

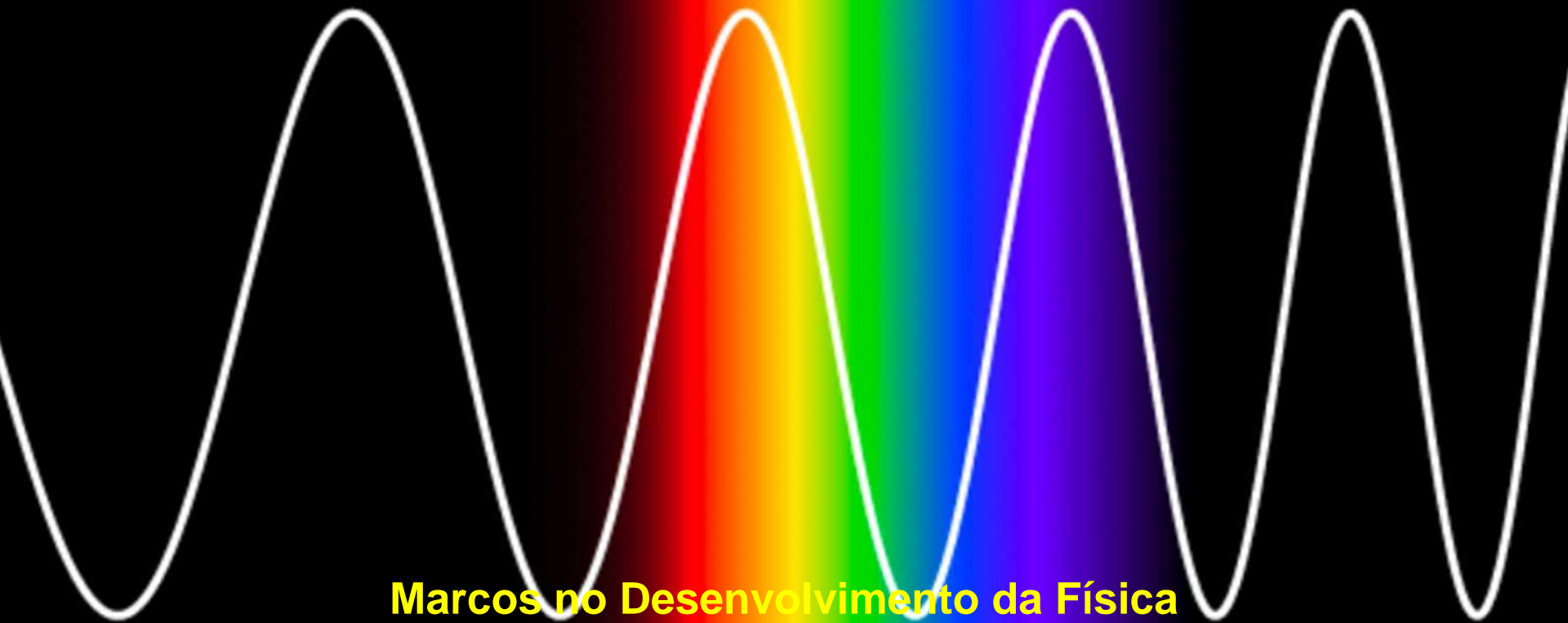


Universidade Federal do ABC



SOCIEDADE BRASILEIRA DE FÍSICA

**MNPEF** Mestrado Nacional  
Profissional em  
Ensino de Física



**Marcos no Desenvolvimento da Física**

**Marco #5: As equações de Maxwell**

*Prof. Marcelo Augusto Leigui de Oliveira*  
[leigui@ufabc.edu.br](mailto:leigui@ufabc.edu.br)

*NA ANTIGUIDADE ...*

# NA ANTIGUIDADE ...

Os físicos jônicos:

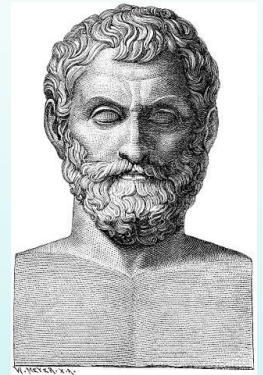
*Physis* (em grego Φύσις, "Natureza")



# NA ANTIGUIDADE ...

Os físicos jônicos:

*Physis* (em grego Φύσις, "Natureza")

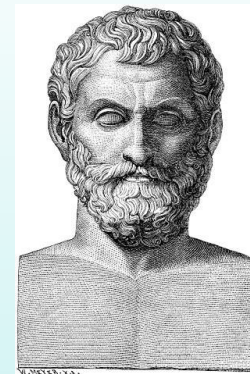


**Tales de Mileto**  
(c 625 - c 547 a.C.)

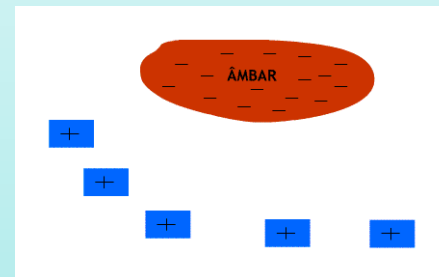
A **água** é o princípio de todas as coisas.



# NA ANTIGUIDADE ...

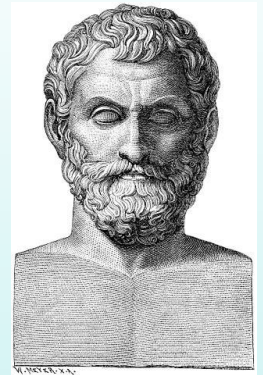


**Tales de Mileto**  
(c 625 - c 547 a.C.)



“Elektron”, âmbar em grego.

