação formal. De forma muito resumida e simplificada, pode-se dizer que este método é composto de três etapas:

- i) Investigação, onde professor e alunos vão buscar, na linguagem do próprio aluno e da sociedade onde ele está inserido, termos que despertem a atenção,
- ii) Tematização, onde professor e alunos codificam e decodificam os temas escolhidos, buscando o seu sentido mais amplo, tomando assim entendimento mais profundo da realidade que envolve tais temas e
- iii) Problematização, onde professor e alunos buscam superar uma primeira impressão própria por uma visão crítica do mundo, partindo para a transformação do contexto vivido [19].

Freire compreende que a aprendizagem significativa se dá através do processo de problematização dos temas a serem aprendidos, por sua vinculação com outros temas por seu envolvimento histórico-cultural [19].

Demétrio Delizoicov Neto é um educador brasileiro licenciado em física pela Universidade de São Paulo e doutorado em Educação pela mesma instituição. Na década de 1980 Delizoicov iniciou o desenvolvimento da metodologia dos Três Momentos Pedagógicos (3MP) como uma transposição da concepção de educação de Paulo Freire para o ambiente da educação formal [19].

No ano de 1991, Delizoicov, junto com José André Angotti, apresentaram no livro “Física”, publicado pela Cortez Editora, a metodologia dos três momentos pedagógicos [19].

Esta metodologia apresenta a mesma compreensão aprendizagem trazida por Paulo Freire, ou seja, ela reitera que a aprendizagem se dá através de um processo de problematização da realidade. Esta problematização cria no estudante a necessidade de aquisição de um novo conhecimento que reorganize sua estrutura cognitiva que foi

provocada através da problematização. Desta forma, a situação ou questão problematizadora se configura para o estudante como um problema para ser resolvido.

A partir dessa necessidade de aquisição de um novo conhecimento, o professor introduz a teoria científica que embasa o conteúdo apresentado.

Por fim, para que o processo de aprendizagem se consolide, é necessário que este novo conhecimento embasado cientificamente seja expandido através de aplicações do tema em outras situações de vivência do estudante, para além da situação problematizada.

### **3.2 A metodologia dos três momentos pedagógicos**

A metodologia dos Três Momentos Pedagógicos está estruturada em três etapas, ou momentos pedagógicos assim definidos:

### **3.3 Primeiro momento: Problematização inicial**

Na etapa de problematização inicial apresentam-se situações reais que os estudantes conhecem e fazem parte de seu cotidiano. Nesse momento os estudantes são desafiados a expor sua compreensão sobre determinadas situações significativas que são manifestações de contradições, dentro do tema de estudo em questão [8].

“São apresentadas questões e/ou situações para discussão com os alunos. Mais do que simples motivação para se introduzir um conteúdo específico, a problematização inicial visa à ligação desse conteúdo com situações reais que os alunos conhecem e presenciam, mas que não conseguem interpretar completa ou corretamente porque provavelmente não dispõe de conhecimentos científicos suficientes. A problematização poderá ocorrer pelo menos em dois sentidos. Por um lado, o aluno já poderá ter noções sobre as questões colocadas, fruto da sua aprendizagem anterior na escola ou fora dela. As noções poderão ou não estar de acordo com as teorias e as explicações da Física, representando o que se tem chamado de “concepções alternativas” ou “conceitos espontâneos” dos alunos. A discussão problematizada pode permitir que essas concepções emergjam. Por outro lado, a problematização poderá permitir que o aluno sinta necessidade da aquisição de outros conhecimentos que ainda não detém; ou seja, a situação ou questão se configura para ele como um problema para ser resolvido. Daí, a

importância de se problematizarem questões e situações. Neste primeiro momento, caracterizado pela compreensão e apreensão da posição dos alunos frente ao tópico, é desejável que a postura do professor se volte mais para questionar e lançar dúvidas sobre o assunto que para responder e fornecer explicações.” [20, p.29].

O objetivo é fomentar um distanciamento crítico dos estudantes ao se defrontarem com as interpretações das situações propostas para discussão e fazer com que eles reconheçam a necessidade de se obter novos conhecimentos, com os quais possa interpretar a situação mais adequadamente [8].

“...deseja-se aguçar explicações contraditórias e localizar as possíveis limitações do conhecimento que vem sendo expressado, quando este é cotejado com o conhecimento científico que já foi selecionado para ser abordado.” [21, p. 201].

Portanto, na etapa da problematização inicial, o professor faz um diagnóstico do que os estudantes sabem sobre uma determinada situação que faz parte do tema de estudo escolhido. Ele organiza a discussão, não para fornecer respostas prontas, mas para problematizar as concepções iniciais expostas pelos estudantes.

Desta forma, as perguntas realizadas neste momento, buscam explicitar as concepções dos estudantes sobre determinada situação acerca de um problema que fundamenta todo processo didático-pedagógico, preparando assim a introdução dos conceitos científicos pertinentes, que serão abordados no momento seguinte [8].

### **3.4 Segundo momento: Organização do conhecimento**

O segundo momento da metodologia é a etapa da Organização do Conhecimento. Neste momento introduz-se o estudo sistemático dos conhecimentos envolvidos no tema, ou seja, são estudados os conhecimentos científicos necessários para a melhor compreensão do assunto e das situações significativas abordadas no momento anterior [8].

“Os conhecimentos de Física necessários para a compreensão do tema central e da problematização inicial serão sistematicamente estudados neste momento sob orientação do professor. Definições, conceitos, relações, leis, apresentadas no texto introdutório, serão agora aprofundados. O núcleo do conteúdo específico de cada tópico será preparado e desenvolvido, durante o número de aulas necessárias, em função dos objetivos definidos e do livro didático ou outro recurso pelo qual o professor tenha

optado para o seu curso. Serão ressaltados pontos importantes e sugeridas atividades, com as quais se poderá trabalhar para organizar a aprendizagem” [20, p.29].

Nesta etapa os estudantes já reconheceram a necessidade de se obter novos conhecimentos científicos para compreender as contradições da situação em estudo, pois estas incoerências foram exploradas no momento anterior, no qual o professor explorou as concepções e problematizou o conhecimento prevalente dos estudantes.

A seleção dos conhecimentos científicos a serem abordados no momento da organização do conhecimento é realizada antes de serem desenvolvidos em sala de aula, ou seja, existe um planejamento prévio dos conceitos que serão trabalhados com os estudantes [8].

Para que os estudantes desenvolvam a compreensão científica das situações problematizadas, no momento da organização do conhecimento, o professor pode lançar mão de diversas atividades, dentre elas a utilização de textos de divulgação científica, produção escrita, utilização das tecnologias da informação e comunicação e a dinâmica discursiva [8].

“A aquisição dos paradigmas da Ciência deverá ocorrer num processo de *ruptura* com aquele conhecimento prevalente para que seja possível a *continuidade* da interpretação dos fenômenos, via conhecimento produzido pela Ciência e não pelo conhecimento vulgar.” [20, p. 62].

A noção de ruptura usada por Delizoicov aqui tem a mesma conotação utilizada por Thomas Kuhn fazendo uma analogia do que ocorre de um paradigma para outro durante as revoluções científicas, onde o paradigma anterior não é totalmente abandonado, podendo haver compartilhamento entre noções do “velho” e do “novo” paradigma [8].

Sendo assim, para Delizoicov [20], a ruptura entre o conhecimento prevalente do estudante e o conhecimento científico não significa necessariamente abandono, mas sim a possibilidade de conviver com diferentes explicações para os fenômenos que constituem sua vivência [8].

### **3.5 Terceiro momento: Aplicação do conhecimento**

A terceira etapa da metodologia é a aplicação do conhecimento. É neste momento que o estudante emprega o conhecimento desenvolvido na etapa anterior

(organização do conhecimento), para analisar e interpretar as situações propostas na problematização inicial e outras que possam ser explicadas e compreendidas pelo mesmo corpo de conhecimentos [8].

“Destina-se, sobretudo, a abordar sistematicamente o conhecimento que vem sendo incorporado pelo aluno, para analisar e interpretar tanto as situações iniciais que determinaram seu estudo como outras situações que, embora não estejam diretamente ligadas ao motivo inicial, podem ser compreendidas pelo mesmo conhecimento. Do mesmo modo que no momento anterior, as mais diversas atividades devem ser desenvolvidas, buscando a generalização da conceituação que já foi abordada e até mesmo formulando os chamados problemas abertos. A meta pretendida com este momento é muito mais a de capacitar os alunos ao emprego dos conhecimentos, no intuito de formá-los para que articulem, constante e rotineiramente, a conceituação científica com situações reais, do que simplesmente encontrar uma solução, ao empregar algoritmos matemáticos que relacionam grandezas ou resolver qualquer outro problema típico de livros-textos. Independentemente do emprego do aparato matemático disponível para enfrentar essa classe de problemas, a identificação e emprego da conceituação envolvida – ou seja, o suporte teórico fornecido pela ciência – é que estão em pauta neste momento. É um uso articulado da estrutura do conhecimento científico com as situações significativas, envolvidas nos temas, para melhor entendê-las, uma vez que essa é uma das metas a ser atingidas com o processo de ensino/aprendizagem das Ciências. É o potencial explicativo e conscientizador das teorias científicas que precisa ser explorado.” [21, p.201].

Neste momento o papel do professor é o de desenvolver atividades que capacitem o estudante a utilizar os conhecimentos científicos adquiridos no processo de organização do conhecimento, para compreender e, conseqüentemente, desvelar situações que fazem parte de sua vivência.

Nesta etapa busca-se a identificação e o emprego da conceituação científica envolvida, como potencial explicativo e conscientizador das teorias científicas, ou seja, as situações abordadas no momento da problematização inicial e exploradas, inicialmente, através do conhecimento prevalente do estudante, passam a ser entendidas a partir do olhar da ciência. A partir daí extrapola-se potencialmente a vivência do estudante amplificando-se seu universo interpretativo e sua visão de mundo para além de sua vivência.

### 3.6 Visão global da metodologia

A abordagem temática dada pela metodologia dos três momentos pedagógicos não depende apenas da dimensão conceitual, ou seja, ela é uma articulação de problemas (contradições sociais, culturais e existenciais) com os conceitos científicos. Trata-se essencialmente de um processo libertador no qual o professor desvela estruturas socioculturais e existenciais que estavam veladas no cotidiano do estudante. Desta forma o estudante exerce o contato crítico com sua realidade e a amplifica indo muito além da mera dinâmica de transmissão/aquisição de conhecimento.

Em resumo, a metodologia dos três momentos pedagógicos pode ser assim esquematizada:

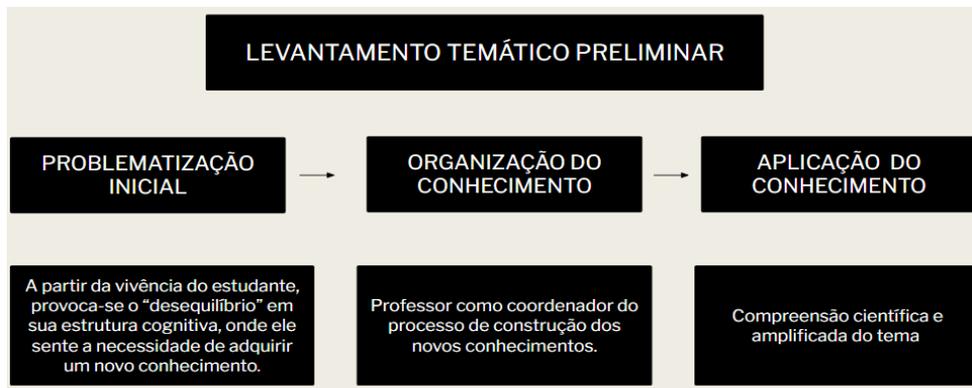


Figura 1: “Esquema resumido da metodologia dos três momentos pedagógicos”. Produzida pelo autor.

### 3.7 Bases legais

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) constituem a referência máxima que orienta o trabalho do cotidiano dos professores no Brasil. Eles indicam três eixos de competências e habilidades a serem desenvolvidas em física na educação básica: “Representação e comunicação”, “investigação e compreensão” e “contextualização sócio-cultural”. Neste último, são listadas, entre outras, as seguintes competências:

- Estabelecer relações entre o conhecimento físico e outras formas de expressão da cultura humana.
- Ser capaz de emitir juízos de valor em relação a situações sociais que envolvam aspectos físicos e/ou tecnológicos relevantes [6].

As orientações educacionais complementares aos PCN, dentro das competências propostas para o componente de física, explicitam ainda o desenvolvimento da competência de:

- Analisar, argumentar e posicionar-se criticamente em relação a temas de ciência e tecnologia [7].

Estas competências implicam “compreender e emitir juízos próprios sobre notícias com temas relativos à ciência e tecnologia, veiculadas pelas diferentes mídias, de forma analítica e crítica, posicionando-se com argumentação clara.” [7].

A BNCC do ensino médio “é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais.” [3]. Ela afirma que a contextualização social, histórica e cultural da ciência é fundamental para que ela seja compreendida como empreendimento humano e social. Na BNCC, portanto, propõe-se também discutir o papel do conhecimento científico na organização social e na formação cultural, o que significa analisar as relações entre ciência e sociedade para que os estudantes aprofundem e ampliem suas reflexões a respeito dos contextos de aplicação do conhecimento científico e tecnológico. Dessa maneira, as CNT constituem-se referencial importante para a interpretação de fenômenos e problemas sociais e o reconhecimento dos limites explicativos das ciências, propiciando que os estudantes compreendam a dinâmica da construção do conhecimento científico e o reconheçam os limites explicativos das ciências e sua aplicabilidade [5].

“Em um mundo repleto de informações de diferentes naturezas e origens, facilmente difundidas e acessadas, sobretudo, por meios digitais, é premente que os jovens desenvolvam capacidades de seleção e discernimento de informações que lhes permitam, com base em conhecimentos científicos confiáveis, investigar situações-problema e avaliar as aplicações do conhecimento científico e tecnológico nas diversas esferas da vida humana com ética e responsabilidade.”[5].

A competência específica 3 a ser trabalhada na área de CNT é a de “investigar situações-problema e avaliar aplicações do conhecimento científico e tecnológico e suas implicações no mundo, utilizando procedimentos e linguagens próprios das Ciências da Natureza, para propor soluções que considerem demandas locais, regionais e/ou globais, e comunicar suas descobertas e conclusões a públicos variados, em diversos contextos e por meio de diferentes mídias e tecnologias digitais de informação e comunicação (TDIC).”[5].

Esta competência se desdobra em 10 habilidades, das quais interessam para este trabalho:

**(EM13CNT303)** Interpretar textos de divulgação científica que tratem de temáticas das ciências da natureza, disponíveis em diferentes mídias, considerando a apresentação dos dados, tanto na forma de textos como em equações, gráficos e/ou tabelas, a consistência dos argumentos e a coerência das conclusões, visando construir estratégias de seleção de fontes confiáveis de informações.

**(EM13CNT304)** Analisar e debater situações controversas sobre a aplicação de conhecimentos da área de ciências da natureza (tais como tecnologias do DNA, tratamentos com células-tronco, neurotecnologias, produção de tecnologias de defesa, estratégias de controle de pragas, entre outros), com base em argumentos consistentes, legais, éticos e responsáveis, distinguindo diferentes pontos de vista.

O currículo paulista para o ensino médio define e explicita as competências e as habilidades essenciais para o desenvolvimento cognitivo, social e emocional dos estudantes.

Nele, assim como na BNCC, o componente curricular de física é abordado dentro da área de CNT, de forma a oferecer “uma visão global do conhecimento, por meio do trabalho colaborativo entre os componentes da área, favorecendo a compreensão e a visão do estudante sobre o conjunto de saberes ao longo da trajetória da história da ciência. Nesse sentido, espera-se que, ao final do ensino médio, os estudos proporcionados pela área de CNT possibilitem que o estudante seja capaz de analisar, compreender e interpretar o mundo de forma contextualizada e também transformá-lo com base nos aportes teóricos e processuais. Além disso, que possua maior autonomia em discussões, analisando, argumentando e posicionando-se criticamente em relação a temas de ciência e tecnologia, essencialmente àqueles aplicados à vida pessoal e coletiva.” [4].

Define-se que “o estudo das CNT no Ensino Médio tem como intuito consolidar, ampliar e aprofundar os conhecimentos adquiridos no Ensino Fundamental e possibilitar o prosseguimento dos estudos a todos que o desejarem, preparando o estudante para o exercício da cidadania de maneira crítica e protagonista.” [4].

No currículo paulista, as dez competências gerais da educação básica propostas pela BNCC são reiteradas. A segunda delas é a de “Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses,

formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.” [4].

Dentro dessa grande competência que engloba diversas habilidades em todas as áreas do conhecimento, o currículo paulista delimita na área de CNT, entre outras, a habilidade (EM13CNT103) “Utilizar o conhecimento sobre as radiações e suas origens para avaliar as potencialidades e os riscos de sua aplicação em equipamentos de uso cotidiano, na saúde, no ambiente, na indústria, na agricultura e na geração de energia elétrica.” a ser trabalhada no 2º ano do ensino médio na Formação Geral Básica (FGB), que trabalha especificamente com os objetos de conhecimento: “quantização de energia (modelo de Bohr; dualidade onda-partícula), radioatividade (estrutura da matéria); fissão e fusão nuclear; radiação ionizante, tabela periódica (características dos radioisótopos) e radiação do corpo negro.” [4].

Ainda no 2º ano do ensino médio, o currículo paulista reitera a habilidade (EM13CNT303) da BNCC “Interpretar textos de divulgação científica que tratem de temáticas das Ciências da Natureza, disponíveis em diferentes mídias, considerando a apresentação dos dados, tanto na forma de textos como em equações, gráficos e/ou tabelas, a consistência dos argumentos e a coerência das conclusões, visando construir estratégias de seleção de fontes confiáveis de informações.” [4].

Nota-se que o tema “princípio da incerteza” não aparece como objeto de conhecimento específico a ser trabalhado na educação básica. Porém, como será demonstrado no capítulo 3, esse tema pode derivar diretamente da quantização de energia e da dualidade onda-partícula, que são assuntos previstos para o 2º ano do ensino médio, podendo ser compreendido com uma consequência direta deles. Além do que a abordagem adequada do princípio da incerteza nesta etapa de ensino contribuirá enormemente para o desenvolvimento das competências e habilidades citadas anteriormente.

Desta forma, percebemos claramente que situações que envolvem questões sociais vivenciadas pela coletividade e que ecoam na comunidade escolar, constituem uma classe de problemas a ser abordada no ensino de ciências em todas as dimensões curriculares.

Nesta perspectiva, o produto educacional aqui proposto vem contribuir para lançar uma luz na compreensão das implicações culturais e sociais dos conceitos relacionados à física quântica e como estes conceitos são apropriados e propagados (muitas vezes de forma anticientífica) por determinados grupos, para assim, propor

alternativas de combate à desinformação, capacitando o estudante a reconhecer esses discursos falaciosos e se posicionar criticamente, com embasamento científico sólido.

## Capítulo 4

### A primeira teoria quântica

#### 4.1 O contexto histórico do surgimento da física quântica

No final do século XIX a física, como área de conhecimento, passava por um momento de euforia.

A mecânica clássica havia atingido inquestionável sucesso acadêmico, pois explicava o movimento dos corpos celestes, dos sólidos e líquidos, até aquele de partículas materiais, o que fez surgir uma teoria atômica (corpuscular) da matéria, conforme ficou bem demonstrado através da grande aceitação da teoria cinética dos gases [22].

James Clerk Maxwell havia sintetizado a eletricidade e o magnetismo e, de quebra, demonstrado que a radiação é constituída por ondas eletromagnéticas ou vibrações de campos elétricos e magnéticos, os quais se propagam de acordo com as quatro leis da eletrodinâmica clássica, abarcando aí os fenômenos luminosos conhecidos na época, os quais incluíam a óptica geométrica e os fenômenos de interferência (experiência de Young), de difração (trabalhos de Fresnel) que eram interpretados de forma consistente na chamada teoria ondulatória da radiação, cujo coroamento se deu com a descoberta das ondas hertzianas, que confirmava, portanto, a síntese que ligou a óptica ao eletromagnetismo. Um outro resultado marcante da teoria eletromagnética era a constatação de que cargas elétricas aceleradas emitiam radiação eletromagnética [22].

Esses enormes êxitos experimentados na física do século XIX trouxeram a sensação de que nada de mais relevante existiria para ser descoberto, pois o que restava eram, sim, problemas de interesse secundário os quais poderiam ser resolvidos de forma elementar [22].

Alguns cientistas, como Lorde Kelvin, acreditavam que poucos problemas ainda esperavam por solução [22], um deles era o problema da radiação do corpo negro.

No final de século XIX, a Alemanha vivia um vibrante período de progresso científico-tecnológico denominado, às vezes, de segunda revolução industrial. Para fomentar sua indústria siderúrgica, a Alemanha anexou ao seu território os centros de produção de carvão localizados na fronteira com a França e um grande esforço foi empregado na produção de aço de alta qualidade. Para isto era fundamental um controle

rigoroso da temperatura dos altos fornos. Obviamente a utilização de termômetros comuns para tal tarefa não era adequada, dada a magnitude de tais temperaturas. Para resolver estas dificuldades experimentais, era necessário pesquisar as temperaturas estudando-se o espectro das radiações térmicas emitidas, ou seja, procurando-se captar as radiações provenientes dos fornos a diferentes temperaturas (neste caso estas radiações eram emitidas no espectro da luz visível). A partir da análise destas luzes, através de prismas ópticos, e medindo-se as intensidades de cada parte do espectro, foi obtido um conjunto de curvas experimentais [22].

Porém, como discutiremos detalhadamente a seguir, a teoria clássica da física da época era incapaz de explicar estes dados experimentais obtidos, o que gerou um enorme incômodo, dado que, nesse período, a física já dispunha de um enorme arcabouço teórico, fruto de um desenvolvimento nunca visto anteriormente.

Muitos físicos se debruçaram sobre o problema e conseguiram estabelecer leis empíricas que descreviam satisfatoriamente a intensidade da potência emitida pelo corpo negro em relação à sua temperatura (Lei de Stefan-Boltzmann) ou a relação matemática de como o máximo do espectro de emissão de luz do corpo negro variava com a sua temperatura (lei do deslocamento de Wien). Porém por serem leis empíricas, só conseguiam reproduzir os resultados experimentais correspondentes ao intervalo dos comprimentos de onda menores, desviando-se dos resultados observados experimentalmente, referentes aos comprimentos de onda longos [22]. Além disso, não davam conta de uma explicação teórica consistente.

Em 14 de dezembro de 1900, numa tentativa desesperada de resolver o problema da radiação de corpo negro, o físico alemão Max Karl Ernst Ludwig Planck apresentou um artigo na Sociedade Alemã de Física, chamado “Sobre a Teoria da Lei de Distribuição de Energia do Espectro Normal”. Apesar de ter chamado pouca atenção a princípio, esse seria o início de uma revolução na física, pois nesse artigo Planck propõe uma hipótese revolucionária que colocaria em xeque algumas das bases mais sólidas da física clássica.

## 4.2 O problema da radiação de corpo negro

Podemos definir radiação térmica como a radiação emitida por um corpo devido à sua temperatura. Logo, todo corpo emite esse tipo de radiação para o meio que o cerca e absorve radiação térmica deste mesmo meio.

De maneira geral, o espectro da radiação térmica emitida por um corpo depende, de algum modo, de sua composição, porém há um tipo de corpo que emite espectros térmicos de caráter universal. Esses corpos são chamados de “corpos negros”.

Corpos negros são corpos cuja superfície absorve toda radiação térmica que incide neles. Essa definição é uma idealização, porém podemos obter exemplos de corpos que se aproximam bastante dela. Qualquer objeto coberto com uma camada difusa de pigmento preto pode ser considerado um corpo negro, como um corpo revestido de negro de fuligem ou um pedaço de carvão.

Todos os corpos negros à mesma temperatura emitem radiação térmica com o mesmo espectro, independentemente de sua composição.

A distribuição espectral da radiação do corpo negro é descrita pela grandeza chamada radiância espectral  $R_T(f)$ . Por definição, a radiância espectral  $R_T(f) df$  é igual à energia por unidade de tempo em radiação de frequência compreendida no intervalo de  $f$  a  $f + df$  por unidade de área de superfície a uma temperatura absoluta  $T$ .

Em 1899 Lummer e Pringsheim realizaram as primeiras medidas precisas dessa grandeza. A dependência observada experimentalmente de  $R_T(f)$  em  $f$  e  $T$  é mostrada na figura 2:

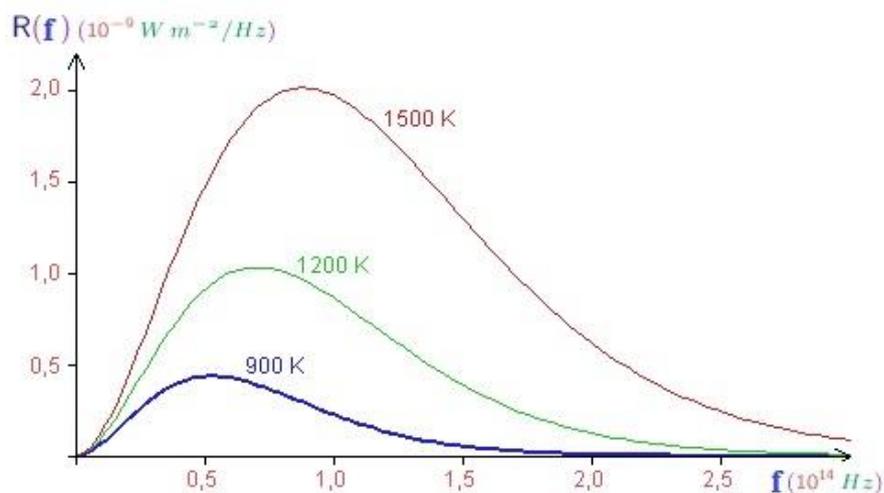


Figura 2: “Radiância espectral de um corpo negro em função da frequência de radiação para as temperaturas de 900K, 1200K e 1500K.” Retirada de [23].

Neste gráfico podemos observar duas relações importantes:

i) A frequência na qual a radiância máxima ocorre, indicada pela linha pontilhada, aumenta linearmente com a temperatura.

À medida que T aumenta, o espectro se desloca proporcionalmente para maiores frequências:

$$f_{\max} \propto T.$$

Esta é a lei de deslocamento de Wien, onde  $f_{\max}$  é a frequência f onde  $R_T(f)$  tem seu valor máximo para uma determinada temperatura T.

ii) A potência total emitida por metro quadrado, que equivale à área sob a curva, aumenta muito rapidamente com a temperatura.

A energia total emitida por unidade de tempo (potência) por unidade de área em uma determinada temperatura T é chamada de Radiância  $R_T$  e é dada por:

$$R_T = \int_0^{\infty} R_T(f) d(f).$$

O resultado é chamado de lei de Stefan, obtido pela primeira vez em 1879 na forma de uma lei empírica:

$$R_T = \sigma \cdot T^4,$$

onde  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{ K}^4$  é a chamada constante de Stefan-Boltzmann.

A radiância espectral  $R_T(f)$  também pode ser especificada em termos de uma densidade de energia  $\rho_T(f)$ , que é definida como a energia contida num volume unitário num intervalo de frequência f a f + df.

Estas quantidades são obviamente proporcionais:

$$\rho_T(f) \propto R_T(f).$$

No final do século XIX, o físico alemão Gustav Robert Kirchhoff fez o cálculo da densidade espectral de energia eletromagnética da radiação do corpo negro. Foi Kirchhoff que introduziu o conceito de corpo negro como sendo um corpo que transforma em calor toda a radiação que incide sobre ele [24]. No início do século XX, dois físicos ingleses, John William Rayleigh e James Jeans estabeleceram a relação teórica entre a densidade de energia e o espectro da radiação emitida. Para tanto eles utilizaram uma modelização do corpo negro como sendo um objeto que contém uma cavidade ligada ao exterior por um pequeno orifício. Considerando a área do orifício muito menor que a área da superfície interna desse objeto, pode-se considerar que a radiação térmica que vem do exterior e incide sobre o orifício entra na cavidade e é

refletida em suas paredes várias vezes até ser totalmente absorvida. Dessa forma toda a radiação incidente no orifício é absorvida pelo corpo, o que condiz com a definição de corpo negro. Da mesma forma, se esse corpo for aquecido até uma temperatura  $T$ , suas paredes emitirão radiação térmica que vai preencher a cavidade. Uma pequena fração dessa radiação incidirá sobre o orifício e sairá. Desta forma o orifício funciona como um emissor de radiação térmica. A radiação emitida pelo corpo, que preenche a cavidade e que atravessa o orifício corresponde à uma amostra do espectro da radiação de corpo negro emitida pelo corpo.

Rayleigh e Jeans consideraram uma cavidade cúbica com paredes metálicas aquecidas uniformemente à uma temperatura  $T$  e estudaram o comportamento das ondas eletromagnéticas em seu interior.

A teoria eletromagnética clássica nos mostra que a radiação dentro da cavidade é composta de ondas estacionárias com nós nas superfícies metálicas (pois o campo elétrico nas paredes metálicas é nulo). Logo, é possível contar o número dessas ondas cujas frequências estão num intervalo  $f$  e  $f + df$  e assim determinar a dependência desse número com  $f$ .

Sendo  $a$  o comprimento das arestas do cubo, então o número de ondas dentro desse intervalo de frequência é dado por:

$$N(f) df = \pi \left( \frac{2a}{c} \right)^3 f^2 df,$$

onde  $N(f) df$  independe da forma da cavidade, dependendo apenas de seu volume.

Usando a teoria cinética clássica dos gases é possível calcular a energia média dessas ondas, considerando o sistema em equilíbrio térmico.

De acordo com a física clássica, a energia de uma onda pode assumir qualquer valor de zero a infinito. Porém, para um grande número de entes físicos do mesmo tipo, em equilíbrio térmico entre si, a física clássica faz uma previsão bem definida do valor médio de energia destes entes. Essa previsão é chamada de lei da equipartição de energia.

Neste caso específico os entes são as ondas estacionárias e cada uma destas ondas tem, de acordo com a lei citada, uma energia total média dada por;

$$\bar{\epsilon} = kT,$$

onde  $k$  é a constante de Boltzmann.

Nota-se que a energia total média de cada onda independe da sua frequência, dependendo apenas da temperatura do corpo negro.

Esta previsão é bastante coerente do ponto de vista da física clássica, se pensarmos que estas ondas eletromagnéticas são geradas pela oscilação dos elétrons (portanto, cargas aceleradas) que surgem da agitação térmica deles. Somando isso ao fato de que o valor clássico previsto para a energia de uma onda é proporcional ao módulo de sua amplitude, que neste caso é a amplitude do campo elétrico  $E_0$  da onda eletromagnética (que depende da amplitude de oscilação do elétron que por sua vez depende de sua agitação térmica), percebemos que já era esperado que a energia das ondas eletromagnéticas estacionárias dentro da cavidade dependesse apenas da temperatura do corpo.

