



Universidade Federal do ABC



SOCIEDADE BRASILEIRA DE FÍSICA

MNPEF Mestrado Nacional
Profissional em
Ensino de Física

Marcos no Desenvolvimento da Física

Marco #6: A teoria da relatividade

Prof. Marcelo Augusto Leigui de Oliveira
leigui@ufabc.edu.br

NA ANTIGUIDADE ...

•4 elementos empedoclianianos:

água, ar, terra e fogo;



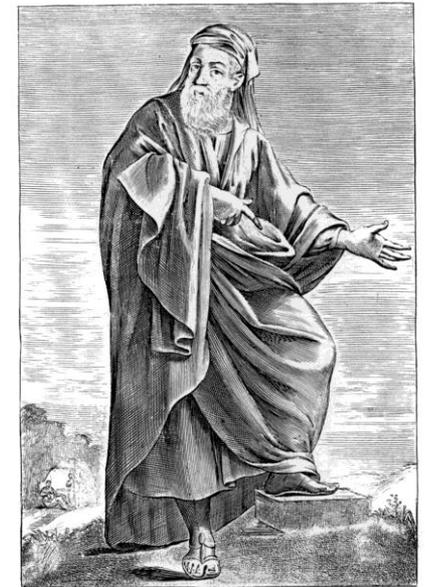
•2 forças ou princípios:

amor (*philia*) e ódio (*ekthos*), ou seja, atração e repulsão;



• A luz viaja em **linha reta**.

Os raios são emitidos pelos olhos e interagem com os corpos iluminados.



Empedocle's.

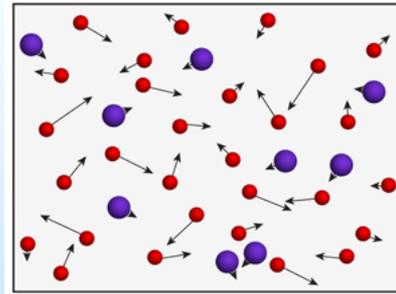
Empédocles (c 490 – c 430 a.C.)



Demócrito (c 460 – c 380 a.C.) e seu discípulo Leucipo (c 460 – c 370 a.C.)

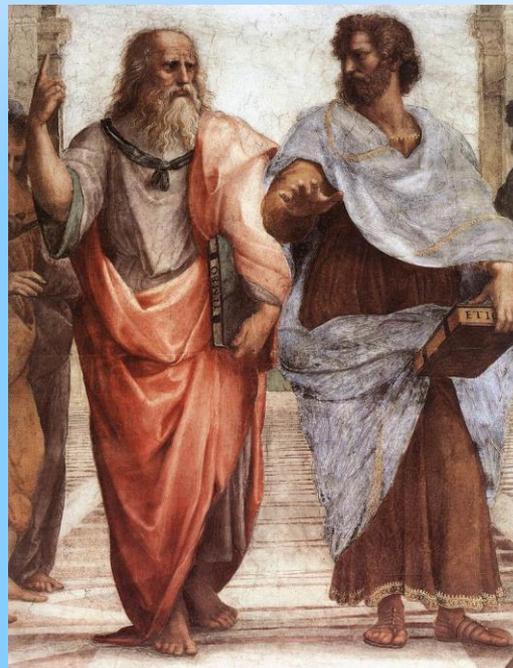
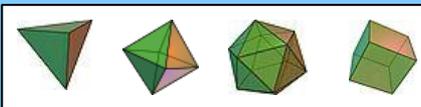


Os primeiros atomistas:
átomos (indivisíveis) em constante movimento no **vácuo**.



Platão (c 427 – c 347 a.C.) e seu discípulo Aristóteles (384 – c 322 a.C.)

• propõe um modelo geométrico para os 4 elementos:



- rejeita a hipótese atomística: a matéria deve ser **contínua** e o vácuo não é físico;
- 5 elementos: **terra, fogo, água, ar e éter**.
- a luz é uma **onda** e propaga-se num meio muito rarefeito: o **éter**;
- achava que a luz arranca “lascas” dos corpos iluminados;

NA ANTIGUIDADE ...

Considerado o “pai da geometria”, seu trabalho mais conhecido é *Elementos*, que é comumente referido como um dos livros-texto mais bem sucedido da história da matemática.

Os *Elementos* (de 13 volumes) começa com geometria plana, passando pela geometria de sólidos em três dimensões e indo até a teoria dos números (utilizando-se de métodos geométricos).

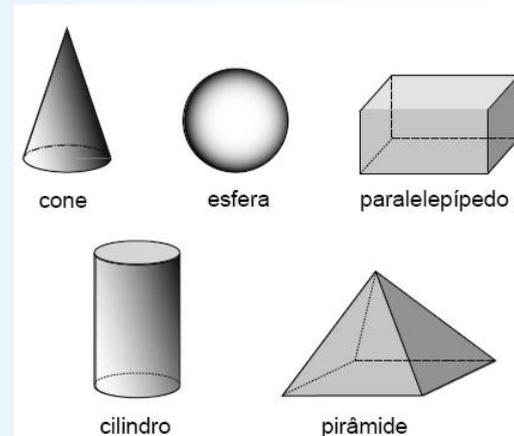


Euclides (c 325 – 265 a.C.)

Geometria Euclidiana:

Todos seus teoremas estão baseados em cinco axiomas:

1. Existe uma linha reta ligando um ponto a outro;
2. É possível produzir uma linha reta prolongando um segmento de reta;
3. Pode-se descrever um círculo com qualquer centro e distância;
4. Todos os ângulos retos são iguais;
5. Se uma reta corta outras duas fazendo os ângulos interiores do mesmo lado menor que dois ângulos retos, estas duas retas se interceptarão do mesmo lado definido pelos ângulos.



NA ANTIGUIDADE ...

Considerado o “pai da geometria”, seu trabalho mais conhecido é *Elementos*, que é comumente referido como um dos livros-texto mais bem sucedido da história da matemática.

Os *Elementos* (de 13 volumes) começa com geometria plana, passando pela geometria de sólidos em três dimensões e indo até a teoria dos números (utilizando-se de métodos geométricos).

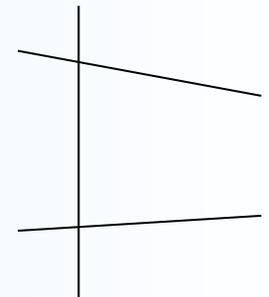
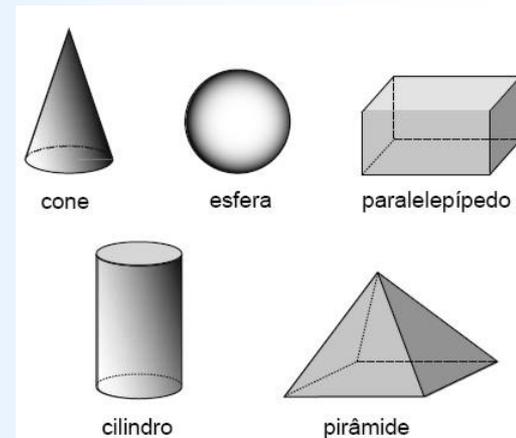


Euclides (c 325 – 265 a.C.)

Geometria Euclidiana:

Todos seus teoremas estão baseados em cinco axiomas:

1. Existe uma linha reta ligando um ponto a outro;
2. É possível produzir uma linha reta prolongando um segmento de reta;
3. Pode-se descrever um círculo com qualquer centro e distância;
4. Todos os ângulos retos são iguais;
5. Se uma reta corta outras duas fazendo os ângulos interiores do mesmo lado menor que dois ângulos retos, estas duas retas se interceptarão do mesmo lado definido pelos ângulos.



NA ANTIGUIDADE ...

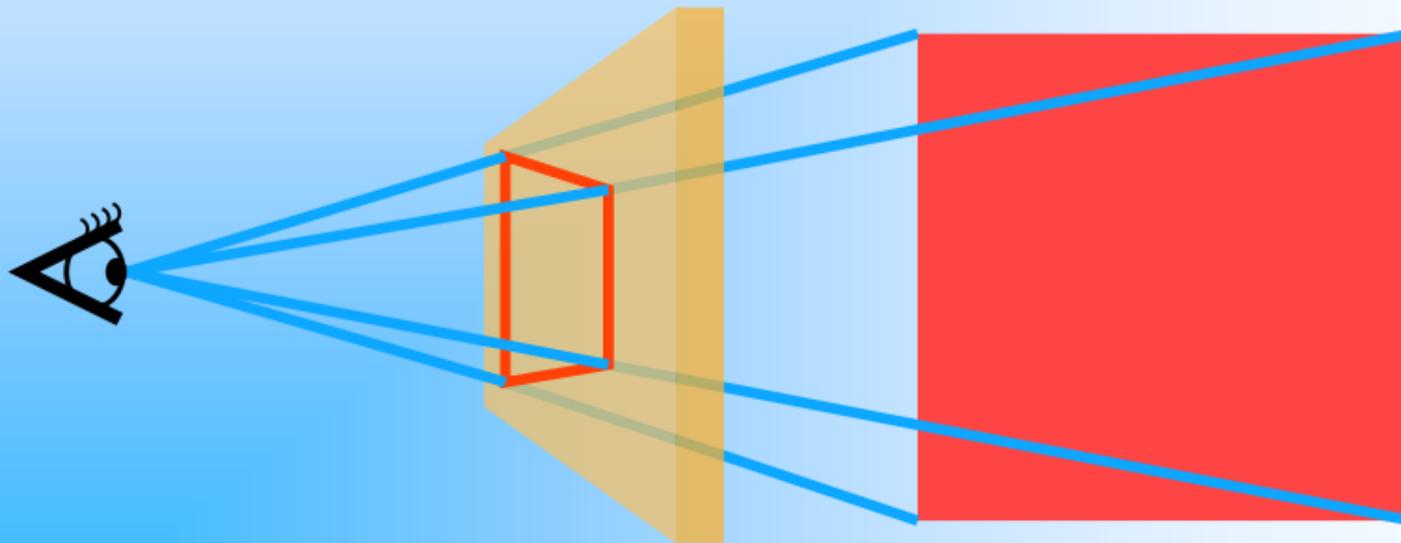
Euclides escreveu também *Óptica*, o mais antigo tratado no tema. Euclides inicia *Óptica* com um conjunto de definições e postulados. Vejamos os dois primeiros:

“Assumimos que:

1. os raios retilíneos procedentes do olho divergem indefinidamente;
2. a figura contida em um conjunto de raios visuais é um cone com vértice no olho e base no objeto visto.”



Euclides (c 325 – 265 a.C.)

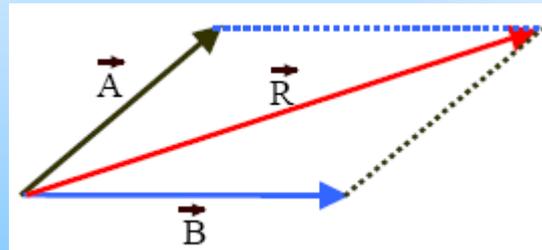
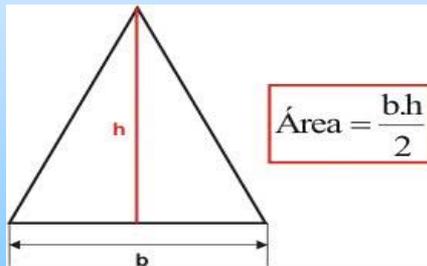


Postulado 2 de Euclides, base da teoria da perspectiva.

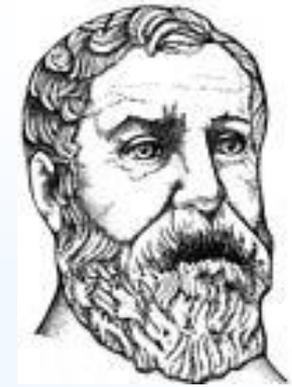
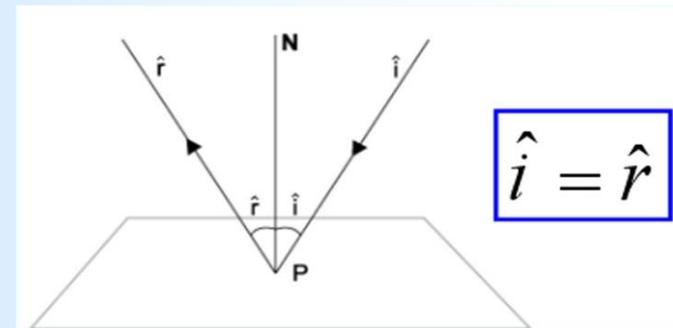
NA ANTIGUIDADE ...

Sábio, geômetra e engenheiro de Alexandria. Popularmente conhecido pela primeira máquina à vapor documentada, a *eolípila* (já conhecida no século anterior).

Em sua obra *Métrica*, descreveu a fórmula para o cálculo da área de um triângulo (também já conhecida por Arquimedes), a regra do paralelogramo para a soma vetorial de velocidades, fez cálculos de centros de gravidade e estudou o funcionamento das engrenagens.



No campo da óptica geométrica, escreveu *Katoptrika*, onde demonstrou a lei fundamental da reflexão dos raios de luz em espelhos: o ângulo de incidência é igual ao ângulo de reflexão.



Heron ou Herão (10 – 70 d.C.)



A *eolípila* de Heron.

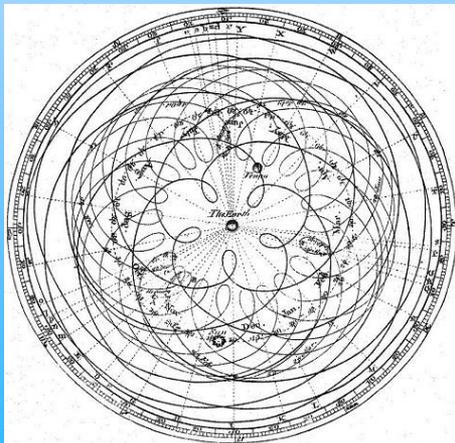
NA ANTIGUIDADE ...

Famoso pelo seu tratado *Almagesto* onde descreve o sistema de mundo geocêntrico (ou ptolomaico) que perdurou por 14 séculos. Escreveu também o tratado *Geografia*.

Realizou pesquisas no campo da *dióptrica*, conduzindo experimentos para medir o caminho da luz nas passagens do ar para água, do ar para o vidro e do vidro para a água e apresentou seus resultados no seu livro *Óptica*, considerado um dos trabalhos mais importantes no ramo antes de Newton - apesar de erroneamente achar que a refração estivesse relacionada aos valores dos ângulos (e não aos dos seus senos, como na lei de Snell) e de ter, supostamente, "cozinhado" os dados para evidenciar a sua teoria.



Claudio Ptolomeu
(90 – 168 d.C.)



Sistema cosmológico
de Ptolomeu.



Mapa mundi de Ptolomeu.



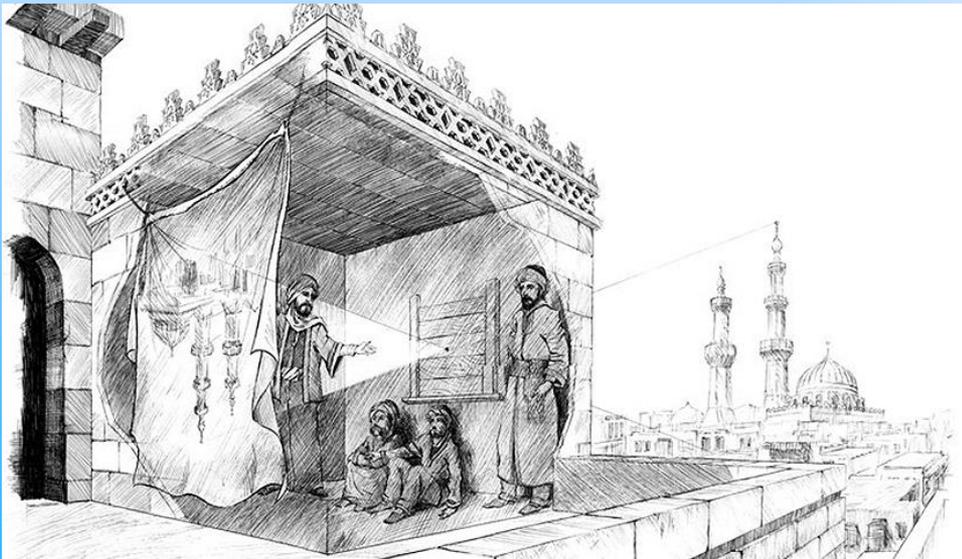
Ptolomeu e a Astronomia
(séc XVI).