# NA ANTIGUIDADE ...



**Tales de Mileto**  
(c 625 - c 547 a.C.)

Pastor Magnus da Tessália  
(depois Magnésia)



alamy stock photo

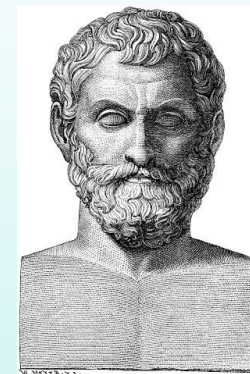


# NA ANTIGUIDADE ...



alamy stock photo

Pastor Magnus da Tessália (depois Magnésia)

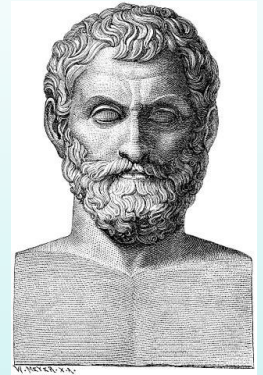


**Tales de Mileto**  
(c 625 - c 547 a.C.)



magnetita ( $\text{Fe}_3\text{O}_4$ )

# NA ANTIGUIDADE ...



**Tales de Mileto**  
(c 625 - c 547 a.C.)



Pastor Magnus da Tessália (depois Magnésia)



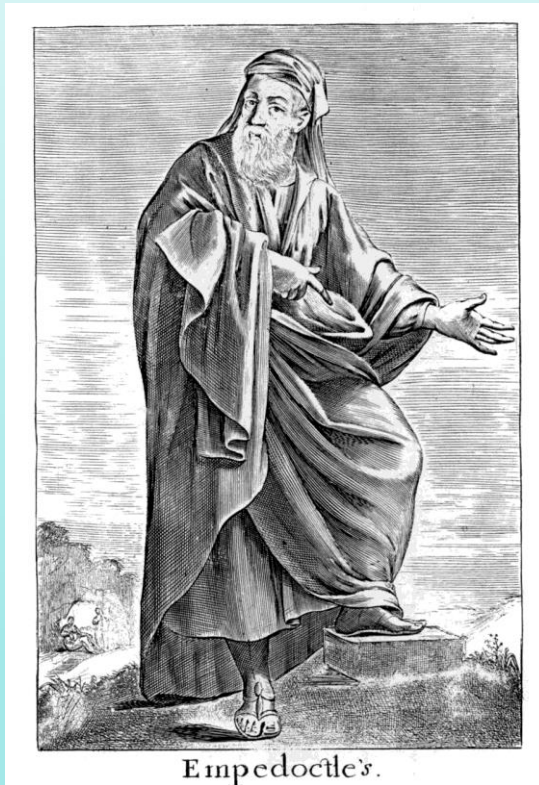
magnetita ( $\text{Fe}_3\text{O}_4$ )

Aristóteles é o primeiro a citar Tales e os fenômenos magnéticos, no seu tratado *Sobre a Alma*:

“Parece que também Tales, a avaliar pelo que se conta, considerava a alma como algo de cinético, se é que ele disse que a pedra [de Magnésia] possui alma pelo fato de deslocar o ferro.”



# NA ANTIGUIDADE ...

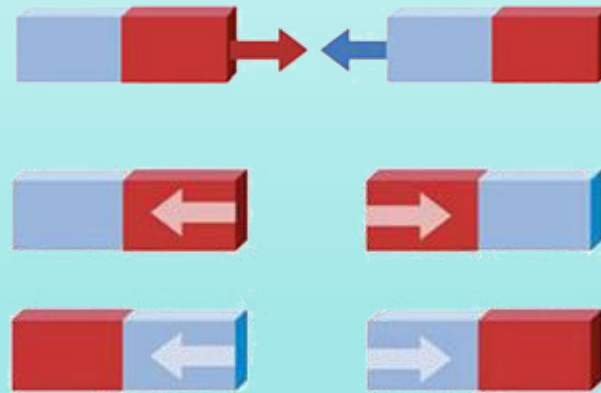


Empedocle's.

**Empédocles de Acraga** (atual Agrigento)  
(c 490 – c 430 a.C.)

**4 elementos** (água, ar, terra e fogo) e

**2 forças** ou princípios:  
amor (*philia*) e ódio (*ekthos*),  
ou seja, atração e repulsão.



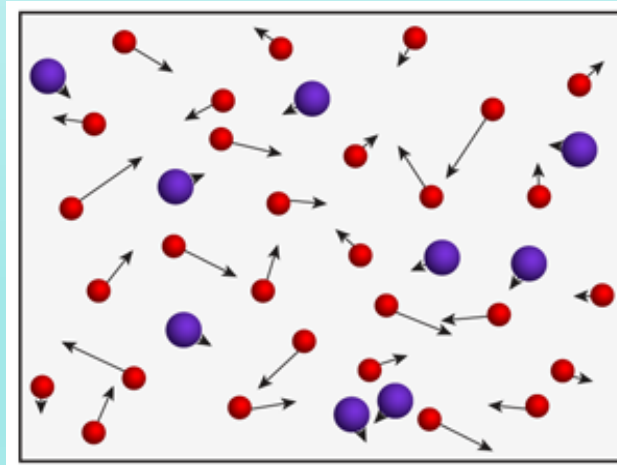
# NA ANTIGUIDADE ...

**Demócrito (c 460 – c 380 a.C.) e seu discípulo Leucipo (c 460 – c 370 a.C.)**



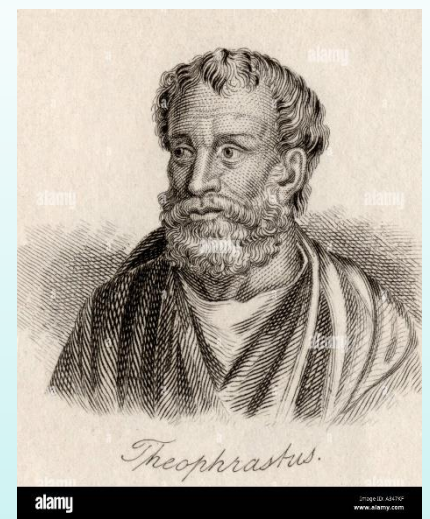
Os primeiros atomistas:

Teorizaram sobre a existência de átomos, precursor da ideia de carga elétrica.

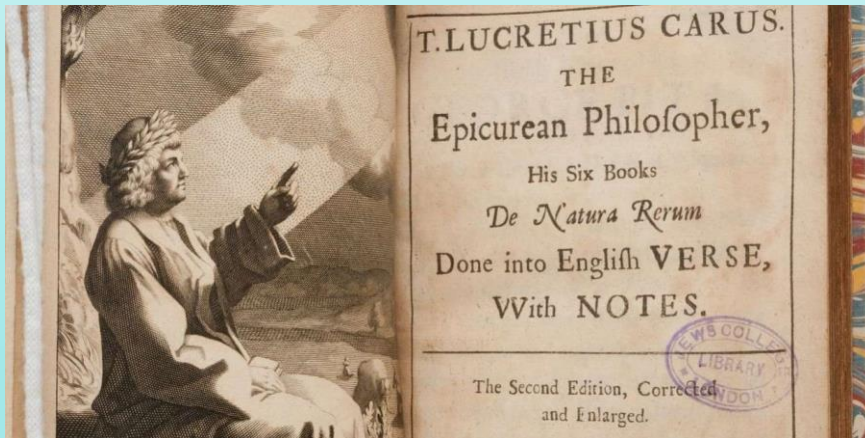


# NA ANTIGUIDADE ...

Theophrastus (371 – 287 a.C.), sucessor de Aristóteles no *Lyceum*, menciona tanto a pedra-ímã quanto o âmbar em sua obra *Sobre as Pedras*.