Desta forma, a densidade de energia  $\rho_T(f)$  pode ser determinada pelo número de ondas estacionárias no intervalo de frequências, multiplicado pela energia média destas ondas e dividido pelo volume da cavidade:

$$\rho_{(f)} df = \frac{8\pi f^2 kT}{c^3} df.$$

Esta é a fórmula de Rayleigh-Jeans para a radiação de corpo negro a partir da teoria clássica.

Porém, apesar de estar correta do ponto de vista da física clássica, as previsões desta equação divergem muito dos resultados experimentais que discutimos anteriormente.

O gráfico a seguir mostra essa discrepância:

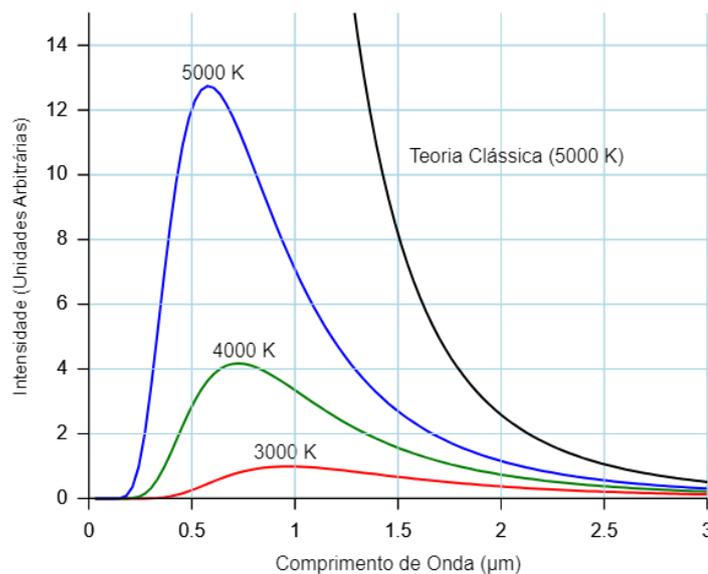


Figura 3: “Previsão de Rayleigh-Jeans (indicada pela curva preta) em comparação com os resultados experimentais (indicados pelas curvas coloridas), da densidade de energia de um corpo negro a 5000 K.” Retirada de [25].

Apesar de prever corretamente a energia a ser emitida em comprimentos de onda longos do espectro visível (baixas frequências), as vibrações de altas frequências (ou pequenos comprimentos de onda) deveriam atingir uma quantidade infinita de energia segundo a previsão clássica de Rayleigh-Jeans, como podemos ver no gráfico da figura 3. Portanto, além de não corresponder aos dados experimentais, esta previsão teórica não tinha possibilidade de estar correta [22].

Nota-se que há uma concordância entre a previsão clássica e os resultados experimentais para baixas frequências, porém nas altas frequências a discrepância é enorme.

Essa discrepância ficou conhecida como “catástrofe do ultravioleta”, nome dado pelo físico austríaco Paul Ehrenfest [22] pelo fato de que, para baixas frequências, abaixo da luz visível, a teoria clássica concorda com os dados experimentais, porém para altas frequências, a partir do ultravioleta, a discordância se manifesta cada vez mais intensamente.

Desta forma, a radiação de corpo negro apresenta-se como um impasse na teoria clássica.

### **4.3 A solução proposta por Planck**

A solução deste problema foi apresentada por Planck no artigo citado anteriormente, no qual ele considera uma hipótese de violação da lei da equipartição de energia.

Para baixas frequências pode-se considerar que a energia total média tende a  $kT$  quando a frequência tende a zero, ou seja,  $\bar{\epsilon} \rightarrow kT$  quando  $f \rightarrow 0$ . O que é condizente com a teoria clássica.

Porém para altas frequências, os experimentos mostram que a energia total média tende a zero conforme a frequência tende a infinito, ou seja,  $\bar{\epsilon} \rightarrow 0$  quando  $f \rightarrow \infty$ . É aí que está a divergência entre a teoria clássica e os resultados experimentais.

O que Planck fez foi procurar uma solução matemática que satisfaz essa segunda condição. Para isso Planck se concentrou na questão da equipartição de energia.

A lei da equipartição da energia surge basicamente de um resultado da teoria cinética clássica, a distribuição de Boltzman. A equação a seguir apresenta uma forma especial dessa distribuição, que governa a energia do conjunto de ondas estacionárias oscilando em movimento harmônico simples, em equilíbrio térmico, em uma cavidade de corpo negro:

$$P(\varepsilon) = \frac{e^{-\varepsilon/kT}}{kT},$$

onde  $P(\varepsilon) d\varepsilon$  é a probabilidade de encontrar um dado ente em um intervalo de energia entre  $\varepsilon$  e  $\varepsilon + d\varepsilon$ ,  $T$  é a temperatura do sistema em equilíbrio térmico e  $k$  representa a constante de Boltzmann.

A figura 4 mostra o gráfico de  $P(\varepsilon)$  em função de  $\varepsilon$ :

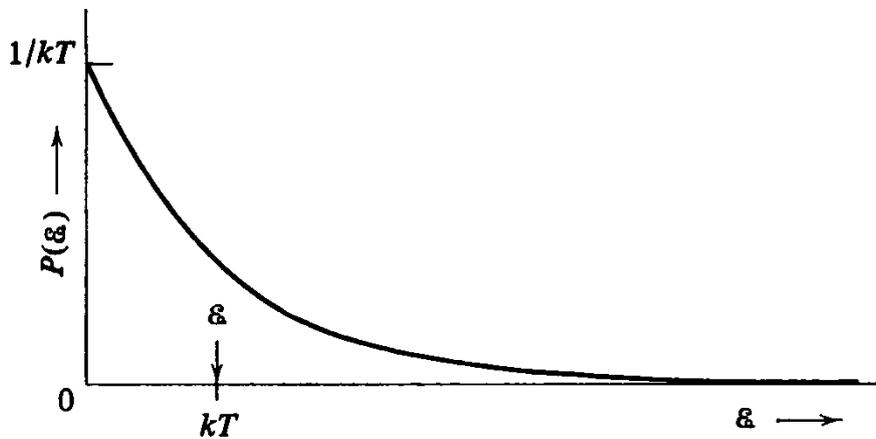


Figura 4: “Probabilidade de encontrar um dado ente em um intervalo de energia entre  $\varepsilon$  e  $\varepsilon + d\varepsilon$  em função de  $\varepsilon$ ”. Retirada de [26].

Nota-se que valor máximo,  $1/kT$ , ocorre para  $\varepsilon = 0$ , o que significa que a maior probabilidade de se encontrar um resultado em uma medida de  $\varepsilon$  é zero. Porém, o valor de  $P(\varepsilon)$  decresce suavemente conforme  $\varepsilon$  cresce, tendendo a zero quando  $\varepsilon \rightarrow \infty$ , quer dizer, a média  $\bar{\varepsilon}$  dos resultados obtidos num grande número de medidas de  $\varepsilon$  é maior que zero (já que muitas medidas de  $\varepsilon$  vão dar valores maiores que zero).

O valor médio da energia  $\varepsilon$  para esta distribuição é  $\bar{\varepsilon} = kT$ , que é a lei clássica da equipartição de energia (este valor é obtido integrando-se  $\varepsilon P(\varepsilon)$  de zero a infinito).

A figura 5 mostra o cálculo de  $\bar{\varepsilon}$  a partir de  $P(\varepsilon)$ :

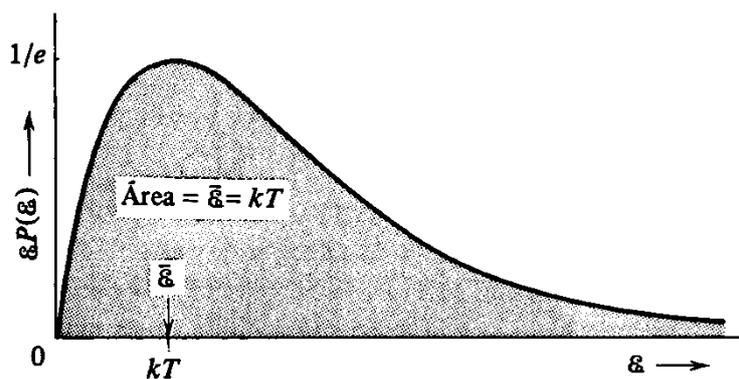


Figura 5: “Valor médio da energia a partir de  $P(\varepsilon)$ .” Retirada de [26].

A grande sacada de Planck foi quando ele percebeu que poderia obter  $\bar{\varepsilon} \rightarrow 0$  quando  $f \rightarrow \infty$  se modificasse o cálculo que leva de  $P(\varepsilon)$  a  $\bar{\varepsilon}$ , tratando a energia  $\varepsilon$  como se ela fosse uma variável discreta (e não uma variável contínua como a física clássica afirma).

Planck propôs que a energia  $\varepsilon$  poderia assumir apenas certos valores discretos:

$$\varepsilon = 0, \Delta\varepsilon, 2\Delta\varepsilon, 3\Delta\varepsilon, 4\Delta\varepsilon, \dots,$$

sendo  $\Delta\varepsilon$  o intervalo constante entre valores possíveis sucessivos de energia.

Se a energia  $\varepsilon$  não é uma variável contínua, mas sim discreta, como podemos ver pelos traços no eixo  $\varepsilon$  das figuras 5, 6 e 7, a integral utilizada para o cálculo do valor médio  $\bar{\varepsilon}$  deve ser substituída pela somatória das áreas dos retângulos, cada um com largura  $\Delta\varepsilon$  e com altura dada pelo valor  $\varepsilon P(\varepsilon)$  no começo de cada intervalo.

A figura 6 mostra um cálculo de  $\bar{\varepsilon}$  a partir de  $P(\varepsilon)$  para o caso de  $\Delta\varepsilon \ll kT$ .

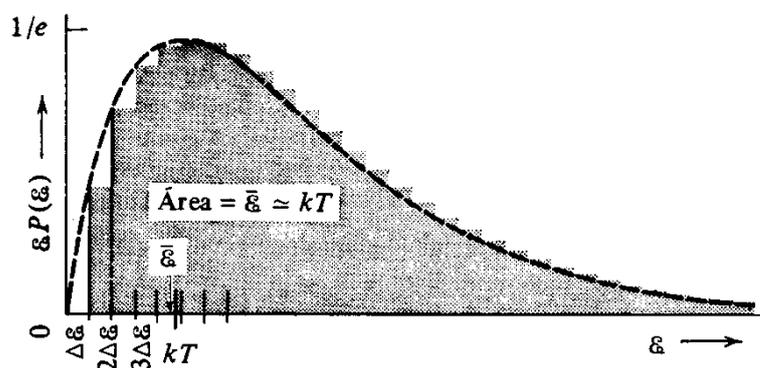


Figura 6: “Energia como variável discreta. Quando  $\Delta\varepsilon \ll kT$  a área sob os retângulos (energia como variável discreta) não difere muito da área sob a curva suave (energia como variável contínua).” Retirada de [26].

O resultado obtido é  $\bar{\varepsilon} \approx kT$ , que é igual ao resultado clássico, já que o intervalo  $\Delta\varepsilon$  é muito pequeno comparado com o intervalo de 0 a  $kT$ . Neste caso não faz diferença se  $\varepsilon$  é discreta ou contínua.

A figura 7 mostra o caso de  $\Delta\varepsilon \approx kT$ .

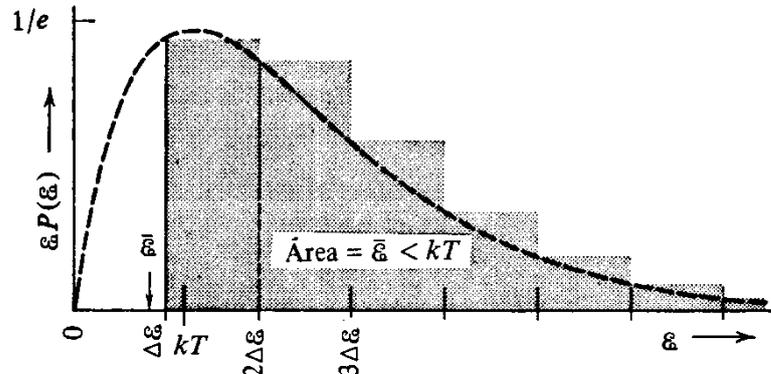


Figura 7: “Quando  $\Delta\varepsilon \approx kT$ , a energia média tem um valor menor que o resultado clássico (energia contínua).” Retirada de [26].

Neste caso encontramos  $\bar{\varepsilon} < kT$  (pois a maioria dos entes tem energia  $\varepsilon = 0$ ).

A figura 8 apresenta o caso no qual  $\Delta\varepsilon \gg kT$ .

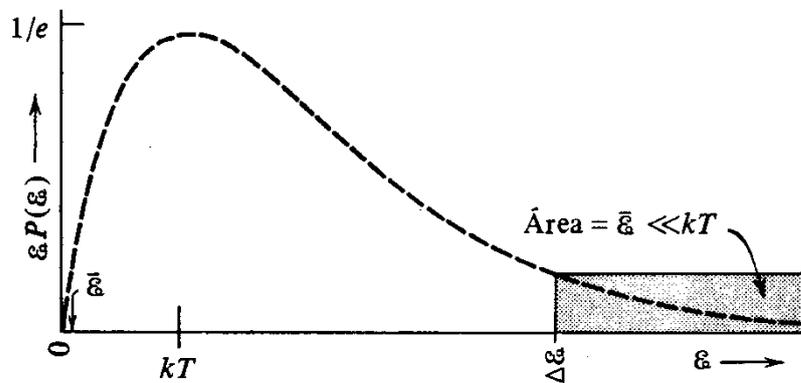


Figura 8: “Quando  $\Delta\varepsilon \gg kT$ , a energia média é mais reduzida ainda”. Retirada de [26].

Neste caso a probabilidade de encontrar um ente com qualquer dos valores de energia possíveis maior do que zero é desprezível, dado que  $P(\varepsilon)$  é extremamente pequeno para todos estes valores. Logo  $\bar{\varepsilon} \ll kT$ , ou seja  $\bar{\varepsilon} \approx 0$ .

Com isso Planck descobriu uma forma matemática de obter  $\bar{\varepsilon} \approx kT$  para valores de energias sucessivas  $\Delta\varepsilon$  pequenas e  $\bar{\varepsilon} \approx 0$  para valores de  $\Delta\varepsilon$  grandes.

Porém, para adequar o modelo teórico aos dados experimentais mostrados na figura 2 ele precisava relacionar  $\bar{\varepsilon} \approx kT$  para baixas frequências e  $\bar{\varepsilon} \approx 0$  para altas frequências.

Ele relacionou então  $\Delta\varepsilon$  pequenos (que obtém  $\bar{\varepsilon} \approx kT$ ) com as baixas frequências e  $\Delta\varepsilon$  grandes (que obtém  $\bar{\varepsilon} \approx 0$ ) com as altas frequências.

Logo,  $\Delta\varepsilon$  mostrou-se proporcional à frequência:

$$\Delta\varepsilon \propto f.$$

Ou seja:

$$\Delta\varepsilon = hf.$$

Ajustando a constante de proporcionalidade  $h$  aos dados experimentais, Planck obteve:

$$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$$

Esta é a famosa constante de Planck.

Ao substituir o valor clássico  $\bar{\varepsilon} = kT$  para a densidade de energia do espectro do corpo negro, por  $\bar{\varepsilon}(f)$ , Planck obtém:

$$\rho_{T(f)}df = \frac{8\pi f^2}{c^3} \frac{hf}{e^{hv/kT} - 1} df.$$

Este é o espectro de corpo negro de Planck, que está em total acordo com os resultados experimentais mostrados na figura 1.

É possível se obter a lei de Stefan e a lei de deslocamento de Wien através dessa equação, porém essa demonstração não está no escopo desse trabalho.

Cabe ressaltar nesse ponto que Planck não alterou a distribuição de Boltzmann para chegar a essa expressão. O que ele fez foi, no lugar de considerar a energia das ondas eletromagnéticas como contínua, como era previsto pela física clássica, considerar essa energia como uma grandeza discreta que obedece a equação:

$$\varepsilon = nhf,$$

onde  $n = 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots$  como mostra a figura 9.

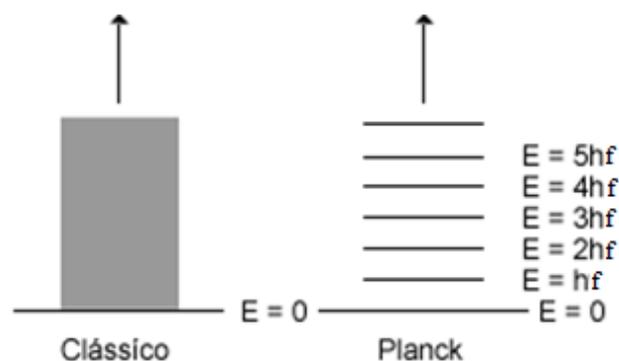


Figura 9: “À esquerda: as energias possíveis para um sistema clássico são distribuídas continuamente. À direita: As energias ( $E$ ) possíveis, de acordo com o postulado de Planck, são distribuídas discretamente, já que podem assumir apenas os valores  $nhf$ ”. Retirada de [26].

Neste caso diz-se que a energia é quantizada, ou seja, ela só pode assumir quantidades discretas.

Inicialmente, Planck não tinha certeza se a introdução da ideia da quantização da energia, através de sua constante  $h$ , era apenas um artifício matemático ou se tinha algum significado físico. Numa carta escrita ao físico estadunidense R.W. Wood, Planck se refere ao seu postulado da energia quantizada como “um ato de desespero” para resolver o problema da radiação de corpo negro [26].

Planck era um físico de formação clássica e, talvez por isso mesmo, foi difícil para ele admitir que a radiação eletromagnética, que até então era tão bem descrita pela física clássica com um fenômeno tipicamente ondulatório, viesse a comportar-se daquela maneira, ou seja, sob a forma de porções discretas (ou grãos) de energia. Porém aquela era de fato a única possibilidade teórica que se ajustava aos dados experimentais. Relatos históricos posteriores descrevem um Planck relutante em aceitar sua própria hipótese quântica revolucionária. Esta situação perdurou por longos cinco anos [22].

No ano de 1905, Planck que era editor do jornal de pesquisa alemão *Annalen der Physik* recebe três artigos de um jovem físico chamado Albert Einstein. O terceiro destes artigos, publicado em junho, tratava da relatividade restrita. O segundo, publicado em maio, explicava o misterioso movimento browniano e o primeiro, publicado em março, propunha uma explicação para o efeito fotoelétrico. O título deste artigo é: "Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt" ["Um ponto de vista heurístico sobre a produção e a transformação da luz"], publicado no *Annalen der Physik*, número XVII, pp. 132 a 148 [27].

A solução de Einstein para a questão do efeito fotoelétrico dará um significado para a teoria quântica da radiação proposta por Planck, como discutiremos a seguir.

#### **4.4 O efeito fotoelétrico**

Em 1839, o jovem físico Alexandre-Edmond Becquerel, com 19 anos, observou pela primeira vez que dois eletrodos imersos em uma solução ácida eram capazes de gerar eletricidade quando fossem iluminados. Ele foi o primeiro a relacionar à geração de eletricidade à iluminação da célula [28]. Alexandre-Edmond Becquerel foi pai de Antoine Henri Becquerel que anos mais tarde (1903) seria laureado com o Prêmio Nobel de física, junto com Maria Sklodowska-Curie e Pierre Curie. Mas isso é outra história.

Entre os anos de 1886 e 1887, o físico alemão Heinrich Rudolf Hertz estava trabalhando para confirmar a existência das ondas eletromagnéticas e a teoria de Maxwell sobre a propagação da luz. No decorrer destes trabalhos, Hertz notou que se ele incidisse luz ultravioleta sobre um eletrodo, isso facilita o aparecimento de uma descarga elétrica entre dois eletrodos. Philipp von Lenard, um assistente de Hertz, mostrou logo em seguida que a luz ultravioleta facilita essa descarga pois ela faz com que elétrons sejam ejetados da superfície do catodo.

Esse efeito de emissão de elétrons de uma superfície, devido à incidência de luz sobre ela, recebeu inicialmente o nome de efeito Hertz, mas ficou mais conhecido como efeito fotoelétrico.

Para se estudar o efeito fotoelétrico usa-se um aparelho composto por duas placas de metal, encerrado num invólucro de vidro evacuado. Ilumina-se uma destas placas com luz monocromática. Esta placa libera elétrons que chamaremos aqui de fotoelétrons (elétrons liberados pelo efeito fotoelétrico). Estes fotoelétrons são atraídos para a outra placa metálica (placa coletora), através de uma diferença de potencial  $V$  estabelecida entre estas duas placas, gerando assim uma corrente fotoelétrica que é medida com um amperímetro.

O gráfico da figura 10 mostra a corrente fotoelétrica em função da diferença de potencial:

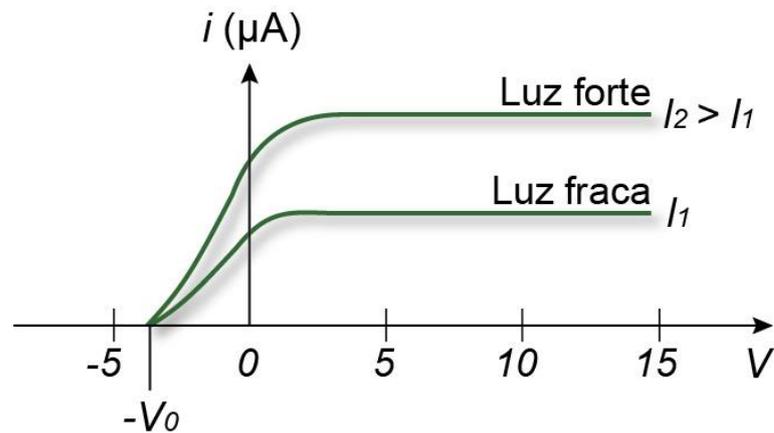


Figura 10: “Gráfico da corrente  $i$  em função da voltagem  $V$  entre as placas metálicas”.

Retirada de [29].

A diferença de potencial  $V$  é positiva quando a placa coletora está a um potencial maior que a placa emissora. Na curva a intensidade da luz que incide sobre a placa emissora foi reduzida pela metade da intensidade que gerou a curva a.

A análise do gráfico demonstra que quando a diferença de potencial é muito grande, a corrente fotoelétrica atinge uma saturação, ou seja, todos os fotoelétrons emitidos pelo placa emissora (placa iluminada) são coletados pela outra placa (placa coletora). Quando o sinal de  $V$  é invertido, a corrente fotoelétrica não cai a zero imediatamente, o que sugere que os elétrons são emitidos da placa emissora com uma energia cinética não nula. Porém, se a diferença de potencial entre as placas se torna suficientemente grande, a corrente fotoelétrica cai a zero. A diferença de potencial que causa esse efeito é chamada *potencial de corte*, que no gráfico é indicado por  $V_0$ . Isso significa que essa diferença de potencial, multiplicada pela carga do elétron é igual à energia cinética do fotoelétron mais rápido emitido ( $E_{c \text{ max}}$ ):

$$E_{c \text{ max}} = e \cdot V_0.$$

Verificou-se experimentalmente que o valor da  $E_{c \text{ max}}$  não depende da intensidade da luz incidente na placa emissora (nota-se isso ao analisar as duas curvas do gráfico mostrado na figura 9, na qual a curva da luz forte e a curva da luz fraca apresentam o mesmo potencial de corte).

O gráfico da figura 11 apresenta o potencial de corte  $V_0$ , em função da frequência da luz incidente:

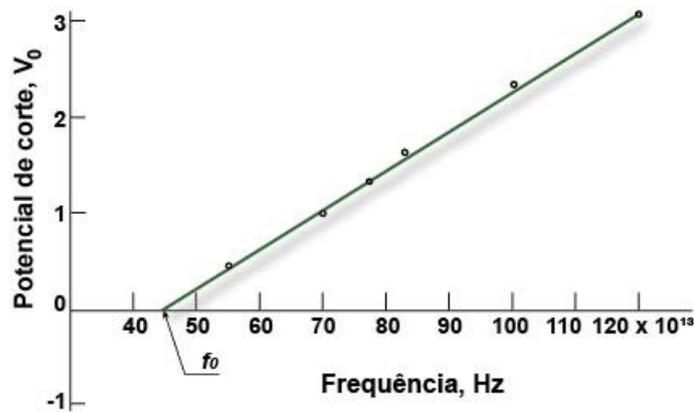


Figura 11: “Potencial de corte  $V_0$ , em função da frequência da luz incidente”. Retirada de [29].

Verifica-se claramente que existe uma frequência limite  $f_0$  abaixo da qual a placa iluminada deixa de emitir fotoelétrons.

Agregando todas estas evidências experimentais, nota-se que existem três aspectos essenciais no efeito fotoelétrico que não podem ser explicados pela teoria ondulatória clássica da luz:

i) As observações experimentais mostravam que a energia cinética do elétron que é ejetado da placa não depende da intensidade da luz. Isso representa uma contradição com a teoria clássica pois, segundo esta teoria, quanto maior a amplitude da onda, maior a intensidade da luz, logo, mais energia estaria sendo transmitida para o elétron. Como a energia se conserva, a energia do elétron ejetado da placa deveria crescer quando a intensidade do feixe luminoso aumenta. Porém experimentalmente, esse fenômeno não é observado.

ii) De acordo com a teoria clássica ondulatória da luz, o efeito fotoelétrico deveria ocorrer para qualquer frequência da luz (desde que sua intensidade seja suficiente para dar a energia necessária para arrancar o elétron da placa). Porém o que se observa experimentalmente é que existe uma frequência limite (abaixo da qual a luz não consegue arrancar elétrons da placa). Para frequências menores que essa frequência limite, o efeito fotoelétrico não ocorre, ou seja, os elétrons não são arrancados da placa. Essa frequência limite depende apenas do material que compõe a placa.

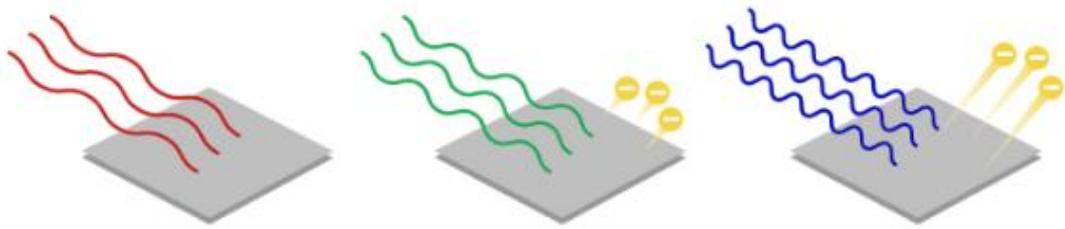


Figura 12: “Luz vermelha (menor frequência) não arranca elétrons da placa. Luz verde, arranca elétrons com pouca energia cinética. Luz azul (frequência mais alta) arranca elétrons com mais energia”. Retirada de [30].

iii) De acordo com a teoria ondulatória clássica, deveria haver um intervalo de tempo entre o instante que a luz começa a incidir sobre a superfície e o instante em que o elétron é ejetado (nesse intervalo de tempo o elétron estaria absorvendo energia do feixe de luz até que tivesse acumulado energia suficiente para escapar da placa). Contudo, o que se observa experimentalmente é que esse intervalo de tempo não existe! Desde que a luz tenha frequência acima da frequência limite, a emissão de elétron da placa é praticamente instantânea. Se a frequência da luz estiver abaixo desse limite, não importa o tempo que a luz incida na placa, nenhum elétron será ejetado.

## 4.5 A solução de Einstein

Em 1905, no artigo "Um ponto de vista heurístico sobre a produção e a transformação da luz", publicado no *Annalen der Physik*, número XVII, pp. 132 a 148, citado anteriormente, Einstein propõe que a energia radiante está concentrada em pacotes. Ele manteve a nomenclatura usada por Planck para estes pacotes de energia: quantum no singular e quanta no plural, porém com a diferença conceitual de que Planck, originalmente, restringiu esse conceito aos elétrons na parede do corpo negro que uma vez emitindo energia, essa se espalhava pelo espaço como ondas, já Einstein apresenta a ideia que os quanta permanecem como pacotes concentrados como discutiremos a seguir.

O “quantum” que deu nome a esses pacotes de energia foi substituído, em 1926, pela palavra “fóton”, pelo físico-químico estadunidense Gilbert Newton Lewis. Ele

usou essa terminologia para se referir ao quantum utilizado por Einstein no efeito fotoelétrico, em uma carta que escreveu ao editor da revista Nature (Vol. 118, Part 2, 18 de dezembro de 1926, página 874-875) [31]. Desde então o nome fóton “pegou” e é amplamente utilizado. A partir de agora passarei a utilizar a palavra fóton para me referir a esta energia radiante concentrada em pacote, apesar de Einstein não ter utilizado essa palavra em seu artigo de 1905 sobre o efeito fotoelétrico.

Einstein propôs que o fóton é emitido e se afasta da fonte sempre como um pacote de energia concentrada, com velocidade  $c$ . A energia de cada fóton se relaciona com sua frequência pela equação:

$$E = hf.$$

No efeito fotoelétrico, a energia desse fóton é completamente absorvida por um elétron da placa emissora.

Quando o elétron é emitido da superfície da placa, sua energia é:

$$E = hf - w,$$

onde  $w$  equivale a energia necessária remover o elétron da superfície metálica.

Essa energia é variável pois existem elétrons mais fortemente ligados à placa do que outros. No caso do elétron mais fracamente possível ligado à placa, sua energia cinética ao ser emitido será:

$$E_{\max} = hf - w_0,$$

onde  $w_0$  é chamado de “função trabalho” e corresponde a uma energia característica do metal emissor de fotoelétrons.

Esta hipótese simples resolve os três problemas do efeito fotoelétrico, que citei anteriormente, e que não podem ser explicados pela teoria clássica da luz.

i) Como o elétron absorve a energia do fóton, e essa energia é dada por  $E=hf$ , então a energia se conserva, porém neste caso a energia é proporcional à frequência da radiação e não à sua amplitude/intensidade. Logo, a energia do elétron que salta da placa  $E= hf - w_0$  depende apenas da frequência da radiação da qual ele recebeu essa energia e de características da própria placa.

ii) O limite de frequência observado experimentalmente pode ser explicado pelo fato de a energia do fóton de luz ser proporcional à frequência da luz. Fótons com frequência menores que essa frequência limite não tem energia suficiente para arrancar um elétron da placa (não importa a intensidade de luz que seja jogada na placa, dado que a energia do fóton só depende de sua frequência). Fótons com frequência maior que

a frequência limite tem energia suficiente para arrancar um elétron da placa (não importa a intensidade da radiação que esteja incidindo na placa).

iii) Como a energia necessária para arrancar os elétrons da placa vem dos fótons (que são pacotes de energia concentrados, e não ondas com energia espalhada), isso explica o fato de não haver um intervalo de tempo para que se observe os elétrons sendo ejetados da placa. Basta que o fóton tenha frequência suficiente (consequentemente energia suficiente) para arrancar o elétron da placa. Ao se chocar com o elétron, o fóton transfere sua energia instantaneamente ao elétron que é ejetado.