NA IDADE MÉDIA (ORIENTE MÉDIO)

Físico, astrônomo e matemático árabe. Muitos o consideram o primeiro cientista, pois ele defendia que as hipóteses só poderiam ser comprovadas experimentalmente. Foi o grande pioneiro da óptica, ao publicar, no início século XI, seu tratado de 7 volumes *Livro de Óptica*, *Kitab al-Manazir*, onde propõe novas teorias sobre a luz, cor e a visão. Cita, pela primeira vez, as lentes, vidros biconvexos que utilizou para magnificar imagens.



Abū 'Alī al-Ḥasan ibn al-Haytham (965 – 1040), o “físico” Alhazen.



Câmara escura.



Diagrama dos olhos e dos nervos ópticos.

NA IDADE MÉDIA



Roger Bacon (1214-1292)

Roger Bacon (1214-1292), padre franciscano, conhecido como “*Doctor Mirabilis*”, que inventou os *óculos* em **1268**, tendo mencionado-os em sua enciclopédia *Opus Majus*.

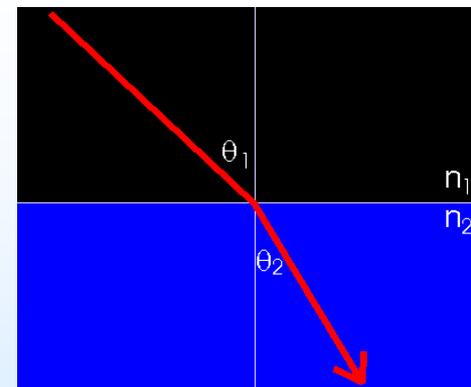


NO SÉCULO XVII



(1621) a lei da refração:

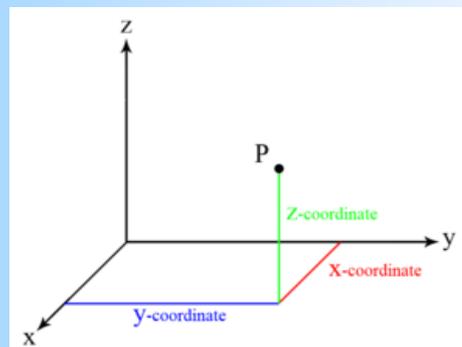
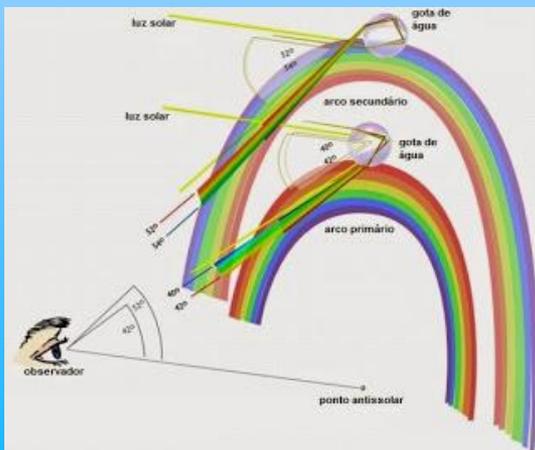
$$n_1 \sen \theta_1 = n_2 \sen \theta_2$$



Willebrord Snellius
(1580 - 1626)

Posteriormente, Descartes a descobriu independentemente - e até hoje, muitos livros citam a *lei de Snell e Descartes*.

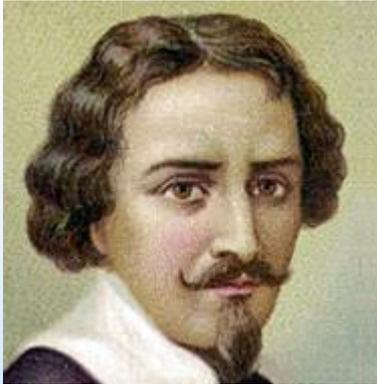
Em **1637**, Descartes publica *La Géométrie* um apêndice do livro *Discourse*, onde apresenta a geometria de coordenadas ou *geometria analítica* e definindo o *sistema de coordenadas cartesiano*.



René du Perron Descartes
(1596 - 1650)

- mostrou geometricamente que o ângulo subtendido entre o olho e o centro de um arco-íris é de 42° .
- retomou a ideia de que a luz se propaga no **éter**.

NO SÉCULO XVII



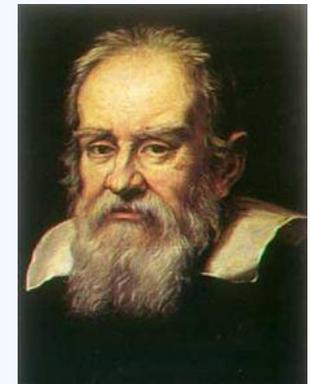
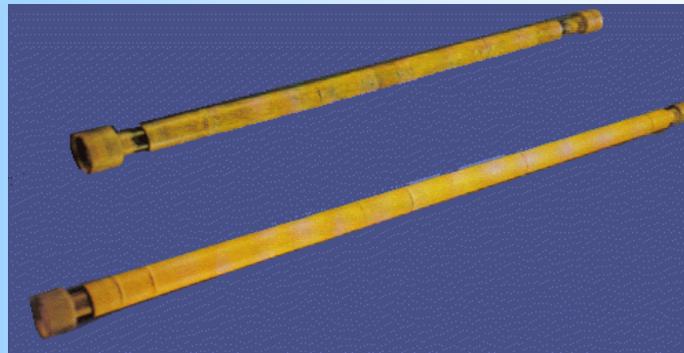
Zacharias Janssen
(1580 - 1638)

Em **1608**, Z. Janssen constrói o primeiro microscópio composto.



Hans Lippershey
(1570 - 1619)

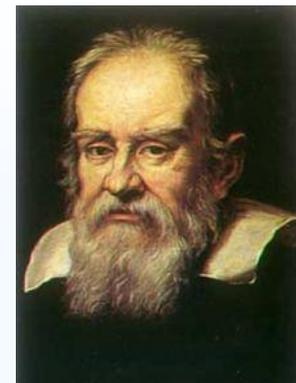
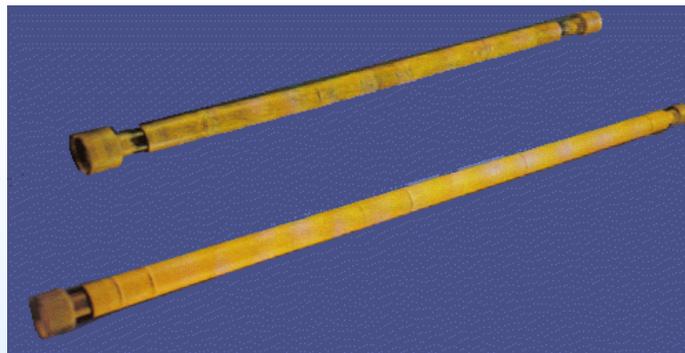
Em **1608**, o óptico holandês H. Lippershey deposita a patente da invenção do telescópio.



Galileu Galilei
(1564 - 1642)

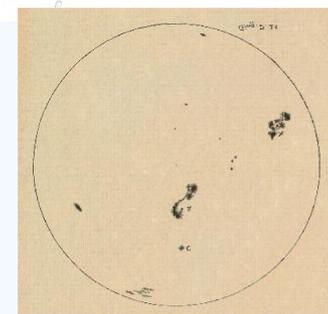
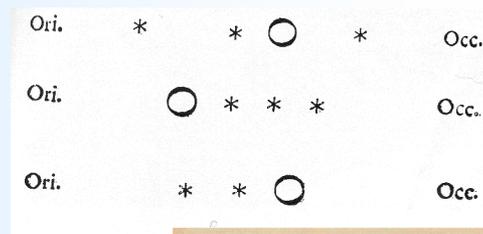
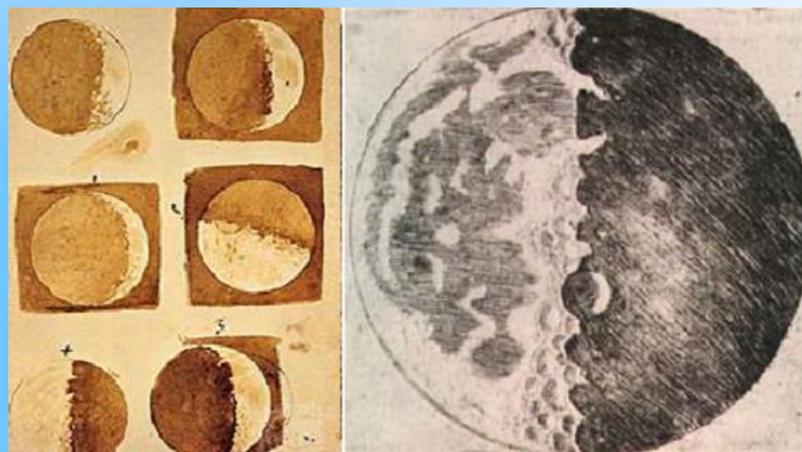
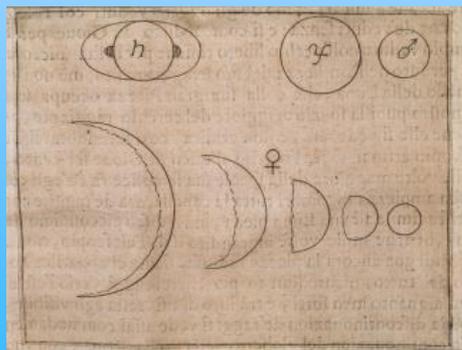
Em **1609**, o italiano Galileu Galilei (1564 - 1642) aperfeiçoa o instrumento e o aponta para o céu. Suas descobertas foram relatadas no livro *Siderius Nuncius*, ou *Mensageiro Sideral*, de **1610**.

NO SÉCULO XVII

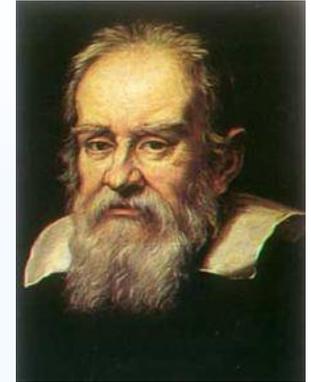


Galileu Galilei
(1564 - 1642)

Em **1609**, o italiano Galileu Galilei (1564 - 1642) aperfeiçoa o instrumento e o aponta para o céu. Suas descobertas foram relatadas no livro *Siderius Nuncius*, ou *Mensageiro Sideral*, de **1610**.



NO SÉCULO XVII



Galileu Galilei
(1564 - 1642)

Em **1638**, Galileu Galilei propôs um experimento simples para medir a velocidade da luz. Ele enviou um assistente com uma lanterna para o alto de um morro a 2 km de distância.



NO SÉCULO XVII

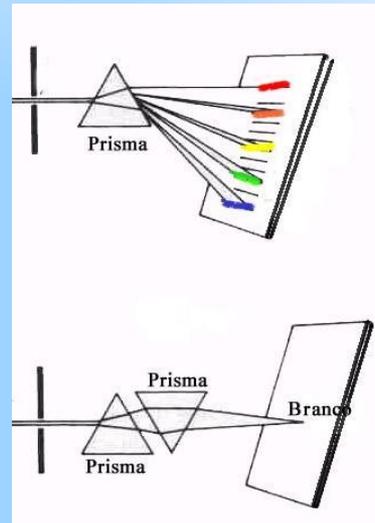
Newton deu várias contribuições para a óptica, sintetizadas em seu livro *Optiks* (1704).

- Construiu o primeiro telescópio refletor (ou newtoniano):

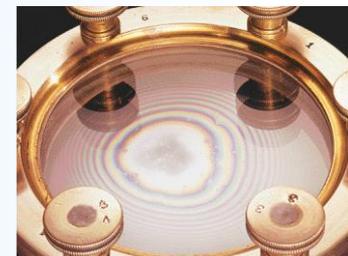


Sir Isaac Newton (1642-1727)

- Descobriu que a luz branca era uma composição de várias cores refratadas diferentemente por um prisma:



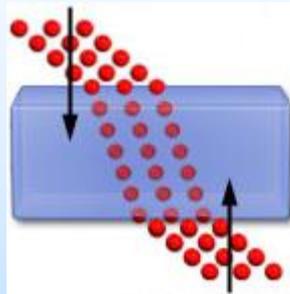
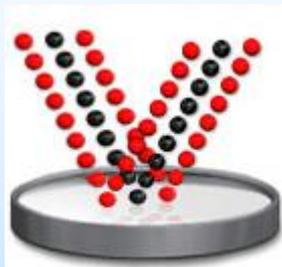
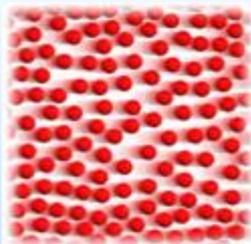
- E realizou o *experimentum crucis*:



- Apresentou também os *anéis de Newton*:

NO SÉCULO XVII

Teoria corpuscular: Newton defendia que a luz era composta por uma “multidão de pequenos corpúsculos de vários tamanhos que pulavam dos corpos iluminados”.

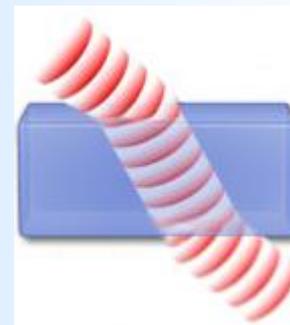
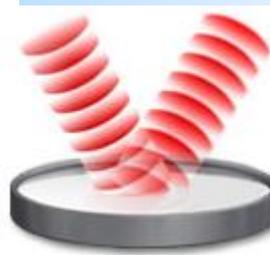
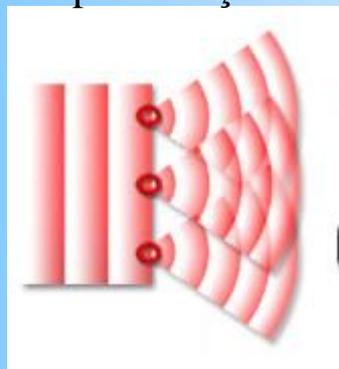


Sir Isaac Newton (1642-1727)

Teoria ondulatória: publicou *Traté de la lumière* de 1690, onde assumiu que o espaço era preenchido por um meio (éter) e que as perturbações do meio que constituíam a luz eram passadas para suas vizinhas que se tornam novas fontes de perturbação.



Christiaan Huygens (1629 - 1695)



NO SÉCULO XVII

Newton publicou sua obra prima *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, ou simplesmente *Principia* em **1687**, onde:

- Formulou as 3 leis do movimento, ou *Leis de Newton*: 1) a Lei da Inércia, 2) o Princípio Fundamental da Dinâmica e 3) a Lei da Ação e Reação;

$$1) \sum \vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{v} = cte$$

$$2) \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = m\vec{a}$$

$$3) \vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$$

- A Lei da Gravitação Universal:

$$\vec{F} = G \frac{Mm}{r^2} \hat{r} ;$$

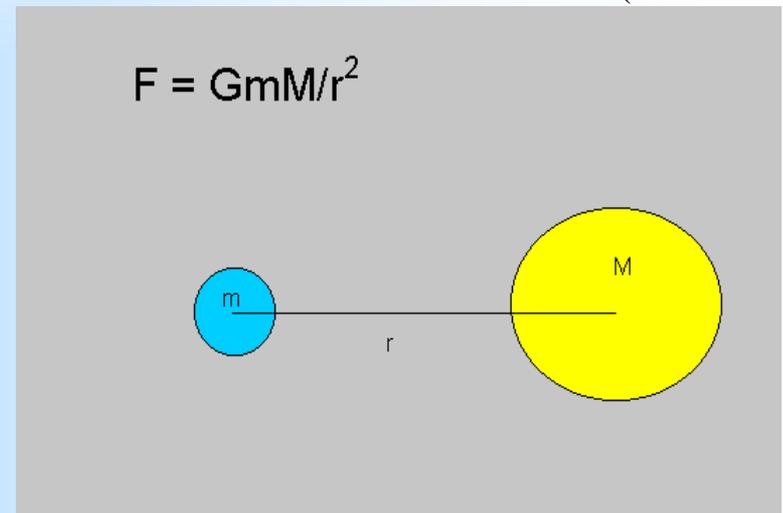
- Os teoremas da conservação do *momento linear*:

$$\sum \vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{p} = cte ;$$

- Deduziu as três Leis de Kepler a partir da Lei da Gravitação Universal.