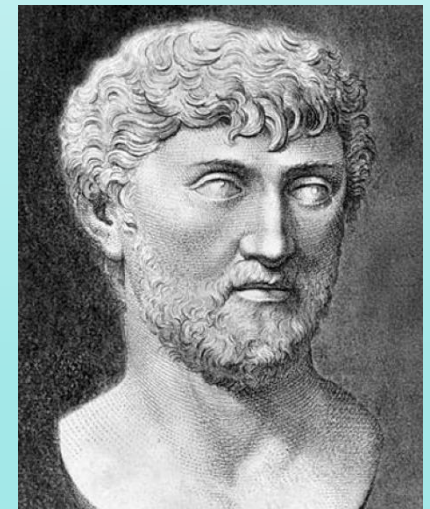


Theophrastus  
(c. 371 – c. 287 aC)



*De rerum natura* (Sobre a natureza das coisas):

“Vou agora começar a explicar outro assunto, a dizer por que leis naturais pode atrair ao ferro a pedra a que chamam os gregos magnete, nome que lhe designa a origem, porquanto se diz que provém de Magnésia.”



Tito Lucrécio Caro  
(c. 99 a.C. – c. 55 a.C.)

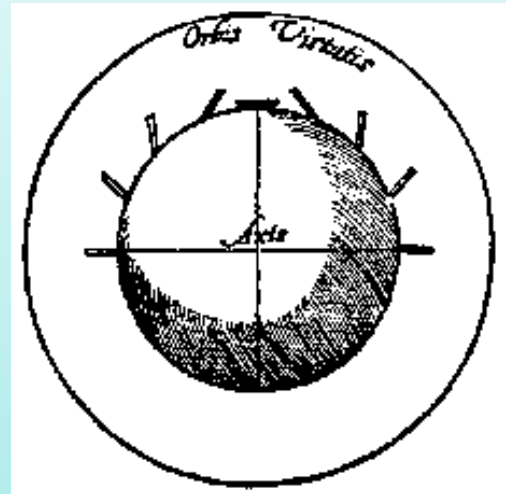
# *NA ANTIGUIDADE E IDADE MÉDIA...*



- As primeiras bússolas na antiga dinastia Han (202 a.C – 9 d.C; 25 – 220 d.C.) na China eram feitas de magnetita, um minério de ferro naturalmente magnetizado.
- A bússola úmida chegou ao sul da Índia no século IV d.C.
- As bússolas posteriores eram feitas de agulhas de ferro, magnetizadas ao serem atingidas com uma magnetita, que apareceu na China por volta de 1088 durante a dinastia Song, conforme descrito por Shen Kuo.
- As bússolas secas começaram a aparecer por volta de 1300 na Europa Medieval e no mundo islâmico.

# NOS SÉCULOS XVI-XVII

- Seu principal trabalho científico foi *De Magnete, Magneticisque Corporibus, et de Magno Magnete Tellure* (Sobre os ímãs, os corpos magnéticos e o grande ímã terrestre), publicado em 1600.



Terrella

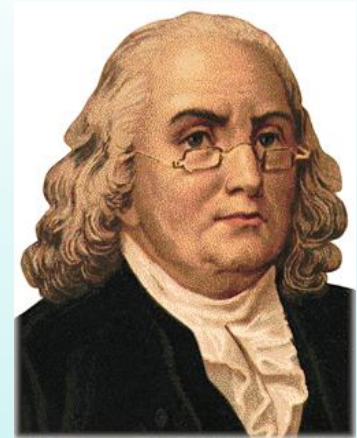


William Gilbert  
(1544 – 1603)

- Em seu livro, ele também estudou eletricidade estática usando âmbar; em grego, âmbar é chamado *elektron*, então, Gilbert decidiu chamar isso de *eletricidade*.
- Fez a distinção entre os fenômenos elétricos e magnéticos.
- Fez analogia da eletricidade como um fluido (“fluido ígneo”): os fluidos em movimento foram os precursores dos campos e explicariam a repulsão de polos iguais (em contrafluxo) e a atração de polos opostos.

# NO SÉCULO XVIII

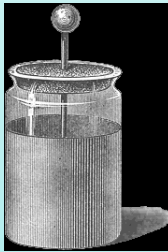
- Demonstrou que os raios são fenômenos elétricos;
- Inventor do pára-raios;
- Identificou 2 tipos de cargas elétricas: **positiva e negativa**;
- Cunhou o termo *bateria*;
- Estabeleceu as bases da **eletricidade** e da **meteorologia**.



Benjamin Franklin (1706-1790),  
polímata estadunidense.



Experimento da pipa  
(01 de outubro de 1752)



Garrafa de  
Leiden

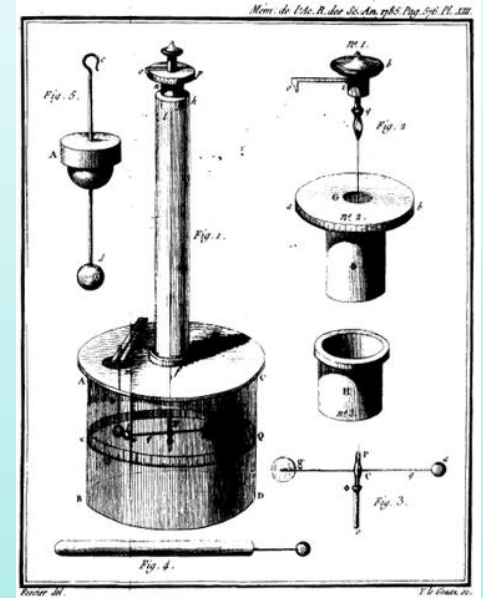
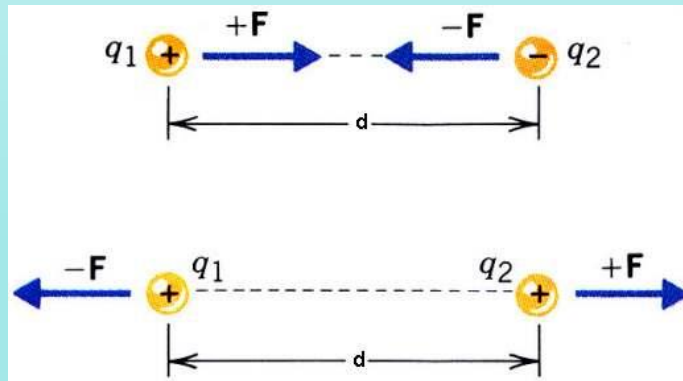
# NO SÉCULO XVIII



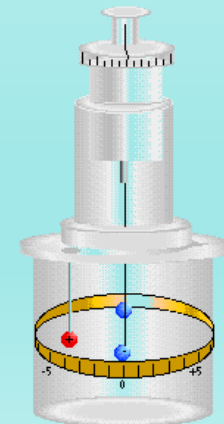
Charles Augustin de Coulomb  
(1736 - 1806), físico francês.

