



## 1 Instruções

Segundo os critérios estabelecidos para a disciplina, as notas das listas de exercício correspondem a 30% da média final. Este peso é comparável com o de um trabalho/projeto e, por isso, espera-se que os cuidados tomados com a apresentação das listas sejam compatíveis com aqueles tomados para a apresentação de um trabalho/projeto.

A seguir, listamos alguns requisitos que você deve seguir.

1. Você deve enviar um único arquivo no formato pdf.
2. O arquivo deve ser nomeado como `xxxx-yyy-zzzz.pdf`, onde `xxxx` deve ser substituído pelo seu número de RA, `yyy` pelo seu nome e `zzzz` pelo seu último sobrenome (**todas as letras em minúsculo**).
3. A lista deve ser elaborada a mão, em papel, e então digitalizada.
  - Para digitalizar, você pode usar um scanner (se tiver acesso a um) ou um aplicativo de celular como, por exemplo, o [CamScanner](#).
  - Se for utilizar o aplicativo de celular, faça a digitalização durante o dia, em um local bem iluminado, para garantir uma boa qualidade.
4. O texto digitalizado deve ser uma versão passada a limpo, feito a caneta (azul ou preta) e com uma boa caligrafia.
5. Os exercícios devem ser apresentados em ordem. Caso você não tenha feito um determinado exercício, você deve identificá-lo e deixá-lo em branco.
6. O texto principal da lista<sup>1</sup> deve estar no sentido horizontal (veja Seção 2).
7. A digitalização da lista deve ter uma qualidade que permita a leitura sem muito esforço.
8. **O não cumprimento dessas instruções ocasionará a perda de nota.**

## 2 Exemplos

### 2.1 Exemplo de versão enviada

Eu espero que a versão final da lista de exercícios (versão passada a limpo) enviada para avaliação tenha uma boa apresentação, i.e., que tenha sido bem digitalizada, que apresente boa caligrafia, que respeite as linhas e margens da folha e que use um bom português. Como mostrado no exemplo a seguir.

---

<sup>1</sup>Considera-se um texto **não** principal qualquer texto em figuras, diagramas ou esquemas. Assim, esses textos ficam livres para serem escritos no sentido que for mais adequado para a figura, diagrama ou esquema.

3) Provar que  $\delta(G) \leq \frac{2|E(G)|}{|V(G)|} \leq \Delta(G)$ .

Através do teorema de aperto de mãos obtemos  $\delta(G) \leq \frac{\sum d(v)}{|V(G)|} \leq \Delta(G)$ .

Sabendo que o somatório dos graus divide pela quantidade de vértice nos dará um grau médio, e que, trivialmente, o grau mínimo nunca poderá ser maior que essa média (assim como o grau máximo nunca poderá ser menor), concluímos  $\delta(G) \leq d_m(v) \leq \Delta(G)$ .  $\square$

## 2.2 Exemplos com problema de digitalização

As próximas duas figuras exibem exemplos de listas com problema de digitalização. Notem como o texto é fraco e apagado.

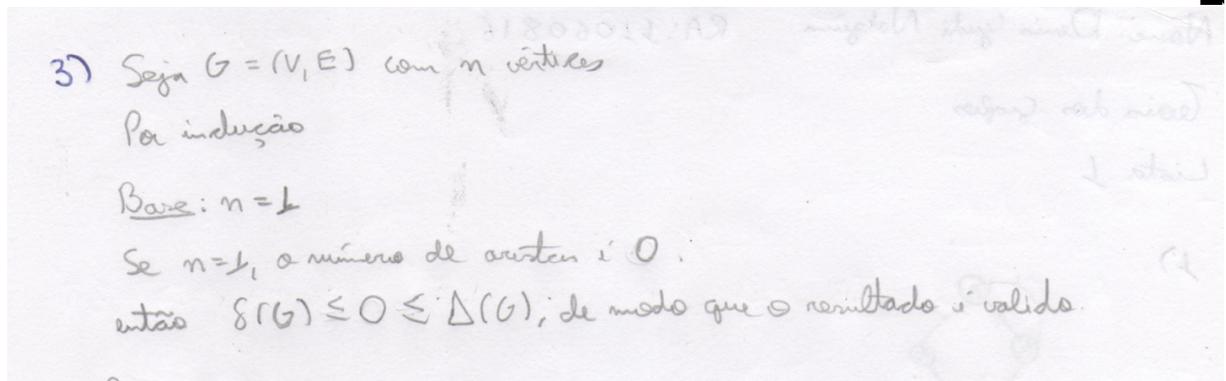
binário (0,1).  
Teo 2.  $\delta(G)$  será no máximo  $\Delta(G)$ , isso no caso  
grafo bipartido completo, em que  $x=y$ .  
Se consideramos o caso a maximizar, a soma  
baseados no  $1001$  e  $1002$ , ou seja, um grafo  $G$

Existe certo conjunto  $P$  tal que tem extremos  $v_0$  e  $v_x$ , onde  $P = (v_0, \dots, v_x)$ ,  $P$  tem comprimento  $K$ , como é necessário haver pelo menos uma aresta em cada vértice, de forma que  $v_x$  possa ser atingido, existe conjunto  $C$  tal que  $C$  tem os mesmos extremos que  $P$  assim como os mesmos vértices, sem contar vértices repetidos,  $C$  tem comprimento  $x$  de modo que  $K > x$ ,  $C \subseteq P$ .

## 2.3 Exemplos de boas digitalizações

Então  $u$  e  $v$  são ambos vértices de corte. Pois a remoção de qualquer um destes causa a remoção de qualquer aresta ligada ao vértice removido, incluindo a aresta de corte  $uv$ , assim causando também diminuição na conectividade.

Consideremos a matriz de adjacências de um grafo com  $n$  vértices ( $n \geq 4$ ), ela é simétrica (no caso de grafos simples) considere a submatriz triangular superior  $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor$ ; precisamos



## 2.4 Exemplo de texto que não está na horizontal

A figura a seguir exibe algo que não deve acontecer: enviar texto no sentido vertical da página. Ademais, essa digitalização exibe um outro problema: foi digitalizada pela metade. Faça a digitalização da página por inteiro.

resolvido vale.

Considere agora um grafo com  $n > 4$  vértices e suponha que para todo grafo  $H$  com  $k$  vértices, sendo  $0 \leq k < n$ , vale  $|E(H)| \geq k+1$ .

Para o grafo  $H$  temos  $|E(H)| \geq |V(H)|+1$ , se adicionarmos um novo vértice e uma aresta  $\{v, v\}$  a este que liga esse vértice a  $H$ , adicionando  $n+1$  arestas e  $n$  vértices. Dado  $n$  expressões, temos  $|E(H)|+1 \geq |V(H)|+1+1$ . Vamos chamar o novo grafo gerado de  $H'$ . Como  $|E(H')| = |E(H)|+1$  e  $|V(H')| = |V(H)|+1$  então  $|E(H')| \geq |V(H')|+1$  e como nenhuma aresta ou vértice foi removido do grafo  $H$  para gerar  $H'$  e possui pelo menos um vértice com grau  $\geq 3$ , então  $H'$  também tem.  $\square$