Mas como Einstein conciliou a ideia de fóton com as inúmeras evidências experimentais que já existiam na época, de que a luz apresenta comportamento inegavelmente ondulatório?

Ele argumentou que o comportamento de interferência e difração da radiação eletromagnética (comportamentos tipicamente ondulatórios) correspondem ao comportamento coletivo de um número muito grande de fótons, portanto corresponderiam à média do comportamento dos fótons individuais. Ele concentrou sua atenção na forma como a energia do fóton é emitida e absorvida e não na forma como os fótons viajam. A ideia de corpúsculos (fótons) cuja energia está relacionada com sua frequência, que é uma grandeza tipicamente ondulatória, era bastante incômoda. Voltaremos a discutir essa questão mais adiante.

## **4.6 Propriedades ondulatórias das partículas**

Louis-Victor-Pierre-Raymond, 7<sup>o</sup> duc de Broglie é o nome completo do físico e historiador francês Louis de Broglie. Ele se formou em história em 1909, com apenas 18 anos de idade, com o intuito de trilhar o caminho em direção a uma carreira no serviço diplomático.

Louis de Broglie era irmão mais novo de Louis-César-Victor-Maurice de Broglie, ou simplesmente Maurice de Broglie que foi um físico que mantinha um laboratório bem equipado na mansão da família de Broglie, em Paris, e fez contribuições notáveis para estudo experimental do núcleo atômico [32]. Louis acompanhava ocasionalmente o trabalho de seu irmão mais velho, o que fez com que se interessasse bastante pela física teórica. Foi através de Maurice que Louis entrou em contato com os trabalhos de Max Planck e Albert Einstein.

Esse contato despertou em Louis um enorme interesse pelo que ele chamou de “mistérios da física atômica”. Em suas próprias palavras, ele se descreveu como “tendo muito mais o estado de espírito de um teórico puro do que o de um experimentador ou engenheiro, amando especialmente a visão geral e filosófica”. Louis teve um de seus poucos contatos com os aspectos técnicos da física durante a Primeira Guerra Mundial, quando prestou serviço militar em uma estação de rádio na Torre Eiffel [32].

Após um período de grave conflito, ele recusou o projeto de pesquisa em história da França que lhe havia sido atribuído e escolheu seguir sua tese de doutorado no campo da física [32].

A tese de doutorado de Louis de Broglie foi apresentada em 1924 à Faculdade de Ciência da Universidade de Paris. Nela, de Broglie propôs a hipótese de que, assim como as radiações apresentam um comportamento dual corpuscular-ondulatório, como demonstrado por Einstein na resolução do problema do efeito fotoelétrico (e depois amplamente confirmado pelo trabalho de Compton e tantos outros), a matéria também apresentava um comportamento ondulatório. Em outras palavras, Louis de Broglie propôs que, assim como o fóton tem associado a ele uma onda que governa seu movimento, uma partícula material, como um elétron por exemplo, teria associada a si uma onda de matéria.

Para propor tal hipótese de Broglie utilizou a ideia de uma grande simetria universal. Sendo o universo é inteiramente composto de radiação e matéria, se a radiação apresenta comportamento dual, simetricamente a matéria também apresentaria o mesmo comportamento [26].

Ele desenvolve o formalismo das ondas de matéria utilizando esta mesma ideia de simetria: se a energia da radiação é descrita pela equação  $E=hf$ , então a energia das ondas de matéria estão associadas à sua frequência exatamente da mesma forma.

Sabendo que:

$$E = p.c,$$

onde  $p$  é o momento e  $c$  é a velocidade da luz, então:

$$hf = p.c.$$

Utilizando a relação ondulatória:

$$f = \frac{c}{\lambda},$$

onde  $\lambda$  representa o comprimento de onda:

$$h \cdot \frac{c}{\lambda} = p.c,$$

obtem-se a equação que relaciona momento com o comprimento de onda:

$$p = \frac{h}{\lambda}.$$

Esta equação, escrita na forma:

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

é chamada “relação de de Broglie”.

Ela descreve o comprimento de onda de uma onda de matéria associada ao movimento de uma partícula material com momento  $p$ .

O alcance e originalidade da hipótese de de Broglie foram reconhecidos de imediato, porém a falta de comprovação experimental, na época, levou a crer que as idéias de de Broglie não tivessem realidade física [26].

Esse cenário muda radicalmente em 1927 quando Davisson e Germer nos Estados Unidos e George Paget Thomson (filho de Joseph John Thomson) na Escócia demonstram experimentalmente o fenômeno de interferência em elétrons, confirmando assim a natureza ondulatória da matéria e, mais que isso, a concordância entre a previsão teórica do formalismo proposto por de Broglie e os resultados experimentais.

Em 1929 Louis de Broglie é laureado com o prêmio Nobel de Física pela descoberta da natureza das ondas dos elétrons. Em 1937 George Paget Thomson e Clinton Joseph Davisson também são laureados com prêmio Nobel pela descoberta experimental da difração dos elétrons por cristais.

Um detalhe interessante nessa história é que em 1906, J.J. Thompson recebe o prêmio Nobel pela descoberta do elétron, que ele caracterizou como uma partícula. Trinta e um anos depois, seu filho, G.P. Thompson ganha o mesmo prêmio por provar que o elétron é uma onda.

Experimentos posteriores realizados por Estermann, Stern e Frish, utilizando hidrogênio molecular e feixes atômicos de hélio demonstraram que estas partículas também apresentam comportamento ondulatório. Fermi, Marshal e Zinn mostraram o fenômeno de interferência para nêutrons.

Todos estes experimentos confirmaram a natureza ondulatória da matéria e a precisão da formulação teórica de de Broglie.

Além disso, demonstram que todos os objetos materiais, carregados ou não, apresentam características ondulatórias em seu movimento, como de Broglie propôs.

## 4.7 A dualidade onda-partícula

Cria-se então um cenário onde se recorre a um modelo corpuscular para compreender as radiações em algumas situações, como por exemplo no efeito fotoelétrico e a um modelo ondulatório em outras, como por exemplo a difração de raio X. Esta mesma dualidade onda-partícula se aplica também à matéria, o rastro de ionização que um elétron deixa em uma câmara de bolhas, por exemplo, sugere um modelo corpuscular, porém a difração de elétrons, observada por Davisson e Germer assim como por Thomson filho, indica um modelo ondulatório.

Desta forma, os físicos passaram a lançar mão de ambos os modelos (corpuscular e ondulatório) para descrever o mesmo ente.

De forma simplificada, a ideia de dualidade onda-partícula “atribui, para qualquer partícula individual, aspectos ondulatórios, e para qualquer forma de radiação, aspectos corpusculares.” [33, p.1].

## 4.8 A aparente contradição entre onda e partícula

Neste ponto, muitos estudantes podem manifestar uma sensação de estranheza detectando uma contradição lógica inerente ao conceito de dualidade onda-partícula.

Vamos explorá-la.

Quando se pensa em partícula do ponto de vista da física clássica, logo vem à mente algo como uma bolinha bem pequena que se locomove com uma trajetória que apresenta posições bem definidas a cada instante, com velocidade precisa. Além disso, quando se pensa em partícula, considera-se um ente que não se divide (em condições normais), portanto partículas são entidades discretas. Além disso, as ondas apresentam fenômenos típicos que não podem ser associados a partículas, como a interferência e difração, por exemplo.

Porém a física clássica concebe o conceito de onda de forma bem diferente. As ondas são contínuas (não discretas) e não descrevem uma trajetória, pelo contrário, elas se espalham no espaço sem se localizarem num ponto bem definido como uma partícula (basta imaginar ondas circulares se propagando na superfície da água para compreender). [33, p.2].

Desta forma, a teoria quântica deve conciliar essa aparente contradição lógica que a dualidade onda-partícula carrega consigo.

Um primeiro passo na direção dessa conciliação é o fato de que, em qualquer medida realizada, apenas um modelo se aplica, ou seja, os dois modelos não são usados sob a mesma circunstância. Quando um ente é localizado ou detectado por alguma interação, ele atua como uma partícula (a ideia de localização, como vimos anteriormente, é inerente às partículas, dado que as ondas têm extensão, logo não são localizadas). Quando o ente está se movendo, age como uma onda, apresentando interferência e difração.

Nesta perspectiva o físico dinamarquês Neils Bohr propõe o princípio da complementaridade.

#### **4.9 Contraria sunt complementa (Contrários são complementares) – O princípio da complementaridade de Neils Bohr**

No ano de 1927, em comemoração ao centenário da morte de Alessandro Volta, houve um Congresso na cidade de Como, na Itália, onde Bohr apresentou, pela primeira vez, sua ideia sobre a complementaridade [34]. Nas palavras dele:

“(... o quantum de ação) força-nos a adotar um novo modo de descrição designado de complementaridade no sentido de que qualquer aplicação dada dos conceitos clássicos proíbe uso simultâneo de outros conceitos clássicos os quais em uma diferente conexão são igualmente necessários para a elucidação dos fenômenos.” [34].

A citação acima explana a ideia de que as propriedades ondulatórias e corpusculares de um ente quântico, aparentemente contraditórias, constituem na verdade aspectos complementares de seu comportamento, de forma que um sistema quântico pode apresentar aspectos ondulatórios ou aspectos corpusculares, dependendo do arranjo experimental usado para observá-lo, mas nunca ambos ao mesmo tempo. Quando o experimento (ou uma parte dele) mostra um destes aspectos, o outro não se manifesta.

Nota-se aqui que o princípio da complementaridade de Bohr, além de afirmar a dualidade onda-partícula, demonstra que quanto mais um destes aspectos é ressaltado, tanto mais o seu complementar é suprimido.

Além disso, este princípio demonstra que a completude da compreensão da radiação ou da matéria só pode ser vislumbrada quando se leva em consideração tanto as medidas que revelam os aspectos corpusculares quanto as medidas que revelam os aspectos ondulatórios.

Para receber a comenda de Cavaleiro da Ordem do Elefante da Dinamarca, em 1947, Neils Bohr elabora um escudo com a frase latina “Contraria sunt complementa” que significa “Contrários são complementares”.

#### 4.10 O princípio da incerteza

Durante os anos de 1925 a 1927, Neils Bohr e o físico alemão Werner Heisenberg trabalharam juntos em Copenhague [34]. Em 1927, mesmo ano em que Bohr anuncia seu princípio da complementaridade, Heisenberg conclui seu princípio da incerteza baseado principalmente no formalismo usado para descrever os fenômenos quânticos [34]. Um detalhe interessante a ser ressaltado nesse ponto é que Bohr e Heisenberg, apesar de estarem alinhados em seus princípios da complementaridade e da incerteza, discordavam sobre o papel do formalismo matemático no desenvolvimento da mecânica quântica. Para Bohr, a explicação física precede o formalismo matemático, enquanto para Heisenberg, o formalismo matemático é um chão firme que descreve o que se observa experimentalmente, assim como prevê o que ainda será observado [34].

Para compreender o princípio da incerteza de Heisenberg, pode-se combinar a relação de de Broglie,  $\lambda = h/p$ , com a equação da energia de um fóton  $E = hf$ , ambas discutidas anteriormente.

Através da física ondulatória sabe-se que a velocidade de fase  $v_f$  de uma onda com frequência  $f$  e comprimento de onda  $\lambda$  é dada pela relação:

$$v_f = f \lambda.$$

Substituindo as relações de de Broglie  $\lambda = h/p$  nessa relação obtém-se:

$$v_f = f \frac{h}{p}.$$

Agora utilizando a relação de energia do fóton,  $E = h \cdot f$ , chega-se a:

$$v_f = \frac{E h}{h p}.$$

Logo:

$$v_f = \frac{E}{p}.$$

Supondo que a partícula esteja se movendo em uma região de potencial zero e com energia não relativística, pode-se escrever sua energia como:

$$E = \frac{m \cdot v^2}{2}.$$

E seu momento:

$$p = m \cdot v.$$

Substituindo em  $v_f = E/p$ , obtém-se:

$$v_f = \frac{\frac{m \cdot v^2}{2}}{m \cdot v}.$$

Logo:

$$v_f = \frac{v}{2}.$$

Este resultado pode parecer estranho pois indica que a partícula não possui a mesma velocidade da onda de matéria relacionada ao seu movimento. Porém isso logo se explica.

Supondo que a partícula esteja no eixo  $x$ , a onda de matéria associada a ela se move no mesmo eixo. Sabendo que a partícula apresenta uma localização numa certa região finita do espaço, se for medida a amplitude da onda de matéria associada a essa partícula em um determinado instante  $t$ , os valores instantâneos desta medição podem ser apresentados qualitativamente no gráfico abaixo, onde  $\Psi(x,t)$  corresponde a uma função de  $x$  em um instante fixo  $t$ :

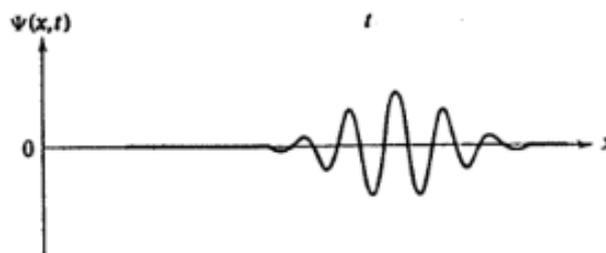


Figura 13: “Onda de matéria associada a uma partícula”. Retirada de [26].

A amplitude  $A$  da onda de matéria deve ser modulada de forma que seu valor seja diferente de zero apenas na região finita do espaço no entorno de onde está a partícula. Isto significa que a onda de matéria se encontra na forma de um pacote de onda [26]. Com o passar do tempo, o pacote de onda deve se mover ao longo do eixo  $x$  com a mesma velocidade da partícula.

A física clássica mostra que existem duas velocidades para um pacote de onda, a velocidade de grupo  $v_g$  e a velocidade de fase  $v_f$ , que é diferente das oscilações individuais das ondas que formam o pacote.

Neste caso, a velocidade  $v_g$  corresponde a velocidade da partícula [26]. Ou seja,  $v = v_g$ .

Para a construção de uma onda com extensão finita no espaço (um único grupo com começo e fim bem definidos, como mostrado na figura 13), deve-se superpor ondas senoidais com um espectro de onda contínuo de  $\lambda$  dentro de uma região  $\Delta\lambda$ .

Caracterizando um comprimento de onda monocromático em termos de uma única onda senoidal como:

$$\Psi(x,t) = A \sin 2\pi(kx - f.t),$$

onde  $k$  corresponde ao número de onda, sendo  $k = 1/\lambda$ .

Matematicamente, obtém-se o valor numérico da superposição (soma) de ondas senoidais com um espectro de onda contínuo de  $\lambda$  dentro de uma região  $\Delta\lambda$  utilizando uma integral de Fourier, resultando em:

$$\Delta x \Delta k \geq \frac{1}{4\pi},$$

onde  $\Delta x$  representa a incerteza na posição  $x$  e  $\Delta k$  representa a incerteza no número de onda  $k$ .

É importante ressaltar que esse resultado é uma propriedade universal de todas as ondas, obtido a partir da física clássica.

Aplicando-se a relação de de Broglie ( $\lambda = h/p$ ) a essa expressão:

$$\Delta x \Delta k \geq \frac{1}{4\pi} = \Delta x \Delta \left(\frac{1}{\lambda}\right) \geq \frac{1}{4\pi},$$

$$\Delta x \Delta \left(\frac{p}{h}\right) \geq \frac{1}{4\pi},$$

$$\left(\frac{1}{h}\right) \Delta x \Delta p \geq \frac{1}{4\pi}.$$

Logo:

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}.$$

Considerando  $\hbar = h/2\pi$ , finalmente obtêm-se:

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}.$$

Este é o princípio da incerteza de Heisenberg expresso em termos de posição (x) e momento (p), sendo  $\Delta x$  a incerteza na posição e  $\Delta p$  a incerteza no momento.

Analisando este princípio, verificamos que a posição e o momento da matéria ou radiação não se determina simultaneamente com precisão maior que  $\hbar/2$ .

É importante perceber que este é um princípio que não se refere à precisão de instrumentos de medida, ou seja, por melhores e mais precisos que sejam os instrumentos e métodos utilizados na medida da posição e do momento, existe um limite máximo de determinação destes valores, dado pela própria natureza. Este limite é dado pelo produto das incertezas  $\Delta x \cdot \Delta p$  na determinação simultânea de ambas. Por exemplo num experimento em que seja possível melhorar paulatinamente a acuidade da medida do momento p, abre-se mão, simultaneamente, da determinação da posição x. Conhecendo-se hipoteticamente, o valor exato de p, perde-se toda a informação sobre x (ou seja,  $\Delta p = 0$ , logo  $\Delta x = \infty$ ).

Trata-se então de um princípio ontológico, relativo à essência da natureza, e não de um princípio epistemológico, relativo à falta de possibilidade de conhecimento de elementos da natureza.

Tais resultados são estranhos à física clássica, dado que, na mecânica clássica, se forem conhecidas as condições iniciais que atuam sobre um sistema, suas equações de movimento podem ser resolvidas de forma a que se determine exatamente a posição e o momento de uma partícula para todos os valores de tempo.

Já na mecânica quântica, o princípio da incerteza nos mostra que isso não é possível.

Utilizando a equação de Einstein  $E = h \cdot f$  é possível expressar o princípio da incerteza de Heisenberg também em termos de energia e tempo.

Partindo de:

$$\Delta x \Delta k \geq \frac{1}{4\pi} = \Delta x \Delta \left( \frac{1}{\lambda} \right) \geq \frac{1}{4\pi}.$$

Sabendo que  $f = v / \lambda$ :

$$\Delta x \Delta \left( \frac{f}{v} \right) \geq \frac{1}{4\pi}.$$

Considerando  $v = \Delta x / \Delta t$ :

$$\Delta x \Delta \left( \frac{f}{\Delta x / \Delta t} \right) \geq \frac{1}{4\pi}.$$

Logo:

$$\Delta t \Delta f \geq \frac{1}{4\pi}.$$

Utilizando  $E = hf$ :

$$\Delta t \Delta \left( \frac{E}{h} \right) \geq \frac{1}{4\pi}.$$

Portanto:

$$\Delta t \Delta E \geq \frac{h}{4\pi}.$$

Obtendo-se:

$$\Delta t \Delta E \geq \frac{\hbar}{2}.$$

Desta forma a mesma discussão sobre a indeterminação simultânea de posição e momento é válida também para a energia e o tempo.

O princípio da incerteza de Heisenberg é a expressão da dualidade onda-partícula sendo uma consequência necessária dessa dualidade. Quando combinamos as relações de Einstein e de Broglie ( $E = hf$  e  $\lambda = h/p$ ) com as propriedades comuns a todas as ondas, obtemos as relações de incerteza, como demonstrado acima.

#### 4.11 A questão do observador em Física Quântica

Os princípios da física clássica podem ser enunciados sem que haja nenhuma referência ao observador ou ao processo de medição, de forma que este ser explicado completamente na linguagem da física, podendo-se corrigir teoricamente os distúrbios causados pelo instrumento medidor no objeto medido [33, p.52].

No processo de realizar uma observação, mesmo na física clássica, admite-se uma interação do observador com o sistema observado. Um exemplo é a medida precisa da posição da Lua pela reflexão de radar. A posição da Lua é perturbada pelos fótons enviados no processo, porém, devido à sua grande massa, essa perturbação pode ser absolutamente ignorada. Isso vale também para experimentos realizados em escalas macroscópicas aqui na Terra. As perturbações causadas pelos fótons enviados para se observar o objeto podem ser desprezadas ou ao menos controladas, podendo ser previstas com exatidão usando-se cálculos convenientes [26, p.97].

Portanto, no mundo macroscópico, o ato de observar não altera significativamente a observação, de forma que a teoria não leva em conta o ato da realização da medida ou da observação.

Porém, quando adentramos no mundo microscópico, o princípio da incerteza nos mostra que o ato de medir adquire um caráter primitivo, integrado aos fundamentos da teoria. Neste caso o ato de observar causa perturbações que não podem mais ser ignoradas e nem previstas.

Para ilustrar melhor o significado do princípio da incerteza, em 1930 Heisenberg apresenta um experimento de pensamento, o microscópio de raios  $\gamma$ , demonstrando que, de fato, o produto das incertezas da posição e do momento, em uma situação experimental, possui o limite inferior de  $h$  [33, p.77].

Considere um microscópio utilizado para medir a posição  $x$  de um elétron e suponha que ele está inicialmente com momento  $p = 0$ . A medida é feita iluminando-se o elétron com uma frente de onda plana que incide paralelamente ao plano do objeto. Ao atingi-lo, um fóton é espalhado pelo elétron, atravessa a lente do microscópio e incide no plano de imagem na posição  $x'$ . A partir da observação de  $x'$  infere-se a posição  $x$  do elétron.

Porém pela teoria clássica da difração, mesmo que a luz espalhada venha de um ponto bem definido, a imagem será levemente borrada. Inversamente, se uma imagem bem definida de  $x'$  é formada no plano da imagem, só se pode inferir  $x$  dentro do poder de resolução da lente que é dado por

$$\Delta x = \lambda / (2 \text{sen } \theta),$$

onde  $2\theta$  é o ângulo formado pela lente a partir do objeto [33, p.77].

Observando a equação acima, percebe-se que a incerteza  $\Delta x$  pode ser reduzida o quanto se quiser, reduzindo-se o comprimento de onda  $\lambda$ . Neste caso seria conveniente o uso de radiação  $\gamma$  com o menor comprimento de onda possível para se observar esse elétron.

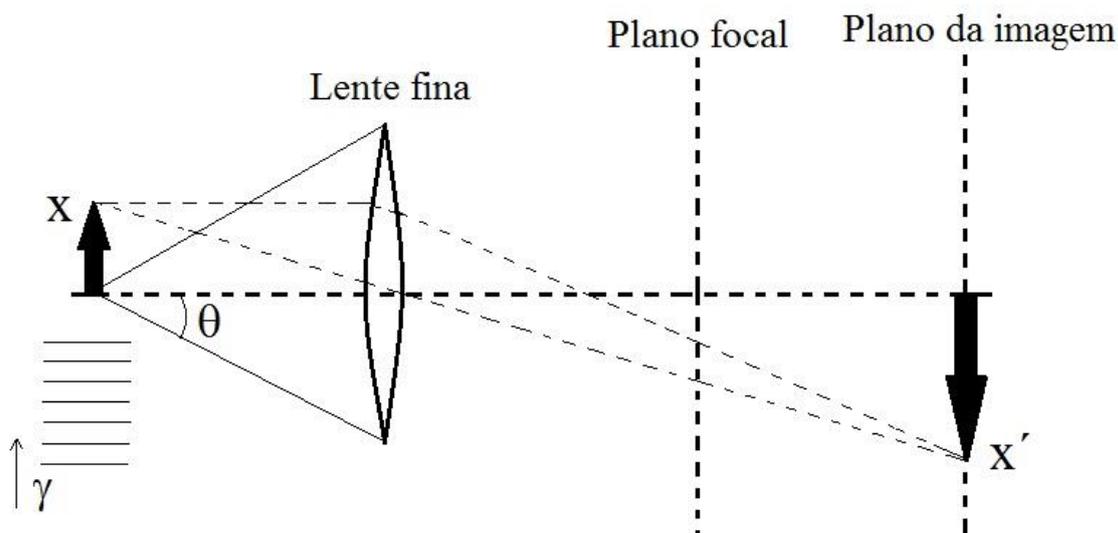


Figura 14: “Microscópio de raios  $\gamma$  de Heisenberg”. Produzida pelo autor.

Porém o que aconteceria com o momento  $p$  do elétron? Ao atingir o elétron, a radiação  $\gamma$  transferiria momento para ele (conservação do momento linear), alterando o valor inicial de  $p$ . Porém não saberíamos exatamente qual é o valor dessa alteração, dado que não é possível determinar o momento do fóton que foi espalhado por ele. O que se sabe é que o fóton foi espalhado num ângulo  $2\theta$ .

Considerando que a energia do fóton não sofreu alteração, e considerando que  $E=h.f$ , a incerteza no momento do fóton será:  $\Delta p = 2 (h/\lambda) \sin \theta$ , que é igual a incerteza no momento final do elétron, pela conservação do momento linear. O produto  $\Delta x \cdot \Delta p$  neste caso satisfaz o princípio da incerteza de Heisenberg [33, p.78].

Portanto, o ato de medir envolve necessariamente uma interação entre o observador e o sistema observado. No mundo macroscópico estas interações podem ser desprezadas ou corrigidas utilizando a própria teoria clássica, já que as dimensões envolvidas são muito maiores que as perturbações causadas. Já no mundo microscópico em escala atômica ou menor, não se pode desprezar tais perturbações e nem as corrigir, dado que são imprevisíveis como mostra o princípio da incerteza.

Porém, apesar destas perturbações serem imprevisíveis individualmente, elas obedecem a relações probabilísticas bem determinadas.

## 4.12 A interpretação estatística de Max Born

Em 1926 o físico alemão Max Born propôs uma interpretação para a função quântica de onda baseada em dois postulados [35]:

i) o estado dinâmico de uma partícula pode ser descrito por uma função de onda espaço-temporal  $\psi(\vec{r}, t)$  que permite extrair (todas) as informações sobre a dinâmica da partícula [36].

ii) O que tem significado físico direto não são as funções de onda espaço-temporais  $\psi(\vec{r}, t)$ , que podem até ser funções imaginárias, mas o significado físico está na grandeza  $|\psi(\vec{r}, t)|^2$  (módulo ao quadrado da função de onda) [36].

O módulo ao quadrado da função de onda se relaciona com a densidade de probabilidade, ou seja, no caso de movimentos vale a relação:

$$\rho(x, y, z, t) = \frac{dP(\vec{r}, t)}{dV} = |\psi(\vec{r}, t)|^2,$$

sendo  $dP(\vec{r}, t)$  a probabilidade de uma única partícula estar na posição  $\vec{r}$  dentro do volume  $dV = dx dy dz$  no instante  $t$ , por unidade  $dV$ .

Desta forma, Born atribui um caráter probabilístico intrínseco à função de onda que descreve o estado dinâmico de uma partícula, sendo que o quadrado de seu módulo representa a probabilidade de encontrá-la em uma determinada posição [37].

Isto significa que, mesmo conhecendo com exatidão a função de onda que descreve a partícula (conhecendo assim, todas as informações sobre sua dinâmica), não é possível prever com exatidão o resultado de um experimento simples para medir sua posição [37]. Tudo que a teoria pode oferecer é uma previsão probabilística de onde a partícula poderá ser detectada.

Esta indeterminação é uma característica da própria natureza das entidades quânticas, e não uma limitação teórica ou experimental.

Portanto, na interpretação probabilística de Born, uma partícula não tem uma posição bem determinada antes de ser detectada. É o próprio processo de medida que “colapsa” a função de onda num determinado valor  $e$ , assim, apresenta um resultado específico (antes apenas probabilisticamente previsto dentro da função).

Desta forma a interpretação estatística de Max Born se alinha com o princípio da incerteza de Heisenberg que afirma que é impossível saber, com precisão total, fenômenos que envolvem posições e momentos instantâneos muito pequenos (da ordem

de h) das partículas, logo o máximo que pode ser feito são previsões prováveis sobre estas partículas.

#### 4.13 Uma discussão qualitativa sobre o experimento da dupla fenda

Interpretações equivocadas dos resultados do experimento da dupla fenda tem sido amplamente usadas para disseminar desinformação envolvendo Física Quântica. Basta uma rápida pesquisa na internet para se perceber essa afirmação.

De fato, os resultados de tal experimento são esquisitos e contraintuitivos. Porém é possível compreender tais resultados a partir da ideia de dualidade onda-partícula e do Princípio da Incerteza.

Para provar experimentalmente que a luz é uma onda, o físico e médico inglês Thomas Young realizou pela primeira vez, em 1801, o experimento da dupla fenda, ou experimento de Young. Ele demonstrou que a luz sofre interferência, como qualquer outro tipo de onda.

O experimento consiste numa luz monocromática distante que ilumina uma fenda  $S_0$  de um anteparo A, difrata ao passar pela fenda, se espalha e ilumina as fendas  $S_1$  e  $S_2$  de um anteparo B. Ao atravessar estas duas fendas, a luz difrata novamente, formando duas ondas esféricas que se propagam simultaneamente no espaço após o anteparo B, interferindo uma com a outra, como demonstra a figura:

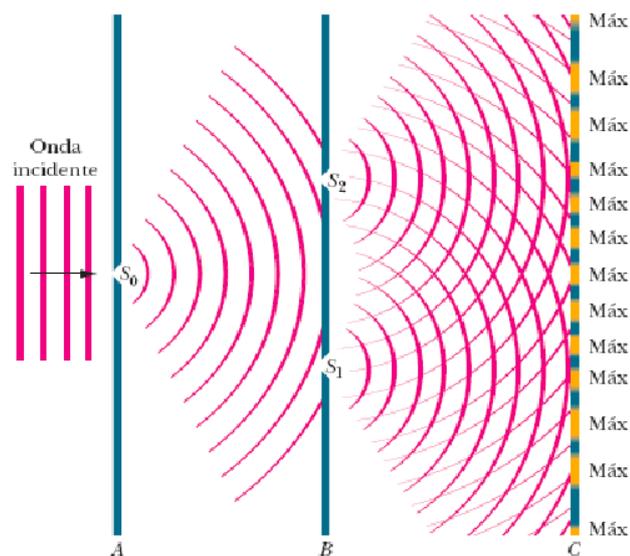


Figura 15: “Experimento de interferência de Young”. Retirada de [38, p. 82].

A interferência das duas ondas esféricas gera um padrão de interferência num anteparo C.

A figura 16 apresenta o padrão de interferência formado no anteparo C onde os pontos em que as ondas se reforçam formam listras iluminadas na direção perpendicular ao papel (franjas claras) e os pontos em que as ondas se cancelam formam franjas escuras.



Figura 16: “Fotografia da parte frontal da tela C, revelando o padrão de interferência produzida por um arranjo como o da figura 15”. Retirada de [38, p.83].

Porém, como já discutimos anteriormente, a luz apresenta comportamento dual, onda-partícula, podendo ser entendida também como fótons.