Lei do inverso do quadrado da distância (**lei de Coulomb**):

$$F = k \frac{q_1 q_2}{d^2}$$



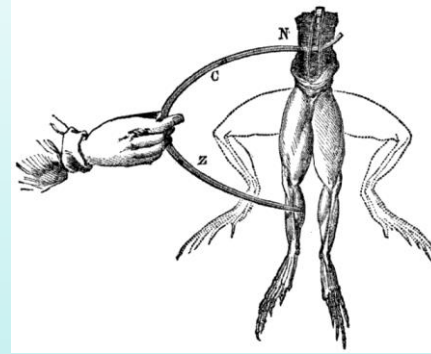
Balança de torção (1777)



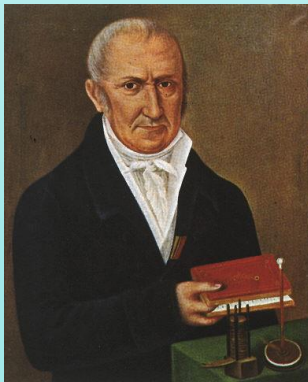
# NO SÉCULO XVIII



Luigi Galvani (1745 - 1827),  
físico italiano.



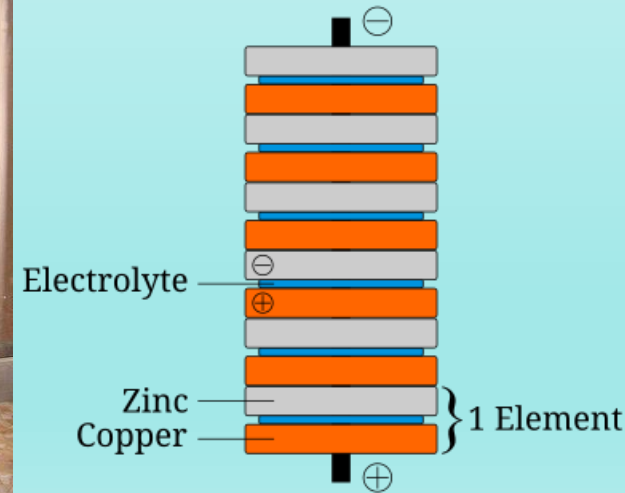
Eletrofisiologia (1791),  
apelidado de “galvanismo”.



Alessandro Volta (1745 - 1827),  
físico italiano.



Pilha elétrica (1799).





# NOS SÉCULOS XVIII-XIX

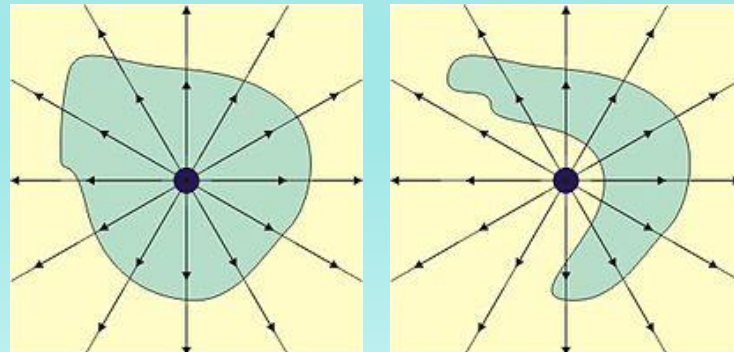


Johann Carl Friedrich Gauss (1777 - 1855), matemático, astrônomo e físico alemão. O “príncipe da matemática”.

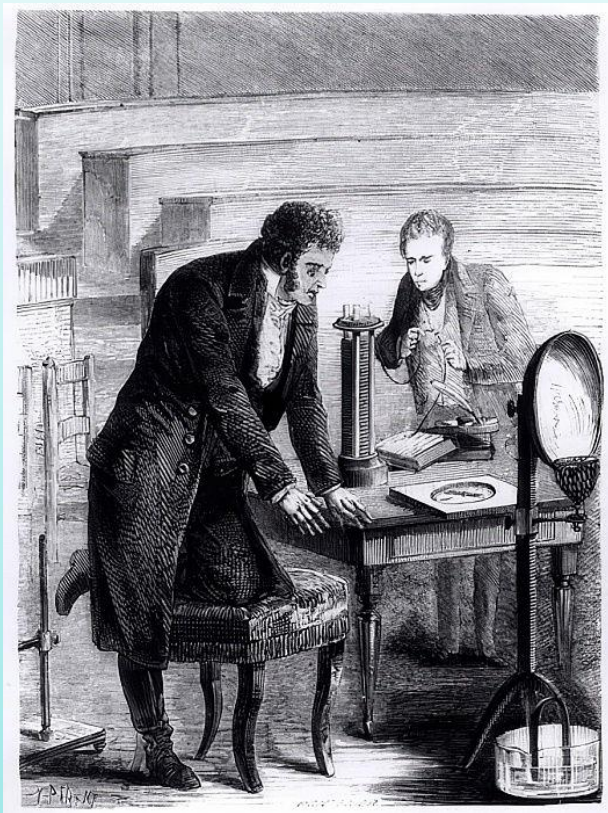
- Aos 7 anos, deduz a fórmula da **progressão aritmética**;
- Na adolescência (12-16), tem as primeiras ideias da **geometria não-euclidiana**;
- Aos 17, trabalha na **teoria dos números** e descobre o **método dos mínimos quadrados**;
- Em 1801, demonstra a “lei de ouro”, ou **lei da reciprocidade quadrática**;
- Em 1809 aplica a **distribuição normal**, ou “gaussiana”, em estudos de astronomia;
- Em 1809 ele publicou sua segunda obra prima *Theoria motus corporum coelestium in sectionibus conicis solem ambientum* (Teoria do movimento dos corpos celestes girando em torno do Sol), na qual se encontra uma exaustiva explanação da determinação das órbitas dos planetas e cometas: confirmou Ceres, previu Palas, Vesta e Juno;
- Observou o **Grande Cometa de 1811**;
- Em 1840, publicou seu influente *Dioptrische Untersuchungen*, no qual fez a primeira análise sistemática da formação de imagens sob a **aproximação paraxial**.
- etc ...