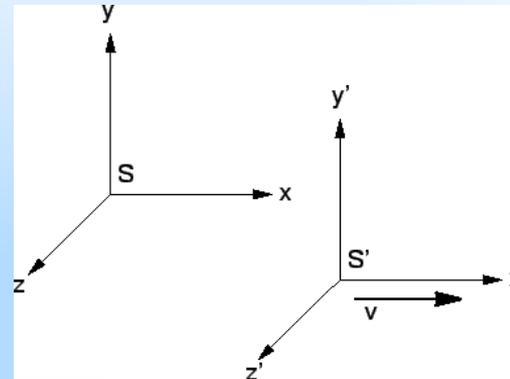
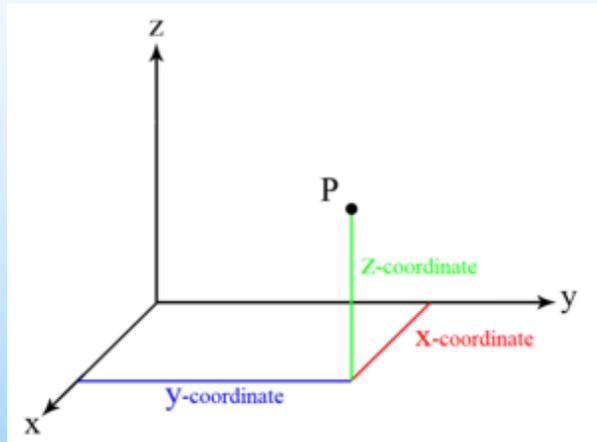
Sir Isaac Newton (1642-1727)



NO SÉCULO XVII

A mecânica newtoniana adota:

1. Espaço Euclidiano:



Sir Isaac Newton (1642-1727)



2. Transformações de Galileu:

$$\begin{cases} x' = x - vt \\ y' = y \\ z' = z \end{cases}$$

3. Tempo invariante: $t' = t$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \Rightarrow \vec{u}' = \vec{u} - \vec{v}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \Rightarrow \vec{a}' = \vec{a}$$

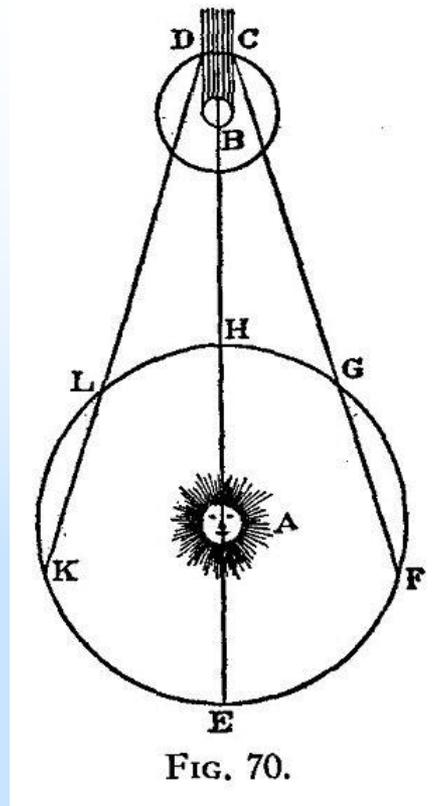
$$\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F}' = \vec{F}$$

NO SÉCULO XVII



Ole Christensen Roemer
(1644-1710)

Ole Christensen Römer
(1644 - 1710)



1ª medida da velocidade da luz: o dinamarquês Ole Roemer fez a primeira medida acurada da velocidade da luz, em 1676. No observatório Uraniborg, Roemer estudou por 8 anos a periodicidade dos eclipses de Io (satélite de Júpiter).

Ele notou que o tempo variava em 22 minutos quando a Terra se afastava de Júpiter (L-K) comparado com quando se aproximava (F-G). Isso só é possível se a velocidade da luz for finita.

Usando as medidas recentes de Cassini da distância da Terra a Júpiter anunciou que a luz viajava a

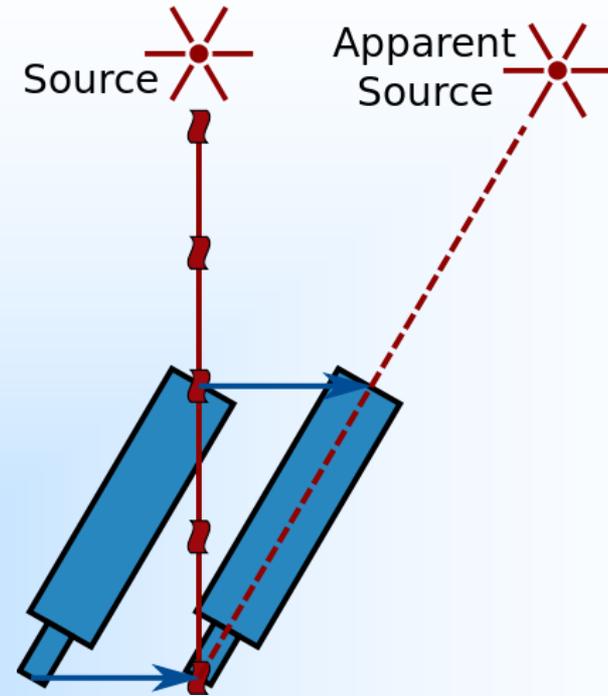
220 mil km/s

NO SÉCULO XVIII



James Bradley
(1693-1762)

James Bradley (1693 - 1762)

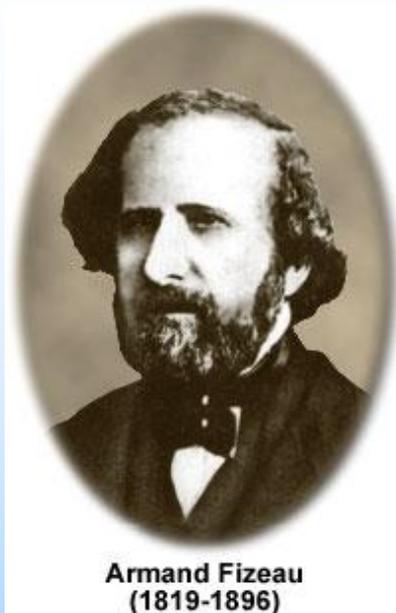


Ao observar a estrela Etanin (Gama do Dragão), no zênite em Londres notou um deslocamento (*paralaxe*) de 40 segundos de arco.

Em 1729 propôs que era o movimento da Terra combinado com o da luz que provocava esta aberração aparente.

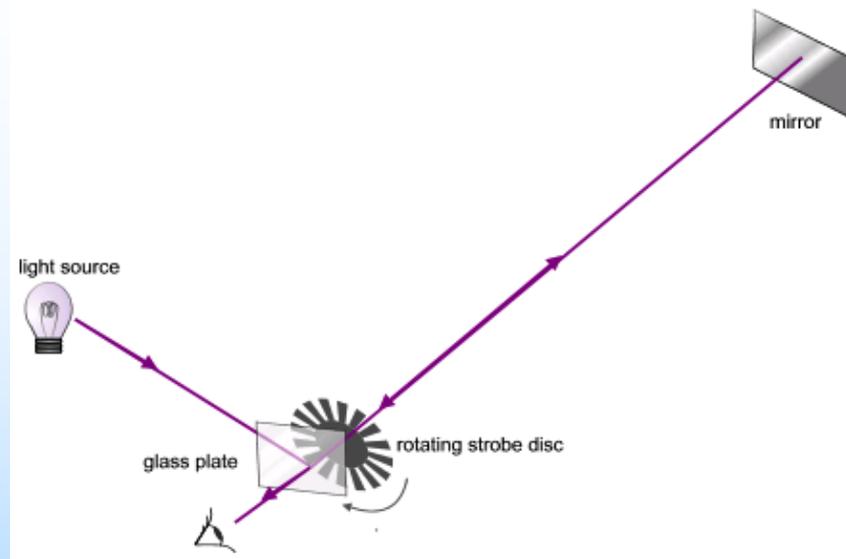
Determinou que a velocidade da luz deveria ser 301 mil km/s

NO SÉCULO XIX



Armand Fizeau
(1819-1896)

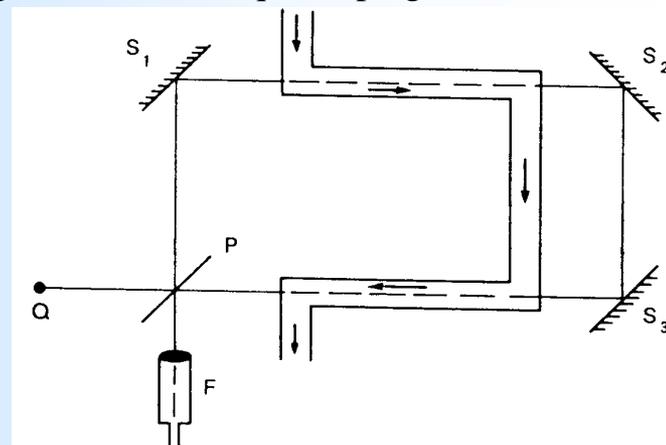
Armand Hippolyte Louis Fizeau (1819 - 1896)



1º experimento a medir a velocidade da luz na Terra (1849), usando um engenhoso sistema que emprega uma roda dentada: a luz passa por um vão, é refletida e volta pelo vão adjacente

Determinou o valor de 313.300 km/s

Fizeau conduziu também experimentos que demonstram que a velocidade da luz é constante, independentemente do movimento do meio e não pôde verificar o movimento do éter.

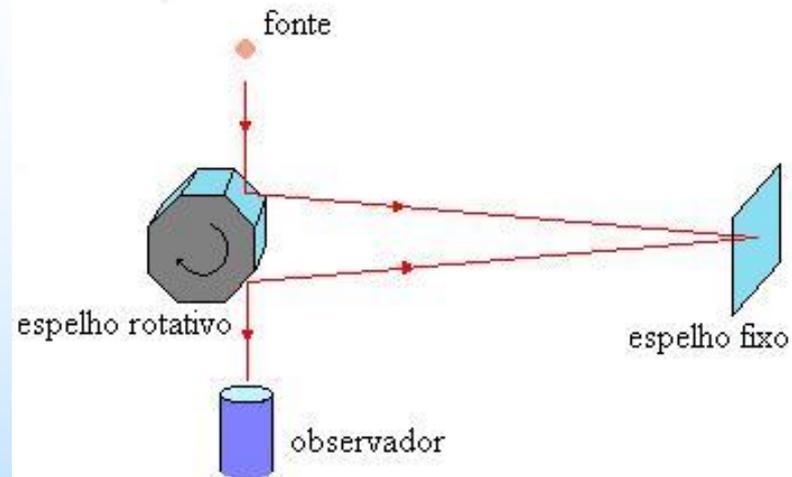


NO SÉCULO XIX

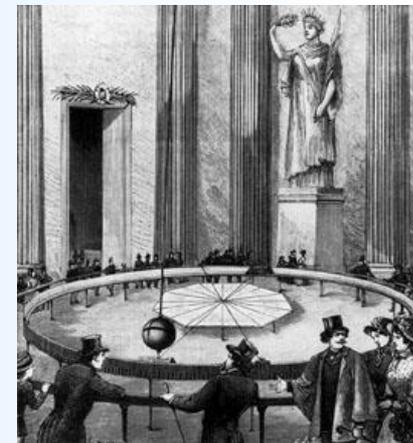


**Jean-Bernard-Leon Foucault
(1819-1868)**

Jean-Bernard Leon Foucault
(1819 - 1868)

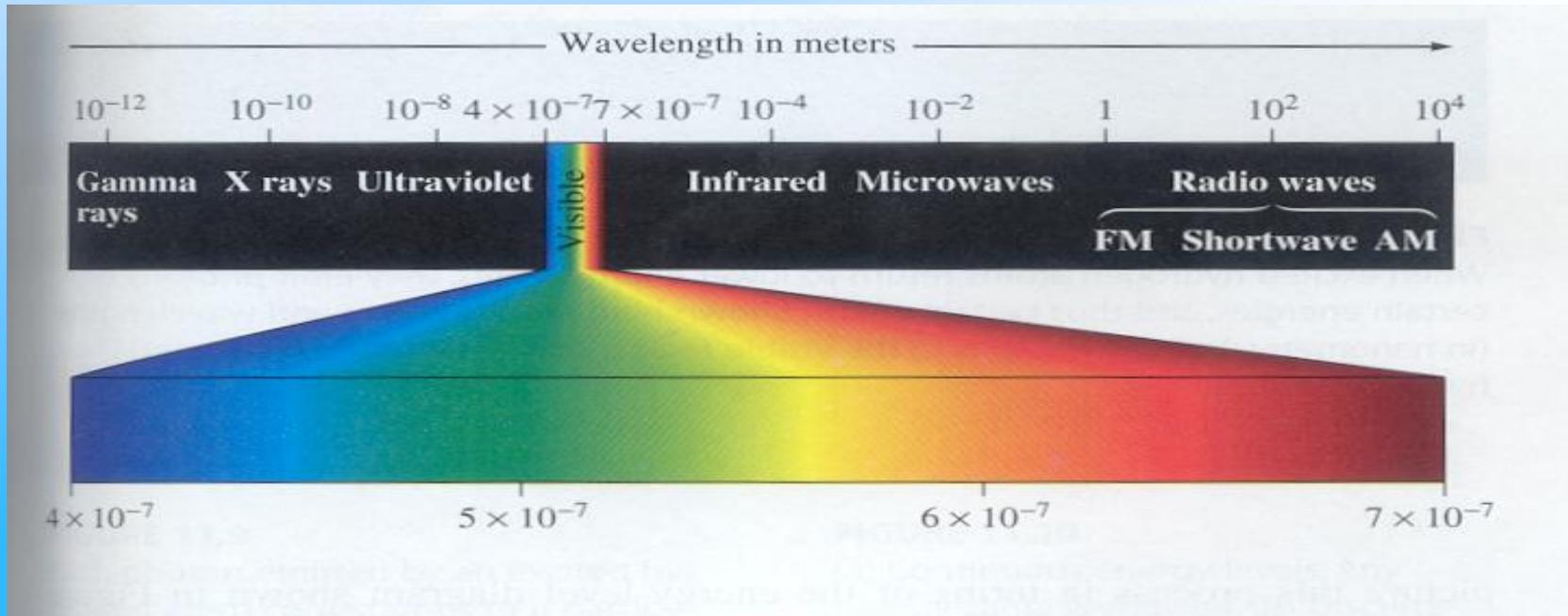
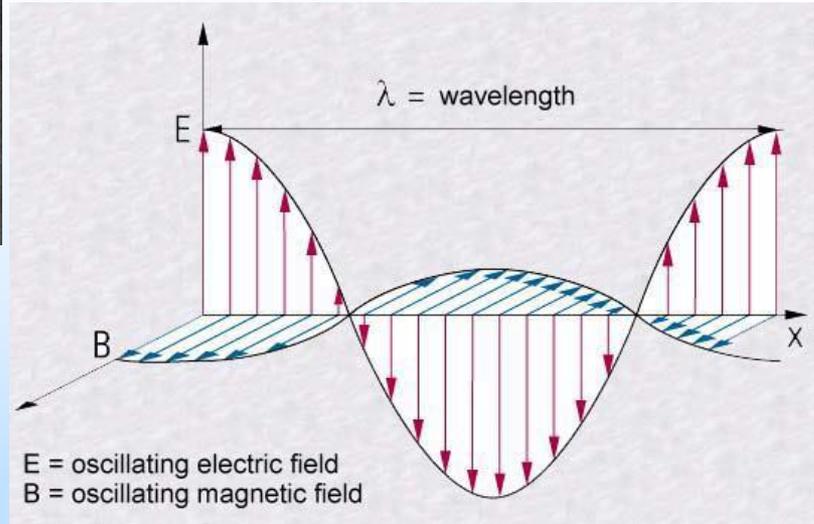


- Mostrou que a velocidade da luz no ar era maior que na água (1849);
- Em 1851 melhorou a medida de Fizeau da velocidade da luz com um experimento de espelhos rotativos: o valor obtido por ele foi de **293.000 km/s**;
- *Pêndulo de Foucault*: Feira Mundial de 1851, no Panteão de Paris;
- É o inventor do giroscópio (1852);
- Descobriu as correntes de Foucault (1855).