Em 1909 o físico e matemático britânico, sir Geoffrey Ingram Taylor realizou o mesmo experimento da dupla fenda de Young, porém com uma fonte luminosa muito fraca, que emite um fóton de cada vez, em intervalos de tempo aleatórios [38]. Acompanhando-se a formação do padrão que se forma no anteparo C, vê-se pontos aparecendo, um após o outro, correspondentes a cada fóton sendo detectado no anteparo.

Supreendentemente, nota-se que estes pontos se agrupam em franjas, reproduzindo um padrão típico de interferência.

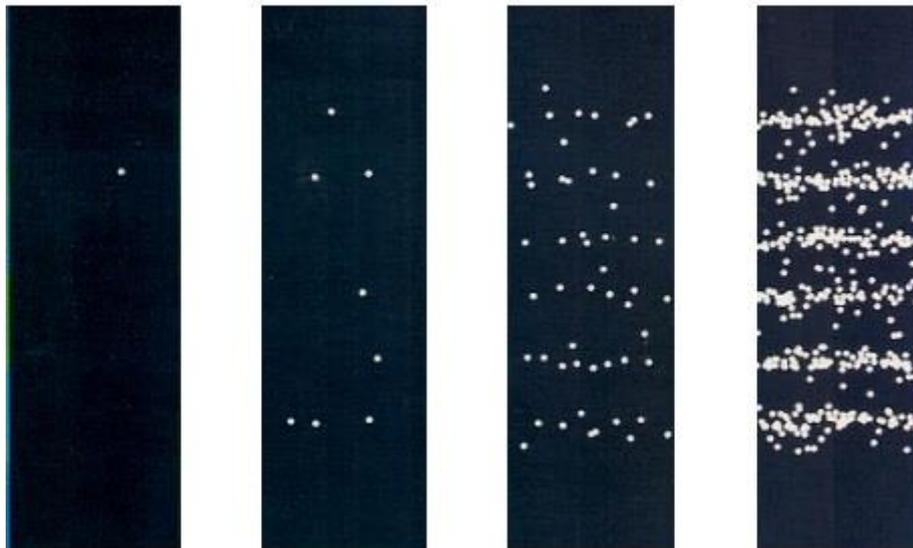


Figura 17: “Formação paulatina do padrão de interferência”. Retirada de [33, p. 4].

Na figura 17, à esquerda, vemos a detecção de um fóton isolado, e com o passar do tempo, conforme os fótons vão sendo detectados, o padrão de interferência vai ficando cada vez mais nítido (à direita).

Um experimento de dupla fenda utilizando elétrons foi realizado em 1961 pelo físico alemão Claus Jönsson. Observou-se o padrão de interferência ondulatório já esperado, como discutido na seção 3.5.

Em 1989, o físico japonês Akira Tonomura realizou o mesmo experimento utilizando um elétron por vez, analogamente ao experimento discutido anteriormente com fótons. Os resultados foram os mesmos do experimento realizado com fótons, ou seja, os elétrons são detectados no anteparo C, um de cada vez, e paulatinamente vão se agrupando em um padrão de franjas de interferência.

A figura 18 apresenta 5 fotografias que mostram a evolução temporal (de (a) a (e)) da formação de um padrão de interferência por um conjunto de elétrons, lançados e detectados um de cada vez, num experimento de dupla fenda:

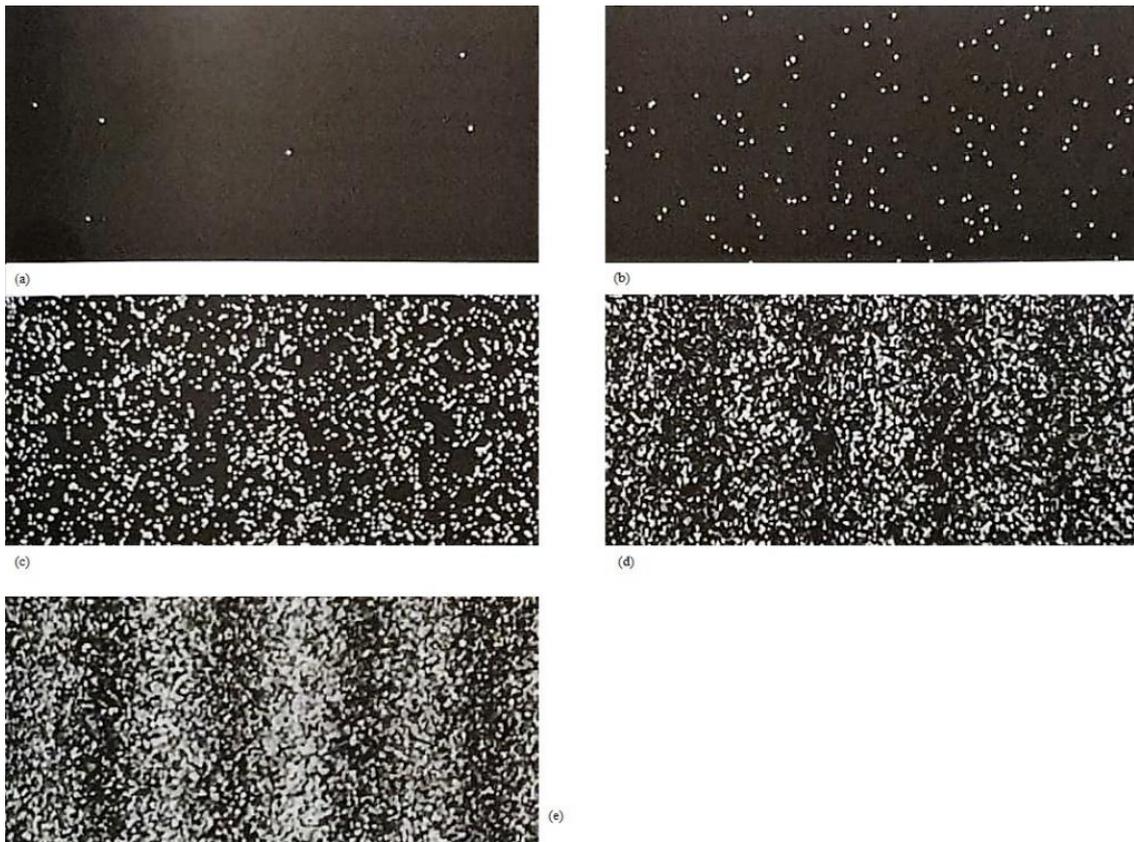


Figura 18: “Fotografias que mostram a formação de uma figura de interferência por um feixe de elétrons em um experimento de dupla fenda”. Retirada de [38, p. 197].

Estes resultados são bastante contraintuitivos. Se os fótons, ou elétrons, são emitidos um de cada vez, como pode se formar um padrão de interferência tipicamente ondulatório no decorrer do tempo, após um grande número ser detectado? Por qual fenda do anteparo B o fóton ou elétron passa, e como ele “sabe” que existe outra fenda no anteparo, para formar o padrão de interferência? O fóton ou elétron pode passar pelas duas fendas e interferir com ele mesmo? Como interpretar esse resultado?

O princípio da complementaridade de Bohr, discutido na seção 4.9 afirma que as propriedades ondulatórias e corpusculares de um ente quântico (um fóton ou elétron, neste caso), constituem aspectos complementares de seu comportamento, de forma que ele pode apresentar aspectos ondulatórios ou aspectos corpusculares, mas nunca ambos ao mesmo tempo.

Portanto o fóton ou elétron só manifesta seu caráter corpuscular quando ele é detectado, ou seja, quando ele atinge o anteparo C. Durante esse percurso, enquanto não há detecção, não há nenhuma informação sobre a posição ou a trajetória desse fóton ou elétron pois ele está manifestando suas propriedades ondulatórias. Esta onda preenche

todo o espaço entre a fonte emissora e o anteparo detector, até o momento que o fóton ou elétron é detectado (neste momento a onda desaparece e suas propriedades corpusculares se manifestam).

Desta forma, não faz nenhum sentido pensar por qual das fendas o fóton ou elétron passou.

O padrão de interferência que se observa, mesmo em experimentos onde uma partícula foi lançada de cada vez, pode ser explicado pela interpretação estatística de Max Born (discutida na seção 4.12).

Apesar de cada partícula (fóton ou elétron) ter atravessado individualmente o aparato experimental, continua-se verificando um padrão de interferência pois sua dinâmica é regida pela função de onda  $\psi(\vec{r}, t)$ , que por sua vez, está associada, na forma  $|\psi(\vec{r}, t)|^2$ , a uma probabilidade de a partícula ser detectada em alguma posição do anteparo C. Estas posições correspondem ao padrão de interferência verificado nos experimentos, dado que a dinâmica que rege o movimento destas partículas é descrita por funções de onda.

Considerando que as fendas  $S_1$  e  $S_2$  estejam no eixo  $y$  (para simplificar), a função de onda  $\psi(\vec{r}, t) = \psi(y)$  ao atravessá-las resulta em uma soma  $\psi(y) = \psi_{S_1}(y) + \psi_{S_2}(y)$ .

Logo:

$$|\psi(y)|^2 = |\psi_{S_1}(y) + \psi_{S_2}(y)|^2.$$

A figura 19 representa o gráfico dessa soma de funções de onda:

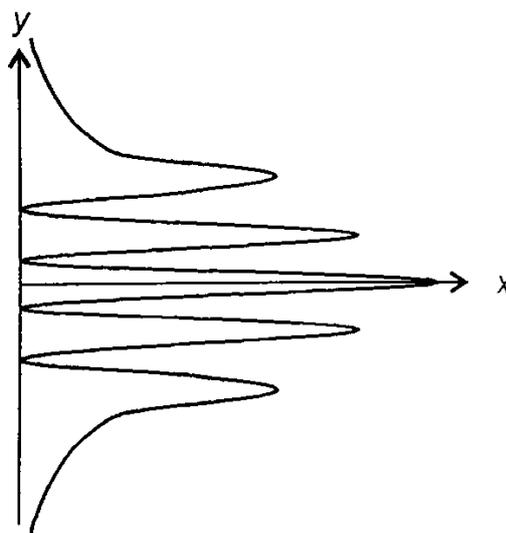


Figura 19: “Curva de interferência típica de comportamento ondulatório, indicado por  $|\psi_{S_1}(y) + \psi_{S_2}(y)|^2$ ”. Retirada de [33, p. 154].

Sendo assim, as franjas claras são regiões com maior probabilidade de incidência das partículas (picos da onda resultante) e as franjas escuras são regiões com menor probabilidade de incidência (vales da onda resultante). Portanto as partículas vão incidindo, uma a uma, nestas regiões com maior ou menor probabilidade, formando assim, depois de muitas detecções, o padrão típico de interferência.

Em 1927, no 5º congresso de Solvay, Einstein sugeriu que seria possível determinar por qual fenda a partícula passou usando-se um anteparo móvel, medindo-se a velocidade final do anteparo, mas Bohr mostrou que a incerteza na posição das fendas borraria o padrão de interferência [33], como será demonstrado a seguir.

Nos anos 1960, o físico estadunidense Richard Feynman propôs que se colocasse uma fonte de luz entre as fendas. Um detector de Luz  $D_A$  é colocado no outro lado da fenda A e um detector de luz  $D_B$  é simetricamente colocado do outro lado da fenda B (conforme a figura 20), de forma que se pudesse realizar a medida da posição do elétron quando ele passasse por uma das fendas, determinando assim por qual fenda o elétron passou. Este experimento não tem análogo na luz, pois não se pode medir o fóton isolado atrás das fendas.

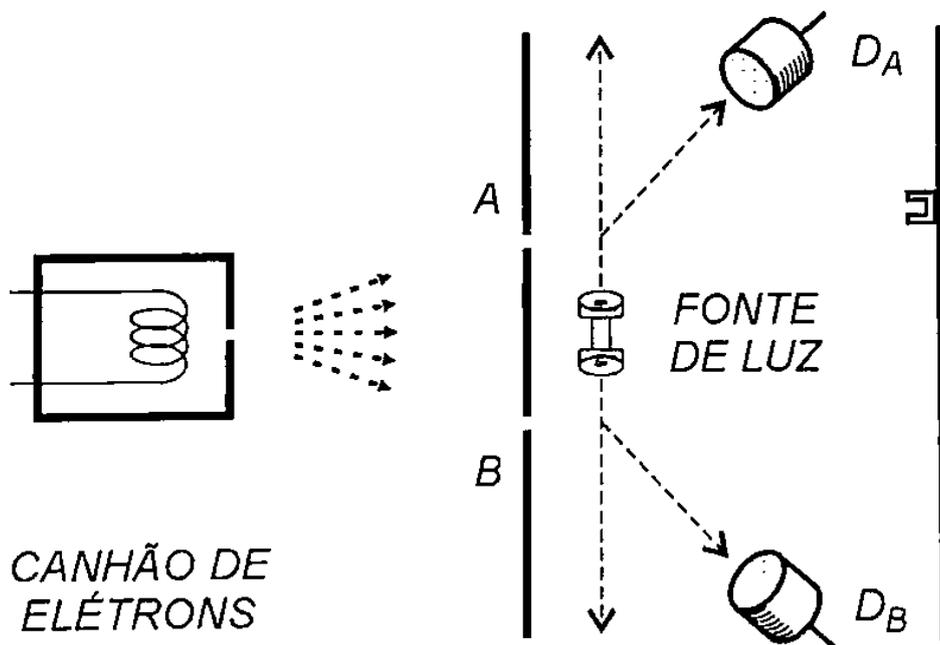


Figura 20: “Arranjo experimental proposto por Feynman para de determinar a trajetória dos elétrons”. Retirada de [33, p.156].

Realizando este experimento, obtém-se que o padrão de interferência desaparece, resultando num padrão de partícula, ou seja, ao invés de se formar uma

série de franjas no anteparo C (típicas de interferência), formam-se apenas 2 franjas com pico de intensidade correspondentes às posições das fendas A e B [33].

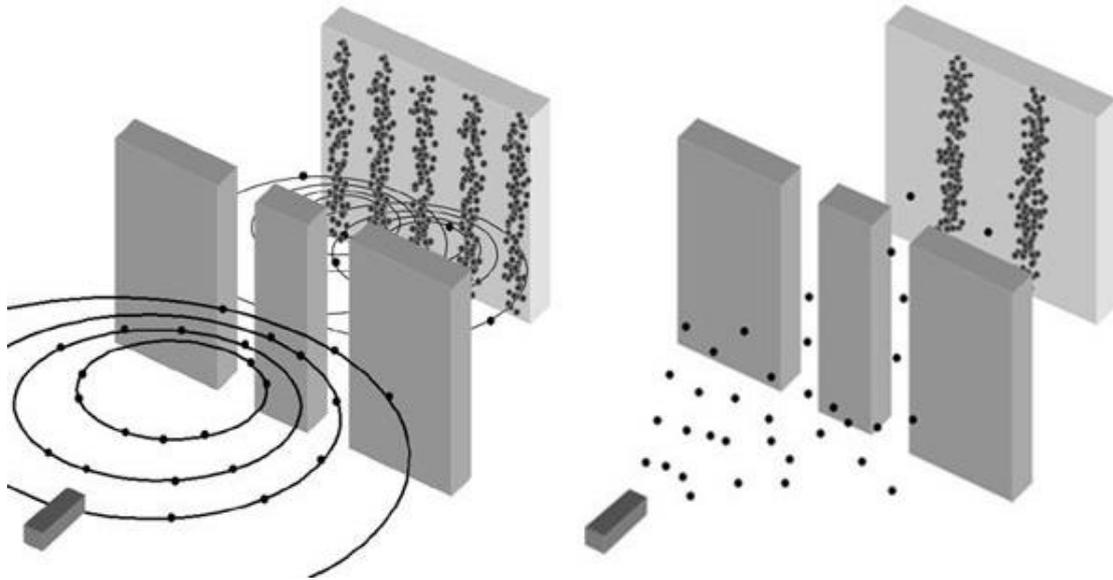


Figura 21: “Representação esquemática do experimento da dupla fenda com elétrons: do lado esquerdo sem a presença dos detectores e do lado direito o mesmo experimento com a presença de detectores”. Retirada de [39].

Neste caso, os elétrons deixam de se comportar como onda e passam a se comportar como projéteis corpusculares. Ou seja, o fato de se tentar observar por qual das fendas a partícula passou modifica o comportamento da própria partícula.

Esse resultado é extremamente contraintuitivo (e amplamente utilizado para se propagar desinformação quântica, como veremos na próxima seção), mas demonstraremos a seguir que ele pode ser explicado recorrendo-se ao princípio da incerteza de Heisenberg ou à interpretação estatística de Max Born.

A fonte de luz colocada entre as fendas emite fótons que interagem com o elétron, medindo sua posição na fenda A ou na fenda B, determinando sua posição com uma determinada precisão  $\Delta y$  (considerando que as fendas se encontram no eixo  $y$ ). Para isso o fóton atinge o elétron e é espalhado até ser detectado por  $D_A$  ou  $D_B$ , dependendo da fenda pelo qual ele passou.

Segundo o princípio da incerteza de Heisenberg, esse fóton espalhado provoca um distúrbio no momento do elétron  $\Delta p$  induzindo uma incerteza em sua posição  $y$ , que destrói o padrão de interferência [40, p.35].

Considerando que as fendas estão espalhadas por uma distância “a” e a distância entre as fendas e a tela detetora é dada por “d”, a física ondulatória nos mostra que a condição para a formação do padrão de interferência é:

$$\text{sen}\theta = n \frac{\lambda}{a},$$

Desta forma, a distância D entre os máximos das franjas é dada por:

$$D = \text{sen}\theta (n + 1) - \text{sen}\theta (n),$$

$$D = \frac{d \cdot \lambda}{a}.$$

Para se determinar por qual fenda o elétron passou, ele deve ser captado por um dos dois detectores colocados simetricamente em relação às fendas, desta forma,  $\Delta y$  deve ser menor que  $a/2$ , ou seja:

$$\Delta y < \frac{a}{2}.$$

Aplicando-se o princípio da incerteza de Heisenberg:

$$\Delta p_y > \frac{2h}{a}.$$

Considerando a relação de de Broglie  $\lambda = h/p$ :

$$\Delta p_y/p > \frac{2h}{ap} > \frac{2\lambda}{a}.$$

Desta forma, a incerteza na posição do elétron detectado será de:

$$\Delta y > \frac{2\lambda d}{a}.$$

Comparando-se a incerteza na posição com que o elétron é detectado no anteparo ( $\Delta y$ ), com a distância entre os máximos das franjas (D), nota-se que a incerteza na posição do elétron é no mínimo o dobro da distância entre as franjas. Logo, conclui-se que os detectores introduzem uma perturbação no sistema que borra completamente o padrão de interferência.

Outra forma de compreender o resultado do experimento da dupla fenda com detectores é pensar que, ao ser medido por um dos dois detectores, o elétron apresenta sua posição (dentro dos limites do princípio da incerteza). Isso faz com que ele se manifeste como partícula, suprimindo seu caráter ondulatório, ou seja, a incerteza na sua posição  $\Delta y$  é mínima, maximizando a incerteza em seu momento  $\Delta p$ . Desta forma, quando o elétron é detectado na fenda A, é como se ele fosse emitido a partir da fenda A, e quando ele é detectado na fenda B é como se ele fosse emitido a partir da fenda B,

porém, logo depois da detecção, o elétron continua a se propagar como uma onda, como ilustra a figura 22.

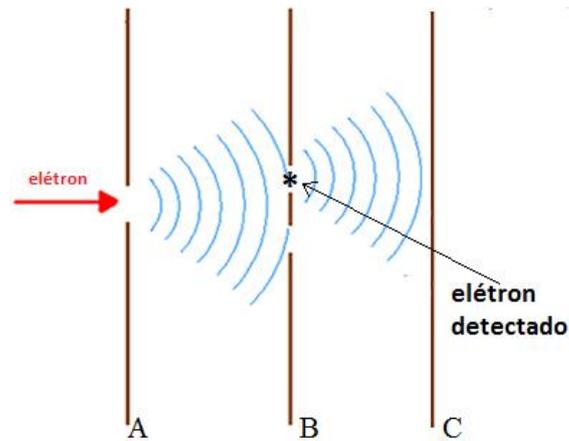


Figura 22: “Ao ser detectado, é como se o elétron passasse a se propagar como uma onda emitida daquele ponto”. Produzida pelo autor.

Desta forma não pode haver padrão de interferência pois é como se cada elétron fosse emitido a partir da fenda na qual foi detectado.

Pensando em termos da interpretação probabilística de Born, o padrão formado no anteparo não seria mais formado por  $|\psi(y)|^2 = |\psi_A(y) + \psi_B(y)|^2$  e sim por:

$$|\psi(y)|^2 = |\psi_A(y)|^2 + |\psi_B(y)|^2.$$

Resultando no padrão de interferência descrito pela figura abaixo:

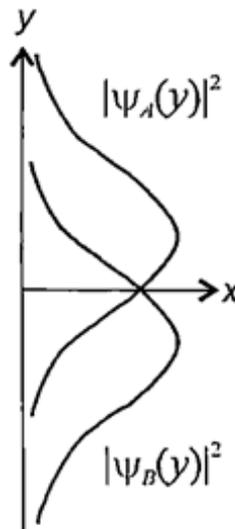


Figura 23: “Curva de interferência típica de comportamento indicado por  $|\psi_A(y)|^2 + |\psi_B(y)|^2$ . A incerteza na posição  $y$  do elétron borra completamente o padrão de interferência ondulatorio”. Retirada de [33, p. 156].

Desta forma percebe-se que o princípio da complementaridade de Bohr, o princípio da incerteza de Heisenberg e a interpretação probabilística de Max Born são suficientes para a compreensão do experimento da dupla fenda.

#### **4.14 Os limites entre a física clássica e a física quântica e o princípio da correspondência de Neils Bohr**

Conforme o que foi discutido até aqui, aparentemente existe uma distinção entre a física clássica e a física quântica, que operam com leis e princípios que diferem significativamente em alguns aspectos. Isto pode levar o estudante a pensar que estas “duas físicas” estão em oposição. Desta forma, uma questão se impõe naturalmente: Qual a fronteira entre a física clássica e a física quântica?

Uma forma de abordar esse problema é lembrar que, tanto a matéria quanto a radiação, têm sua energia associada ao produto da constante de Planck pela frequência ( $E = hf$ ) e possui um comprimento de onda descrito pela equação de de Broglie ( $\lambda = h/p$ ), sendo  $p = m.v$ . Logo, os fundamentos da física quântica associam a energia e o momento dos corpos com grandezas características de ondas (frequência e comprimento de onda), através da constante de Planck.

Mas se todos os corpos apresentam características ondulatórias, por que isso não é observado em corpos presentes no nosso cotidiano? Por que não vemos corpos macroscópicos como mesas, cadeiras, carros ou bolinhas de pingue-pongue se comportando como onda, apresentando difração e interferência? Qual o limite no qual estes comportamentos ondulatórios da matéria (e o comportamento corpuscular das radiações) deixam de se manifestar?

Para responder a essa pergunta é importante perceber que a constante de Planck é um número muito pequeno. Desta forma, aplicando-se a equação de de Broglie, conclui-se que os corpos macroscópicos (que possuem massa, portanto momento, muitas ordens de grandeza maiores que a constante de Planck), apresentam comprimento de onda muito pequenos, sendo completamente desprezíveis na prática.

Consideremos como exemplo uma bolinha numa partida típica de pingue-pongue.

Usemos a massa da bolinha  $m = 3 \text{ g}$  e consideremos sua velocidade  $v = 2 \text{ m/s}$ .

Calcula-se o momento dessa bolinha por  $p = m.v$

$$p = 0,003 \text{ Kg} \cdot 2 \text{ m/s} = 6 \cdot 10^{-3} \text{ Kg.m/s.}$$

Sendo assim, utilizando a relação de de Broglie, calculamos o comprimento de onda associado a essa bolinha:

$$\lambda = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J.s} / 4 \cdot 10^{-3} \text{ Kg.m/s} = 1,1 \cdot 10^{-31} \text{ m.}$$

Nota-se que o comprimento de onda associado a uma bolinha de pingue pongue numa partida típica é absolutamente desprezível.

Só para nível de comparação, o átomo de hidrogênio tem raio de  $5,3 \cdot 10^{-11} \text{ m}$ . Portanto o comprimento de onda associado à bolinha é 20 ordens de grandeza menor que um átomo!!!!

Corpos mais massivos, como mesas, cadeiras e carros, em velocidades típicas, apresentarão comprimento de onda ainda menores.

Para obtermos comprimento de onda apreciáveis, precisamos trabalhar com corpos consideravelmente mais leves, de ordem atômica.

Desta forma percebemos que, no mundo dos corpos macroscópicos, as características ondulatórias da matéria são completamente desprezíveis, prevalecendo a física clássica. Porém, quando lançamos nosso olhar para o mundo das partículas microscópicas, as características ondulatórias se tornam relevantes.

Desde o ano de 1913, Neils Bohr se debruça sobre o problema das fronteiras entre a física clássica e a física quântica, chegando em 1920, num enunciado para seu princípio da correspondência [41], publicado pela primeira vez em seu artigo “Uber die Serienspektra der Elemente” [42].

Este princípio afirma que o comportamento de sistemas descritos pela física quântica coincide com a física clássica a partir de um limite para altos valores de energia [43].

O princípio da correspondência de Bohr pode ser enunciado da seguinte maneira [44]:

- As previsões baseadas na teoria quântica deveriam demonstrar comportamento compatível com os resultados clássicos nos limites em que os números quânticos se tornam muito grandes, ou que a constante de Planck tende a zero. (essas duas condições não são universalmente equivalentes).

- Uma regra de seleção é válida em todos os números quânticos possíveis. Portanto, todas as regras de seleção que são necessárias para se obter a correspondência exigida no limite clássico também se aplicam ao limite quântico.

Não nos aprofundaremos na discussão dos números quânticos neste trabalho, sendo suficiente pensar tais números aqui como valores quantizados relacionados ao nível de energia da partícula.

Em linhas gerais, o princípio da correspondência afirma que as regras de quantização e todas as suas implicações existem no universo em qualquer dimensão, porém, no universo físico macroscópico, a quantização e suas consequências são tão pequenas que não podem ser observadas, sendo completamente desprezíveis.

Por este motivo não observamos corpos macroscópicos se comportando como ondas, sofrendo difração e interferência.

Desta forma, a física clássica passa a descrever um caso especial da física quântica, em situações nas quais a energia da partícula é grande o suficiente. Nota-se então que não há contradição entre a física quântica e a física clássica no limite do macroscópico. Porém, no mundo microscópico, onde as leis da física clássica falham, é necessário recorrer exclusivamente à física quântica.

# Capítulo 5

## Metodologia

### 5.1 Relato de experiência

O produto educacional decorrente deste trabalho, apresentado no Apêndice A desta dissertação, foi aplicado para a 2ª série O do ensino médio, da Escola Estadual Professor Gabriel Ortiz, pertencente à Diretoria de Ensino Região Leste 1, localizada na avenida Amador Bueno da Veiga, 2932, Penha de França, São Paulo – SP.

O cronograma de aplicação é descrito na tabela abaixo:

Aula	Data	Tema
1	10/08/2023	Identificando a presença de conceitos da física quântica na nossa cultura/ Questionário de sondagem do tema
2	17/08/2023	O nascimento da física quântica: Radiação de corpo negro e os quanta de energia.
3	24/08/2023	O efeito fotoelétrico e o fóton.
4	14/09/2023	A dualidade onda-partícula e o comportamento ondulatório da matéria.
5	21/09/2023	Localizando uma onda no espaço.
6	28/09/2023	O princípio da incerteza.
7	19/10/2023	O experimento da dupla fenda.
8	26/10/2023	Confrontando discursos de desinformação/ Questionário final.

Tabela 1: “Cronograma de aplicação do produto educacional”.

O foco do produto educacional é o desenvolvimento de uma postura crítica nos estudantes, que visa combater a desinformação referente à física quântica, utilizando-se de uma sequência didática de 8 aulas de 45 minutos, embasadas na metodologia dos três momentos pedagógicos. O que se espera após a aplicação do produto é que os estudantes, quando expostos a discursos, produtos ou serviços que envolvam o tema de física quântica, consigam identificar argumentos falaciosos relacionados ao tema e sejam capazes de se posicionar criticamente.

A aplicação ocorreu em uma turma da 2ª série do ensino médio, para estudantes na faixa etária dos 16 anos.

As oito aulas se desenvolveram de acordo com a metodologia, divididas em três momentos, descrita no capítulo 3 desta dissertação, com intencionalidades pedagógicas distintas em cada momento:

Momento	Aulas	Objetivo geral
<b>Problematização inicial</b>	1	Provocar um “desequilíbrio” na estrutura cognitiva do estudante, onde ele sinta a necessidade de adquirir um novo conhecimento.
<b>Organização do conhecimento</b>	2, 3, 4, 5 e 6	Coordenar o processo de construção dos novos conhecimentos.
<b>Aplicação do conhecimento</b>	7 e 8	Analisar e interpretar a situação problematizadora inicial à luz dos novos conhecimentos adquiridos e amplificar a aplicação deste conhecimento a outras situações relacionadas.

Tabela 2: “Distribuição das aulas nos três momentos pedagógicos”.

A introdução do tema da física quântica para estudantes da 2ª série do ensino médio apresentou-se como um grande desafio. Inicialmente pela aparente distância entre esse tema e a vida cotidiana deles, e em segundo lugar pelo nível de abstração que esse tema demanda para sua compreensão.

Nesse sentido, o trabalho com a metodologia dos três momentos pedagógicos ajudou bastante a demonstrar que a física quântica não é um tema distante de suas vidas cotidianas, como o senso comum sugere.

O primeiro momento da metodologia preconiza a problematização do tema. Nesta etapa, o foco do produto educacional se concentrou em demonstrar que, para além das tecnologias que eles usam cotidianamente como celulares, lâmpadas de LED entre muitas outras, o tema da física quântica está fortemente presente na cultura que eles consomem, desenhos animados, filmes, seriados, livros, músicas, além de discursos e ofertas de serviços. Ao desvelar a presença do tema no universo cultural dos estudantes, pode-se observar que foi construída uma atmosfera de interesse em compreender mais sobre o tema para que eles pudessem se posicionar criticamente frente a todas estas manifestações. A ideia de problematizar o tema para causar um “desequilíbrio” cognitivo funcionou a contanto. Observou-se uma amplificação no interesse dos

estudantes, afinal de contas, ao perceber que eles poderiam estar sendo enganados por estes discursos (mesmo nos filmes, desenhos e séries que eles assistem), eles sentiram a necessidade de compreender o tema com maior profundidade.

