



MCTA015-13 - LINGUAGENS FORMAIS E AUTOMATA  
CENTRO DE MATEMÁTICA, COMPUTAÇÃO E COGNIÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO ABC  
PROF. DR. MAYCON SAMBINELLI

**REC:** das 0h de 26/06/2020 às 23h59 de 27/06/2020  
Link para entrega: <https://forms.gle/Mtryh12yb4JoY4Xx7>

## Instruções

- A leitura dessas instruções **faz** parte da prova.
- Você pode consultar o Sipsers, Hopcroft, as videoaulas e as suas anotações pessoais para responder as questões da prova. Você **não** pode pesquisar soluções na Internet; pedir, repassar, vender ou comprar soluções de terceiros; ou pedir explicações a terceiros sobre a matéria coberta nesta prova. Os envolvidos em qualquer tipo de fraude estão automaticamente reprovados na disciplina.
- Qualquer dúvida sobre os enunciados ou formato de apresentação da solução **pode e deve** ser tirada via Discord **por chat privado**, para evitar compartilhamento acidental de soluções. Eu me comprometo a não responder dúvidas específicas sobre uma determinada solução e a repassar qualquer comentário que possa ser importante para os demais alunos no canal geral do Discord.
- Seja o mais formal possível em todas as respostas.
- Você deve enviar um único arquivo no formato pdf. O arquivo deve ser nomeado como xxxx-yyy-zzzz.pdf, onde xxxx deve ser substituído pelo seu número de RA, yyy pelo seu nome e zzzz pelo seu último sobrenome (**todas as letras em minúsculo**).
- A prova deve ser elaborada a mão, em papel, e então digitalizada. Caso você possua um tablet com caneta (por exemplo, ipad + pencil ou galaxy tab + spen), neste caso, você pode fazer direto no tablet usando a caneta do mesmo.
- Para digitalizar, você pode usar um scanner (se tiver acesso a um) ou um aplicativo de celular como, por exemplo, o [CamScanner](#). Se for utilizar o aplicativo de celular, faça a digitalização durante o dia, em um local bem iluminado para garantir uma boa qualidade. A digitalização da lista deve ter uma qualidade que permita a leitura sem muito esforço.
- O texto digitalizado deve ser uma versão **passada a limpo**, feito a caneta (azul ou preta), e com uma boa caligrafia e português.
- Na folha de resposta, antes de apresentar as soluções dos exercícios, você deve escrever o seguinte cabeçalho

Eu, (substituir pelo nome completo), RA (substituir pelo número de RA), declaro que li todas as instruções para a realização da prova, que as segui rigorosamente, que as soluções contidas neste documento são de minha autoria e que não as discuti com terceiros.

(nome completo)  
Santo André, (dia) de Junho de 2020.

Provas sem esse cabeçalho não serão avaliadas.

- Os exercícios devem ser apresentados na folha de resposta seguindo a ordem em que aparecem na folha de exercícios.

- O enunciado de cada exercício deve ser copiado na folha de resposta antes de sua solução ser apresentada. Caso você não tenha feito um determinado exercício, você deve copiar o enunciado deste na sua folha de respostas e deixá-lo em branco.
- O texto principal da lista (Considera-se um texto **não** principal qualquer texto em figuras, diagramas ou esquemas. Assim, esses textos ficam livres para serem escritos no sentido que for mais adequado para a figura, diagrama ou esquema.) deve estar no sentido horizontal.
- **O não cumprimento dessas instruções ocasionará a perda de nota ou na impossibilidade de avaliação da prova.**

Prof. Dr. Maycon Sambinelli

Boa prova!

## Exercícios

1. **(1,5 ponto)** Descreva, por meio de um digrama de estados, um autômato finito determinístico que reconheça a linguagem:

$$\{\omega \in \{0, 1\}^* \mid \omega \text{ não contém as subcadeias } 000 \text{ ou } 010\}.$$

Justifique a corretude do seu automato explicando o seu funcionamento (o que faz cada estado?).

2. **(1,5 ponto)** Prove, usando o lema do bombeamento, que a linguagem  $G = \{a^n b^{n+m} a^m \mid n, m \geq 1\}$  não é regular.
3. **(1,5 ponto)** Construa uma gramática livre de contexto para a seguinte linguagem.

$$\{\omega \in \{0, 1\}^* \mid \omega \text{ tem um número par de } 0\text{'s}\}$$

Para cada variável da sua gramática, aponte quais cadeias podem ser derivadas a partir dela. Em outras palavras, para cada variável  $X$  da sua gramática, apresente (ou descreva) o conjunto  $\{\omega \mid X \xRightarrow{*} \omega\}$ .

4. **(1,5 pontos)** Mostre que a linguagem  $L$  definida a seguir é Turing-decidível fornecendo uma máquina de Turing que a decida. Descreva essa máquina em baixo nível (diagrama de estados) e em alto nível.

$$L = \{a^n b^m c^{n+2m} \mid n, m \geq 1\}$$

5. **(1,5 pontos)** Seja  $X$  a linguagem definida a seguir

$$X = \{\langle R, Z \rangle \mid R \text{ e } Z \text{ são expressões regulares e } L(R) \subseteq L(Z)\}.$$

Mostre que a linguagem  $X$  é decidível exibindo uma máquina de Turing, descrita em alto nível, que decida  $X$ . Explique por que sua máquina decide  $X$ .

6. **(1,5 pontos)** Sejam

$$Y = \{\langle T \rangle \mid T \text{ é uma máquina de Turing e } L(T) \text{ é livre de contexto}\} \text{ e}$$

$$PARA_{MT} = \{\langle M, \omega \rangle \mid M \text{ é uma máquina de Turing e } M \text{ para quando recebe } \omega \text{ de entrada}\}.$$

Como vimos em aula, a linguagem  $PARA_{MT}$  é indecidível. Demonstre que  $Y$  é indecidível apresentando uma redução  $f$  da linguagem  $PARA_{MT}$  para a linguagem  $Y$ .

7. **(1 ponto)** Para cada afirmação abaixo, assinale com **V** as opções verdadeiras e com **F** as falsas. Cada opção assinalada incorretamente anula uma questão assinalada corretamente. Você não precisa justificar as opções assinaladas.

(a) A linguagem  $A = \{\langle G \rangle \mid G \text{ é um grafo conexo}\}$  pertence a NP.

- (b)  $P$  é o conjunto das linguagens que são decidíveis em tempo polinomial por uma máquina de Turing determinística com  $k$  fitas,  $k \geq 1$ .
- (c) A linguagem  $X = \{ \langle S \rangle \mid S \text{ é uma sequência de números ordenados em ordem não decrescente} \}$  pertence a  $P$ .
- (d) Dados dois AFDs  $M_1$  e  $M_2$ , não existe uma máquina de Turing capaz de decidir se  $L(M_1) = L(M_2)$ .
- (e) Dado uma máquina de Turing  $M$ , não existe uma máquina de Turing capaz de decidir se existe um AFN  $G$  tal que  $L(G) = L(M)$ .
- (f)  $NP$  é o conjunto das linguagens que são decididas em tempo não polinomial.
- (g) Para provar que uma linguagem está em  $NP$ , basta exibir um verificador que rode em tempo polinomial em uma máquina de turing não determinística.
- (h) Se  $P \neq NP$ , então existe uma linguagem em  $P$  que não pertence a  $NP$ .
- (i) Se  $P \neq NP$ , então nenhum problema em  $NP$ -completo pode ser resolvido em tempo polinomial.
- (j) Seja  $A$  uma linguagem redutível para uma linguagem  $B$ . Se  $B \in P$ , então  $A \in P$ .