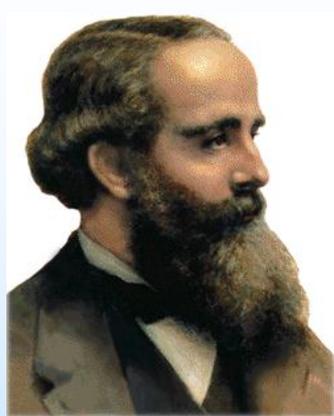


NOS SÉCULOS XVIII & XIX

Eletromagnetismo



NO SÉCULO XIX



James Clerk Maxwell
(1831 - 1879)

1864 James C. Maxwell descreve as 4 equações do eletromagnetismo, verificando que delas pode-se deduzir uma equação de onda.

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \left(\vec{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$$



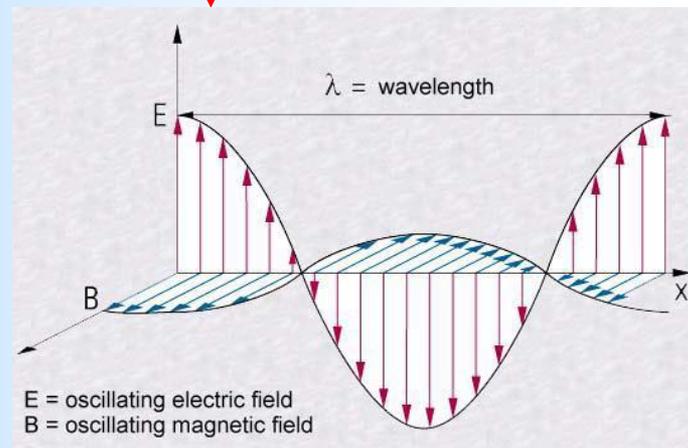
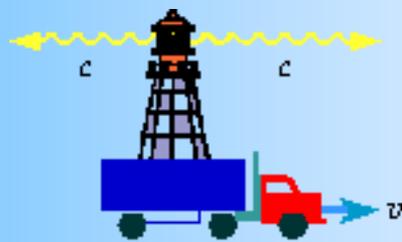
$$\nabla^2 \vec{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\nabla^2 \vec{B} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}$$

onde:

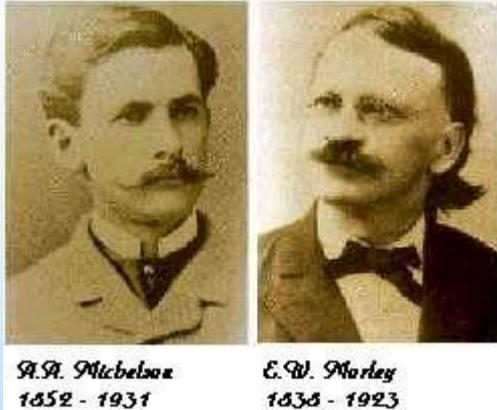
$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

$$\approx 300.000 \text{ km/s}$$

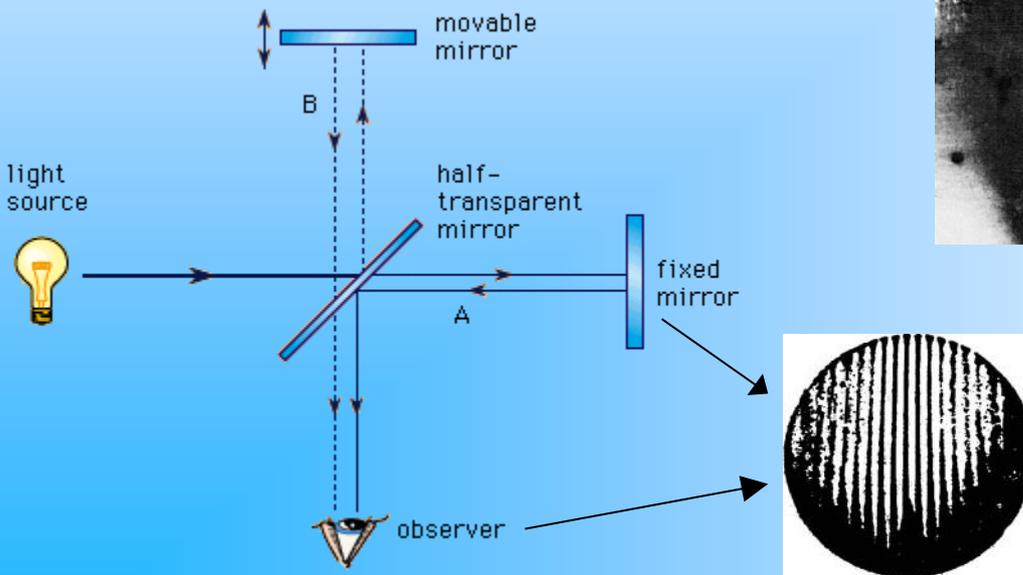
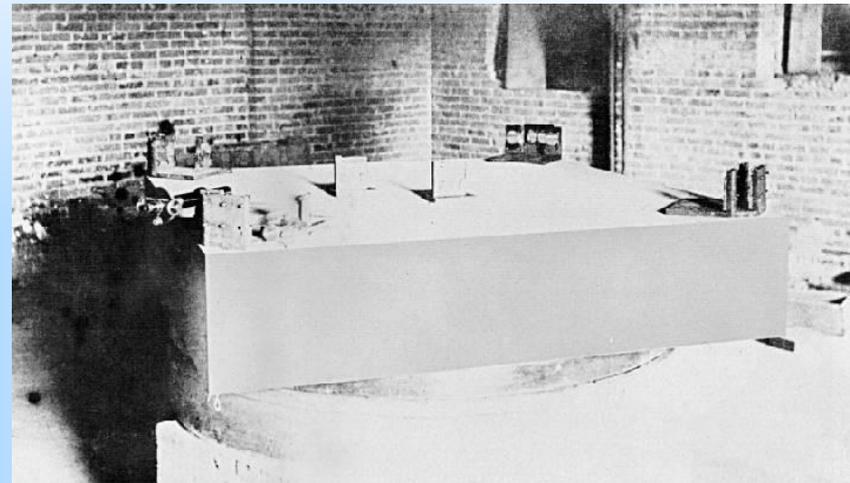


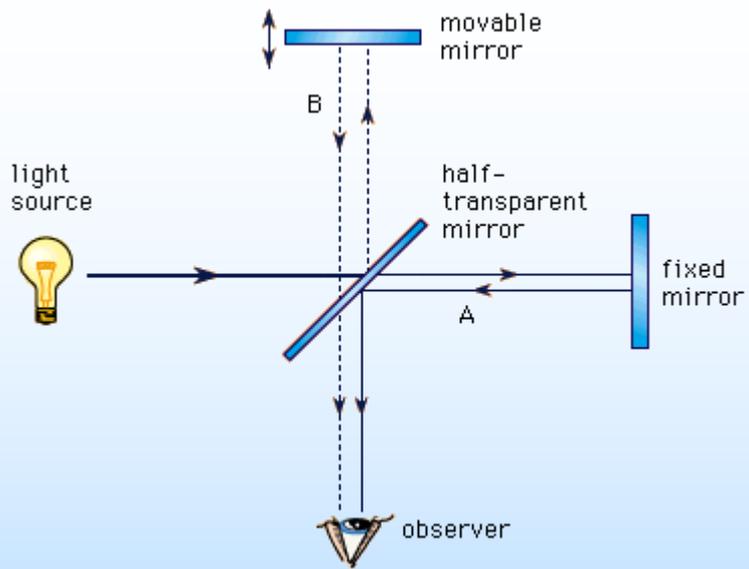
NO SÉCULO XIX

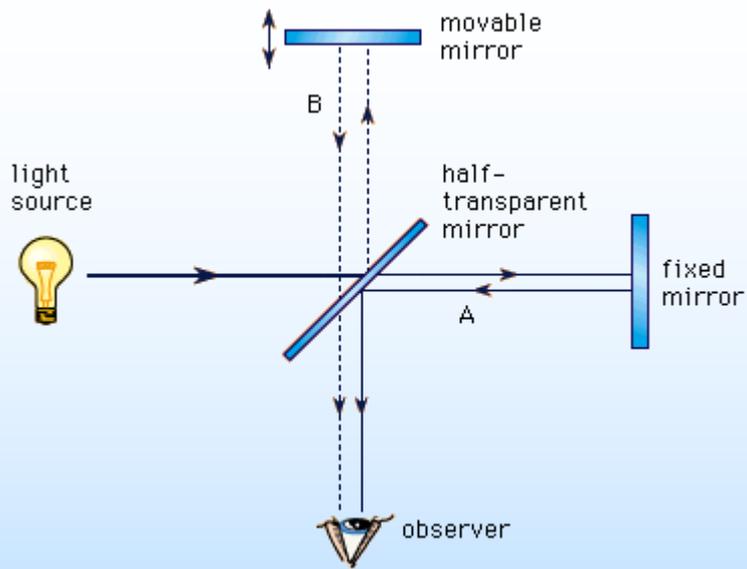
O interferômetro de Michelson e Morley



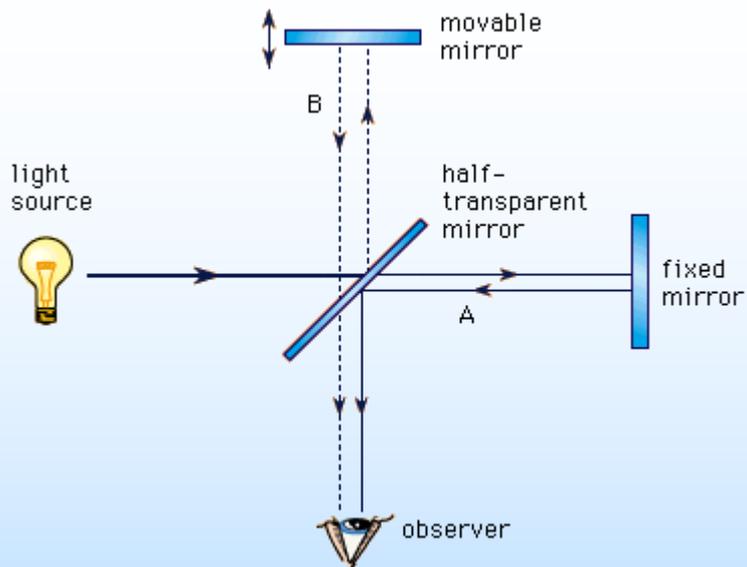
1889 Albert Michelson e Edward Morley construíram um interferômetro para captar o vento de éter.



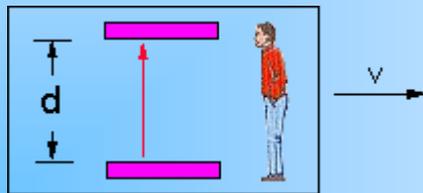
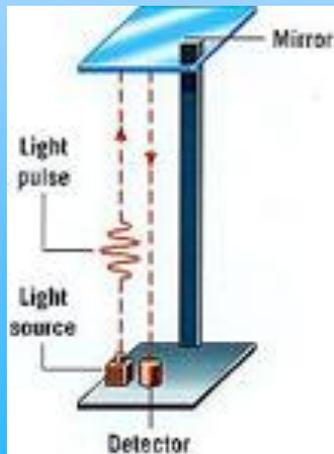


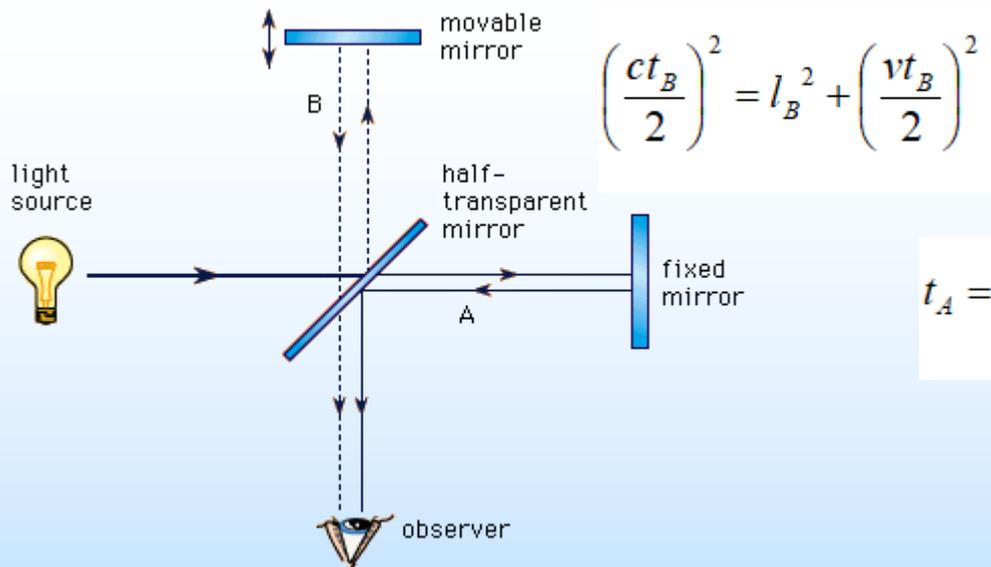


$$t_A = \frac{l_A}{c+v} + \frac{l_A}{c-v}$$

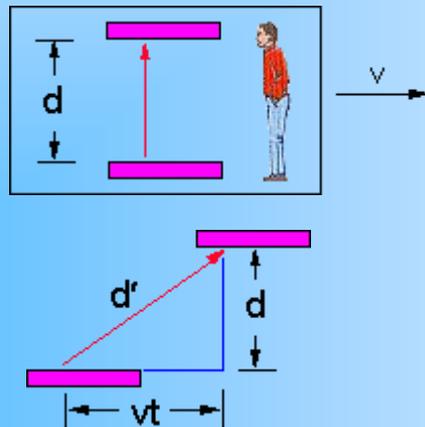
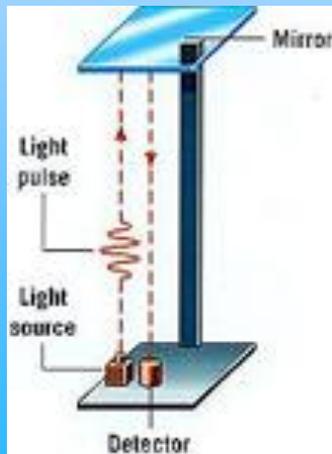


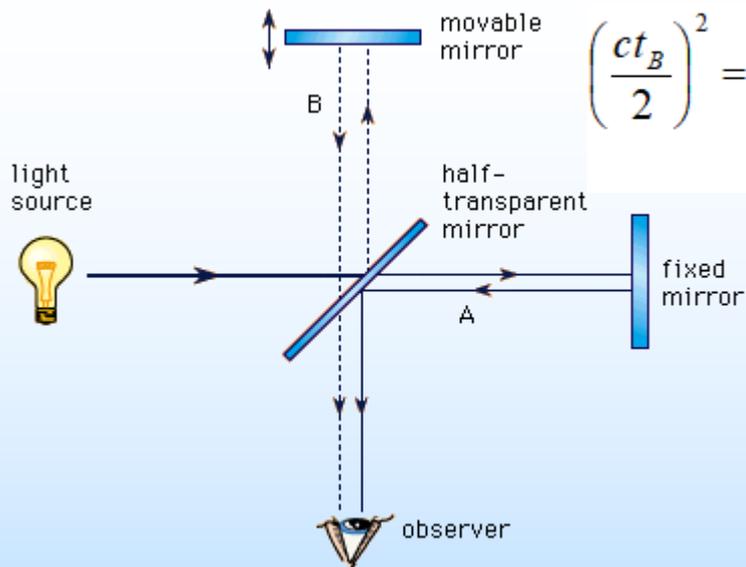
$$t_A = \frac{l_A}{c+v} + \frac{l_A}{c-v}$$