➤ Lei de Gauss (1835):

$$\oint_S E \cdot dA = \frac{q}{\epsilon_0}$$



# NO SÉCULO XIX



Ørsted, durante a aula de 1820.



Hans Christian Ørsted (1777 - 1851)  
físico e químico dinamarquês.



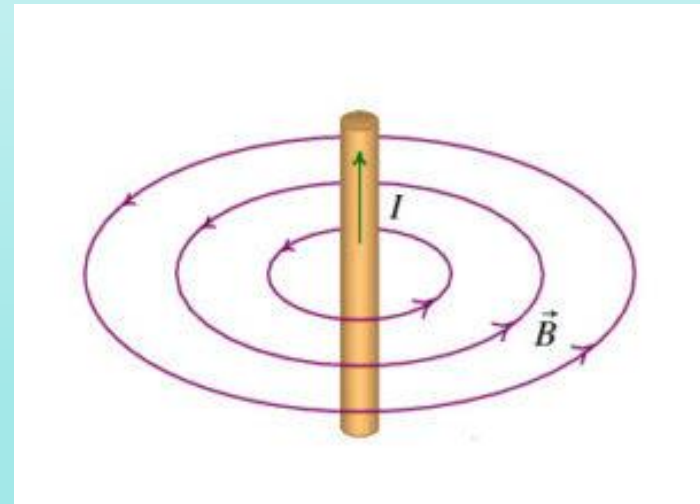
# *NO SÉCULO XIX*



André-Marie Ampère (1775 - 1836), matemático e físico francês.

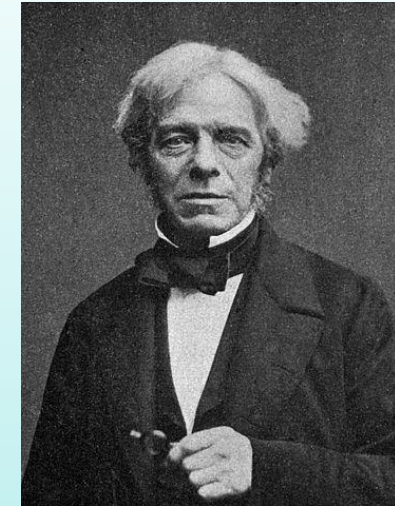
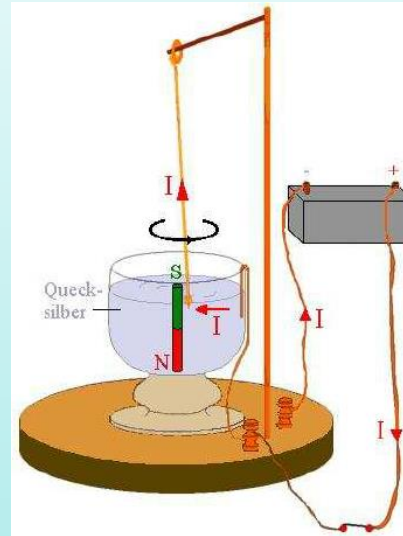
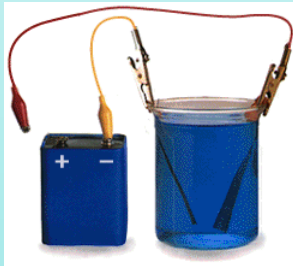
Em 1823, descobriu a **lei circuital de Ampère**:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$



# NO SÉCULO XIX

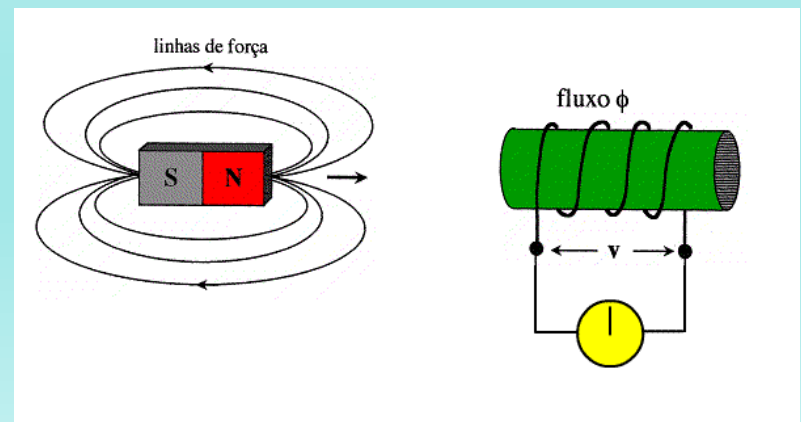
- Introduziu as ideias de **campo**
- Construiu o primeiro motor (motor homopolar):
- Leis da eletrólise



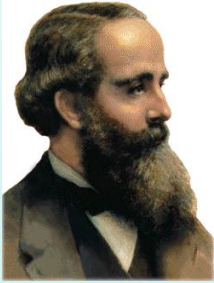
Michael Faraday (1791 - 1867), físico e químico britânico.

- Em 1831, demonstrou experimentalmente a **lei da indução eletromagnética**:

$$\varepsilon = - \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$



# NO SÉCULO XIX



James Clerk Maxwell (1831 - 1879),  
físico e matemático britânico.



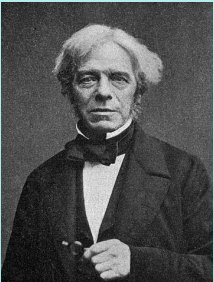
$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$$



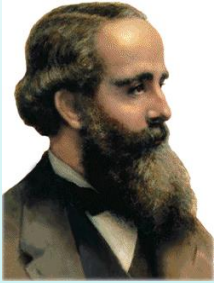
$$\epsilon = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$$

⇒



$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

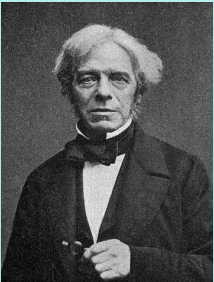
# NO SÉCULO XIX



James Clerk Maxwell (1831 - 1879),  
físico e matemático britânico.



$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0}$$



$$\epsilon = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$



$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

Em 1864, introduziu a corrente de deslocamento:

⇒

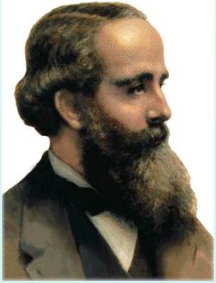
$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \left( \vec{j} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$$

# *NO SÉCULO XIX*



James Clerk Maxwell (1831 - 1879),  
físico e matemático britânico.

