Linguagens formais e Autômatos Finitos Determinísticos

MCTA015-13 - Linguagens Formais e Automata

Prof. Maycon Sambinelli

m.sambinelli@ufabc.edu.br

Centro de Matemática, Computação e Cognição
Universidade Federal do ABC

Aula de Hoje

Objetivos de aprendizagem

- Aprendizado de conceitos de linguagens formais: alfabeto, cadeia, linguagem, etc.
- Aprendizado do conceito de Automato Finito Determinístico (AFD)
- Projetar um AFD para reconhecer uma determinada linguagem

Cadeias e Linguagens

Cadeias e Linguagens

- Um **alfabeto** é um conjunto finito de elementos chamados **símbolos**.

Cadeias e Linguagens

- Um **alfabeto** é um conjunto finito de elementos chamados **símbolos**.

Exemplo

- $\Sigma_1 = \{0, 1\}$

Cadeias e Linguagens

- Um **alfabeto** é um conjunto finito de elementos chamados **símbolos**.

Exemplo

- $\Sigma_1 = \{0, 1\}$
- $\Sigma_2 = \{a, b, \dots, z\}$

- Um **alfabeto** é um conjunto finito de elementos chamados **símbolos**.

Exemplo

- $\Sigma_1 = \{0, 1\}$
- $\Sigma_2 = \{a, b, \ldots, z\}$
- $\Gamma_1 = \{0, 1, a, b, \text{😀}, \text{🍒}\}$

Cadeias e Linguagens

- Um **alfabeto** é um conjunto finito de elementos chamados **símbolos**.

Exemplo

- $\Sigma_1 = \{0, 1\}$
- $\Sigma_2 = \{a, b, \ldots, z\}$
- $\Gamma_1 = \{0, 1, a, b, \text{😬}, \text{🍒}\}$
- $\Gamma_2 = \{\text{if}, \text{while}, \text{for}, \texttt{=}\}$

Cadeias e Linguagens

- Um **alfabeto** é um conjunto finito de elementos chamados **símbolos**.

Exemplo

- $\Sigma_1 = \{0, 1\}$
- $\Sigma_2 = \{a, b, \ldots, z\}$
- $\Gamma_1 = \{0, 1, a, b,$ 😬, 🍒$\}$
- $\Gamma_2 = \{\text{if}, \text{while}, \text{for}, \text{=}\}$

Cadeias e Linguagens

- Um **alfabeto** é um conjunto finito de elementos chamados **símbolos**.

Exemplo

- $\Sigma_1 = \{0, 1\}$
- $\Sigma_2 = \{a, b, \ldots, z\}$
- $\Gamma_1 = \{0, 1, a, b, \text{😁}, \text{🍒}\}$
- $\Gamma_2 = \{\text{if}, \text{while}, \text{for}, \texttt{=}\}$

- Geralmente são representados por letras gregas maiúsculas (Σ, Γ, Ω)

Cadeia

Dado um alfabeto Γ, uma **cadeia** (sobre um alfabeto) é uma sequência $w_1 w_2 \cdots w_n$, onde $w_i \in \Gamma$ para $1 \leq i \leq n$.

Cadeia

Dado um alfabeto Γ, uma **cadeia** (sobre um alfabeto) é uma sequência $w_1 w_2 \cdots w_n$, onde $w_i \in \Gamma$ para $1 \leq i \leq n$.

- Uma **cadeia** é uma sequência finita de símbolos de um alfabeto.

Cadeia

Dado um alfabeto Γ, uma **cadeia** (sobre um alfabeto) é uma sequência $w_1 w_2 \cdots w_n$, onde $w_i \in \Gamma$ para $1 \leq i \leq n$.

- Uma **cadeia** é uma sequência finita de símbolos de um alfabeto.

Cadeia

Dado um alfabeto Γ, uma **cadeia** (sobre um alfabeto) é uma sequência $w_1 w_2 \cdots w_n$, onde $w_i \in \Gamma$ para $1 \leq i \leq n$.

- Uma **cadeia** é uma sequência finita de símbolos de um alfabeto.

Exemplos

- 01001 é uma cadeia sobre o alfabeto $\{0, 1\}$

Cadeia

Dado um alfabeto Γ, uma **cadeia** (sobre um alfabeto) é uma sequência $w_1 w_2 \cdots w_n$, onde $w_i \in \Gamma$ para $1 \leq i \leq n$.