Uma vez angariado o interesse deles, chegou a hora de encarar o segundo desafio que foi lidar com a complexidade do tema em si, na segunda etapa da metodologia, a organização do conhecimento. Neste sentido o recurso aos simuladores virtuais foi de grande valia pois eles puderam entrar em contato com temas complexos, como o princípio da incerteza de Heisenberg, de forma mais concreta. Além disso, observou-se que o interesse angariado pela problematização do tema, manteve os estudantes estimulados durante esta etapa.

Por fim, após o percurso formativo, eles foram colocados em contato com um vídeo de um coach proferindo discurso envolvendo conceitos de física quântica, consolidando a terceira etapa da metodologia: a aplicação do conhecimento. Observou-se que eles foram capazes de se posicionar de uma forma muito mais crítica em relação a este discurso em comparação com o que eles demonstraram de conhecimento do tema no início da aplicação do produto.

Tudo isso é discutido com mais profundidade no capítulo de conclusão (capítulo 6) dessa dissertação.

## **5.2 Metodologia didática**

O produto educacional aplicado, descrito em sua integralidade no apêndice A deste trabalho, consistiu-se em uma sequência educacional de oito aulas.

A seguir é apresentada, em linhas gerais, a proposta didática desenvolvida com base nos três momentos pedagógicos e um breve resumo dos assuntos trabalhados em cada uma das aulas:

Aula 1 (Problematização inicial) – Identificando a presença de conceitos da física quântica na nossa cultura.

Nesta aula buscou-se compreender as concepções espontâneas dos estudantes sobre o tema e aplicou-se o questionário inicial cujas respostas serão apresentadas no capítulo 5 desta dissertação.

Aula 2 (Organização do conhecimento) – O nascimento da física quântica: Radiação de corpo negro e os quanta de energia.

Nesta aula, a partir de uma abordagem histórica do problema da radiação de corpo negro, introduziu-se a ideia de que não é possível a emissão e absorção de radiação térmica pelos corpos utilizando os conceitos da física clássica, especialmente o conceito de que as ondas eletromagnéticas transmitem energia de forma contínua. Tal explicação só pode ser possível com a introdução da ideia de quantização da energia.

Aula 3 (Organização do conhecimento) – O efeito fotoelétrico e o fóton.

Nesta aula abordou-se, através da análise do problema do efeito fotoelétrico e sua solução proposta por Einstein, que a ideia de quantização de energia conduz a interpretação de que a luz (e demais radiações eletromagnéticas) apresentam uma natureza corpuscular, sendo composta por um “quantum” de energia, ou fóton. A partir dessa abordagem, discutiu-se a natureza dual (onda-partícula) da luz (e demais radiações eletromagnéticas) partindo da ideia de que os fóton, que são pensados como partículas, apresentam também características ondulatórias tanto em seu comportamento quanto no formalismo matemático que os descreve.

Aula 4 (Organização do conhecimento) – A dualidade onda-partícula e o comportamento ondulatório da matéria.

Na quarta aula estudou-se a proposição de Louis de Broglie que, não só as radiações têm uma natureza dual, mas também a matéria em geral, amplificando assim a ideia de dualidade onda-partícula. A partir dessa discussão, com abordagem conceitual e matemática, o estudante foi capaz de calcular o comprimento de onda associado a uma partícula macroscópica em movimento e perceber que esse comprimento de onda é extremamente pequeno (muitas ordens menor que um núcleo atômico), chegando à conclusão que a dualidade pode ser desprezada para corpos macroscópicos, percebendo que a física quântica coincide com a física clássica no mundo macroscópico (Princípio da correspondência).

Aula 5 (Organização do conhecimento) – Localizando uma onda no espaço.

Nesta aula formulou-se a noção do princípio da complementaridade, que destaca que é possível, ao fazermos o estudo de uma partícula, observarmos características tanto ondulatórias quanto corpusculares, as quais são mutuamente excludentes. Elas são excludentes, uma vez que de maneira alguma seria possível observar essas duas características simultaneamente, porém estas duas características (corpuscular e

ondulatória) se complementam e, a partir desse princípio, desenvolveu-se a discussão das propriedades de uma onda, de forma a concluir (utilizando um simulador virtual) a ideia de que é possível construir um pacote de onda (ou seja, localizar uma onda no espaço, como se fosse uma partícula) somando-se ondas de diferentes comprimentos de onda e amplitudes.

#### Aula 6 (Organização do conhecimento) – O princípio da incerteza.

Na sexta aula foi demonstrado que, considerando o princípio de de Broglie:  $\lambda = h/Q$ , quanto mais tentamos localizar uma partícula no espaço, mais informação de sua quantidade de movimento é perdida (e vice-versa) e que existe uma relação matemática que vincula essas duas grandezas. Com base nessa relação numérica, discutiu-se a relevância do princípio da incerteza na escala macroscópica, concluindo-se que no mundo macro, os fótons utilizados para determinação da posição do objeto não perturbam a posição do objeto, tampouco seu momento, pois a ordem de grandeza do momento destes fótons é completamente desprezível em relação às dimensões do objeto. Porém, quando falamos de partículas muito pequenas, com dimensões congruentes à dimensão do momento do fóton, então o ato de medir (lançar um fóton para determinar a posição), perturba consideravelmente o sistema de forma que, ao determinar a posição, perde-se informação sobre a quantidade de movimento (e vice-versa).

#### Aula 7 (Aplicação do conhecimento) – O experimento da dupla fenda.

Nesta aula, utilizando-se um simulador virtual, apresentou-se para os estudantes o experimento da dupla fenda. Foi observado que, antes da colocação do detector no experimento, o feixe de elétrons está se comportando como onda (como já era esperado pela relação de de Broglie) por isso apresenta um padrão de interferência no anteparo, porém, quando se introduz o detector no experimento, cuja função é determinar a posição do elétron num determinado instante (ou seja, por qual fenda o elétron passou), o padrão de interferência desaparece. Relembrando o que foi estudado nas aulas anteriores, discutindo-se que, após a colocação do detector, a determinação da posição do elétron necessariamente perturba seu momento. Logo, ele deixa de apresentar um caráter ondulatório bem determinado, pois seu comprimento de onda, que segundo a relação de de Broglie depende da quantidade de movimento, fica indeterminado.

Portanto o padrão de interferência no anteparo é destruído e obtém-se um padrão de partículas.

Aula 8 (Aplicação do conhecimento) – Confrontando discursos de desinformação.

Nesta última aula foi exibido um vídeo de 17 minutos onde um “coach quântico” utiliza conceitos cientificamente equivocados afirmando que aquelas ideias estão presentes na física quântica (o vídeo pode ser visto em [45]). A partir do vídeo, o professor entregou para os estudantes o questionário final, no qual eles se posicionaram criticamente, com base no conhecimento adquirido nas aulas anteriores, identificando (ou não) as falácias apresentadas no vídeo analisado.

As respostas a este questionário são apresentadas e discutidas no capítulo 6 desta dissertação.

## Capítulo 6

### Análise dos resultados

#### 6.1 Respostas do questionário de sondagem do tema

O questionário inicial tem o objetivo de problematizar o tema “física quântica”, conforme a metodologia dos 3 MP descrita no capítulo 4 desta dissertação.

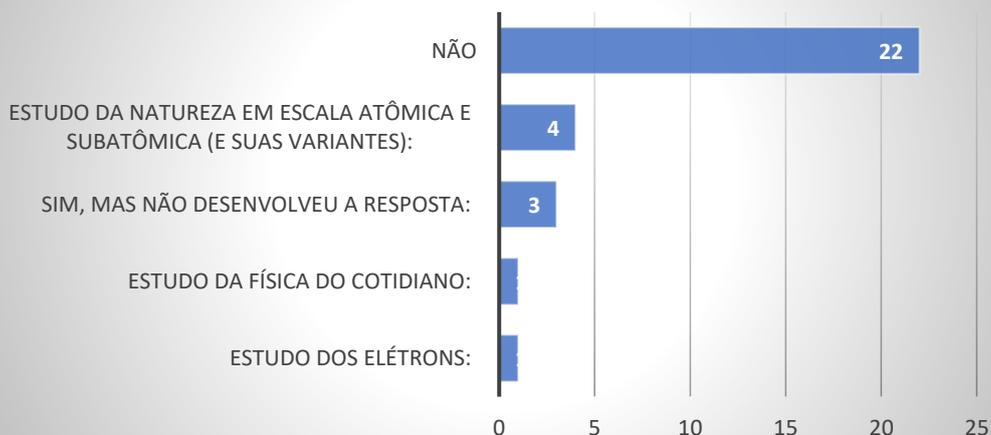
No caso específico deste trabalho, o questionário buscou levantar as concepções prevalentes dos estudantes em relação ao tema, verificando até que ponto eles percebem a presença de tópicos da física quântica e seus desdobramentos em seu cotidiano e na cultura que os cerca. Além disso, o questionário inicial buscou provocar nos estudantes um desequilíbrio em sua estrutura cognitiva, sensibilizando-os sobre a presença latente de diversos discursos envolvendo a física quântica em seu dia a dia e levando-os a perceber a necessidade de adquirir novos conhecimentos sobre esse tema como forma de compreender melhor o mundo que os cerca.

O questionário continha 5 perguntas com subdivisões, às quais os estudantes responderam de forma dissertativa, individual e sem nenhum tipo de consulta:

- 1) Você sabe o que é física quântica? Esse tema faz parte do seu dia a dia?
- 2) Você se lembra de algum filme, seriado, livro, música, game, etc. que fale algo sobre física quântica? Quais? O que eles falam de física quântica?
- 3) Você já ouviu falar em algum destes termos: “Coach quântico”, “terapia quântica”, “Lei da atração”, “cura quântica” ou qualquer produto que se utiliza do termo “quântico”? Quais?
- 4) Escolha um dos termos que você citou na pergunta anterior e escreva, na sua opinião, o que isso significa, e o que isso faz?
- 5) Na sua opinião, estes produtos ou serviços quânticos funcionam? Eles têm fundamento científico? Por quê?

Todos os 31 estudantes presentes na aula responderam às perguntas de forma dissertativa e sem nenhum tipo de consulta, no início da primeira aula do produto. Os gráficos abaixo apresentam uma síntese quantitativa das respostas dadas pelos estudantes:

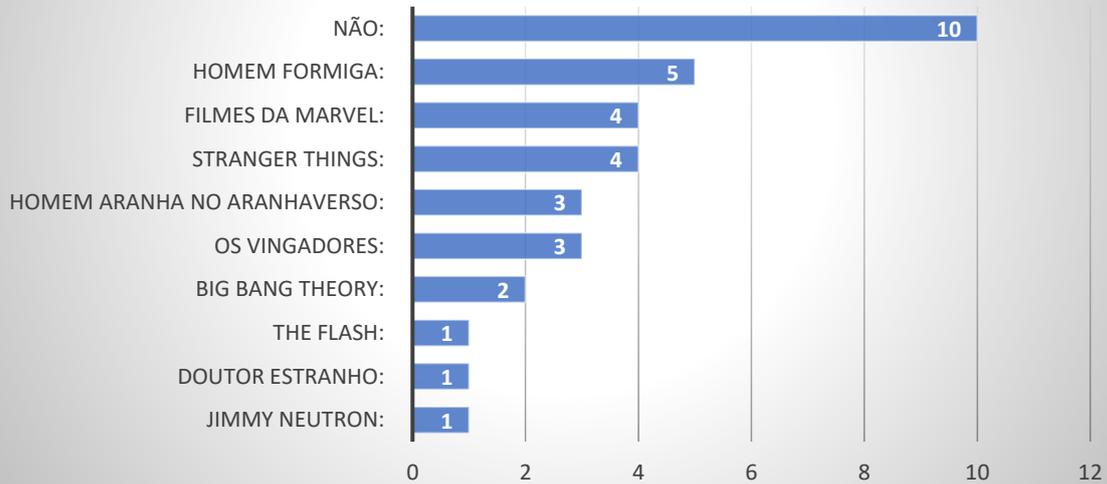
## Você sabe o que é física quântica?



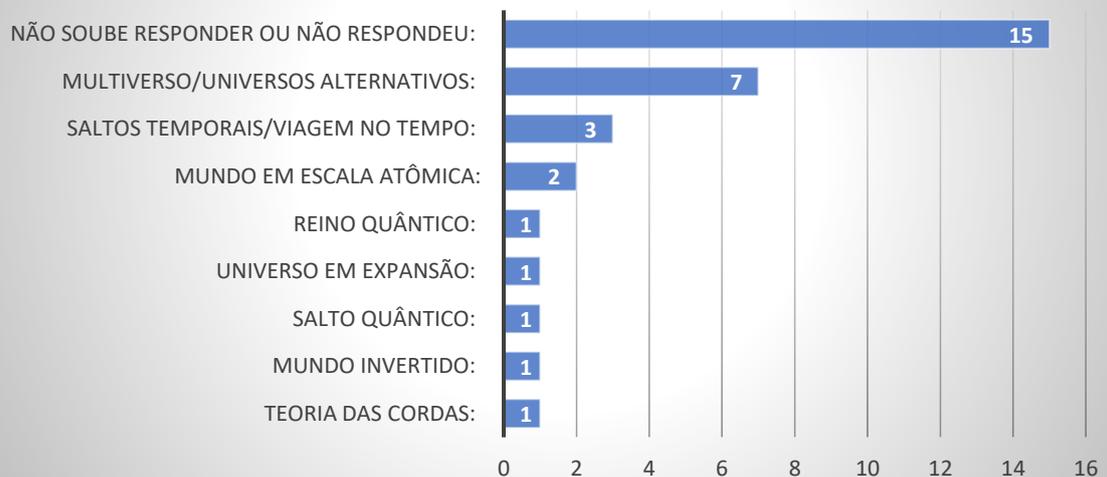
## A física quântica faz parte do seu dia a dia?



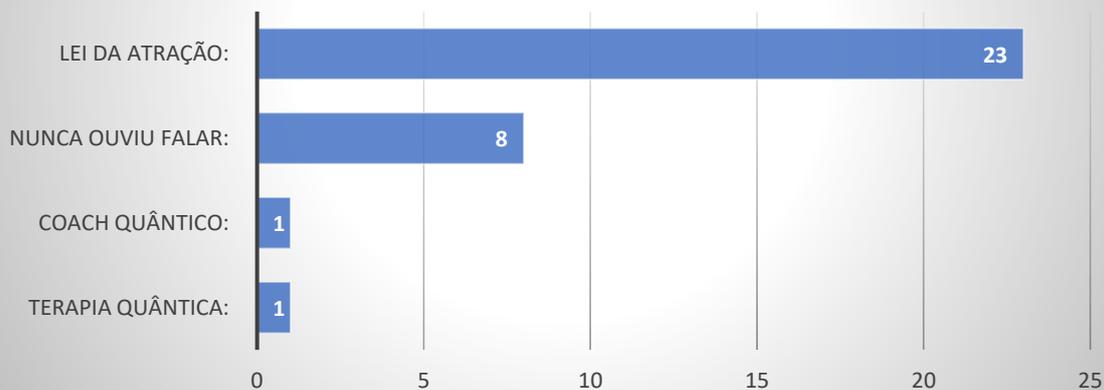
**Você se lembra de algum filme, seriado, livro ou música que fale algo sobre física quântica? Quais? (Nesta pergunta o estudante poderia dar mais de uma resposta).**



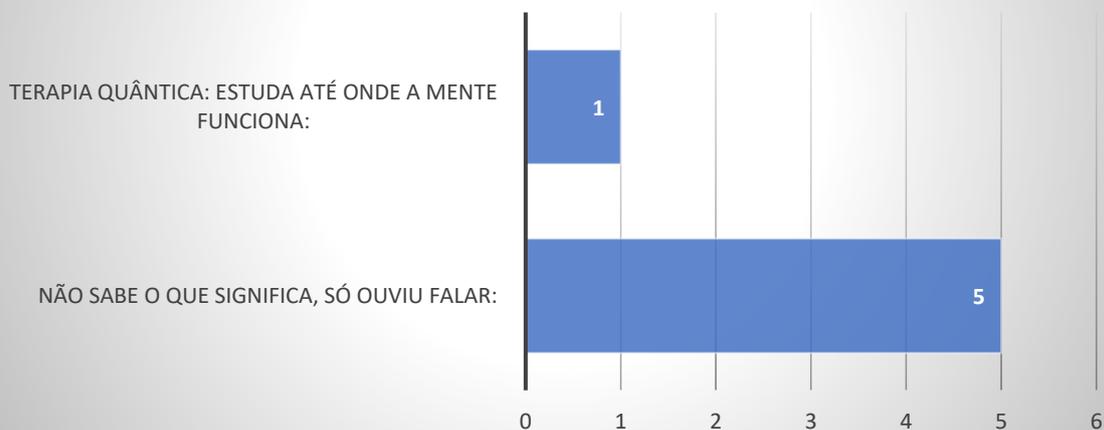
**O que estes filmes/seriados falam sobre física quântica? (Nesta pergunta o estudante poderia dar mais de uma resposta).**



**Você já ouviu falar em algum destes termos:  
Coach quântico, terapia quântica, lei da atração,  
cura quântica ou qualquer produto que se utiliza  
do termo “quântico”? Quais? (Nesta pergunta o  
estudante poderia dar mais de uma resposta)**



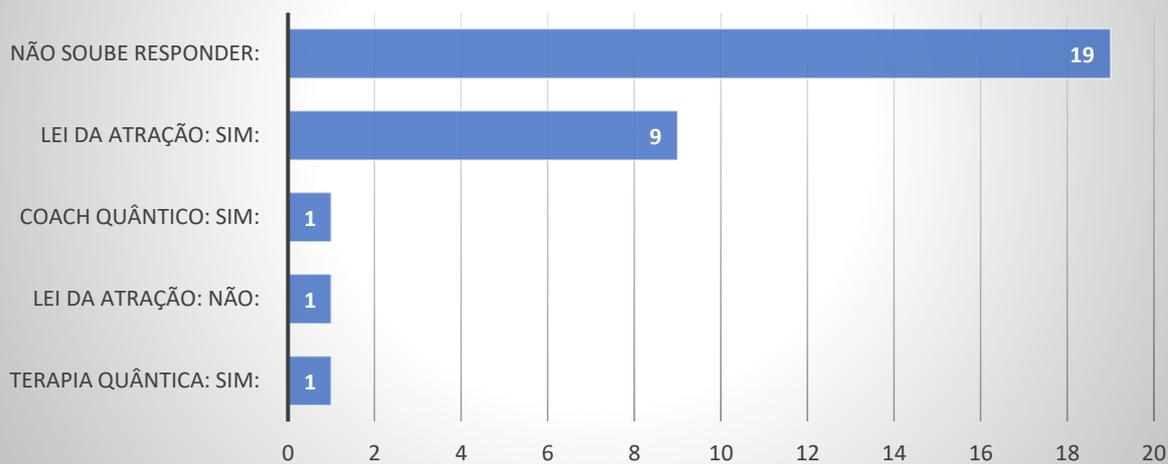
**Escolha um dos termos que você citou na  
pergunta anterior e escreva o que isso significa, o  
que isso faz? (Esta pergunta exclui os 8 estudantes  
que responderam “não” à pergunta anterior)**



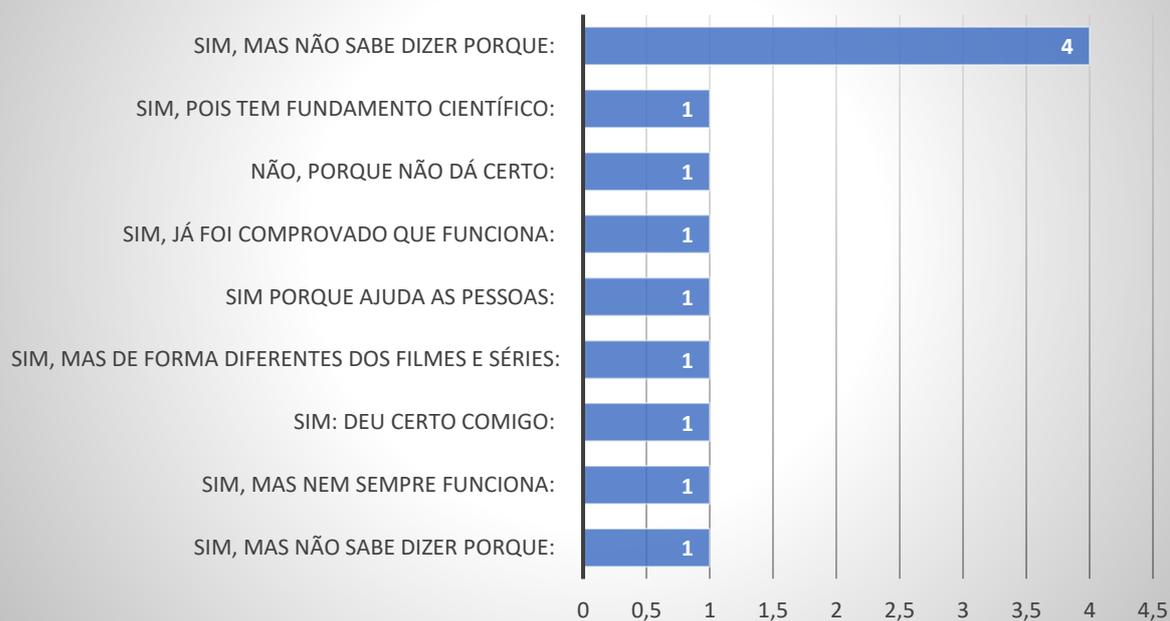
## Explicação dos estudantes que responderam "lei da atração" na questão anterior:



## Na sua opinião, estes produtos ou serviços quânticos funcionam? Eles têm fundamento científico?

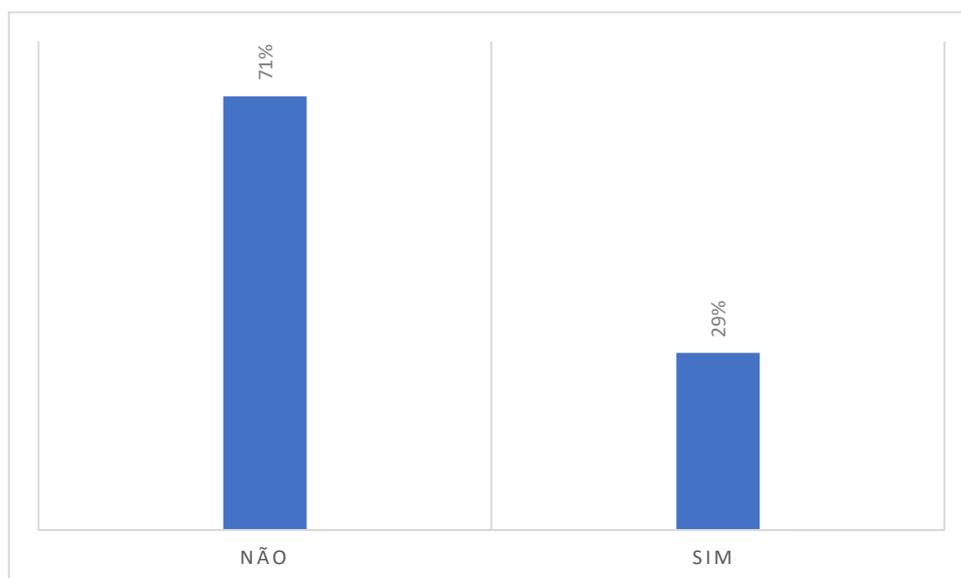


## Justificativa da questão anterior (excluindo os que não souberam responder):

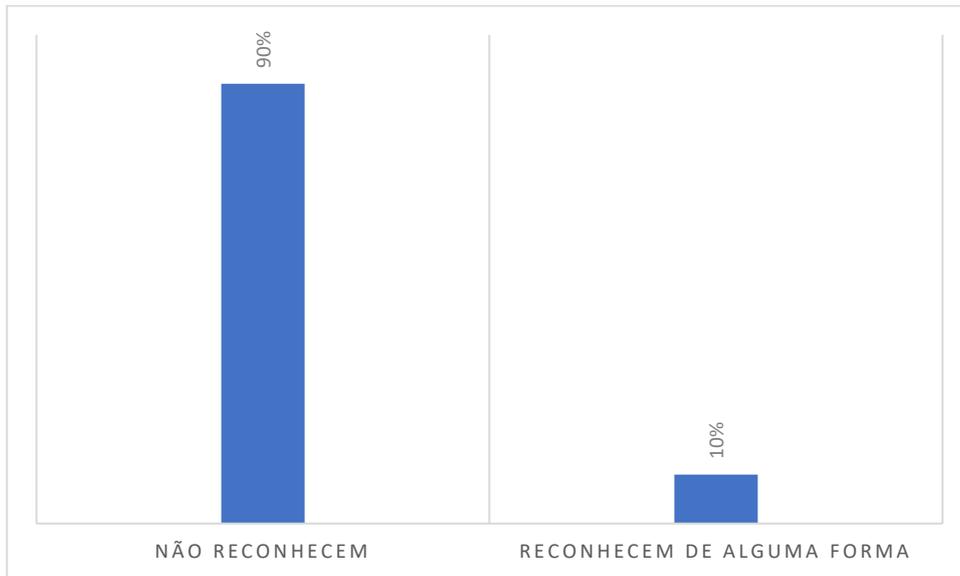


## 6.2 Síntese e análise das respostas do questionário de sondagem inicial

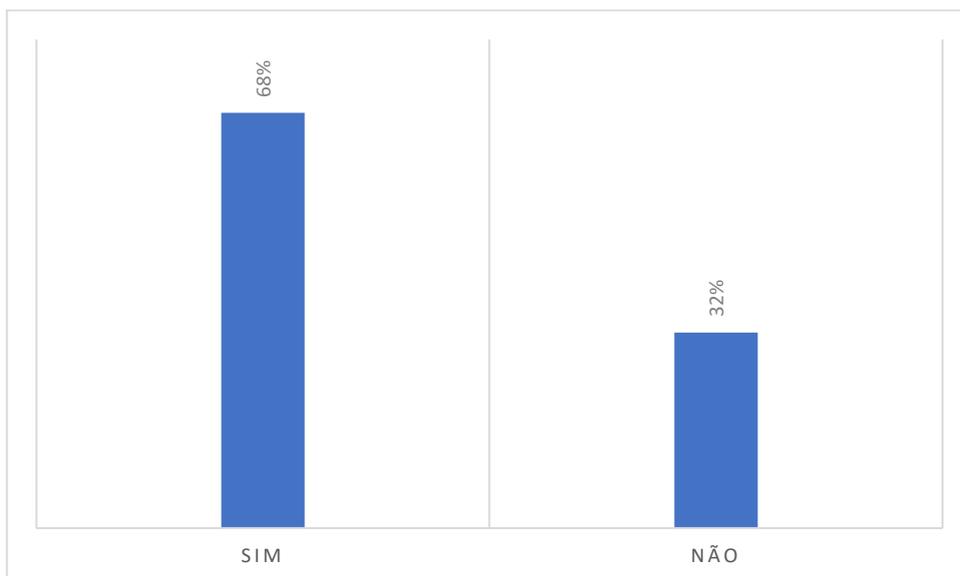
### Declararam que sabem o que é física quântica:



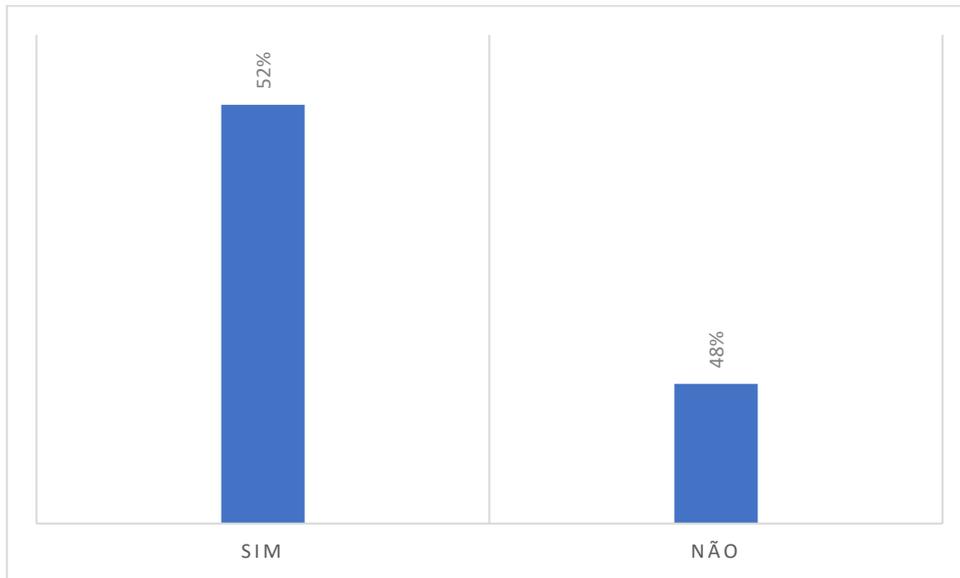
**Reconhecem que a física quântica está presente de alguma forma em seu cotidiano:**



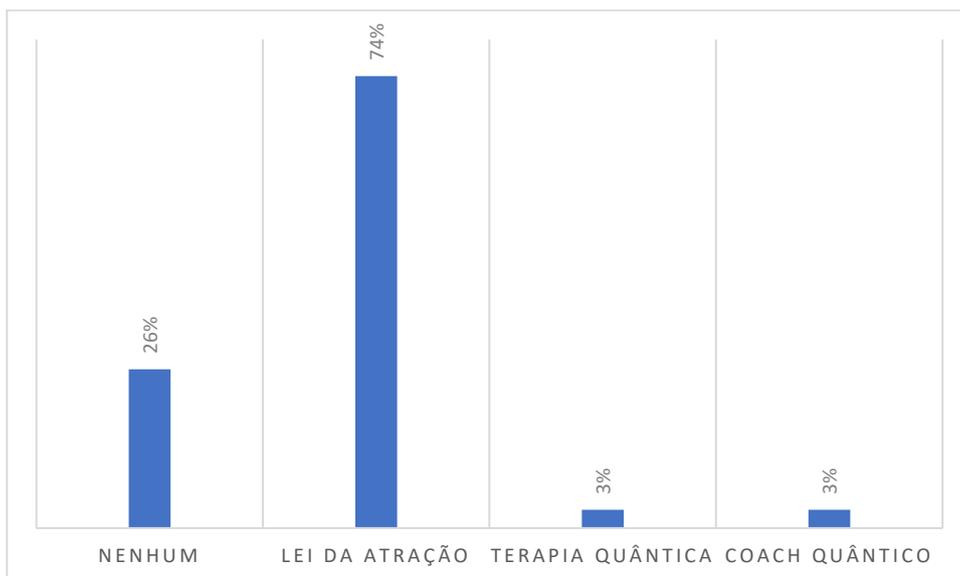
**Associam a física quântica com algum produto cultural (neste caso, os únicos produtos culturais citados foram audiovisuais: animações, filmes e seriados de TV):**



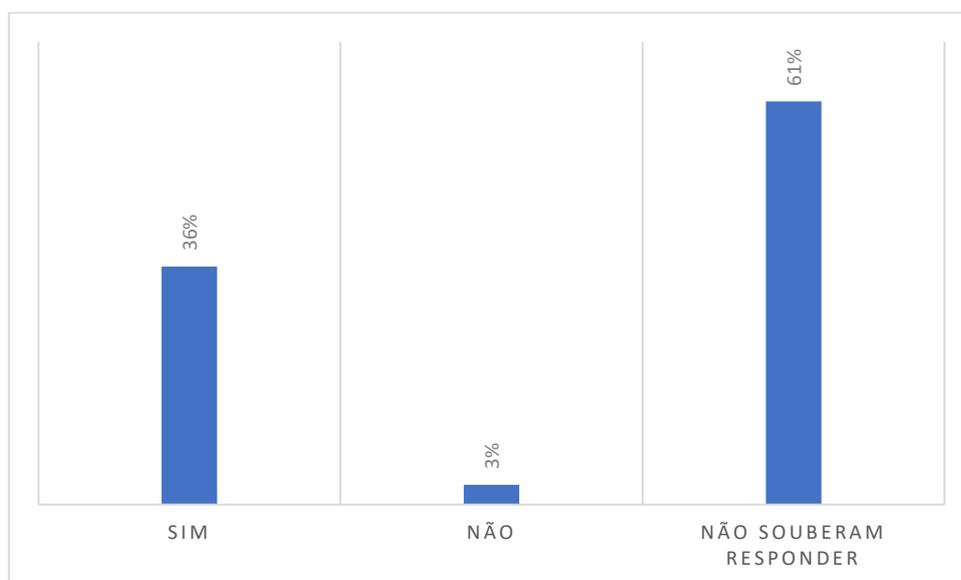
**Acreditam que sabem reconhecer a física quântica presente nos produtos culturais:**



**Termos relacionado à produtos e serviços “quânticos” que os estudantes reconheceram:**



**Acreditam que estes produtos ou serviços quânticos tem fundamentação científica:**



Uma análise das respostas do questionário de sondagem inicial indica que a maioria dos estudantes, 71%, não sabem definir o que é, tampouco os limites de atuação da física quântica. Dos 29% dos estudantes que declararam conhecer, apenas 4 (o que equivale a 13% do total), demonstraram ter alguma noção do tema. Desta forma, conclui-se que 87% dos estudantes iniciaram a primeira aula do produto educacional sem nenhum conhecimento científico sobre a física quântica.