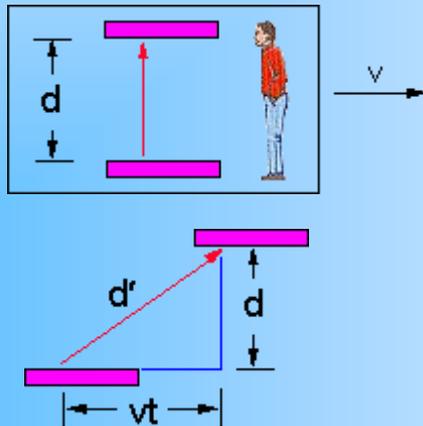
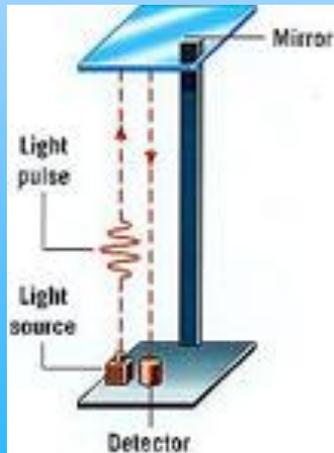
$$t_A = \frac{l_A}{c+v} + \frac{l_A}{c-v}$$

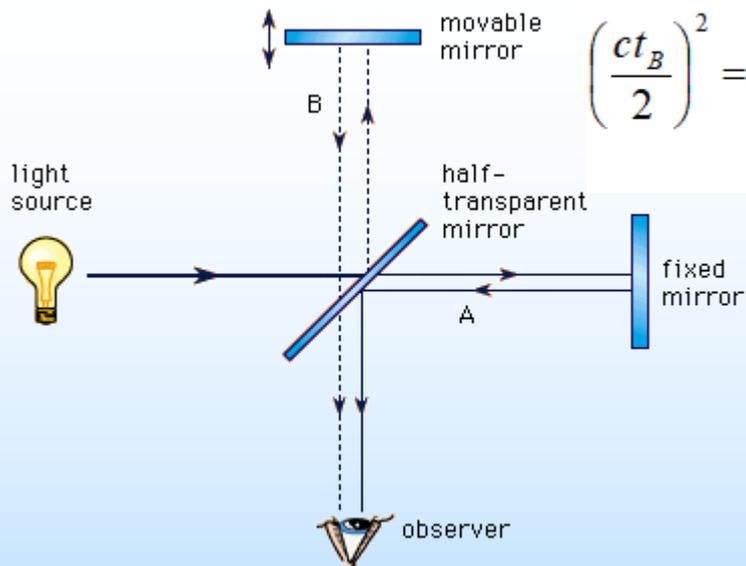




$$\left(\frac{ct_B}{2}\right)^2 = l_B^2 + \left(\frac{vt_B}{2}\right)^2 \Rightarrow t_B = \frac{2l_B}{c\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

$$t_A = \frac{l_A}{c+v} + \frac{l_A}{c-v} = \frac{2l_A c}{c^2 - v^2} = \frac{2l_A}{c\left(1 - v^2/c^2\right)}$$

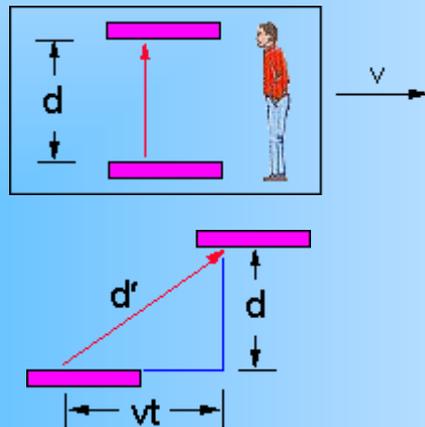
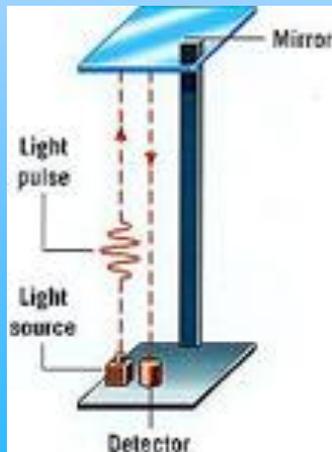


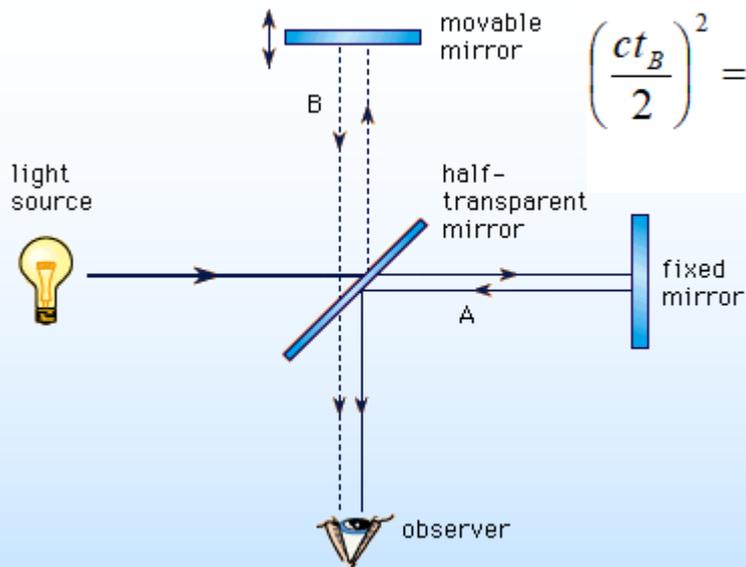


$$\left(\frac{ct_B}{2}\right)^2 = l_B^2 + \left(\frac{vt_B}{2}\right)^2 \Rightarrow t_B = \frac{2l_B}{c\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

$$t_A = \frac{l_A}{c+v} + \frac{l_A}{c-v} = \frac{2l_A c}{c^2 - v^2} = \frac{2l_A}{c\left(1 - v^2/c^2\right)}$$

$$\Delta t = t_B - t_A = \frac{2l_A}{c\left(1 - v^2/c^2\right)} - \frac{2l_B}{c\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$



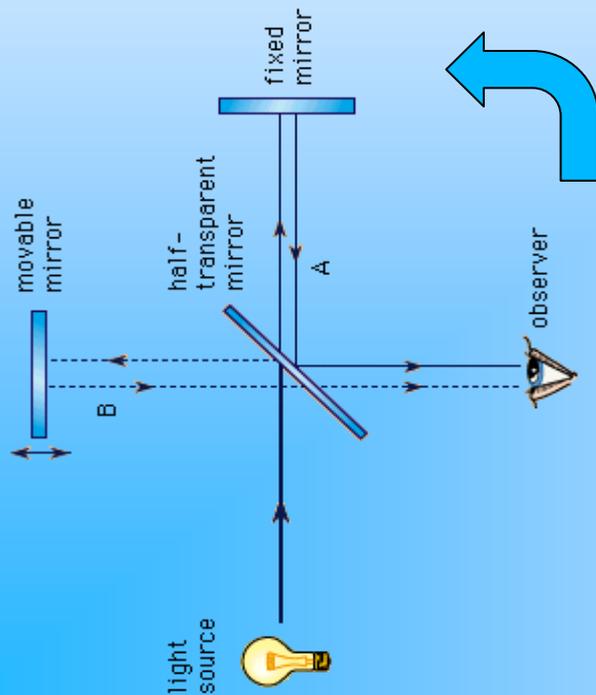


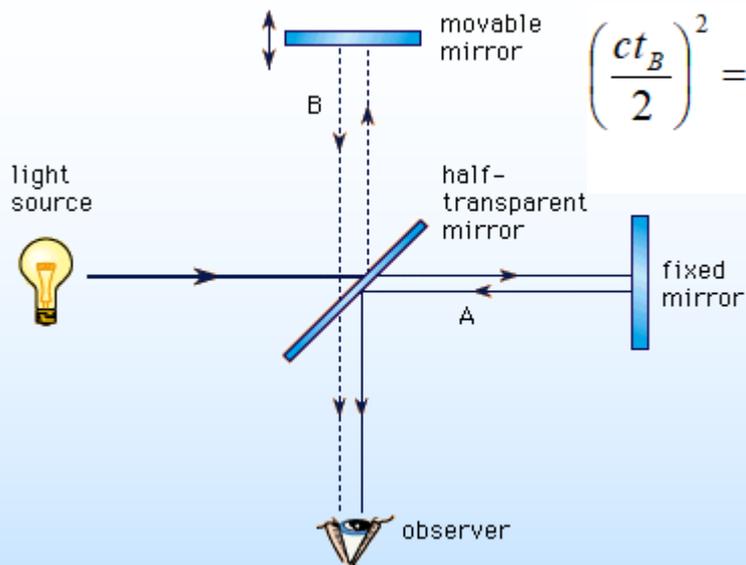
$$\left(\frac{ct_B}{2}\right)^2 = l_B^2 + \left(\frac{vt_B}{2}\right)^2 \Rightarrow t_B = \frac{2l_B}{c\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

$$t_A = \frac{l_A}{c+v} + \frac{l_A}{c-v} = \frac{2l_A c}{c^2 - v^2} = \frac{2l_A}{c\left(1 - v^2/c^2\right)}$$

$$\Delta t = t_B - t_A = \frac{2l_A}{c\left(1 - v^2/c^2\right)} - \frac{2l_B}{c\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$\Delta t' = t_A - t_B = \frac{2l_B}{c\sqrt{1 - v^2/c^2}} - \frac{2l_A}{c\left(1 - v^2/c^2\right)}$$



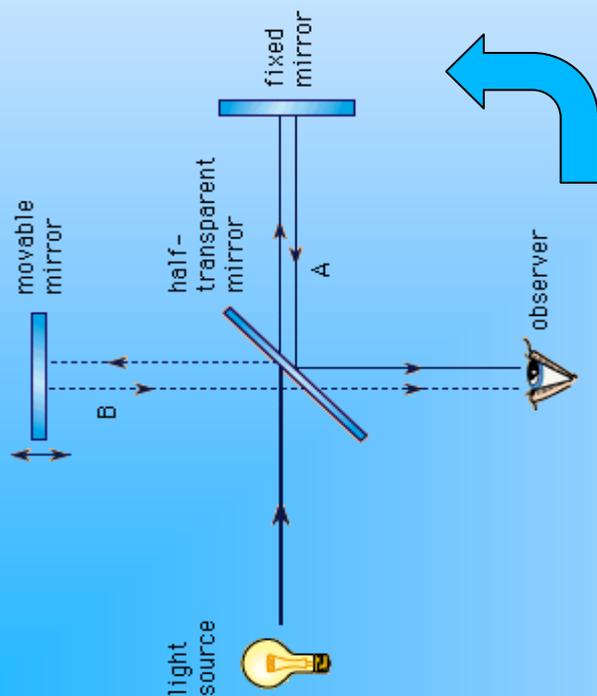


$$\left(\frac{ct_B}{2}\right)^2 = l_B^2 + \left(\frac{vt_B}{2}\right)^2 \Rightarrow t_B = \frac{2l_B}{c\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

$$t_A = \frac{l_A}{c+v} + \frac{l_A}{c-v} = \frac{2l_A c}{c^2 - v^2} = \frac{2l_A}{c\left(1 - v^2/c^2\right)}$$

$$\Delta t = t_B - t_A = \frac{2l_A}{c\left(1 - v^2/c^2\right)} - \frac{2l_B}{c\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$\Delta t' = t_A - t_B = \frac{2l_B}{c\sqrt{1 - v^2/c^2}} - \frac{2l_A}{c\left(1 - v^2/c^2\right)}$$



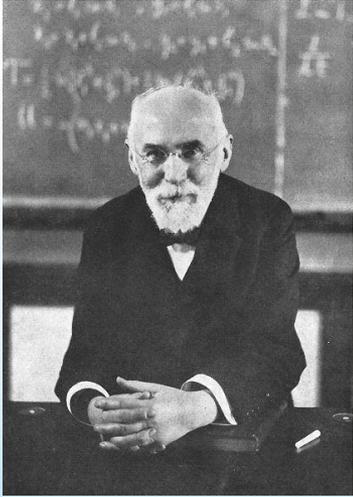
Se $l_A = l_B$ e $v/c \ll 1$:

$$\Delta t = t_B - t_A = \frac{2l}{c} \left[\left(1 - v^2/c^2\right)^{-1} - \left(1 - v^2/c^2\right)^{-1/2} \right] \approx$$

$$\approx \frac{2l}{c} \left[\left(1 + v^2/c^2\right) - \left(1 - v^2/c^2\right) \right] = \frac{l v^2}{c c^2}$$

$$\Delta t' \approx -\frac{l v^2}{c c^2} \Rightarrow \tau \equiv \Delta t - \Delta t' = \frac{2l v^2}{c c^2}$$

NOS SÉCULOS XIX & XX



Hendrik Lorentz
(1853 - 1928)



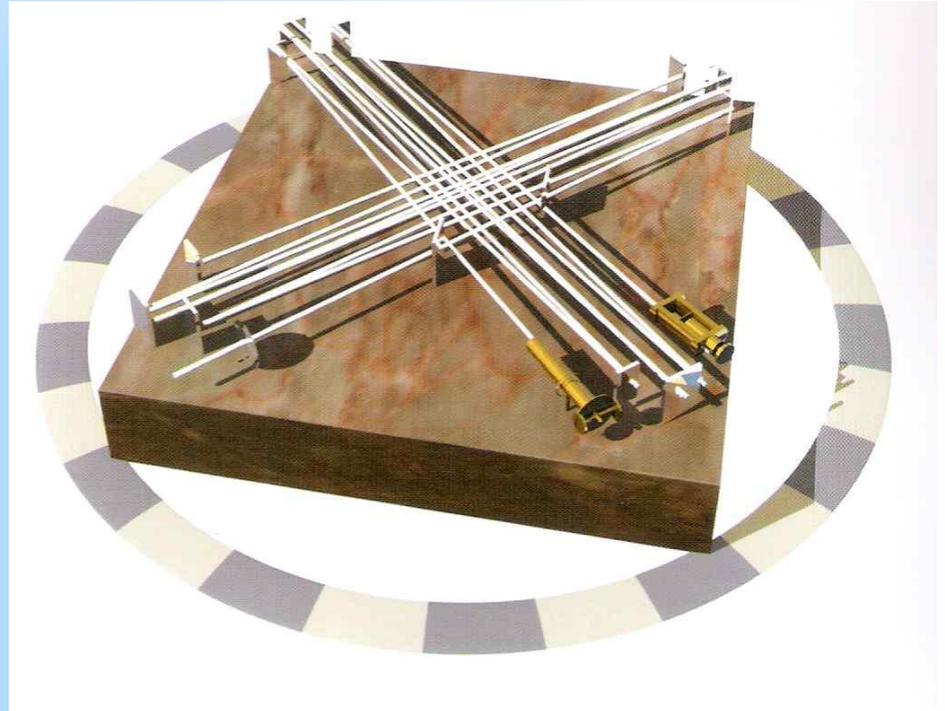
George Fitzgérald
(1851 - 1901)

Fator gama de Lorentz:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

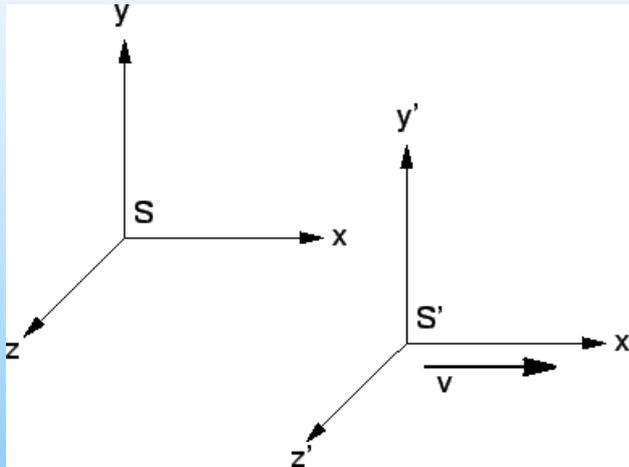
1904 Hendrik Lorentz propõe transformações que substituem a de Galileu para velocidades comparáveis a da luz → transformações de Lorentz.