- Uma **cadeia** é uma sequência finita de símbolos de um alfabeto.

Exemplos

- 01001 é uma cadeia sobre o alfabeto $\{0, 1\}$
- $abracadabra$ é uma cadeia sobre o alfabeto $\{a, b, \ldots, z\}$

Cadeia

Dado um alfabeto Γ, uma **cadeia** (sobre um alfabeto) é uma sequência $w_1 w_2 \cdots w_n$, onde $w_i \in \Gamma$ para $1 \leq i \leq n$.

- Uma **cadeia** é uma sequência finita de símbolos de um alfabeto.

Exemplos

- 01001 é uma cadeia sobre o alfabeto $\{0, 1\}$
- $abracadabra$ é uma cadeia sobre o alfabeto $\{a, b, \ldots, z\}$

Cadeia

Dado um alfabeto Γ, uma **cadeia** (sobre um alfabeto) é uma sequência $w_1 w_2 \cdots w_n$, onde $w_i \in \Gamma$ para $1 \leq i \leq n$.

- Uma **cadeia** é uma sequência finita de símbolos de um alfabeto.

Exemplos

- 01001 é uma cadeia sobre o alfabeto $\{0, 1\}$
- $abracadabra$ é uma cadeia sobre o alfabeto $\{a, b, \ldots, z\}$

- Cadeias geralmente são denotadas por letras gregas minúsculas $(\omega, \alpha, \beta, \gamma)$

Cadeia

Dado um alfabeto Γ, uma **cadeia** (sobre um alfabeto) é uma sequência $w_1 w_2 \cdots w_n$, onde $w_i \in \Gamma$ para $1 \leq i \leq n$.

- Uma **cadeia** é uma sequência finita de símbolos de um alfabeto.

Exemplos

- 01001 é uma cadeia sobre o alfabeto $\{0, 1\}$
- $abracadabra$ é uma cadeia sobre o alfabeto $\{a, b, \ldots, z\}$

- Cadeias geralmente são denotadas por letras gregas minúsculas $(\omega, \alpha, \beta, \gamma)$
- Cadeias também são chamadas de **strings** ou **palavras**

Comprimento de uma Cadeia

O **comprimento** de uma cadeia ω, denotado por $|\omega|$, é o número de elementos na sequência.

Comprimento de uma Cadeia

O **comprimento** de uma cadeia ω, denotado por $|\omega|$, é o número de elementos na sequência.

Exemplos

- $\omega = maycon$ sobre o alfabeto $\{a, b, \ldots, z\}$

Comprimento de uma Cadeia

O **comprimento** de uma cadeia ω, denotado por $|\omega|$, é o número de elementos na sequência.

Exemplos

- $\omega = maycon$ sobre o alfabeto $\{a, b, \dots, z\}$
  - $|\omega| = 6$

Comprimento de uma Cadeia

O **comprimento** de uma cadeia ω, denotado por $|\omega|$, é o número de elementos na sequência.

Exemplos

- $\omega = maycon$ sobre o alfabeto $\{a, b, \ldots, z\}$
    - $|\omega| = 6$
- $\omega = 011011$ sobre o alfabeto $\{0, 1\}$

Comprimento de uma Cadeia

O **comprimento** de uma cadeia ω, denotado por $|\omega|$, é o número de elementos na sequência.

Exemplos

- $\omega = maycon$ sobre o alfabeto $\{a, b, \ldots, z\}$
  - $|\omega| = 6$
- $\omega = 011011$ sobre o alfabeto $\{0, 1\}$
  - $|\omega| = 6$

Comprimento de uma Cadeia

O **comprimento** de uma cadeia ω, denotado por $|\omega|$, é o número de elementos na sequência.

Exemplos

- $\omega = maycon$ sobre o alfabeto $\{a, b, \ldots, z\}$
  - $|\omega| = 6$
- $\omega = 011011$ sobre o alfabeto $\{0, 1\}$
  - $|\omega| = 6$
- $\omega = 011011$ sobre o alfabeto $\{1, 01, 11\}$

Comprimento de uma Cadeia

O **comprimento** de uma cadeia ω, denotado por $|\omega|$, é o número de elementos na sequência.