Apenas 10% dos estudantes afirmam que a física quântica está, de alguma forma, presente no seu cotidiano, mas apenas um deles fez uma relação (sem maiores aprofundamentos) da física quântica com a tecnologia dos telefones celulares, mostrando que 97% dos estudantes não tinham nenhuma noção da presença de conceitos da física quântica no cotidiano.

Quando se trata de produtos culturais (filmes, seriados de TV, desenhos animados, músicas, livros, quadrinhos, etc...), 68% têm a percepção de que existem conceitos de física quântica envolvidos e 52% acredita ser capaz de reconhecer estes conceitos, porém, analisando as respostas destes estudantes, nota-se que apenas 35% faz alguma referência à conceitos que se relacionam de alguma forma ao campo da física quântica, sendo que os outros 17% citam conceitos não relacionados diretamente ao tema.

Ao serem questionados sobre produtos e serviços quânticos, que são os grandes vetores de desinformação referentes à física quântica, 26% dos estudantes nunca

ouviram falar, 74% citaram a “lei da atração” e 3% citaram terapias quânticas e coach quântico, (nesta pergunta os estudantes poderiam dar mais de uma resposta). Nota-se aqui que a maioria dos estudantes sabem relacionar o tema à oferta de produtos e serviços, mesmo não sabendo reconhecer de que forma a física quântica está presente neles.

A maioria dos estudantes, 61%, não soube dizer se estes produtos e serviços têm fundamentação científico, 36% acredita que sim e apenas 3% acredita que não. Uma análise das justificativas destas respostas nos mostra que nenhum estudante soube sustentar seu posicionamento de maneira consistente e científica.

### **6.3 Respostas do questionário final**

O questionário final foi aplicado na última aula, após a realização do terceiro momento pedagógico, com o objetivo de aferir a postura crítica dos estudantes ao serem expostos a um discurso pseudocientífico de um “coach quântico” envolvendo os conceitos de física quântica que foram estudados no decorrer do produto educacional. O discurso analisado está disponível em [45].

Assim como o questionário de sondagem inicial, as respostas foram dadas de forma dissertativa, individual e sem nenhum tipo de consulta.

Este questionário apresentou três perguntas aos estudantes:

1) Aos 4 minutos o palestrante afirma que “o elétron é uma partícula e é uma onda ao mesmo tempo, nós escolhemos se queremos tratá-lo como partícula ou como onda. Nossa consciência é que faz essa escolha”. Você concorda com essa afirmação? Explique sua resposta.

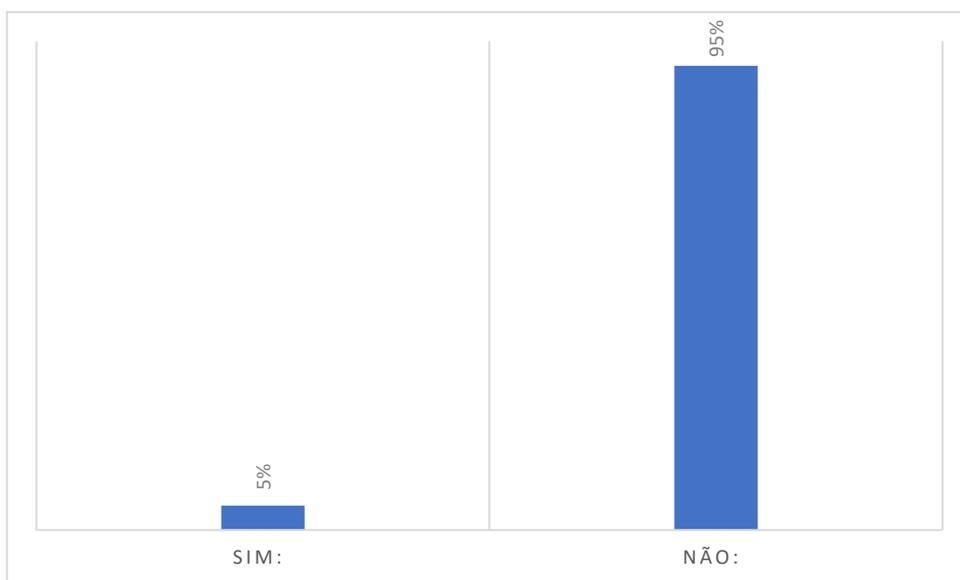
2) Aos 5 minutos o coach afirma que se alguém realizar um experimento de dupla fenda com uma cadeira ela se comportará como onda passando pelas duas fendas e formando um padrão de interferência no anteparo. Você concorda com essa afirmação? Explique sua resposta.

3) Aos 15 minutos ele afirma que “Basta o observador olhar para que haja o colapso da função de onda”. Esta afirmação é correta do ponto de vista científico? Explique.

Os gráficos abaixo apresentam os dados quantitativos das respostas dos estudantes:

### Questão 1

**Aos 4 minutos o palestrante afirma que “o elétron é uma partícula e é uma onda ao mesmo tempo, nós escolhemos se queremos tratá-lo como partícula ou como onda. Nossa consciência é que faz essa escolha”. Você concorda com essa afirmação?**

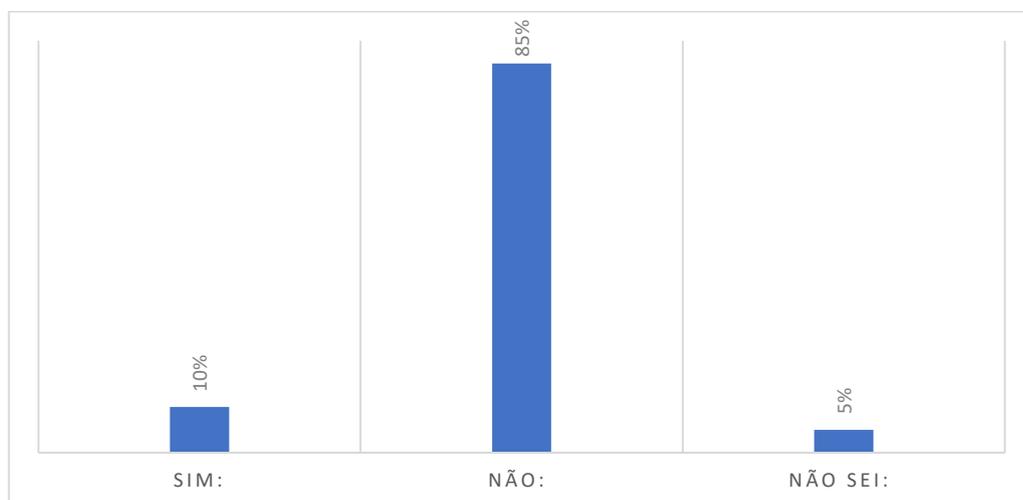


## Explicação da resposta da questão anterior:

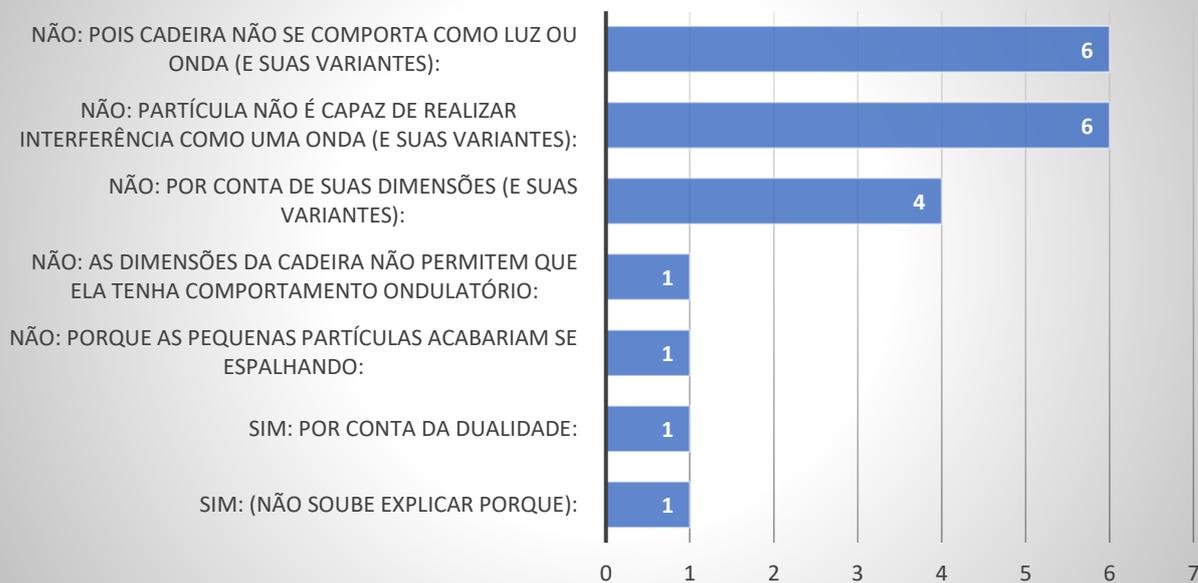


### Questão 2:

**Aos 5 minutos o coach afirma que se alguém realizar um experimento de dupla fenda com uma cadeira ela se comportará como onda passando pelas duas fendas e formando um padrão de interferência no anteparo. Você concorda com essa afirmação?**

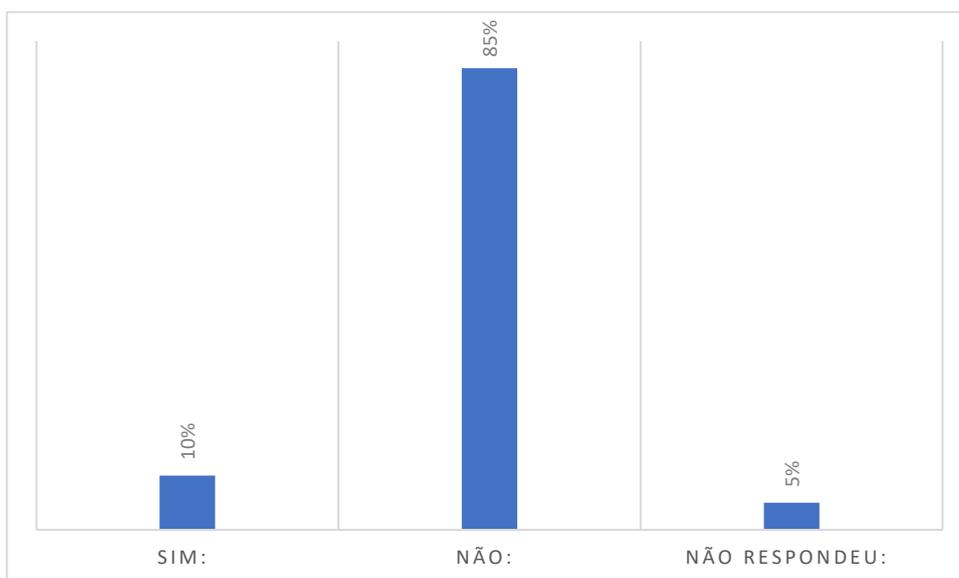


## Explicação da resposta da questão anterior:

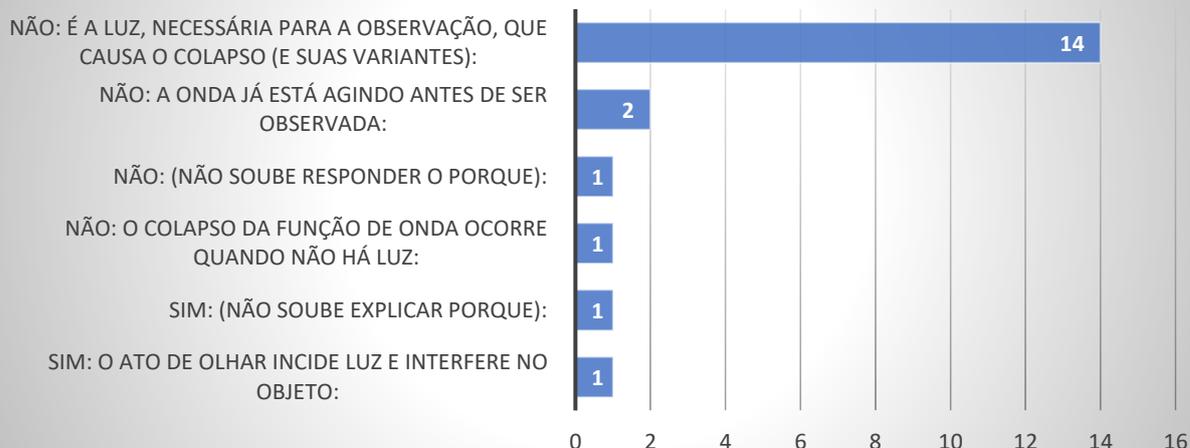


### Questão 3:

Aos 15 minutos ele afirma que “Basta o observador olhar para que haja o colapso da função de onda”. Esta afirmação é correta do ponto de vista científico?



## Explicação da resposta da questão anterior:



Uma análise das respostas do questionário final indica que, após o desenvolvimento do produto educacional, a grande maioria dos estudantes, 95%, é capaz de perceber que a consciência humana não é determinante no comportamento do elétron. Uma análise mais profunda, entrando nas particularidades das respostas, demonstra que 75% deles é capaz de associar, de alguma forma, o comportamento dual do elétron está relacionado com suas dimensões e com a forma com a qual ele está sendo detectado, sendo que suas características ondulatórias ou corpusculares não se manifestam simultaneamente.

Verifica-se também que 85% dos estudantes são capazes de perceber que a dualidade onda-partícula não se manifesta em corpos macroscópicos, sendo que 25% foram capazes de associar isso às escalas de grandeza envolvidas.

Por fim, nota-se que 85% dos estudantes conseguiram notar que o simples ato passivo de observar (ou medir) uma partícula não é responsável pela mudança de seu comportamento, sendo que 67% conseguiram associar corretamente o ato de observar (e medir) ao processo de interação necessário para a observação, percebendo que é essa interação que modifica o comportamento da partícula em dimensões quânticas.

Desta forma, os dados obtidos na aplicação do produto mostram que, em sua maioria, os estudantes foram capazes de compreender que o comportamento dual do elétron (ou qualquer outra partícula) está relacionado com suas dimensões, sendo que corpos macroscópicos não apresentam tal comportamento, dado que as grandezas envolvidas estão em escalas muito maiores que a constante de Planck. Entenderam que o comportamento dual das partículas microscópicas não ocorre simultaneamente, ou

seja, quando elas manifestam comportamento ondulatório, suas características corpusculares são suprimidas e vice-versa, e por fim, foram capazes de compreender que o ato de observar necessita de uma interação, sendo que, quando se trata de ordens de grandeza do mundo microscópio/quântico, esta interação é suficiente para alterar o comportamento do elétron, fazendo com que ele manifeste mais seu caráter corpuscular, suprimindo suas características ondulatórias, conforme nos mostra o princípio da incerteza.

Assim, eles foram capazes de se posicionar criticamente em relação ao discurso de desinformação.

## Capítulo 7

### Conclusões

No questionário de sondagem inicial, verificou-se que 71% dos estudantes declaravam que não sabiam o que era física quântica, além disso, uma boa parte deles 36%, acreditavam que os produtos e serviços relacionados à desinformação em física quântica tinha fundamentação científica, e outros 61% nem conseguiram se posicionar sobre o tema.

Após o desenvolvimento da sequência didática do produto educacional, estes números se modificaram significativamente, sendo que pelo menos 85% dos estudantes passaram a se posicionar de forma assertiva em relação à desinformação relacionada ao tema, e que pelo menos 67% deles soube analisar criticamente um discurso de desinformação e sustentar seus argumentos de forma plausível cientificamente.

Isso demonstra que a aplicação do produto atingiu seus objetivos básicos com a turma à qual ele foi aplicado.

A abordagem de temas de física moderna no ensino médio, especificamente temas de física quântica, representa um grande desafio. Em primeiro lugar, pela falta de familiaridade dos estudantes com o tema, o que reduz a possibilidade de contextualização. Nesse sentido, o questionário de sondagem inicial, além de fornecer dados diagnósticos sobre a turma, foi conduzido como um problematizador do tema, mostrando aos estudantes que a física quântica permeia seu universo cultural e que a compreensão desse tema pode amplificar sua relação com o mundo que os cerca, fornecendo assim, elementos para que eles lidem com estas informações de forma mais crítica.

O nível de abstração exigido dos estudantes ao se abordar o tema com um pouco mais de profundidade também pode representar um dificultador. Neste sentido, os simuladores encontrados no site Phet Colorados [46] e [47] ajudaram muito a tornar alguns conceitos mais palatáveis para eles, como por exemplo a obtenção de um pacote de onda a partir da somatória de outras ondas com frequências diferentes.

Os conhecimentos científicos prévios que os estudantes devem apresentar para a abordagem deste tema também representa outro dificultador que encontrei na aplicação do produto. Neste caso, procurei abordar os temas de física quântica realizando a revisão de outros conceitos da física clássica que são necessários para a compreensão do tema em questão. No caso específico deste produto educacional, abordamos conceitos

da termodinâmica, eletromagnetismo, mecânica e ondas. Conduzi as aulas de forma a relembrar o que fosse essencial em cada um destes conceitos para contextualizar o estudante em cada tópico que seria estudado em seguida, conforme descrito no produto educacional.

O pouco tempo de aula de física no ensino médio em relação à extensão do conteúdo programático previsto para esta etapa de ensino caracteriza outro dificultador da abordagem deste tema. Para transpor essa barreira, procurei me ater ao que era estritamente essencial aos objetivos.

De forma geral, acredito que este trabalho pode contribuir como uma sugestão teórica e pedagógica de abordagem de temas da física quântica para estudantes de ensino médio, principalmente no tocante ao combate a desinformação.

## Apêndice A

### O Produto Educacional

O produto apresentado é uma sequência didática baseada na ideia de problematização contida na metodologia dos 3MP, discutida no capítulo 3 dessa dissertação, para o ensino de física quântica, culminando no princípio da incerteza de Heisenberg, com foco em combater a desinformação referente à física quântica que circula no meio sociocultural dos estudantes através da oferta de discursos, produtos e serviços que se apropriam indevidamente de conceitos desta área da física.

Ao final da aplicação, espera-se que os estudantes sejam capazes de analisar e debater situações controversas sobre a aplicação de conhecimentos da física quântica (tais como a venda de produtos “quânticos”, coach quânticos, cura quântica, entre outros) com base em argumentos cientificamente consistentes, éticos e responsáveis, distinguindo diferentes pontos de vista com consistência de argumentos e coerência nas conclusões, construindo estratégias de seleção de fontes confiáveis de informações.

Partindo de um problema de relevância social, integra-se o professor e o estudante num mesmo processo, procurando estabelecer uma relação dialógico-dialética, na qual ambos aprendem juntos.

Inicia-se a sequência buscando um distanciamento crítico do estudante em relação ao assunto para que ele possa obter novas interpretações das situações que estão sendo discutidas e a partir daí, sinta a necessidade de adquirir outros conhecimentos que ainda não possui (problematização inicial).

A partir desse ponto desenvolve-se o assunto para construção de um conhecimento científico (organização do conhecimento).

Por fim, o estudante aplica esse conhecimento para se posicionar criticamente em relação ao assunto estudado (aplicação do conhecimento).

Para tanto, são utilizadas simulações de experimentos e vídeos, além de discussões e exposições dialogadas, onde o professor assume o papel de coordenador do processo de aquisição do conhecimento e não de detentor dos saberes, questionando posicionamentos, fomentando discussões e lançando dúvidas sobre o assunto.

Com isso espera-se que ocorra uma aprendizagem significativa por parte dos estudantes que constroem o conhecimento por si mesmos, mediados pela ação do professor. Espera-se também que a posição protagonista assumida pelo estudante,

utilizando essa metodologia, estimule-o a manter o interesse e a criar um significado socialmente relevante dos saberes adquiridos.

A sequência educacional é composta de 8 aulas presenciais de 45 minutos cada:

- Aula 1 (Problematização inicial) – Identificando a presença de conceitos da física quântica na nossa cultura.
- Aula 2 (Organização do conhecimento) – O nascimento da física quântica: Radiação de corpo negro e os quanta de energia.
- Aula 3 (Organização do conhecimento) – O efeito fotoelétrico e o fóton.
- Aula 4 (Organização do conhecimento) – A dualidade onda-partícula e o comportamento ondulatório da matéria.
- Aula 5 (Organização do conhecimento) – Localizando uma onda no espaço.
- Aula 6 (Organização do conhecimento) – O princípio da incerteza.
- Aula 7 (Aplicação do conhecimento) – O experimento da dupla fenda.
- Aula 8 (Aplicação do conhecimento) – Confrontando discursos de desinformação.

### **Aula 1 (problematização inicial):**

#### **Identificando a presença de conceitos da física quântica na nossa cultura.**

O objetivo desta aula é estimular os estudantes a perceber que existe um discurso que se apropria de conceitos da física quântica e que está fortemente presente em sua vida cotidiana.

Para esta aula é necessário giz, lousa e o formulário impresso com as 5 perguntas que serão exploradas a seguir.

Introdução (5 minutos):

Inicia-se a aula com a seguinte pergunta: “Quantos de vocês já ouviram falar de física quântica?”

Neste ponto o professor cita que se eles já assistiram os filmes dos “Vingadores” (que cita a ideia de multiverso), ou o filme “Homem formiga – Quantummania”, os desenhos animados do “Rick & Morty”, os seriados “Big Bang Theory” (o gato de

Schroedinger), “Stranger Things” (a constante de Planck), “Dark”, Já viram à venda algum livro de “Cura quântica” ou alguma propaganda de “coach quântico”, então eles já ouviram falar sim em física quântica. Ela está impregnada na nossa cultura atualmente. Além disso, tecnologias que usamos atualmente como as câmeras digitais, telas de celulares, laptops, tablets e TVs (que utilizam leds), computadores, só para citar alguns poucos exemplos, são baseadas na física quântica. Vale lembrar que o foco destas aulas não é explorar em profundidade estas tecnologias, e sim a relação entre a física quântica e a cultura.

Sondagem do tema (15 minutos):

O professor entrega o formulário impresso com as 5 perguntas e pede para que os estudantes respondam.

Socialização e encerramento (25 minutos):

O professor divide a lousa em 5 partes.

Na primeira parte o professor escreve a primeira pergunta do formulário:

1- “Você sabe o que é física quântica? Esse tema faz parte do seu dia a dia?”

O professor pede para que voluntários digam suas respostas e anota na lousa, estimulando-os a responder, independente se a resposta estiver “certa” ou “errada”.

Quando se encerrarem as respostas voluntárias, na segunda parte da lousa, o professor escreve a segunda pergunta do formulário:

2 - “Você se recorda de algum filme, seriado, livro ou música que fale algo sobre física quântica? Quais?”.

As respostas são registradas na lousa como no momento anterior. O mesmo procedimento se repete com as perguntas posteriores:

3 - “Você já ouviu falar em algum destes termos? Coach quântico, terapia quântica, Lei da atração, cura quântica ou qualquer produto que se utiliza do termo “quântico”? Quais?”

Neste ponto o professor escolhe um ou dois destes termos citados e pergunta:

4- “Escolha um dos termos que você citou na pergunta anterior e escreva o que isso significa, o que isso faz?”

Logo após o registro das respostas na lousa, as perguntas continuam:

5 - “Na sua opinião, estes produtos ou serviços quânticos funcionam? Eles têm fundamento científico? Por quê?”

Espera-se que os estudantes expressem livremente suas experiências ao responder as perguntas. O professor deve estimulá-los a isso.

Após o término do registro na lousa das 5 perguntas e suas respectivas respostas, o professor chama a atenção dos estudantes para o fato de que a física quântica permeia seu cotidiano cultural.

O professor registra as respostas escritas na lousa (em papel ou através de uma fotografia).

Neste ponto o professor conduz os estudantes a perceber a necessidade de compreender as bases desse discurso tão presente em seu cotidiano.

Conscientizados que o tema da física quântica está presente em seu cotidiano, o professor informa os estudantes que ao final destas 8 aulas eles serão capazes de se posicionar frente ao tema de forma crítica, com base em argumentos cientificamente consistentes.

O professor expõe para os estudantes que, para iniciar o estudo dos fundamentos da física quântica é necessário que eles já tenham se apropriado do conceito de onda eletromagnética e as grandezas que a caracterizam, principalmente amplitude, frequência, comprimento de onda, velocidade e o espectro eletromagnético [18]. Portanto, é importante que os estudantes retomem estes conceitos em casa, para a próxima aula. O professor pode recomendar que os estudantes assistam ao vídeo: “Eletromagnetismo - Espectro Eletromagnético” [48].

Por fim o professor recolhe os formulários e encerra a aula.

## **Aula 2 (Organização do conhecimento):**

### **O nascimento da física quântica: Radiação de corpo negro e os quanta de energia.**

O objetivo desta aula é levar o estudante a compreender que não é possível a emissão e absorção de radiação térmica pelos corpos utilizando os conceitos da física clássica, especialmente o conceito de que as ondas eletromagnéticas transmitem energia de forma contínua. Tal explicação só pode ser possível com a introdução da ideia de quantização da energia (em contradição com a física clássica).

Esta aula necessitará de um projetor ligado a um computador para que o professor possa exibir os gráficos que serão discutidos. Na impossibilidade desse material, o professor pode reproduzir os gráficos na lousa ou imprimir e distribuir para os estudantes.

Inicia-se a aula perguntando: “Quem aqui gosta de churrasco?”

“Quando o carvão é aquecido, percebemos que ele emite uma luz alaranjada. Alguém saberia explicar por que essa luz é emitida?”

O professor ouve as respostas dos estudantes e conduz a discussão a partir delas.

Explica-se que, quando um corpo é aquecido ele emite radiação eletromagnética num espectro contínuo que depende apenas de sua temperatura (agitação térmica). As cargas elétricas que compõe o carvão se agitam proporcionalmente à temperatura e emitem radiação (recorda-se que cargas elétricas aceleradas emitem radiação). No caso do carvão, essa radiação se apresenta na forma de luz visível (mas não só luz visível, tem muita radiação infravermelha (calor) sendo emitida, mas essa radiação é invisível).

Quando um corpo absorve toda a radiação que recebe, a radiação emitida por causa de sua agitação térmica é chamada de radiação de corpo negro.

De acordo com a física clássica, a radiação eletromagnética é composta por ondas.

Desta forma, o estudo dessa radiação térmica emitida pelos corpos inicialmente foi conduzido utilizando a física ondulatória.

Neste momento é interessante relembrar os conceitos de amplitude, frequência e comprimento de onda.

Na teoria clássica ondulatória, as ondas emitem energia continuamente e essa energia é proporcional somente à amplitude da onda.

No final do século XIX, muitos físicos experimentais mediram a intensidade da radiação emitida por um corpo aquecido (densidade de energia de radiação de corpo negro).

O gráfico abaixo apresenta medidas desse tipo:

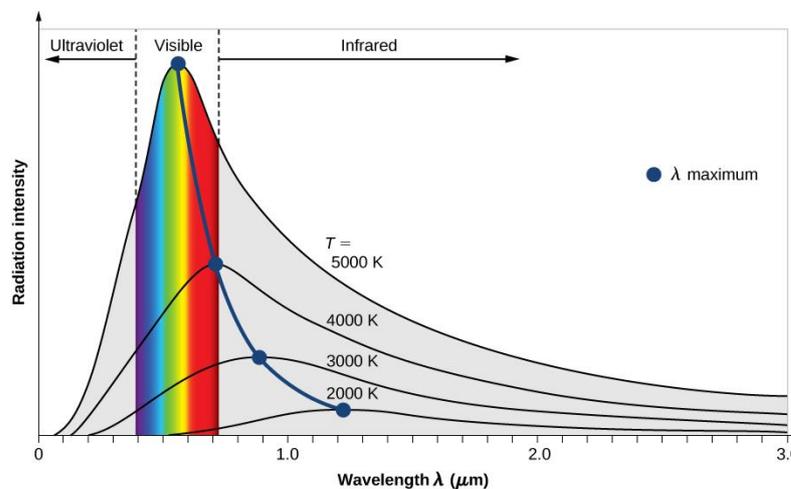


Figura 1: Lei de deslocamento de Wien: O comprimento de onda do pico de intensidade de uma fonte é inversamente proporcional a temperatura superficial da fonte”. Retirada de [49].