Em 1864, deduziu as **equações de Maxwell**:

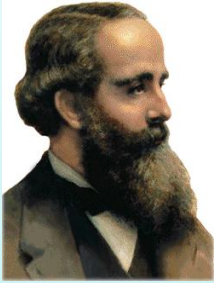
$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \left( \vec{j} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$$

# *NO SÉCULO XIX*



James Clerk Maxwell (1831 - 1879),  
físico e matemático britânico.

Em 1864, deduziu as **equações de Maxwell**:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

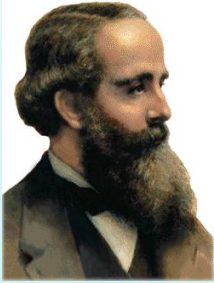
$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \left( \vec{j} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$$



# NO SÉCULO XIX



James Clerk Maxwell (1831 - 1879),  
físico e matemático britânico.

Em 1864, deduziu as **equações de Maxwell** e as equações das **ondas eletromagnéticas**:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

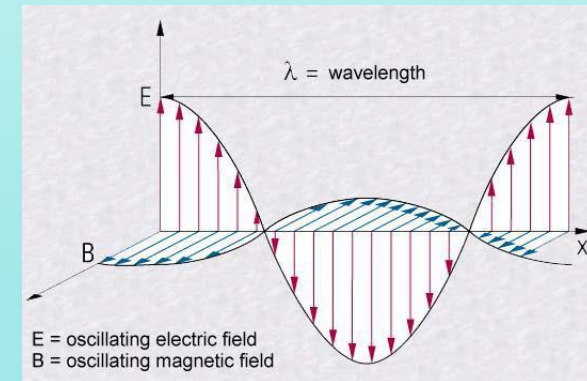
$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \left( \vec{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$$

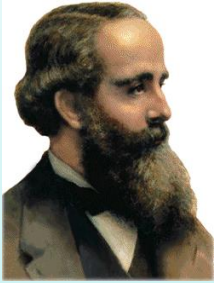
⇒

$$\nabla^2 \vec{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\nabla^2 \vec{B} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}$$



# NO SÉCULO XIX



James Clerk Maxwell (1831 - 1879),  
físico e matemático britânico.

Em 1864, deduziu as **equações de Maxwell** e as equações das **ondas eletromagnéticas**:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

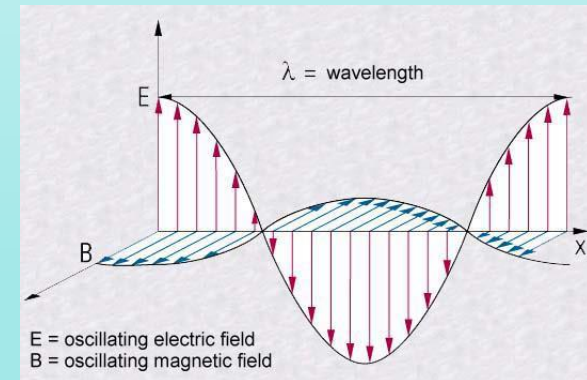
$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \left( \vec{j} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$$

⇒

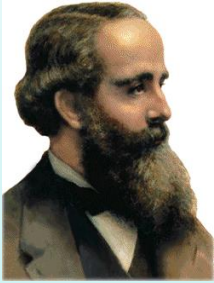
$$\nabla^2 \vec{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\nabla^2 \vec{B} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}$$



onde:  $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$

# NO SÉCULO XIX



James Clerk Maxwell (1831 - 1879), físico e matemático britânico.

Em 1864, deduziu as **equações de Maxwell** e as equações das **ondas eletromagnéticas**:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

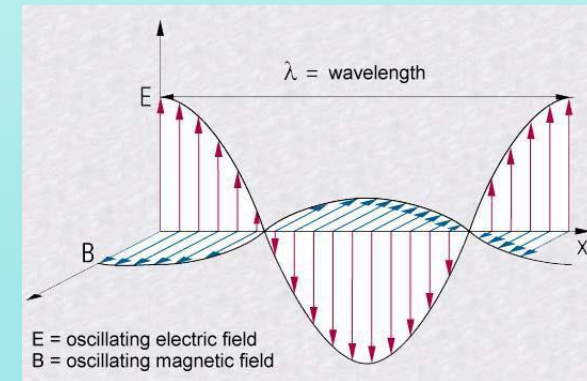
$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \left( \vec{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$$

⇒

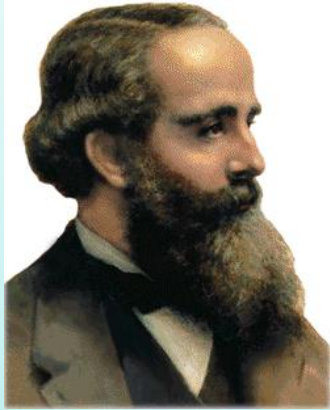
$$\nabla^2 \vec{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\nabla^2 \vec{B} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}$$



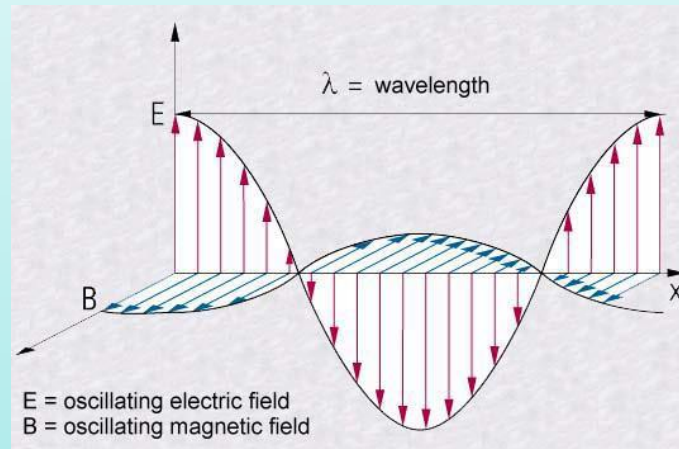
onde:  $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

# NO SÉCULO XIX



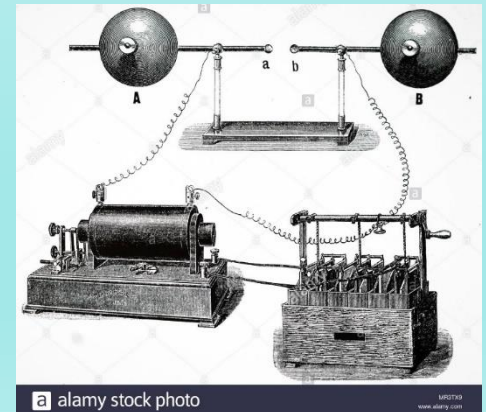
James C.  
Maxwell  
(1831 - 1879)