1889 Hendrik Lorentz e George Fitzgérald tentam “salvar” o éter propondo uma contração no braço do interferômetro de Michelson que dependia de v/c .



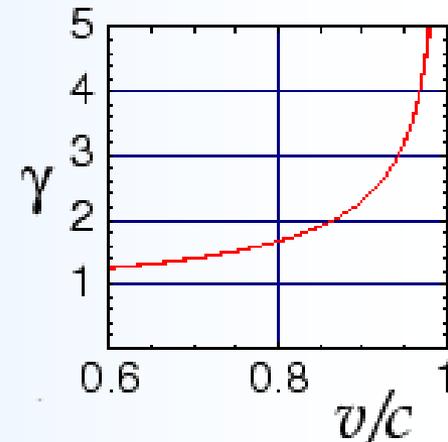
As transformações de Lorentz:

As transformações de Lorentz são tais que a contração no braço do interferômetro de Michelson é suficiente para cancelar as diferenças de tempo.



$$\begin{cases} x' = \gamma(x - vt) \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \gamma\left(t - \frac{vx}{c^2}\right) \end{cases}$$

onde $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$



NO SÉCULO XX



Jules Henri Poincaré
(1854 - 1912)

Poincaré introduziu o moderno princípio de relatividade e foi o primeiro a apresentar as transformações de Lorentz em sua forma simétrica moderna. Poincaré descobriu a transformação de velocidades relativísticas e escreveu-as numa carta a Lorentz em **1905**. Ele obteve a invariância perfeita das equações de Maxwell, o passo final para a descoberta da teoria especial da relatividade.

As transformações de velocidades relativísticas:

$$u_x' = \frac{u_x - v}{1 - \frac{u_x v}{c^2}}, u_y' = \frac{u_y}{\gamma \left(1 - \frac{u_x v}{c^2}\right)}, u_z' = \frac{u_z}{\gamma \left(1 - \frac{u_x v}{c^2}\right)}$$

NO SÉCULO XX



Albert Einstein
(1879 - 1955)

► (1905) Annus mirabilis de Einstein:

🕒 09/Jun.: “Sobre um ponto de vista heurístico a respeito da produção e a transformação da luz”;

⊕ 18/Jul.: “Sobre o movimento de pequenas partículas em suspensão dentro de líquidos em repouso como exigido pela teoria cinético-molecular do calor”;

⊕ 26/Set.: “Sobre a eletrodinâmica dos corpos em movimento”;

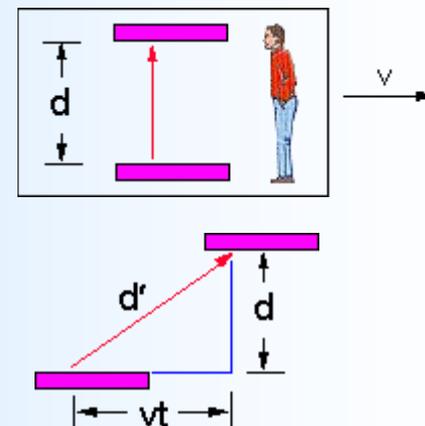
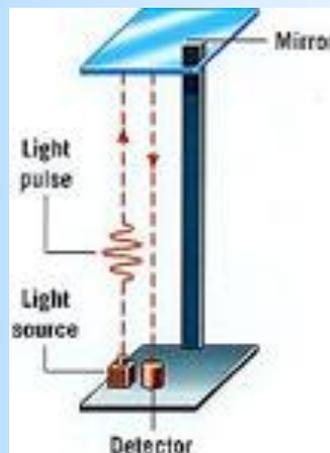
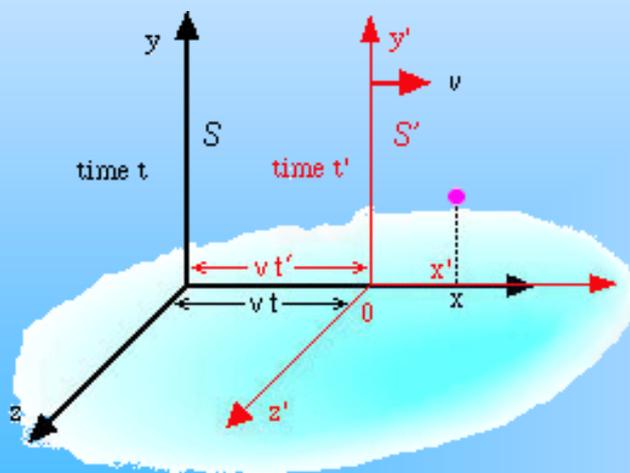
⊕ 21/Nov.: “A inércia de um corpo depende de seu conteúdo energético?”.

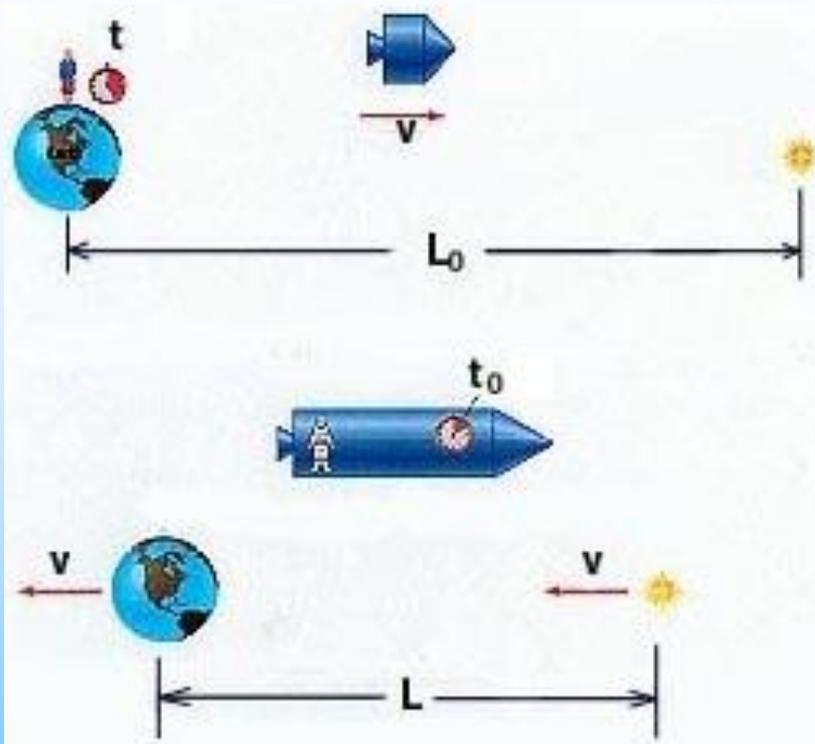
NO SÉCULO XX



1905 Albert Einstein formula a teoria da relatividade, utilizando as transformações de Lorentz e estabelecendo 2 postulados:

- ➡ As leis da Física são as mesmas em todos os referenciais inerciais;
- ➡ A velocidade da luz é invariante em transformações de referenciais.

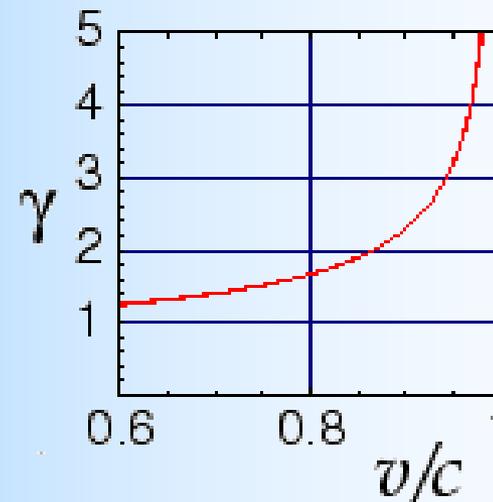


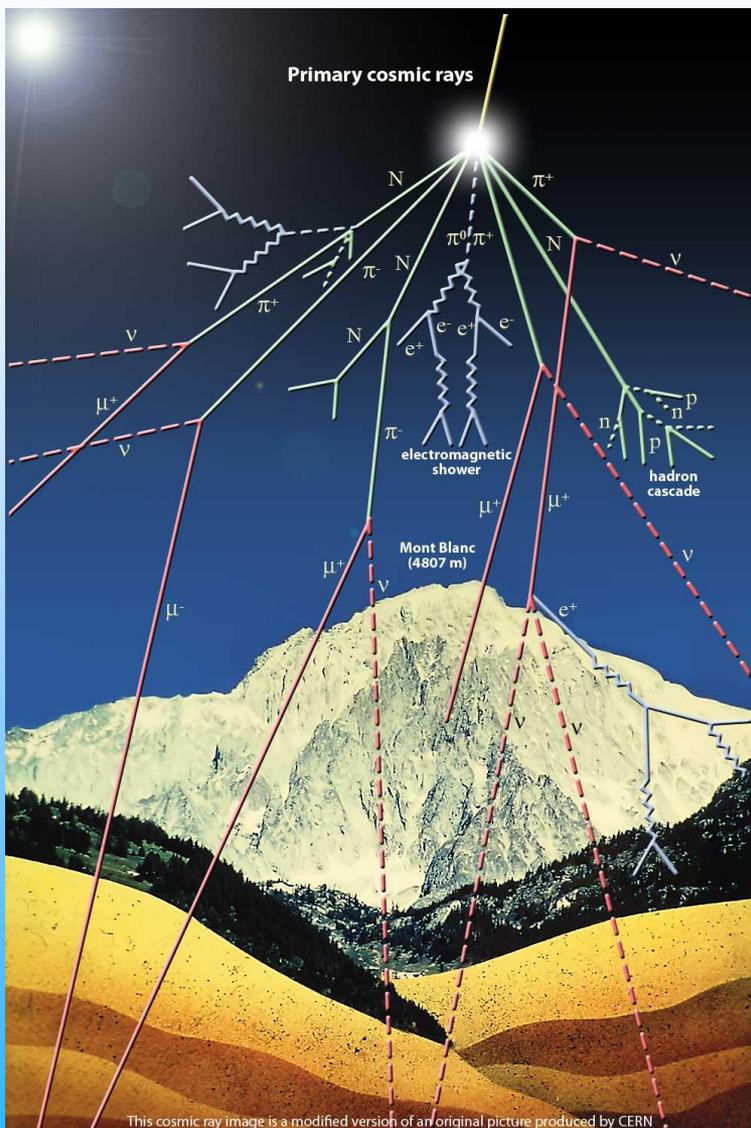


Contração do espaço: $L = \frac{L_0}{\gamma}$

Dilatação do tempo: $t = \gamma t_0$

Fator γ de Lorentz: $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$



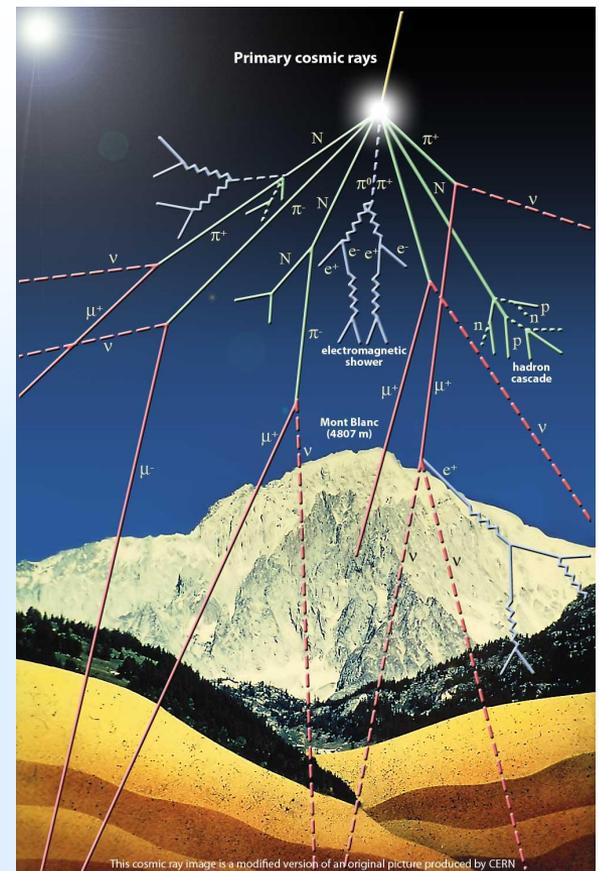


Evidência experimental:

Múons (μ) são produzidos pela colisão de raios cósmicos com os núcleos da atmosfera. Eles possuem tempo de vida de aproximadamente $\tau=2 \times 10^{-6}$ s.

Supondo que viagem à velocidade da luz, a distância percorrida seria de $d = c\tau = 3 \times 10^8 \times 2 \times 10^{-6} = 600$ m e depois deveriam decair em elétrons e neutrinos.

Contudo, os múons são detectados ao nível do mar (por sinal, são as partículas carregadas mais abundantes ao nível do mar), mesmo sendo produzidos na atmosfera a dezenas de quilômetros de altitude.



Exemplo:

Seja um múon produzido a 30 km de altitude :

$$\frac{30 \text{ km}}{600 \text{ m}} = 50 = \gamma = \frac{L_0}{L},$$

que é o fator de contração da atmosfera no referencia l do múon

Por outro lado, para percorrer os 30 km na velocidade e da luz :

$$t = \frac{d}{c} = \frac{3 \times 10^4}{3 \times 10^8} = 10^{-4} \text{ s}$$

$$\text{mas de } t = \gamma t_0 \Rightarrow \gamma = \frac{10^{-4}}{2 \times 10^{-6}} = 50,$$

que é o fator de dilatação do tempo de vida do múon no referencia l do observador (Terra).

$$\text{Então : } \gamma = 50 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow 1 - \frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{50^2} \Rightarrow \frac{v^2}{c^2} = 1 - \frac{1}{2500} = 0,9996 \Rightarrow \frac{v}{c} \approx 0,9998,$$

ou seja, a velocidade e do múon tem que ser aproximada mente 99,98% a velocidade e da luz

| | | | |
|------|-----------------------|-----------------------------|----------------------------|
| 1676 | O. Romer | Luas de Júpiter | 220 000 km/s |
| 1729 | J. Bradley | Movimento relativo da Terra | 301 000 km/s |
| 1849 | H. Fizeau | Roda dentada | 313 300 km/s |
| 1851 | L. Foucault | Espelho rotativo | 293 000 ± 500 km/s |
| 1907 | Rosa & Dorsay | Constantes do EM | 299 710 ± 30 km/s |
| 1926 | A. Michelson | Espelho rotativo | 299 796 ± 4 km/s |
| 1950 | Essen & Gordon-Smith | Cavidade ressonante | 299 792.5 ± 3.0 km/s |
| 1958 | K.D. Froome | Interferometria de radio | 299 792.50 ± 0.10 km/s |
| 1972 | Evenson <i>et al.</i> | Interferometria de laser | 299 792.4562 ± 0.0011 km/s |
| 1983 | 17ª Reunião do CGPM | Definição | 299 792.458 km/s (exato) |

Definição do metro :

1 m ≡ distância percorrida pela luz em c^{-1} segundos

$$c = \frac{1 \text{ m}}{t} \Rightarrow t = \frac{1 \text{ m}}{c} = \frac{1 \text{ m}}{299\,792\,458 \text{ m/s}} = (299\,792\,458)^{-1} \text{ s}$$

NO SÉCULO XX

1912 Albert Einstein tem “a idéia mais feliz de sua vida”.



Princípio da Equivalência: Um sistema inercial no qual há um campo de gravitação uniforme com aceleração da gravidade é equivalente a um sistema não-inercial, sem campo de gravitação, com a mesma aceleração.