O professor explica esse gráfico. É importante aqui ressaltar que quanto maior a temperatura do corpo, maior a frequência (menor o comprimento de onda) do “pico” de radiação emitida. Nota-se também que quanto maior a temperatura, maior a intensidade de radiação emitida, ou seja, mais radiação aquele corpo vai emitir. Mas isso funciona até um certo limite.

Porém, ao se aplicar a teoria clássica ondulatória para explicar esse comportamento, os resultados gerados pela teoria clássica de distanciam muito dos resultados medidos em laboratório:

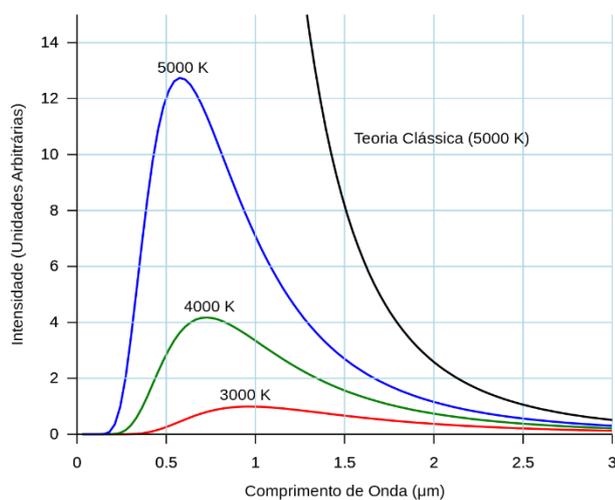


Figura 2: “Intensidade da radiação emitida por um corpo negro aquecido em função do comprimento de onda”. Retirada de [50].

Essa discordância entre os dados experimentais e as medidas teóricas feitas em laboratório ficou conhecida posteriormente como “catástrofe do ultravioleta”, porque nota-se que para grandes comprimentos de onda (o que equivale a baixas frequências), a teoria “bate” com os dados experimentais. Porém, para pequenos comprimentos de onda, ou seja, altas frequências (como a frequência do ultravioleta), a teoria não é capaz de explicar o que acontece.

Neste ponto é interessante o professor fazer uma contextualização histórica para que o estudante se situe.

As medidas da intensidade da radiação de corpo negro feitas com maior precisão foram realizadas no final do século XIX, mais exatamente em 1899.

No final do século XIX, a física passava por um momento de euforia. A mecânica, a termodinâmica e o eletromagnetismo já estavam elegantemente bem

desenvolvidos. Havia uma ideia de que a física estava próxima de chegar a seu fim. Parecia que "nada mais existe para ser descoberto na física, restando apenas medidas mais precisas" [51]. Existiam sim alguns problemas, como este da radiação do corpo negro por exemplo, ou o problema do éter luminífero, que ainda não haviam sido resolvidos, mas de acordo com o entusiasmo da época, era só uma questão de tempo para que eles se resolvessem.

Porém, a resolução do problema da radiação de corpo negro que discutiremos a seguir (assim como a resolução do problema do éter luminífero, que não trataremos aqui), introduziram uma revolução na física, mudando paradigmas e subvertendo nossa forma de ver o mundo.

O problema da radiação de corpo negro foi resolvido pelo físico alemão Max Planck, no ano de 1900.

Após analisar o problema de diversas formas, Planck propôs uma solução matemática na qual, se a energia da radiação emitida pelo corpo negro assumisse apenas valores discretos, ou seja, apenas valores múltiplos de uma unidade mínima (que ele chamou de quantum), que seria igual a uma constante  $h$  multiplicada pela frequência  $f$  da onda eletromagnética, aí então as medidas experimentais combinariam com a previsão teórica.

Em outras palavras, Planck propôs que somente poderiam ocorrer trocas de energia com valores iguais a  $1hf$ ,  $2hf$ ,  $3hf$ ,  $4hf$ , etc.

A energia não podia ser emitida ou absorvida de forma contínua (como dizia a teoria clássica) mas na forma de “pacotinhos” ou “grãos” de energia. Esta foi a única maneira de se resolver o problema.

Desta forma, a energia  $E$  poderia ser descrita pela equação:

$$E = n.h.f,$$

onde  $E$  é a energia emitida ou absorvida pelo corpo negro,  $n$  é um número natural (1, 2, 3, 4...),  $f$  é a frequência da radiação e  $h$  é a constante de proporcionalidade que calibra essa relação.

Ajustando a constante de proporcionalidade  $h$  aos dados experimentais, Planck obteve:

$$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s.}$$

Esta é a famosa constante de Planck.

A expressão “física quântica” ou “mecânica quântica” surge justamente do nome quantum usado por Planck (cujo plural é quanta) que expressa essa ideia de a energia ser emitida ou absorvida em múltiplos de uma quantidade bem determinada.

É importante que o professor ressalte que a constante de Planck é um número muito pequeno, o que implica que essa quantização da energia ocorre em escalas muito pequenas. Essa é uma ideia estruturante para esse produto educacional e será retomada em outros momentos.

A solução de Planck para a radiação de corpo negro era excelente do ponto de vista matemático, porém contradizia a física clássica em dois aspectos:

i) Pelo fato de que sua solução relaciona a energia da onda à sua frequência e não à sua amplitude como a física clássica afirma.

ii) A física clássica afirma que a transferência de energia por ondas acontece de forma contínua, porém a solução do problema da radiação de corpo negro mostrou que não é assim que as trocas de energia ocorrem, mas através de “pacotes” de energia quantizados.

Para encerrar a aula, o professor chama a atenção que essa solução que Planck encontrou foi meramente matemática. Ele não se sentia confortável com ela e não conseguia formular uma interpretação física de seu significado.

Em 1905, ou seja, 5 anos depois, um jovem físico alemão chamado Albert Einstein, com 25 anos na época, se inspirou no trabalho de Planck para resolver um outro problema da época. Com isso ele deu um significado físico preciso para os “quanta” de Planck e mudou definitivamente a física daí para a frente. Esse é o assunto da próxima aula.

### **Aula 3 (Organização do conhecimento):**

#### **O efeito fotoelétrico e o fóton.**

O objetivo principal desta aula é que os estudantes comecem a compreender que a natureza das radiações é dual (onda-partícula), para isso, busca-se dois objetivos específicos:

i) Mostrar ao estudante, através da análise do problema do efeito fotoelétrico e sua solução proposta por Einstein, que a ideia de quantização de energia conduz a interpretação de que a luz (e demais radiações eletromagnéticas) apresentam uma natureza corpuscular, sendo composta por um “quantum” de energia, ou fóton.

ii) Levar o estudante a compreender a natureza dual (onda-partícula) da luz (e demais radiações eletromagnéticas) a partir da ideia de que os fóton, que são pensados como partículas, apresentam também características ondulatórias tanto em seu comportamento quanto no formalismo matemático que os descreve.

Nesta aula o professor pode usar uma apresentação de slides com os principais pontos e ilustrações.

### **Retomada da aula anterior (5 minutos):**

Na aula anterior foi estudado o problema da radiação de corpo negro e vimos que Planck solucionou este problema propondo a quantização da energia, ou seja, a energia da radiação emitida e/ou absorvida pelos corpos só pode assumir discretos, (múltiplos de uma unidade mínima que seria igual a uma constante  $h$  multiplicada pela frequência  $f$  da onda eletromagnética).

Isso contradiz teoria ondulatória clássica da luz (a qual afirma que a energia da radiação, que era pensada como onda eletromagnética, deveria depender da amplitude da onda e não de sua frequência).

### **O problema do efeito fotoelétrico (15 minutos):**

Neste ponto é importante discutirmos um outro problema da física no final do século XIX, o problema do efeito fotoelétrico. Quando incidimos luz numa superfície, pode ocorrer a emissão de elétrons dessa superfície. Esse efeito é chamado de “efeito fotoelétrico”.

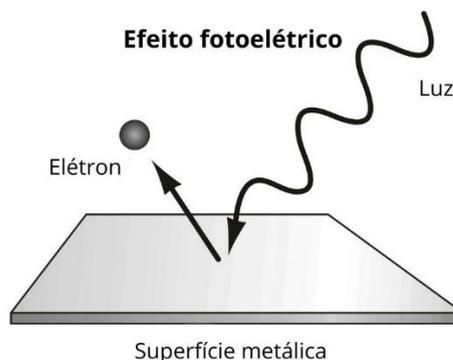


Figura 3: “Representação esquemática de elétron sendo ejetado de uma placa metálica ao receber radiação eletromagnética”. Retirada de [52].

Esse efeito foi observado pela primeira vez em 1839 por Alexandre-Edmond Becquerel (pai de Antoine Henri Becquerel) que observou que dois eletrodos imersos em uma solução ácida eram capazes de gerar eletricidade quando fossem iluminados.

Entre os anos de 1886 e 1887, o físico alemão Heinrich Rudolf Hertz estava trabalhando para confirmar a existência das ondas eletromagnéticas e a teoria de Maxwell sobre a propagação da luz. No decorrer destes trabalhos, Hertz notou que se ele incidisse luz ultravioleta sobre um eletrodo, isso facilita o aparecimento de uma descarga elétrica entre dois eletrodos. Philipp von Lenard, um assistente de Hertz, mostrou logo em seguida que a luz ultravioleta facilita essa descarga pois ela faz com que elétrons sejam ejetados da superfície do catodo.

Mas até aí, tudo bem, pois a teoria ondulatória clássica da luz era capaz de explicar a emissão de elétrons de uma placa pelo fato de incidirmos luz sobre ela (efeito fotoelétrico) da seguinte forma: as ondas eletromagnéticas (luz) carregam energia (que é proporcional à amplitude destas ondas de acordo com a física clássica, como já discutimos). Ao incidir num elétron presente na placa, essa onda transfere sua energia para esse elétron que absorve essa energia da onda até acumular energia suficiente para saltar da placa.

O problema está em três aspectos do efeito fotoelétrico que a teoria clássica ondulatória não conseguia explicar:

1. As observações experimentais mostravam que a energia cinética do elétron que é ejetado da placa não depende da intensidade da luz.

Isso representa uma contradição com a teoria clássica pois, segundo esta teoria, quanto maior a amplitude da onda, maior a intensidade da luz, logo, mais energia estaria sendo transmitida para o elétron. Como a energia se conserva, a energia do elétron ejetado da placa deveria crescer quando a intensidade do feixe luminoso aumenta. Porém experimentalmente, esse fenômeno não é observado.

2. De acordo com a teoria clássica ondulatória da luz, o efeito fotoelétrico deveria ocorrer para qualquer frequência da luz (desde que sua intensidade seja “forte” o suficiente para dar a energia necessária para arrancar o elétron da placa).

Porém o que se observa experimentalmente é que existe uma frequência limite (abaixo da qual a luz não consegue arrancar elétrons da placa). Para frequências menores que essa frequência limite, o efeito fotoelétrico não ocorre, ou seja, os elétrons

não são arrancados da placa. Essa frequência limite depende apenas do material que compõe a placa.

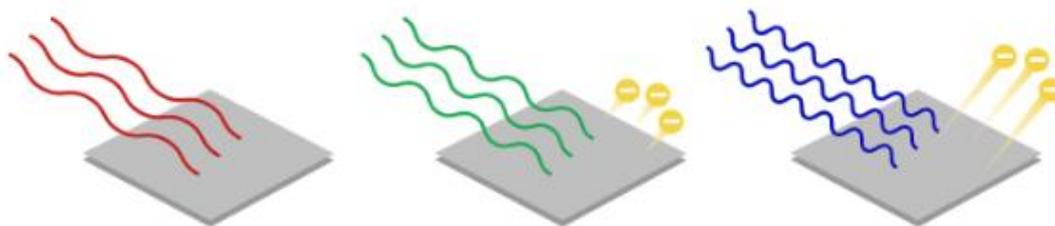


Figura 4: “Luz vermelha (menor frequência) não arranca elétrons da placa. Luz verde, arranca elétrons com pouca energia cinética. Luz azul (frequência mais alta) arranca elétrons com mais energia”. Retirada de [30].

3. De acordo com a teoria ondulatória clássica, deveria haver um intervalo de tempo entre o instante que a luz começa a incidir sobre a superfície e o instante em que o elétron é ejetado (nesse intervalo de tempo o elétron estaria absorvendo energia do feixe de luz até que tivesse acumulado energia suficiente para escapar da placa).

Contudo, o que se observa experimentalmente é que esse intervalo de tempo não existe! Desde que a luz tenha frequência acima da frequência limite (discutida anteriormente), a emissão de elétron da placa é instantânea. Se a frequência da luz estiver abaixo desse limite, não importa o tempo que a luz incida na placa, nenhum elétron será ejetado.

### **A solução de Einstein (15 minutos):**

Em 1905 Albert Einstein publicou um artigo que propunha uma solução muito simples e elegante para o problema do efeito fotoelétrico, a qual colocava em questão a teoria clássica ondulatória da luz.

Neste artigo, Einstein propôs que a energia das radiações eletromagnéticas está quantizada em pacotinhos concentrados (e não espalhada na forma de ondas, como previa a teoria clássica).

Einstein usou a mesma palavra “quantum”, que Planck já havia usado para denominar esses pacotinhos de energia de porém, anos mais tarde, esses pacotinhos de energia foram chamados de fótons e é este nome que usaremos de agora em diante.

Considerando que a energia de cada fóton é dada pela mesma expressão proposta por Planck:

$$E = h.f,$$

onde  $h$  é a constante de Planck e  $f$  é a frequência da radiação.

Quando um fóton “bate” num elétron da placa, esse elétron absorve completamente a energia desse fóton.

Einstein então propôs que a luz (e as demais radiações eletromagnéticas) são compostas por fótons, que nada mais são que “pacotes de energia” cujo valor da energia é proporcional à frequência da radiação.

Nota-se que Einstein deu um significado físico para a proposta do Planck (que, como foi visto na aula anterior, não tinha muita clareza do que significava os quanta de radiação).

A hipótese dos fótons proposta por Einstein resolve facilmente os problemas apresentados anteriormente, como descrito abaixo.

Neste ponto o professor pode, antes de expor, pedir para que os próprios estudantes expliquem como a ideia de fóton cuja energia é proporcional à frequência, consegue resolver as três contradições citadas anteriormente. Após coletar as respostas dos estudantes, o professor discute a ideia como listado a seguir.

1. Como o elétron absorve a energia do fóton, e essa energia é dada por  $E = h.f$ , então a energia se conserva, porém neste caso a energia é proporcional à frequência da radiação e não à sua amplitude/intensidade. Logo, a energia do elétron que salta da placa depende apenas da frequência da radiação da qual ele recebeu essa energia.

2. O limite de frequência observado experimentalmente pode ser explicado pelo fato de a energia do fóton de luz ser proporcional à frequência da luz. Fótons com frequência menores que essa frequência limite não tem energia suficiente para arrancar um elétron da placa (não importa a intensidade de luz que seja jogada na placa, dado que a energia do fóton só depende de sua frequência). Fótons com frequência maior que a frequência limite tem energia suficiente para arrancar um elétron da placa (não importa a intensidade da radiação que esteja incidindo na placa).

3. Como a energia necessária para arrancar os elétrons da placa vem dos fótons (que são pacotes de energia concentrados, e não ondas com energia espalhada), isso explica o fato de não haver um intervalo de tempo para que se observe os elétrons sendo ejetados da placa. Basta que o fóton tenha frequência suficiente

(consequentemente energia suficiente) para arrancar o elétron da placa. Ao se chocar com o elétron, o fóton transfere sua energia instantaneamente ao elétron que é ejetado.

### **A dualidade da radiação eletromagnética (10 minutos):**

Como acabamos de ver, Einstein resolve o problema do efeito fotoelétrico recorrendo à mesma solução matemática que Planck deu ao problema da radiação de corpo negro, considerando que a energia das radiações eletromagnéticas, ao interagir com a matéria, se comporta como partículas (pacotes de energia):  $E = h.f$ .

Porém Einstein vai além e dá um significado a esses “quanta” de energia. Ele interpreta que a luz (e as radiações em geral) é composta por “grãos” que seriam os fótons.

Portanto, na interpretação de Einstein, a luz não é uma onda eletromagnética, como a teoria clássica diz, mas um aglomerado de fótons que, em conjunto, apresentam um comportamento ondulatório, porém individualmente, são partículas.

Essa interpretação caiu como uma luva na época para explicar o problema da radiação de corpo negro, do efeito fotoelétrico e muitos outros que a teoria ondulatória clássica da luz não conseguia resolver.

Porém as características ondulatórias da luz (e demais radiações eletromagnéticas) eram inegáveis, pois a luz apresenta todas as características ondulatórias (como interferência construtiva e destrutiva, que são características que não podem ser explicadas por uma teoria corpuscular). Desta forma, não é uma tarefa simples negar a teoria ondulatória clássica da luz e substituí-la por uma teoria corpuscular.

Além disso, ao olharmos com mais atenção para a equação da energia desses fótons:  $E = h.f$ , podemos notar uma coisa muito curiosa. (Neste ponto o professor pode lançar essa pergunta para os estudantes, o que há de curioso, ou de contraditório, ao se descrever uma partícula (o fóton), com essa equação?)

Percebemos aqui que a energia do fóton (que é uma partícula), depende de sua frequência (que é uma propriedade ondulatória).

O que isso significa?

Vamos aprofundar essa discussão na próxima aula.

#### **Aula 4 (Organização do conhecimento):**

##### **A dualidade onda-partícula e o comportamento ondulatório da matéria.**

Esta aula tem dois objetivos:

i) Levar o estudante a compreender a ideia de de Broglie que, não só as radiações têm uma natureza dual, mas também a matéria em geral, amplificando assim a ideia de dualidade onda-partícula.

ii) Capacitar o estudante a calcular o comprimento de onda associado à uma partícula macroscópica em movimento e perceber que esse comprimento de onda é extremamente pequeno (muitas ordens menor que um núcleo atômico), chegando à conclusão que a dualidade pode ser desprezada para corpos macroscópicos, percebendo que a física quântica coincide com a física clássica no mundo macroscópico (Princípio da correspondência).

##### **Retomada da aula anterior (5 minutos):**

Na aula anterior vimos que Einstein interpreta que a luz e as demais radiações são compostas por partículas, os fótons, e usa a equação  $E = h.f$  para descrever a energia dessas partículas.

Porém essa equação traz consigo uma ideia muito curiosa que é a ideia de descrever a característica de uma partícula a partir de uma característica ondulatória.

##### **Onda, partícula e dualidade (5 minutos):**

Vale lembrar que onda e partícula são coisas muito diferentes na física. Uma onda tem características próprias como interferência construtiva e destrutiva por exemplo (aqui o professor pode relembrar o fenômeno de interferência, caso ache necessário). Já as partículas não apresentam interferência, mas se comportam de outra maneira quando interagem.

A própria equação da energia do fóton, traz uma ideia de que o fóton apresenta um comportamento dual, o que significa o fóton é uma partícula, mas de alguma forma, ele também apresenta comportamento ondulatório (pois tem uma frequência). Não existe nada no mundo da nossa experiência macroscópica que se assemelhe a isso.

### **Matéria também é onda (15 minutos):**

A coisa fica ainda mais dramática quando o físico Maurice de Broglie propõe, em 1924, a ideia de que, assim como o fóton tem associado a ele uma onda luminosa que governa seu movimento (ou seja, o fóton é uma entidade dual que apresenta características de partícula e características de onda), também uma partícula material (um elétron por exemplo) tem associado a ele uma onda.

De Broglie pensou que, como o universo é inteiramente composto por matéria e radiação, se a radiação apresenta um comportamento dual (onda-partícula), a matéria também deveria apresentar esse mesmo comportamento (partícula-onda). Desta forma de Broglie fundamentou sua hipótese numa busca de simetria na natureza.

Nesta busca por simetria, ele considerou que a mesma equação da energia do fóton poderia também ser usada para a matéria:  $E = h.f$ .

Isso significa que a matéria também teria uma frequência (ou seja, uma característica ondulatória) relacionada a ela. Se tem uma frequência, conseqüentemente tem um comprimento de onda.

Considerando o conceito da teoria da relatividade geral de Einstein que a energia total de uma partícula ou corpo pode ser escrita pela relação  $E = m.c^2$ , utilizando a relação da teoria eletromagnética de Maxwell que  $f = \frac{c}{\lambda}$  e associando isso com a equação  $E = hf$ , de Broglie obteve uma equação que associa um comprimento de onda  $\lambda$  à matéria:

$$\lambda = \frac{h}{Q}.$$

Essa equação é chamada de equação de de Broglie e prevê o comprimento de onda associado à matéria.

Desta forma, de Broglie afirma que a matéria, assim como as radiações, também é dual, ou seja, também apresenta características tanto de partículas quanto de ondas e, além disso propõe uma equação para calcular o comprimento destas ondas.

### **Calculando o comprimento de onda de um corpo macroscópico (10 minutos):**

Como exemplo, vamos calcular o comprimento de onda de corpos macroscópicos.

A velocidade média da bola em uma cobrança de pênalti é de 75 Km/h (o que equivale a aproximadamente 20 m/s).

Sabendo que a massa de uma bola de futebol é de aproximadamente 400 gramas (0,4 Kg), podemos calcular a quantidade de movimento  $Q$  desta bola, sendo  $Q = m.v$ :

$$Q = 0,4 \text{ Kg} \cdot 20 \text{ m/s} = 8 \text{ Kg.m/s}.$$

Lembrando que a constante de Planck  $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$ , podemos calcular o comprimento de onda associado a esta bola usando a equação de de Broglie:

$$\lambda = \frac{h}{Q} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}}{8 \text{ Kg.m/s}} = 0,83 \cdot 10^{-34} \text{ m} = 8,3 \cdot 10^{-35} \text{ m}.$$

Podemos perceber que esse comprimento de onda é absurdamente pequeno, só pra se ter uma ideia, o núcleo de um átomo é da ordem de  $10^{-15} \text{ m}$ . Portanto o comprimento de onda de uma bola num jogo de futebol é 20 ordens de grandeza menor que o núcleo de um átomo, o que é absolutamente desprezível.

Se calcularmos o comprimento de onda do nosso corpo caminhando, por exemplo, ou de um carro em movimento, perceberemos que o valor será ainda menor (estes cálculos podem ser propostos como exercícios).

Podemos concluir então que corpos macroscópicos não possuem dualidade pois sua dimensão ondulatória é tão absolutamente pequena que é completamente desprezível. Desta forma, não faz nenhum sentido falar em dualidade onda-partícula para corpos macroscópicos.

### **Calculando o comprimento de onda de um elétron (5 minutos):**

Porém quando falamos em corpos microscópicos, o comprimento de onda já passa a ser mais relevante e não pode ser desprezado.

Vamos calcular o comprimento de onda de um elétron se movendo na corrente elétrica de um fio condutor.

A velocidade média de um elétron livre em um metal é da ordem de 100.000m/s (<https://www.if.ufrj.br/~marta/cederj/eletro/fe-cap5.pdf>), ou seja,  $10^5 \text{ m/s}$ .

Sabendo que a massa do elétron é  $9,1 \cdot 10^{-31} \text{ Kg}$ , podemos calcular sua quantidade de movimento  $Q$ :

$$Q = m.v = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ Kg} \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 9,1 \cdot 10^{-36} \text{ Kg. m/s}.$$

Assim podemos calcular o comprimento de onda associado a este elétron:

$$\lambda = \frac{h}{Q} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}}{9,1 \cdot 10^{-26} \text{ Kg.m/s}} = 0,73 \cdot 10^{-8} \text{ m} = 7,3 \cdot 10^{-9} \text{ m}.$$

Este comprimento de onda ainda é bem pequeno, porém é um comprimento de onda capaz de ser medido. É da ordem do comprimento de onda das radiações de raio-X.

De fato, experimentos realizados por Davisson e Germer nos Estados Unidos e Thomson na Escócia, utilizando átomos de sólidos cristalinos como difratores detectaram padrões de interferência em elétrons, o que comprovou a hipótese de de Broglie que a matéria também apresenta comportamento ondulatório, e comprovou também que a equação de de Broglie é adequada para medir a dimensão deste comportamento.

### **Conclusões (5 minutos):**

Podemos perceber na equação que o comprimento de onda é diretamente proporcional à constante de Planck (que é um número muito pequeno) e inversamente proporcional à quantidade de movimento (que depende da massa e da velocidade do corpo). Desta forma, corpos muito pequenos (como elétrons por exemplo) apresentam comprimento de onda apreciáveis (portanto apresentam comportamento dual) porém corpos grandes, macroscópicos, como grãos de poeira, moscas, bolinhas de tênis, bolas de futebol, corpos humanos, carros etc. por terem massa muito grande comparados à constante de Planck, apresentam comprimento de onda absolutamente desprezível, logo, não apresentam natureza dual, na prática. Esta última constatação pode ser remetida ao “Princípio da correspondência” formulado por Neils Bohr em 1923. Nele, Bohr afirma que, para altos valores de energia, os cálculos utilizados na física quântica apresentam uma equivalência com os resultados clássicos (onde há uma distinção total entre onda e partícula).

### **Aula 5 (Organização do conhecimento):**

#### **Localizando uma onda no espaço.**

Esta aula tem dois objetivos:

- i) Formular a noção do princípio da complementaridade, que destaca que é possível, ao fazermos o estudo de uma partícula, observarmos características tanto

ondulatórias quanto corpusculares, as quais são mutuamente excludentes. Elas são excludentes, uma vez que de maneira alguma seria possível observar essas duas características simultaneamente, porém estas duas características (corpuscular e ondulatória) se complementam.

ii) A partir desse princípio, compreender qualitativamente as propriedades de uma onda, de forma a concluir a ideia de que é possível construir um pacote de onda (ou seja, localizar uma onda no espaço, como se fosse uma partícula) somando-se ondas de diferentes comprimentos de onda e amplitudes.

Para essa aula cada estudante deverá ter acesso a um computador conectado à internet. Caso não haja um computador para cada estudante, pode-se organizá-los em grupo para uso dos computadores.

### **Retomada da aula anterior (5 minutos):**

Como vimos na aula passada, Louis de Broglie demonstrou que o elétron pode se comportar como uma onda, ou seja, a dualidade onda-partícula é válida para a matéria assim como para as radiações. De Broglie foi além disso, obtendo uma equação que é capaz de calcular o comprimento de onda associado ao elétron ou qualquer outra partícula. Com essa equação podemos perceber que a física quântica domina a explicação do mundo das coisas muito pequenas (como elétrons, átomos, etc.) porém, no mundo das coisas macroscópicas, a dualidade onda-partícula é tão sutil que pode ser desprezada, coincidindo então com a física clássica.

### **Características opostas que se complementam – O Princípio da complementaridade (15 minutos):**

A dualidade onda-partícula traz consigo uma pseudo contradição, a qual associa ao mesmo ente (entenda-se por “ente” qualquer tipo de radiação ou matéria) características corpusculares e características ondulatórias que são muitas vezes excludentes. Por exemplo, ondas não possuem uma localização bem definida no espaço, diferente das partículas que podem ter sua posição bem definida. Outro exemplo, que já vimos anteriormente, ondas podem apresentar interferências construtivas e destrutivas, que são fenômenos que não ocorrem com partículas. Então, como conciliar estas características excludentes?

No ano de 1928, o físico dinamarquês Neils Bohr indicou um caminho para conciliar esta aparente contradição: ele afirmou que a natureza da matéria e radiação é dual, porém os aspectos ondulatórios e corpusculares não são excludentes, mas complementares. Se uma medida prova o caráter ondulatório de um ente, como por exemplo um experimento de difração, então é impossível provar o caráter corpuscular na mesma medida, e vice-versa, se uma medida prova o caráter corpuscular (como por exemplo o efeito fotoelétrico) então é impossível provar o caráter ondulatório. Ou seja, a medida é que determina o modelo (ondulatório ou corpuscular) o qual o ente dual vai apresentar.

Em poucas palavras, a dualidade se apresenta ou como partícula ou como onda, mas nunca das duas formas ao mesmo tempo e é o experimento que determina qual dessas características o ente medido vai apresentar. Quando um ente é detectado por algum tipo de interação, ele se apresenta como partícula (pois uma detecção significa uma localização no espaço, que é uma característica de partícula dado que uma onda não apresenta localização bem definida). Quando está se movendo sem ser detectado, age como onda (pois podem ser observados fenômenos de interferência, além de ter extensão, ou seja, não estar localizado numa posição bem determinada no espaço).

A conclusão que se chega é que a radiação e a matéria não são apenas ondas ou apenas partículas. Nós recorremos a ondas e partículas para descrever estes entes conforme nossas experiências macroscópicas clássicas, porém eles são mais complexos que isso.

### **Localizando uma onda no espaço (25 minutos):**

A partir de agora vamos nos aprofundar na questão da dualidade onda-partícula para compreender o princípio mais básico que rege o mundo microscópico.

O professor exhibe um gráfico de uma onda simples cuja equação é dada por  $y = \text{sen}(x)$ :

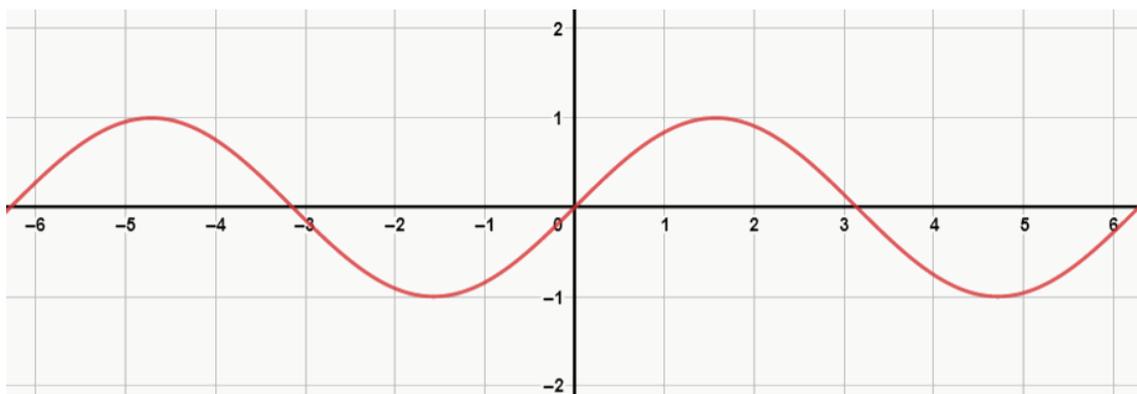


Figura 5: “Gráfico da função de onda  $y = \sin(x)$ ”. Retirada de [53].

A partir da figura 5, lança-se a pergunta:

“Se o elétron pode ser descrito por uma função de onda como mostrada na figura 5, então onde está o elétron?”

É esperado nesse ponto que os estudantes respondam que não dá pra localizar o elétron nesse caso, dado que a onda é extensa.