**1864** Maxwell deduz as equações de ondas eletromagnéticas.

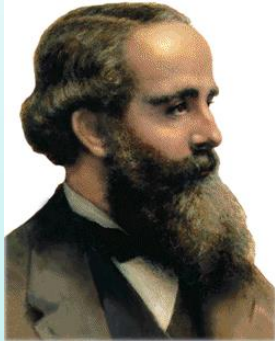


Heinrich R. Hertz  
(1857 - 1894)

**1887** Hertz demonstra a existência das ondas eletromagnéticas.



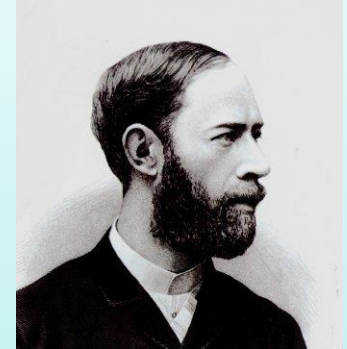
# NO SÉCULO XIX



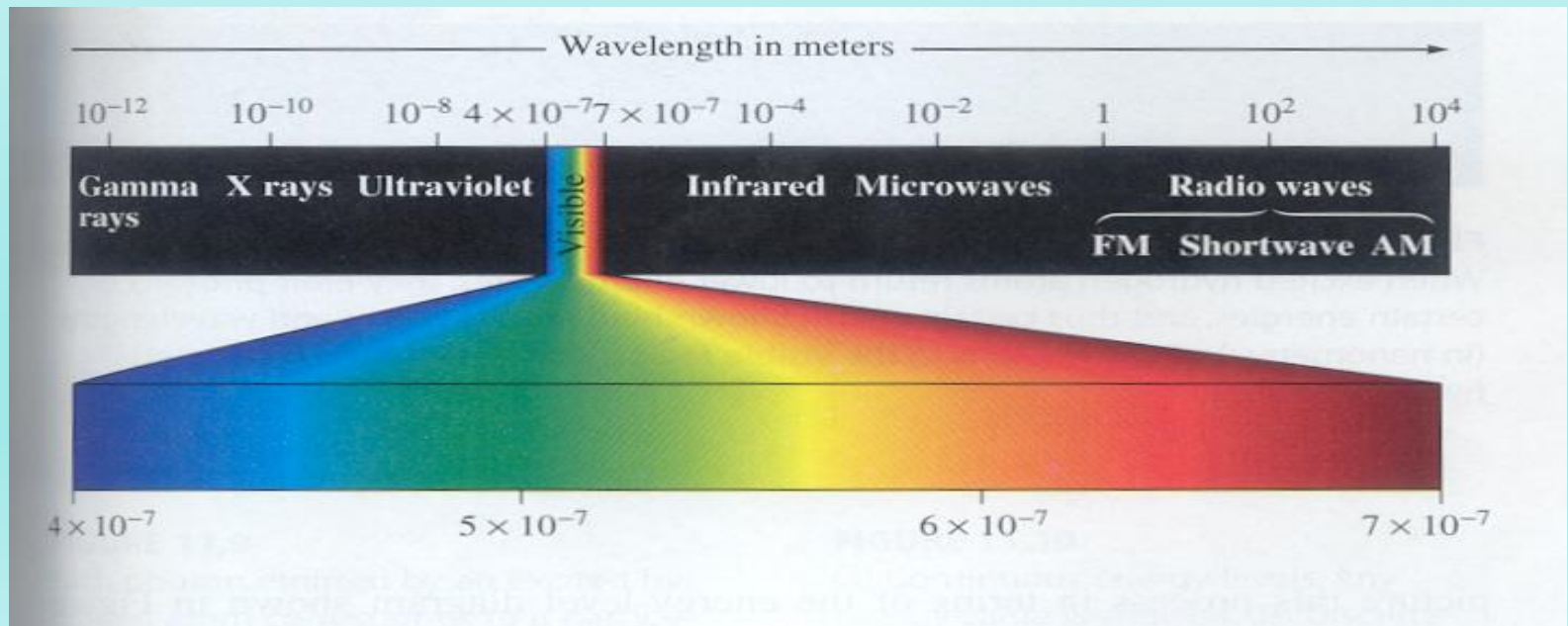
James C.  
Maxwell  
(1831 - 1879)

**1864** Maxwell deduz as equações de ondas eletromagnéticas.

**1887** Hertz demonstra a existência das ondas eletromagnéticas.



Heinrich R. Hertz  
(1857 - 1894)

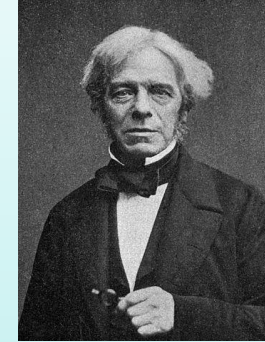


# NO SÉCULO XIX

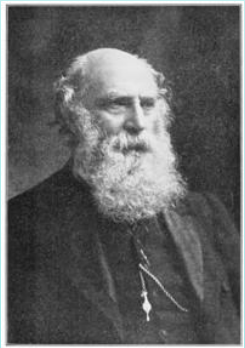
Das leis da eletrólise de Faraday, pode-se deduzir uma **lei de quantização** da carga elétrica:

$$q = n_i \cdot e$$

- as cargas só podem assumir valores múltiplos de um valor fundamental  $e$ .



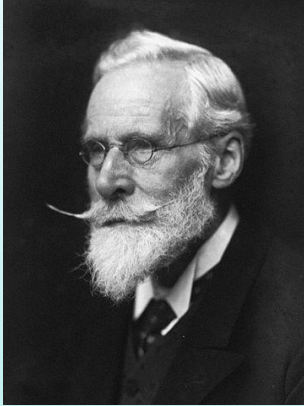
Célula eletrolítica



- Em 1874, Stoney propôs a **unidade fundamental da eletricidade**, posteriormente, chamando-a de **elétron** (1891);
- Stoney estimou a carga do elétron em:  $e \approx 10^{-20} \text{ C}$ .

George Johnstone Stoney (1826 - 1911), físico irlandês.