NO SÉCULO XX



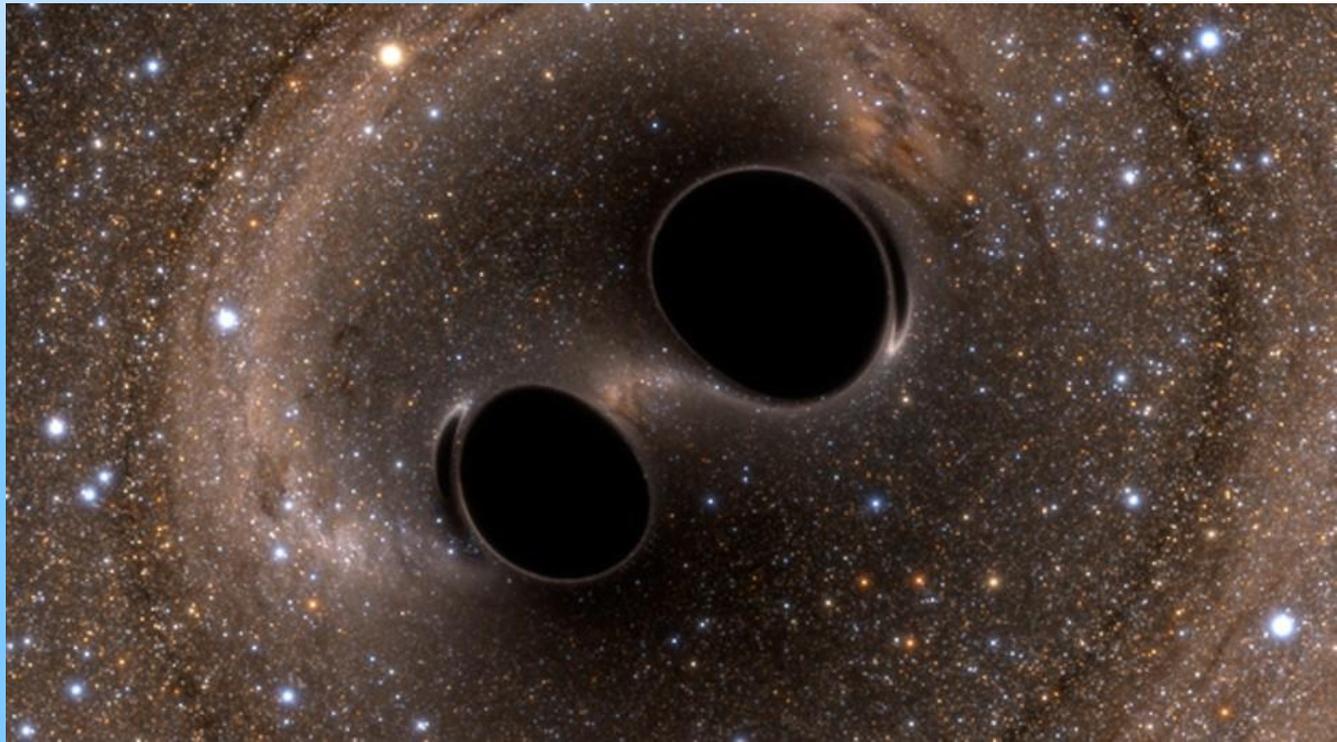
1916 Albert Einstein publica “Os Fundamentos da Teoria da Relatividade Geral”.

$$G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

(teoria geométrica da gravitação)

Previsões:

- curvatura da luz;
- ondas gravitacionais.



NO SÉCULO XX



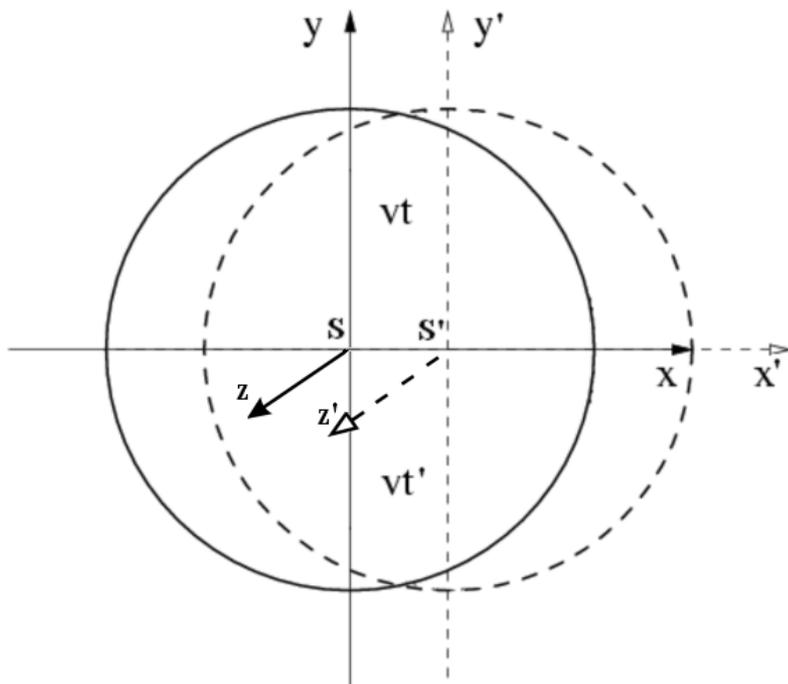
Hermann Minkowski
(1864 - 1909)

Minkowski por volta de **1907** percebeu que a teoria especial da relatividade desenvolvida por Einstein e Lorentz poderia ser elegantemente descrita usando um espaço-tempo de quatro dimensões, que combina a dimensão temporal com as três dimensões espaciais. O espaço de Minkowski é denotado $\mathfrak{R}^{1,3}$ ou M^4 ou ainda simplesmente M . Os vetores deste espaço são **quadrivetores** reais, definidos por:

$$\mathfrak{N} = (x^0, x^1, x^2, x^3) = (ct, x, y, z) = (ct, \vec{r})$$

O módulo quadrado destes quadrivetores é definido de forma a ser invariante sob transformações de Lorentz (conforme demonstraremos a seguir):

$$\begin{aligned} \mathfrak{N}^2 = \mathfrak{N} \cdot \mathfrak{N} &\equiv (x^0)^2 - (x^1)^2 - (x^2)^2 - (x^3)^2 = \\ &c^2 t^2 - x^2 - y^2 - z^2 = c^2 t^2 - r^2 \end{aligned}$$



Sejam dois referenciais inerciais com velocidade relativa v , se em $t=t'=0$ os dois referenciais coincidem e um pulso de luz for emitido neste instante. Em cada referencial teremos uma frente de onda esférica se propagando com a mesma velocidade c :

Em S:

$$x^2 + y^2 + z^2 = r^2 = c^2 t^2 \Rightarrow c^2 t^2 - r^2 = 0$$

Em S':

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 = r'^2 = c^2 t'^2 \Rightarrow c^2 t'^2 - r'^2 = 0$$

Agora vamos definir no espaço quadridimensional, o intervalo:

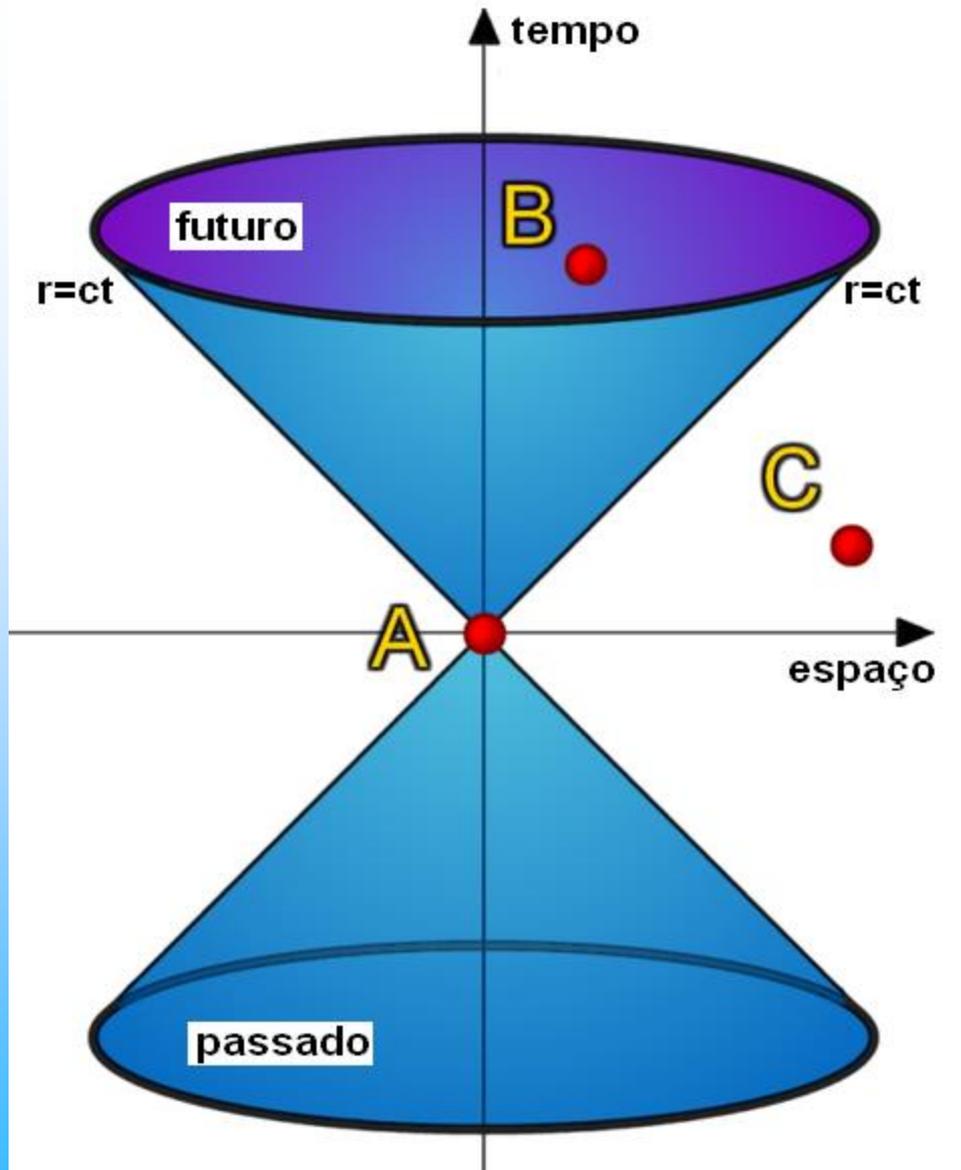
$$ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$$

Que é invariante pelo que foi visto acima:

$$ds^2 = ds'^2 = 0$$

Assim a métrica do espaço de Minkowsky é:

$$[g_{ij}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \text{Minkowsky}$$



No espaço de Minkowsky definimos o *evento*:

$$\mathcal{N} = (ct, x, y, z) = (ct, \vec{r})$$

O intervalo entre este evento e o evento nulo pode ser de 3 tipos:

A) Tipo luz: $s^2 = 0 \Rightarrow ct = r$

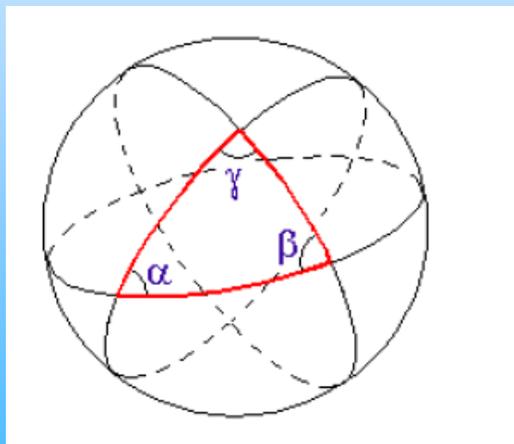
B) Tipo tempo: $s^2 > 0 \Rightarrow ct > r$

C) Tipo espaço: $s^2 < 0 \Rightarrow ct < r$

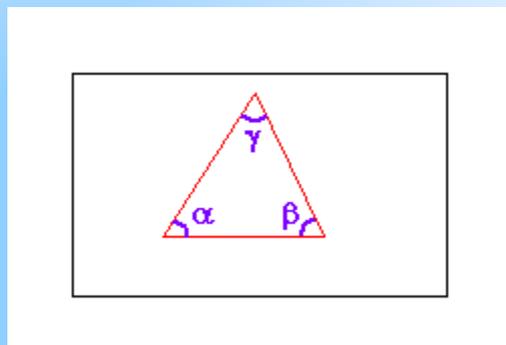
Eventos são conectados causalmente somente se forem tipo tempo ou tipo luz.

NOS SÉCULOS XVIII & XIX

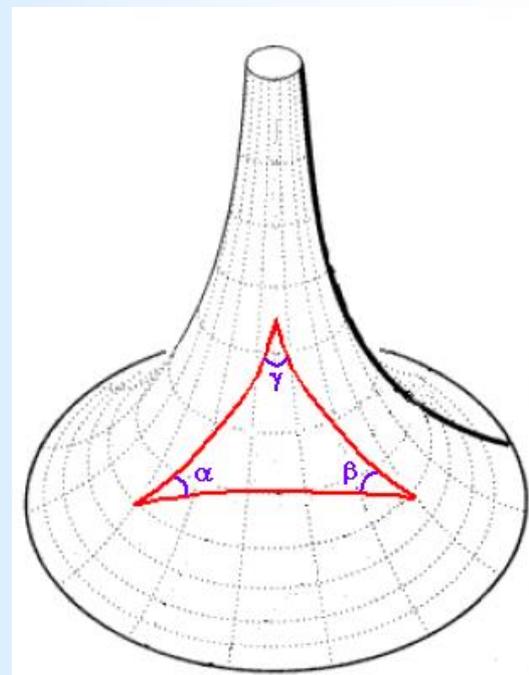
- 1) **Geometria Elíptica:** do tipo descrita por Riemann, correspondendo ao caso obtuso de Saccheri. A Geometria Esférica é um caso particular da Elíptica;
- 2) **Geometria Plana:** correspondendo ao caso descrito por Euclides;
- 3) **Geometria Hiperbólica:** descrita por Lobachevsky, Gauss, Bolyai e Beltrami, correspondendo ao caso agudo de Saccheri.



1) $\alpha + \beta + \gamma > 180^\circ$



2) $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$



3) $\alpha + \beta + \gamma < 180^\circ$

A transformação de espaço-tempo entre sistemas acelerados deforma a métrica de Minkowsky, gerando um espaço no qual não vale a geometria euclidiana. Einstein postulou que o espaço-tempo na presença de um campo gravitacional é um espaço Não-Euclidiano de Riemann e as partículas livres seguem geodésicas pelo espaço-tempo.

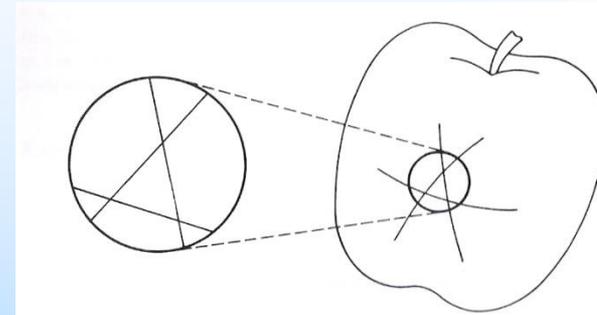
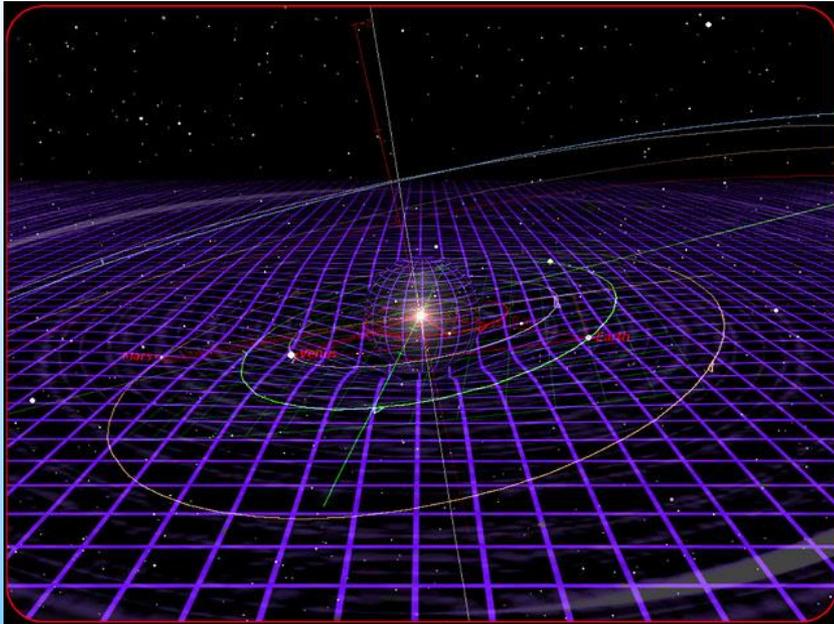


FIGURE 2.1. Small portions of an apple's skin may be regarded as flat.