Aqui o professor chama a atenção para que os estudantes percebam que, quando descrevemos o elétron pela função de onda associada ao princípio de de Broglie ( $\lambda = h/Q$ ), com uma quantidade de movimento bem determinada (portanto um comprimento de onda bem determinado, como na figura), então a posição desse elétron fica totalmente indeterminada.

Para obter uma posição da partícula (neste caso, do elétron) no espaço é necessário “localizar” essa onda numa região do espaço.

O professor pergunta: “É possível localizar uma onda no espaço?”

Neste ponto os estudantes utilizarão o simulador virtual “Fourier: Fazendo Ondas” [46].

Utilizando o simulador, o professor desenvolve a ideia de que é possível localizar um grupo de onda num pacote de onda.

Para tanto é necessário obter uma onda cuja amplitude varia com a posição  $x$ .

Isso é possível, superpondo (somando) várias ondas com diferentes comprimentos de onda.

Manipulando os parâmetros das ondas que são superpostas, o estudante pode obter o pacote de onda como apresentado na figura 6:

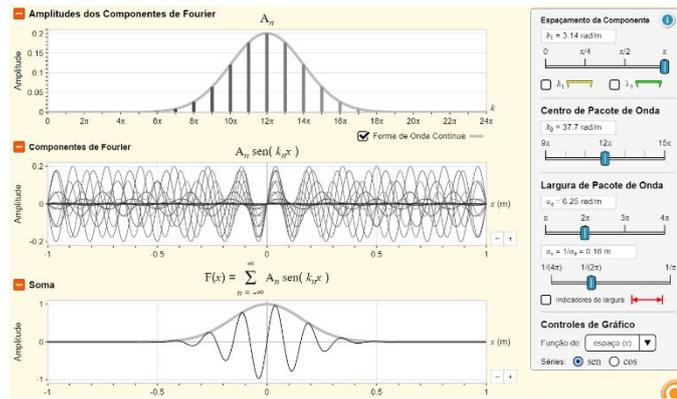


Figura 6: “Print da tela do simulador *Fourier: construindo ondas* da plataforma Phet Colorado” Retirada de [46].

Brincando com estes parâmetros no simulador, o estudante começa a ter a percepção de que, quanto mais ondas são superpostas, mais estreito o pacote de onda vai se tornando, e vice-versa. Porém existe um limite de largura desse pacote. O professor pode chamar a atenção dos estudantes para esse fato, que demonstra que quanto mais ondas são somadas (isso significa maior indeterminação na quantidade de movimento, conforme a equação de de Broglie), mais estreito fica o pacote de ondas (isso significa maior determinação na posição do elétron). O oposto também é verdadeiro.

Mas é fácil observar no simulador que, somando-se um número finito de ondas, nunca se obtém um único pacote de onda, mas sempre pacotes que se repetem periodicamente.

Se quisermos obter uma onda com extensão finita no espaço, ou seja, um único pacote com começo e fim bem definidos, é necessário somar ondas senoidais com um espectro contínuo de comprimentos de onda dentro de uma região  $\Delta\lambda$ . A amplitude de tal pacote será zero fora de uma região de comprimento  $\Delta x$ . A matemática usada para executar essa ideia envolve a chamada “integral de Fourier” [26], que é um pouco complicada para esta etapa de ensino, portanto neste ponto, o professor apenas discute estes conceitos sem demonstrá-los matematicamente.

O professor apresenta que, fazendo essa soma obtém-se o resultado:

$$\Delta x \cdot \Delta(1/\lambda) \geq 1/4.$$

O professor ressalta que esse resultado é uma propriedade universal de todas as ondas.

O significado desse resultado será explorado na próxima aula.

## **Aula 6 (Organização do conhecimento):**

### **O princípio da incerteza de Heisenberg**

O objetivo desta aula é demonstrar que, considerando o princípio de de Broglie:  $\lambda = h/Q$ , quanto mais tentamos localizar uma partícula no espaço, mais informação de sua quantidade de movimento é perdida (e vice-versa) e que existe uma relação numérica que vincula essas duas grandezas. Com base nessa relação numérica, discute-se a relevância do princípio da incerteza na escala macroscópica.

Para esta aula é necessário somente giz e lousa.

#### **Retomada da aula anterior (10 minutos):**

A dualidade onda-partícula, seja da matéria, seja da radiação, se apresenta ou como partícula ou como onda, dependendo do tipo de medida que se faz, mas nunca das duas formas ao mesmo tempo. Estas duas características se complementam, mas nunca se apresentam ao mesmo tempo.

Desta forma, se considerarmos um elétron como onda, por exemplo, ele terá um comprimento de onda bem definido, porém não terá uma posição bem definida. Por outro lado, se considerarmos o elétron como uma partícula ele terá uma posição bem definida, porém não terá comprimento de onda definido.

Matematicamente é possível localizar uma onda no espaço através da somatória de ondas senoidais com um espectro contínuo de comprimentos de onda dentro de uma região  $\Delta\lambda$ .

O resultado dessa soma é:  $\Delta x \cdot \Delta(1/\lambda) \geq \frac{1}{4}$ .

#### **Deduzindo o princípio da incerteza de Heisenberg (20 minutos):**

Partindo da desigualdade obtida na última aula, aplica-se a relação de de Broglie:

$$\lambda = h/Q \rightarrow 1/\lambda = Q/h,$$

$$\Delta x \cdot \Delta(1/\lambda) \geq \frac{1}{4} \pi \rightarrow \Delta x \cdot \Delta(Q/h) \geq \frac{1}{4} \pi \rightarrow (1/h) \Delta x \cdot \Delta Q \geq \frac{1}{4} \pi.$$

Logo:

$$\Delta x \cdot \Delta Q \geq h/4\pi.$$

Neste ponto o professor deve explicar para os estudantes o que significa este resultado obtido, ou seja:

Não é possível determinar simultaneamente o valor exato da quantidade de movimento (Q) de uma partícula e o valor exato de sua posição (x) correspondente.

Esse é o princípio da incerteza de Heisenberg.

É importante ressaltar aqui que obtivemos esse princípio combinando a relação de de Broglie com propriedades universais das ondas, portanto o princípio da incerteza vale tanto para a matéria quanto para as radiações, sendo uma expressão matemática para a dualidade onda-partícula.

Sendo assim, o princípio da incerteza não tem nada a ver com a precisão dos instrumentos de medida, sendo uma limitação da natureza dual em si.

Neste ponto o professor faz a pergunta:

“Essa indeterminação simultânea da posição e do momento, que acabamos de estudar, pode se manifestar na nossa vida cotidiana?”

Deseja-se que o estudante note que o princípio relaciona a indeterminação simultânea da posição/momento com a constante de Planck, que é um número extremamente pequeno. Dessa forma a relação de incerteza na nossa experiência cotidiana (escala macroscópica) é tão pequena que é impossível de ser observada, tornando-se completamente desprezível.

### **Aprofundamento qualitativo do conceito (15 minutos):**

Neste ponto o professor pode trazer a ideia da incerteza para algo mais tangível, lançando a discussão:

“Para compreendermos melhor o princípio da incerteza, vamos pensar em como fazemos para determinar a posição de algum objeto macroscópico?”

Durante a discussão espera-se chegar à conclusão de que, para medirmos a posição de um objeto macroscópico, lançamos luz (fótons) nele e observamos sua posição pela informação que esta luz nos devolve ao ser refletida no objeto.

Chegada a essa conclusão, o professor pergunta: “É possível fazer isso no mundo microscópico?”

Aqui o professor conduz o estudante a pensar que, no mundo macro, os fótons utilizados para determinação da posição do objeto não perturbam a própria posição do

objeto, tampouco seu momento, pois a ordem de grandeza do momento destes fótons é completamente desprezível em relação às dimensões do objeto. Porém, quando falamos de partículas muito pequenas, com dimensões congruentes à dimensão do momento do fóton, então o ato de medir (lançar um fóton para determinar a posição), perturba consideravelmente o sistema de forma que, ao determinar a posição, perde-se informação sobre a quantidade de movimento (e vice-versa).

## Aula 7 (Aplicação do conhecimento):

### O experimento da dupla fenda.

O objetivo dessa aula é que o estudante, a partir do conhecimento construído nas aulas anteriores, consiga explicar de forma cientificamente consistente o fenômeno observado no experimento da dupla fenda.

Divide-se a turma em grupos de 3 estudantes. De posse de um computador conectado à internet para cada grupo, eles são convidados a acessar e manipular o experimento virtual da dupla fenda para elétrons, que pode ser encontrado no site Phet Colorado [47].

O professor pede para que os estudantes habilitem as fendas e selecionem os parâmetros: Emissor de elétrons, Alta intensidade, velocidade 700 Km/s (velocidade mínima), brilho da tela 0,25, tamanho das fendas mínimo, separação das fendas máxima e posição vertical média.

O resultado será algo parecido com esse apresentado na figura 7:

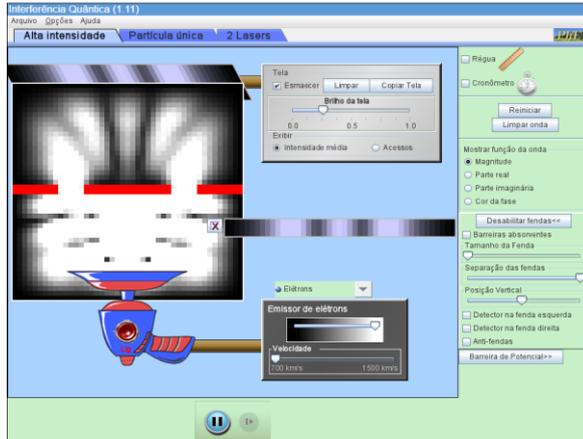


Figura 7: “Print da tela do simulador *Inerferência quântica* da plataforma Phet Colorado. Nesta tela simulou-se o experimento da dupla fenda com elétrons sem a presença de detectores. Nota-se o resultado de formação do padrão de interferência no anteparo” Retirada de [47].

Podemos notar aqui que os elétrons formam um padrão de interferência no anteparo. O professor chama a atenção para isso e pergunta para a turma porque isso ocorre.

Neste ponto é de se esperar que eles respondam que o padrão de interferência indica o comportamento ondulatório dos elétrons, como prevê a equação de de Broglie.

Logo depois o professor pede para os estudantes habilitarem um detector em qualquer uma das fendas. O resultado será algo como o que é apresentado na figura 8:

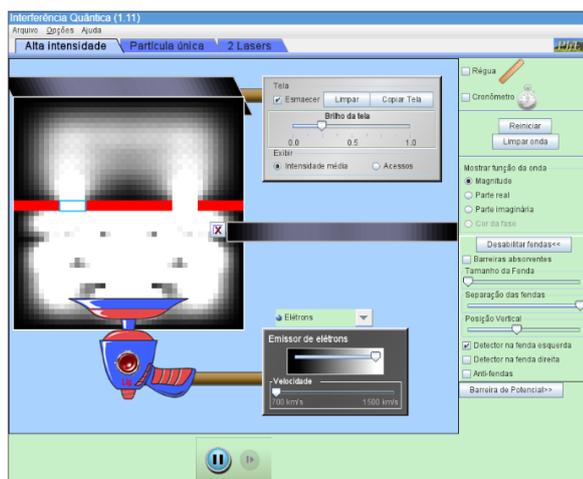


Figura 8: “Print da tela do simulador *Interferência quântica* da plataforma Phet Colorado. Nesta tela simulou-se o experimento da dupla fenda com elétrons com a presença de um detector. Nota-se que o padrão de interferência no anteparo deixa de existir”. Retirada de [47].

Nota-se que o padrão de interferência deixa de existir (independente da fenda na qual o detector é colocado ou mesmo quando colocado nas duas fendas). O elétron passa a se comportar como partícula.

Neste momento o professor pergunta para os estudantes “O que vocês observaram?”

Deseja-se que os estudantes cheguem à conclusão de que, sem a presença dos detectores os elétrons se comportaram como ondas, porém ao introduzir um detector no experimento eles passam a se comportar como partículas.

A simples introdução de um detector (sem nenhuma alteração nos parâmetros do experimento) altera radicalmente o comportamento dos elétrons.

“Como isto pode ser explicado? Por que a simples introdução de um detector altera o comportamento dos elétrons?”

Os grupos irão discutir e elaborar uma explicação para o fenômeno observado na forma de um texto curto a ser entregue no final da aula.

Neste ponto pode ser que os estudantes cheguem à conclusão que o detector de alguma forma interfere no experimento. Neste caso o professor introduz a pergunta:

“De que forma o detector interfere no experimento?”

Espera-se que os estudantes demonstrem a percepção que, antes da colocação do detector no experimento (usando os parâmetros adequados), o feixe de elétrons está se comportando como onda (como já era esperado pela relação de de Broglie) por isso apresenta um padrão de interferência no anteparo. Quando se introduz o detector no experimento, sua função é determinar a posição do elétron num determinado instante (ou seja, por qual fenda o elétron passou). Como estudado, a determinação da posição do elétron necessariamente perturba seu momento. Em outras palavras, quando o detector mede a posição do elétron com uma determinada precisão (neste caso a precisão da fenda), necessariamente se perde informação sobre a quantidade de movimento dele. Logo, ele deixa de apresentar um caráter ondulatório bem determinado, pois seu comprimento de onda, que segundo a relação de de Broglie depende da quantidade de movimento, fica indeterminado. Portanto o padrão de interferência no anteparo é destruído e obtém-se um padrão de partículas.

Em outras palavras, quanto mais se aproxima de uma determinação da posição do elétron, menor será a manifestação de seu caráter ondulatório (relacionado com um momento bem determinado).

Os grupos podem manifestar aqui outros tipos de resposta equivalentes, utilizando a ideia discutida na aula 6 de que o fóton utilizado pelo detector para detectar a posição, perturba o momento do elétron, ou mesmo discorrendo sobre a ideia de que para se localizar uma onda no espaço é preciso somar uma série contínua de ondas com comprimentos (e amplitudes) diferentes, o que levaria ao mesmo princípio. Foi isso que o detector fez no experimento. Ao medir a posição do elétron ele utilizou um fóton e a interação desse fóton com o elétron determinou com certa precisão sua posição, mas em contrapartida, perdeu informação sobre sua quantidade de movimento.

## **Aula 8 (Aplicação do conhecimento): Confrontando discursos de desinformação.**

O objetivo desta aula é instrumentalizar o estudante a utilizar o conhecimento construído nas aulas anteriores para se posicionar criticamente frente a um discurso falacioso envolvendo os conceitos estudados.

O professor inicia a aula apresentando uma sistematização das respostas apresentadas no texto entregue na aula anterior, fazendo eventuais ajustes, caso seja necessário, de forma a nivelar o entendimento do fenômeno.

Logo após, exibe-se o vídeo de 18 minutos “Experimento da dupla fenda”, disponível no Youtube [45] onde o palestrante faz uma explanação sobre o experimento da dupla fenda com elétrons.

Neste vídeo há uma explicação sobre o experimento e o palestrante tira diversas conclusões a partir dele.

Após a exibição do vídeo o professor pede para que os estudantes produzam individualmente uma dissertação identificando eventuais erros científicos apresentados nessa palestra e justificando cada um deles.

Aos 4 minutos afirma-se que “o elétron é uma partícula e é uma onda ao mesmo tempo, nós escolhemos se queremos tratá-lo como partícula ou como onda. Nossa consciência é que faz essa escolha”. Após as aulas anteriores é esperado que o estudante perceba que essa afirmação contradiz o princípio da incerteza de Heisenberg (assim como o princípio da complementaridade de Bohr) pois, quanto mais o caráter ondulatório se manifesta, menor seu caráter corpuscular, e vice-versa [54]. Portanto não se pode afirmar que a natureza dual indica que o elétron seja onda e partícula ao mesmo tempo. Pelo contrário. O princípio da incerteza mostra que o elétron se comporta como onda ou como partícula e uma destas características inibe a outra. Também é errado afirmar que somos nós que fazemos essa escolha (tampouco é o elétron que faz). O comportamento ondulatório ou corpuscular do elétron se dá pelo arranjo experimental especificamente quando se determina (ou não) sua posição. A simples decisão de alguém não determina o comportamento ondulatório ou corpuscular do elétron.

De certa forma, o cientista como ser consciente, escolhe ligar o detector ou não (como foi feito no experimento virtual) e isso determina como o elétron vai se comportar. Então, levando isso em conta, a afirmação de que nossa consciência determina o comportamento do elétron não é totalmente errada. Porém a ideia que o

palestrante transmite é claramente diferente. Ele defende a ideia de que minha consciência, independente da ação de um agente externo, é suficiente para determinar o comportamento das coisas ao meu redor.

Aos 5 minutos afirma-se que se alguém realizar um experimento de dupla fenda com uma cadeira (macroscópica) ela se comportará como onda passando pelas duas fendas e formando um padrão de interferência no anteparo. Neste ponto espera-se que o estudante perceba que isso é impossível por causa da ordem de grandeza envolvida. Como foi estudado, o princípio da incerteza é totalmente desprezível no mundo macroscópico.

Depois dos 5 minutos, essa fala é extrapolada muitas vezes, transpondo o experimento da dupla fenda com elétrons para o cotidiano macroscópico das pessoas. Espera-se que os estudantes percebam que a transposição de um fenômeno essencialmente quântico para o mundo macroscópico é um erro, por conta das escalas envolvidas.

Aos 15 minutos afirma-se que “Basta o observador olhar para que haja o colapso da função de onda”. Neste caso, espera-se que o estudante compreenda que o detector não “olhou” o elétron. O ato de detectar, implica na interação de um fóton com o elétron e é essa interação que perturba o momento da partícula (destruindo assim o padrão de interferência, revelando o comportamento corpuscular do elétron).

A dissertação produzida individualmente pelos estudantes deverá servir como uma avaliação formativa na qual o professor compreenderá melhor como se deu a construção do conceito do princípio da incerteza em seus estudantes e, a partir disso, fazer eventuais intervenções e ajustes necessários nas aulas subsequentes.

## Referências Bibliográficas

- [1] Dias, G; Salvador, M. O que (não) é quântica! Guia dos entusiastas da ciência (V.1, N.6,P.5 2018) Disponível em: <https://gec.proec.ufabc.edu.br/voce-disse-ciencia/o-que-nao-e-quantica/> Acesso em: 05/05/2022
- [2] Orsi, C. Manifesto de professores de Física condena pseudociência "quântica" na FURG. Disponível em: <https://www.revistaquestaodeciencia.com.br/artigo/2021/04/27/manifesto-de-professores-de-fisica-condena-pseudociencia-quantica-na-furg> Acesso em: 05/05/2022
- [3] BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018.
- [4] Secretaria da Educação do Estado de São Paulo. União dos Dirigentes Municipais de Educação do Estado de São Paulo. Currículo Paulista (Etapa Ensino Médio). São Paulo: SEDUC-SP/UNDIME-SP, 2020. Disponível em: <https://efape.educacao.sp.gov.br/curriculopaulista/wp-content/uploads/2020/08/CURR%C3%8DCULO%20PAULISTA%20etapa%20Ensino%20M%C3%A9dio.pdf> Acesso em: 30/01/2023
- [5] BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular Ensino Médio. Brasília, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/#medio/area-de-ciencias-da-natureza-e-suas-tecnologias> Acesso em: 26/01/2023
- [6] BRASIL, Ministério da Educação. Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio) Parte III: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias (2000). Brasília, MEC/SEF. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/pcn/ciencian.pdf> Acesso em 26/01/2023
- [7] BRASIL, Ministério da Educação. Parâmetros Curriculares Nacionais + (Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais - Ensino Médio) Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias (2006). Brasília, MEC/SEF. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/pcn/CienciasNatureza.pdf> Acesso em 26/01/2023
- [8] Gehlen, S. T.; Maldaner, O.A.; Delizoicov, D. Momentos pedagógicos e as etapas das situações de estudo: complementaridades e contribuições para a educação em ciências. *Ciência & Educação*, v. 18, n. 1, p. 1-22, 2012.
- [9] Mestrado Nacional profissional em Ensino de Física - MNPEF Dissertações – Disponível em: <https://www1.fisica.org.br/mnpef/dissertacoes>. Acesso em: 26/08/2024.
- [10] Maciel, G.S. Proposta de uma Sequência Didática Sobre Tópicos de Física Quântica Através do Uso de Simulações Computacionais e da Determinação da Constante de Planck Com Leds Aplicado ao Ensino Médio. Dissertação de Mestrado – MNPEF - UFES - Universidade Federal do Espírito Santo. 2015.

- [11] Miranda, E.T. Uma proposta para ensinar física quântica no ensino médio por meio de unidades de ensino potencialmente significativas. Dissertação de mestrado – MNPEF - UFPA - Universidade Federal do Pará. 2016.
- [12] Carvalho, A.X.S. Uma Proposta de Unidade de Ensino sobre a Antiga Teoria Quântica como Instrumento Pedagógico Alternativo. Dissertação de mestrado – MNPEF - UFMT\_Cuiabá - Universidade Federal de Mato Grosso. 2017.
- [13] Almeida, A.P. Tópicos de física quântica no ensino médio utilizando simulações computacionais. Dissertação de mestrado – MNPEF - UFNT\_Araguaina - Universidade Federal do Norte do Tocantins. 2018.
- [14] Batista, G.E. RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ABERTOS: Uma proposta para o ensino de Física Quântica. Dissertação de mestrado - UFRGS\_Tramandai - Universidade Federal do Rio Grande do Sul. 2019.
- [15] Albuquerque, B.M.B. UM CONTO, UM QUANTUM: INVESTIGAÇÃO DO POTENCIAL DE SÉRIES DE NARRATIVAS DISCRETAS PARA A INTRODUÇÃO DE TÓPICOS DA TEORIA QUÂNTICA EM SALA DE AULA. Dissertação de mestrado - UFABC - Universidade Federal do ABC. 2020.
- [16] Silva, D.B. Desenvolvimento e aplicação de um e-book para ensino de física quântica na perspectiva da sala de aula invertida. Dissertação de mestrado – MNPEF - IFRN - Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte. 2020.
- [17] Gava, D.W.S. O FENÔMENO DO BATIMENTO E O PRINCÍPIO DE INDETERMINAÇÃO. Dissertação de mestrado – MNPEF - UFABC - Universidade Federal do ABC. 2020.
- [18] Castro, R. I. S. INTERAÇÃO DA RADIAÇÃO COM A MATÉRIA PELO EFEITO FOTOELÉTRICO EM UMA ABORDAGEM DOS TRÊS MOMENTOS PEDAGÓGICOS. Dissertação de mestrado MNPEF – UFABC. Santo André, SP, 2020.
- [19] Urel, D. E. Paulo Freire e os três momentos pedagógicos. Scientia Naturalis, Rio Branco, v. 4, n. 1, p. 49-59, 2022. Disponível em: <https://periodicos.ufac.br/index.php/SciNat/article/view/6242> Acesso em janeiro de 2023.
- [20] DELIZOICOV, D.; ANGOTTI, J. A. Física. São Paulo: Cortez, 1991.
- [21] DELIZOICOV, D.; ANGOTTI, J. A.; PERNAMBUCO, M. M. Ensino de ciências: fundamentos e métodos. São Paulo: Cortez, 2002.
- [22] ROCHA, JFM., org. Origens e evolução das ideias da física. Salvador: EDUFBA, 2002. ISBN 978-85-232-0878-3.
- [23] Radiação térmica - Teoria de Planck. IF-UFRS. Disponível em: [https://www.if.ufrgs.br/~betz/iq\\_XX\\_A/radTerm/aRadTermFrame.htm](https://www.if.ufrgs.br/~betz/iq_XX_A/radTerm/aRadTermFrame.htm). Acesso em: 13/05/2024.

- [24] Fleming, H. O Copro Negro. Disponível em <https://fma.if.usp.br/~fleming/planck/node5.html>. Acesso em: 08/05/2024
- [25] Mini Physics – Failure of classical theory. Disponível em: <https://www.miniphysics.com/failure-of-classical-theory.html>. Acesso em: 13/05/2024
- [26] Eiseberg, R; Resnick, R. Física Quântica - Átomos Moléculas, Sólidos, Núcleos e Partículas, 1979, Editora Campus.
- [27] Moreira, I.C. Einstein e seus Trabalhos de 1905 e 1915, Revista Educação Pública. Disponível em: <https://educacaopublica.cecierj.edu.br/artigos/2/1/einstein-e-seus-trabalhos-de-1905-e-1915> Acesso em: 20/03/2023
- [28] Ribeiro, B.H.L. Alexandre Edmond Becquerel (1820-1891): o criador da célula solar. GPET Física, Unicentro Paraná. Disponível em: <https://www3.unicentro.br/petfisica/2021/12/17/alexandre-edmond-becquerel-1820-1891-o-criador-da-celula-solar/> Acesso em: 20/03/2023.
- [29] O Quantum de luz. IF-UNICAMP. Disponível em: <https://www.ifi.unicamp.br/~fauth/1OrigensMecanicaQuantica/1Oquantumdeluz/Oquantumdeluz.html>. Acesso em 14/05/2024.
- [30] Khan Academy. Efeito fotoelétrico. Disponível em: <https://pt.khanacademy.org/science/physics/quantum-physics/photons/a/photoelectric-effect>. Acesso em: 14/05/2024.
- [31] A origem da palavra fóton. Disponível em: <https://www.fisica.net/mecanica-quantica/a-origem-da-palavra-foton.php> Acesso em: 03/10/2023.
- [32] Cline, B. L. Louis de Broglie. Disponível em: <https://www.britannica.com/biography/Louis-de-Broglie> Acesso em: 03/10/2023.
- [33] PESSOA JR, O., Conceitos de Física Quântica. 1ª ed. São Paulo: editora Livraria da Física, 2003.
- [34] FREIRE JR, O., PESSOA JR, O., and BROMBERG, JL., orgs. Teoria Quântica: estudos históricos e implicações culturais. EDUEPB; São Paulo: Livraria da Física, 2011.
- [35] Nathan Willig, N Lima, Yaffa Bruxel Rabeno, Fernando Shinoske Tagawa de Lemos Pires, Gabriela Gomes Rosa, Igor Dalbosco Lovison, Milena Lauschner Lopes, Félix Oliveira da Silva Steffens Wood. (Re)descobrimo a teoria quântica: um resgate dos principais conceitos apresentados nos discursos do prêmio Nobel. /–Porto Alegre: UFRGS, 2021. Disponível em [https://www.if.ufrgs.br/public/tapf/tapf\\_v32n5.pdf](https://www.if.ufrgs.br/public/tapf/tapf_v32n5.pdf). Acesso em 27/01/2024
- [36] BECHARA, M. Física V – Aula 22. Instituto de Física da USP. Disponível em: [https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/56128/mod\\_resource/content/1/FisVEsquemadaAula26.pdf](https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/56128/mod_resource/content/1/FisVEsquemadaAula26.pdf). Acesso em 27/01/2024.
- [37] GRIFFITHS, D. J. Mecânica Quântica. 2ª edição. Pearson Universidades, 2011.

- [38] HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; KRANE, K. S. Fundamentos de Física. 8ª ed., Rio de Janeiro: LTC, 2009, v. 4.
- [39] BECHARA, M. Física V – Aula 28. Instituto de Física da USP. Disponível em: [https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/92233/mod\\_resource/content/1/FisVESquemadaAula282013.pdf](https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/92233/mod_resource/content/1/FisVESquemadaAula282013.pdf). Acesso em 20/05/2024.
- [40] GASIOROWICZ, S. Quantum Physics, Wiley, Nova York, 1974.
- [41] Bokulich, Alisa and Peter Bokulich, "Bohr's Correspondence Principle", The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Fall 2020 Edition), Edward N. Zalta (ed.), Disponível em: <https://plato.stanford.edu/archives/fall2020/entries/bohr-correspondence/> Acesso em 30/01/2024
- [42] Bohr, N. (1920), «Über die Serienspektren der Elemente» [About the serial spectra of the elements], Zeitschrift für Physik (em alemão), 2 (5): 423–478, Bibcode:1920ZPhy....2..423B, doi:10.1007/BF01329978 (English translation in (Bohr 1976, pp. 241–282)). Disponível em: <https://zenodo.org/records/2051363>. Acesso em 30/01/2024
- [43] Tipler, Paul; Llewellyn, Ralph (2008). Modern Physics 5 ed. [S.l.]: W. H. Freeman and Company. pp. 160–161. ISBN 978-0-7167-7550-8
- [44] Hollauer, Eduardo (2007). Química Quântica. Rio de Janeiro: LTC. p. 43. ISBN 978-8521615330.
- [45] Hélio Couto. Experimento da dupla fenda. YouTube, 02/03/2014. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=TMcu-J2BgHU&t=656s>>. Acesso em: 22/08/2022.
- [46] University of Colorado Boulder. Phet Interactive Simulations. Fourier: Fazendo Ondas. Disponível em: <[https://phet.colorado.edu/sims/html/fourier-making-waves/latest/fourier-making-waves\\_pt\\_BR.html](https://phet.colorado.edu/sims/html/fourier-making-waves/latest/fourier-making-waves_pt_BR.html)>. Acesso em: 21/08/2022.
- [47] University of Colorado Boulder. Phet Interactive Simulations. Interferência Quântica (1.11) Disponível em: <[https://phet.colorado.edu/pt\\_BR/simulations/quantum-wave-interference](https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulations/quantum-wave-interference)>. Acesso em: 21/08/2022.
- [48] Univesp. Física Universitária. Eletromagnetismo - Espectro Eletromagnético. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=-C2erXakQIQ>.
- [49] Anjos, S. Radiação eletromagnética. AGA-210 – 2020. Disponível em: <http://www.astro.iag.usp.br/~aga210/2020b/Roteiro6-2020.pdf>. Acesso em 20/05/2024.
- [50] Corpo negro. Disponível em: [https://pt.wikipedia.org/wiki/Corpo\\_negro](https://pt.wikipedia.org/wiki/Corpo_negro). Acesso em 20/05/2024.
- [51] Schulz P. A. Duas nuvens ainda fazem sombra na reputação de Lorde Kelvin. Rev. Bras. Ensino Fís. 29 (4), 2007. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/S1806-11172007000400006>

[52] PrePara Enem. Efeito fotoelétrico. Disponível em:  
<https://www.preparaenem.com/fisica/efeito-fotoeletrico.htm>. Acesso em 20/05/2024.

[53] Matreemática. Funções trigonométricas. Disponível em:  
<https://lirte.pesquisa.ufabc.edu.br/matreematica/a-matematica-do-cotidiano/ramos/algebra/funcoes-trigonometricas/>. Acesso em: 22/05/2024.

[54] W. V. Rodrigues. BOHR E O PRINCÍPIO DA COMPLEMENTARIDADE: SUBSÍDIOS PARA MATERIAIS EDUCACIONAIS NUMA ABORDAGEM HISTÓRICA. Dissertação de mestrado CEFET/RJ. Rio de Janeiro, RJ, 2016.