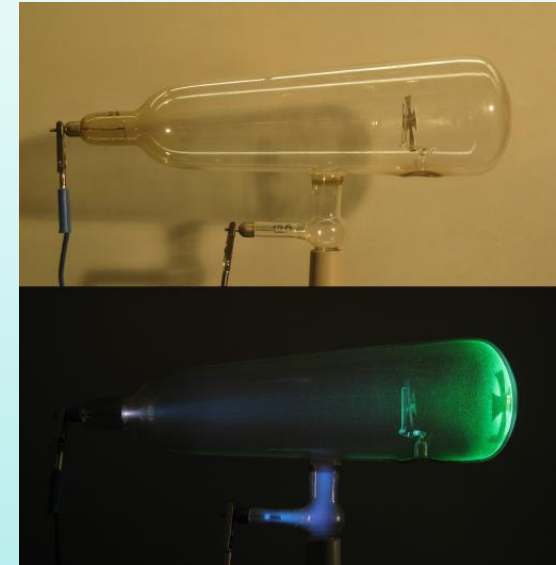
# NO SÉCULO XIX



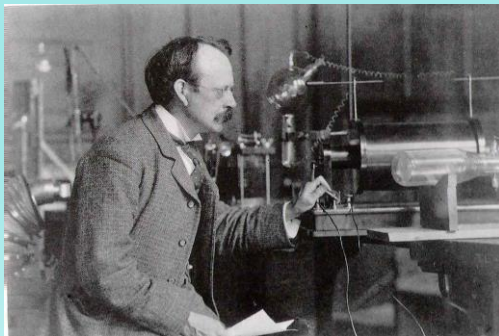
William Crookes (1826 - 1911), físico e químico britânico.

Em 1875, Sir William Crookes desenvolveu o **tubo de Crookes**, ou **tubo de raios catódicos**.

- **Raios catódicos**: emitidos pelo terminal negativo (**cátodo**)
- Produziam calor e fosforescência
- Propagam-se em linha reta, exceto sob a ação de um campo magnético
- Qual a natureza: **radiação** x **matéria**?



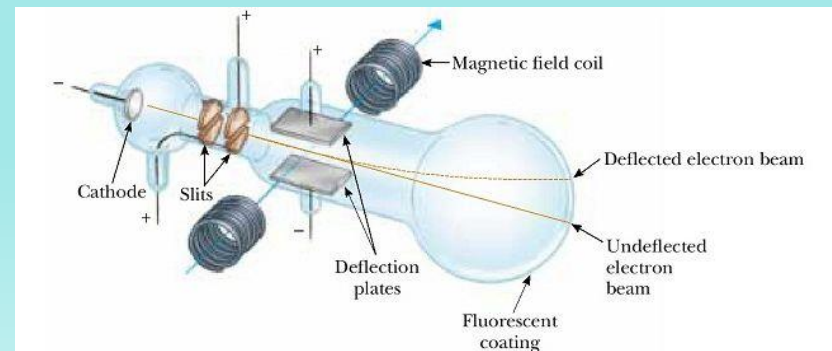
Em 1897, no Laboratório Cavendish da Universidade de Cambridge, o Prof. Thomson estudou os raios catódicos sob uma configuração especial de campos elétricos e magnéticos e mediu a **razão carga-massa do elétron**:  $\left(\frac{q}{m}\right)_{e^-} = 1,759 \cdot 10^8 \text{C/g}$ .



Joseph John Thomson (1856 - 1940), físico britânico.



1906



# NO SÉCULO XX



Robert Andrews Millikan (1868 - 1953), físico estadunidense.



1923

Entre 1908 e 1913, Millikan realizou experimentos com gotículas de óleo eletrificadas, medindo, desta forma, a **carga do elétron**.



Aparato original de Millikan.

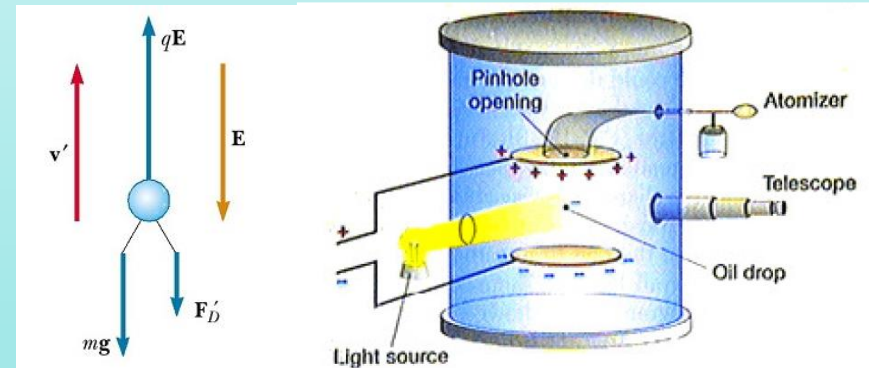
Com o campo elétrico ligado (para baixo), a gota de óleo com carga negativa vai ser acelerada (para cima), de acordo com o seguinte diagrama de forças:

Então, a resultante na gota é:

$$\vec{F}_R = \vec{F}_E + \vec{F}_g + \vec{F}_{D'} \Rightarrow$$
$$ma = qE - mg - bv$$

Quando a velocidade é máxima (terminal), não há aceleração:

$$0 = qE - mg - bv_t \Rightarrow v_t = \frac{qE - mg}{b}$$



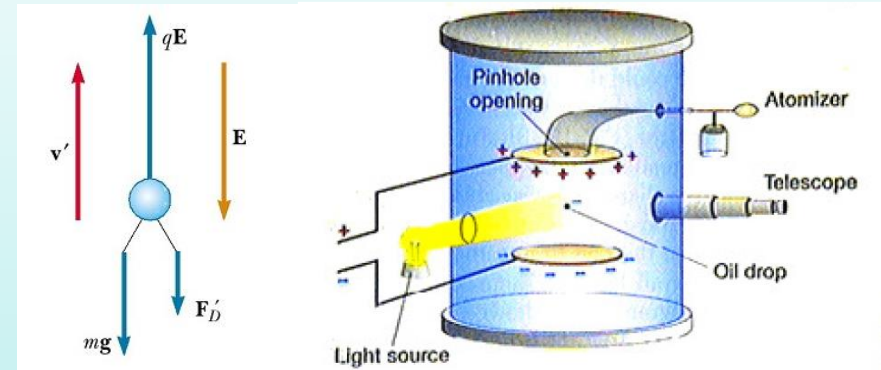
$\vec{F}_{D'}$  é a força devida à viscosidade do ar, descrita por:  $\vec{F}_{D'} = -b\vec{v}$



# NO SÉCULO XX



Robert A. Millikan



A velocidade terminal das gotas é dada por:  $v_t = \frac{qE - mg}{b}$  .

- Millikan obteve o valor:  $e = 1,592 \times 10^{-19} \text{ C}$  ;
- Valor aceito atualmente:  $e = 1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$  .