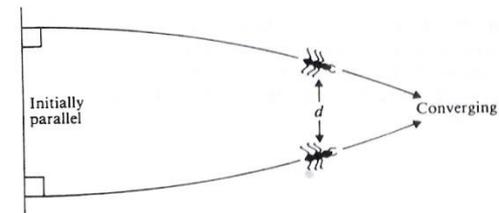
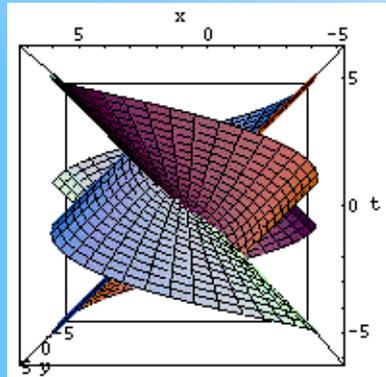
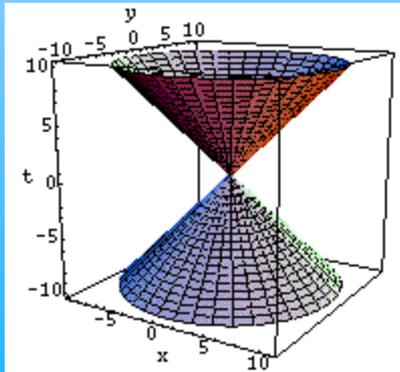


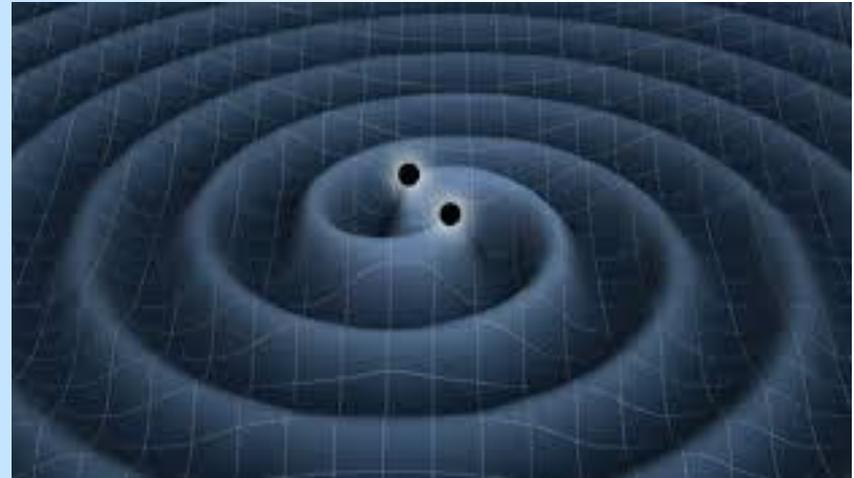
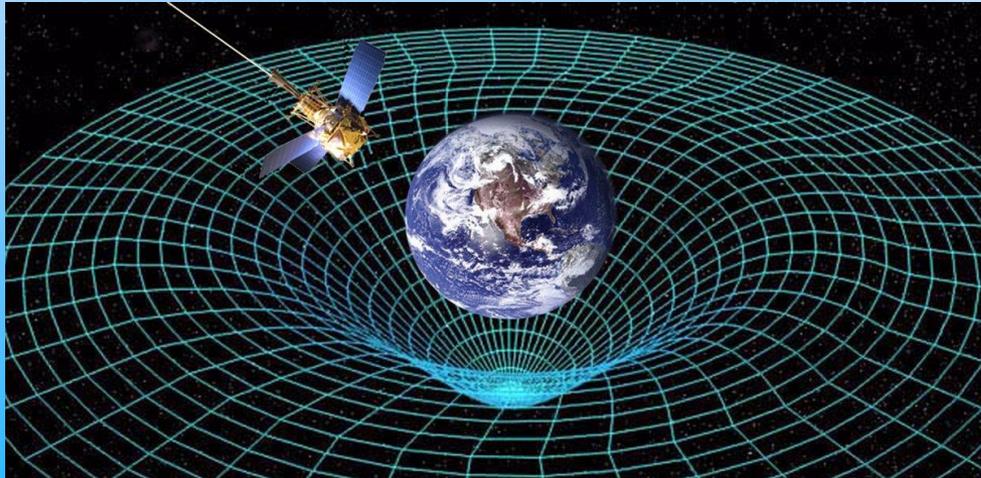
FIGURE 2.2. Converging geodesics on an apple's skin.



$$\Lambda g_{\mu\nu} + G_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu}$$



$$G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$



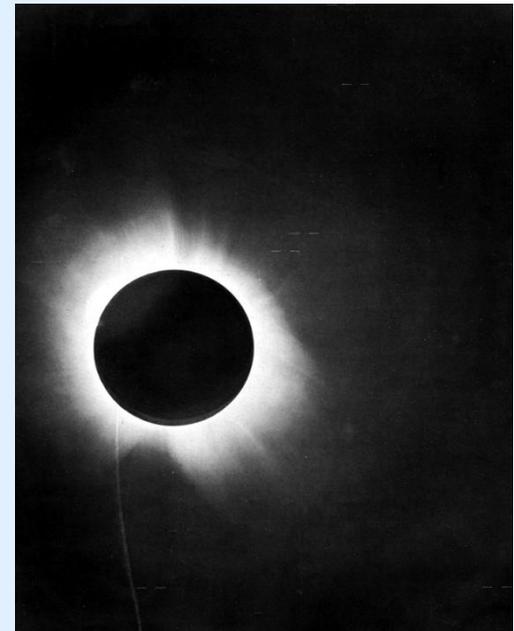
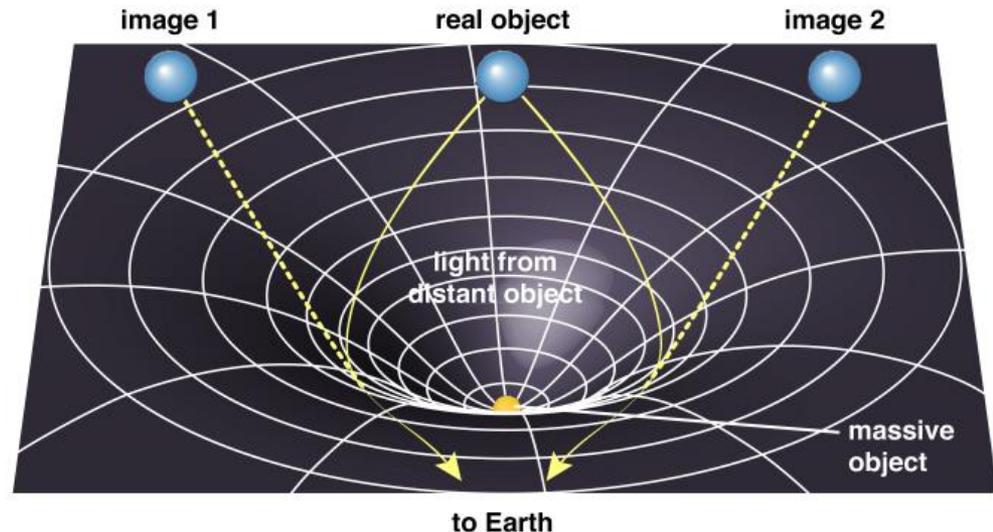
NO SÉCULO XX

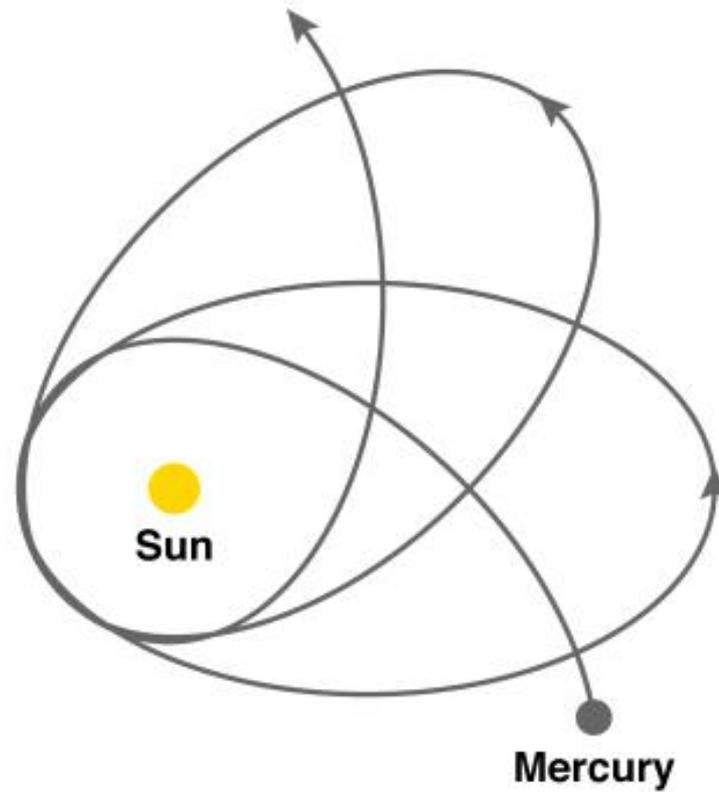
Eclipse solar de 29/05/1919:

1919 Sir Arthur Eddington chefiou uma expedição à ilha de Príncipe (África) para tirar fotografias de um eclipse total. Ele observou um desvio na luz das estrelas que passavam pela vizinhança do Sol, confirmando a previsão de Einstein.



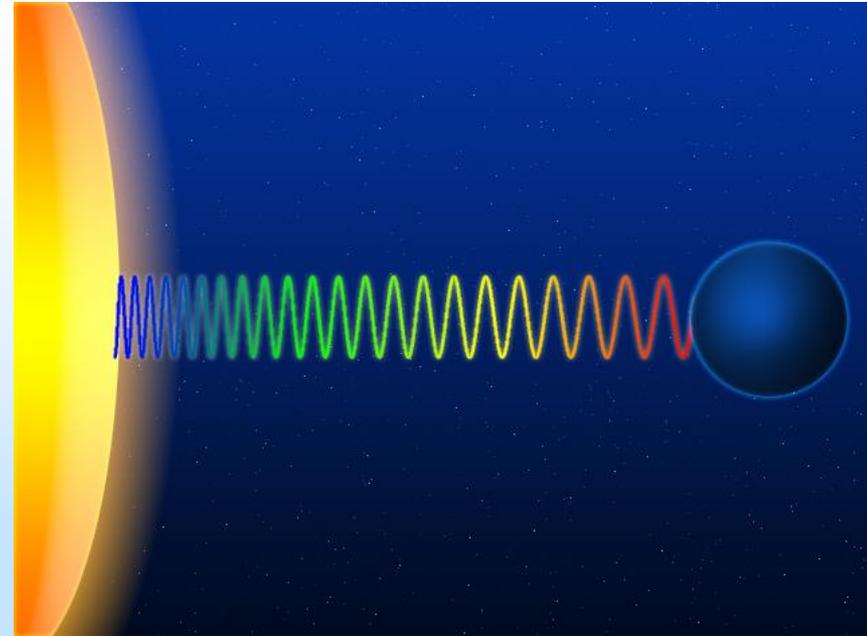
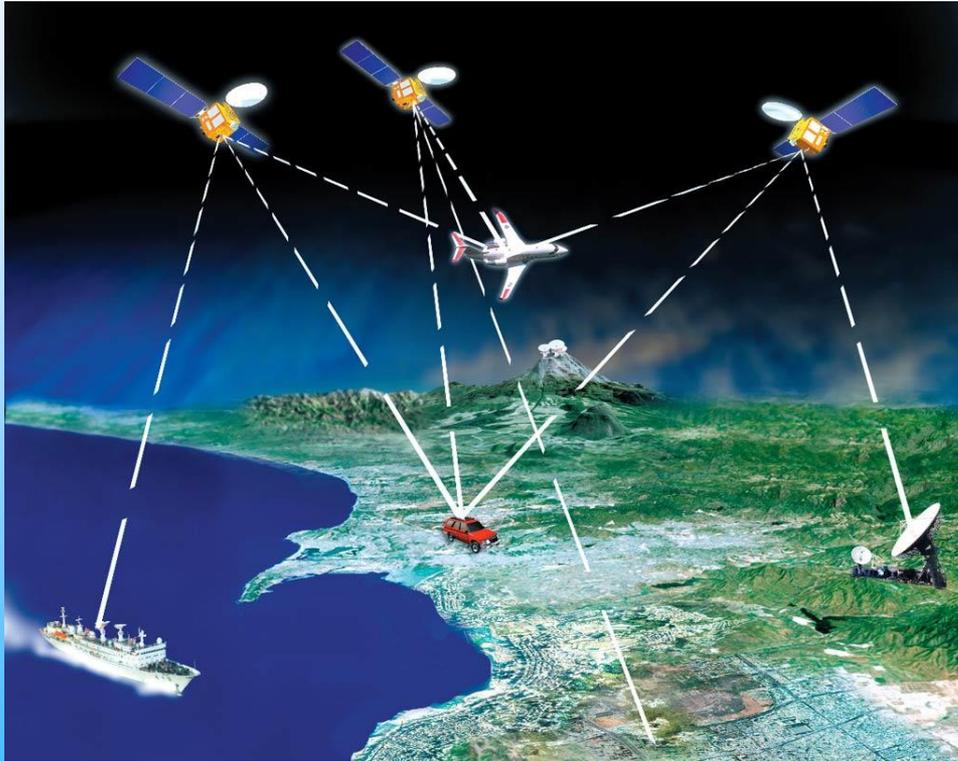
Arthur Eddington
(1882 - 1944)





Note: The amount of precession with each orbit is highly exaggerated in this picture.

Global Positioning Satellites (GPS)



Sinal de uma colisão cósmica invisível

Ondas gravitacionais geradas em galáxia distante viajaram 1,3 bilhão de anos-luz até chegar à Terra

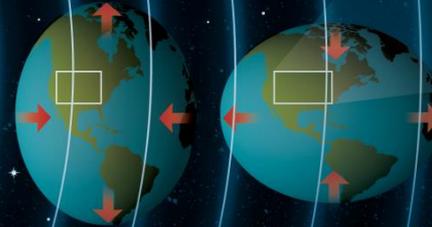


COLISÃO DE BURACOS NEGROS
Em uma galáxia muito distante e ainda desconhecida, dois buracos negros emitem ondas gravitacionais enquanto espiralam um ao redor do outro até colidirem e se fundirem, formando um novo buraco negro

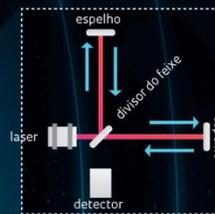
FONTE: LIGO SCIENTIFIC COLLABORATION

TERRA DISTORCIDA

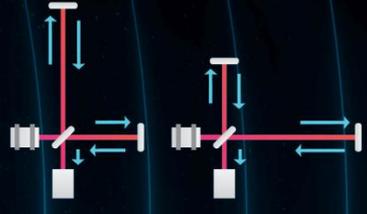
Ao atravessarem a Terra, as ondas gravitacionais deformam o planeta, ora esticando em uma direção, ora comprimindo em outra



DETECTOR LIGO



O Ligo usa lasers e espelhos para monitorar variações minúsculas no tamanho de seus dois braços perpendiculares

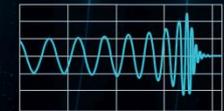


Ondas gravitacionais primeiro esticam um dos braços enquanto outro encolhem o outro

Em seguida, as ondas fazem o contrário, comprimem o braço que esticaram anteriormente e vice-versa

ONDA DETECTADA

Mudanças na amplitude e na frequência do estica e puxa das ondas revelam detalhes do movimento dos buracos negros



Em **14/09/2015**, os detectores do LIGO (Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory) captaram o sinal da fusão de 2 buracos negros há 1,3 bilhão de anos-luz da Terra.