Exemplos

- $\omega = maycon$ sobre o alfabeto $\{a, b, \ldots, z\}$
    - $|\omega| = 6$
- $\omega = 011011$ sobre o alfabeto $\{0, 1\}$
    - $|\omega| = 6$
- $\omega = 011011$ sobre o alfabeto $\{1, 01, 11\}$
    - $|\omega| = 4$

Comprimento de uma Cadeia

O **comprimento** de uma cadeia ω, denotado por $|\omega|$, é o número de elementos na sequência.

Exemplos

- $\omega = maycon$ sobre o alfabeto $\{a, b, \dots, z\}$
  - $|\omega| = 6$
- $\omega = 011011$ sobre o alfabeto $\{0, 1\}$
  - $|\omega| = 6$
- $\omega = 011011$ sobre o alfabeto $\{1, 01, 11\}$
  - $|\omega| = 4$

Concatenação de cadeias

A **concatenação** da cadeia $\alpha = a_1 a_2 \cdots a_n$ com a cadeia $\beta = b_1 b_2 \cdots b_m$, denotada por $\alpha\beta$, é a cadeia $a_1 a_2 \cdots a_n b_1 b_2 \cdots b_m$

Concatenação de cadeias

A **concatenação** da cadeia $\alpha = a_1 a_2 \cdots a_n$ com a cadeia $\beta = b_1 b_2 \cdots b_m$, denotada por $\alpha\beta$, é a cadeia $a_1 a_2 \cdots a_n b_1 b_2 \cdots b_m$

Exemplos

Sejam $\alpha = vovo$ e $\beta = juju$. Então

$$\alpha\beta = vovojuju$$

Potência de cadeia

Dado uma cadeia α, definimos

$$\alpha^k = \underbrace{\alpha\alpha\cdots\alpha}_{k}$$

Potência de cadeia

Dado uma cadeia α, definimos

$$\alpha^k = \underbrace{\alpha\alpha\cdots\alpha}_{k}$$

Exemplos

- Se $\alpha = aba$, então $\alpha^3 = \underbrace{aba}_{\alpha}\underbrace{aba}_{\alpha}\underbrace{aba}_{\alpha}$

Potência de cadeia

Dado uma cadeia α, definimos

$$\alpha^k = \underbrace{\alpha\alpha\cdots\alpha}_{k}$$

Exemplos

- Se $\alpha = aba$, então $\alpha^3 = \underbrace{aba}_{\alpha}\underbrace{aba}_{\alpha}\underbrace{aba}_{\alpha}$
- Se $\beta = 01110$, então $\beta^2 = \underbrace{01110}_{\beta}\underbrace{01110}_{\beta}$

Potência de cadeia (Cont.)

Abreviação. Quando $\alpha = a$, onde a é um símbolo do alfabeto, escrevemos a^k por brevidade.

Abreviação. Quando $\alpha = a$, onde a é um símbolo do alfabeto, escrevemos a^k por brevidade.

Exemplos

$$ab^2ac^3b = a\underbrace{bb}_{b^2}a\underbrace{ccc}_{c^3}b$$

Cadeia vazia

A **cadeia vazia**, denotada por ϵ, é a cadeia de comprimento 0

Cadeia vazia

A **cadeia vazia**, denotada por ϵ, é a cadeia de comprimento 0

Note

Dada um cadeia ω sobre um alfabeto Σ

$$\omega\epsilon = \epsilon\omega = \omega$$

Cadeia reversa

O **reverso** da cadeia $\omega = w_1 w_2 \cdots w_n$, denotado por $\omega^{\mathcal{R}}$, é a cadeia $w_n w_{n-1} \cdots w_1$.

Cadeia reversa

O **reverso** da cadeia $\omega = w_1 w_2 \cdots w_n$, denotado por $\omega^{\mathcal{R}}$, é a cadeia $w_n w_{n-1} \cdots w_1$.

Exemplos

Se $\alpha = abcde$, então $\alpha^{\mathcal{R}} = edcba$

Subcadeia

Uma cadeia β é **subcadeia** de uma cadeia ω se existem cadeias α e γ tais que $\omega = \alpha\beta\gamma$.

Subcadeia

Uma cadeia β é **subcadeia** de uma cadeia ω se existem cadeias α e γ tais que $\omega = \alpha\beta\gamma$.

Exemplos

- $\beta = ab$ é subcadeia de $\omega = aaaabbb$, pois

$$\omega = \underbrace{aaa}_{\alpha}\underbrace{ab}_{\beta}\underbrace{bb}_{\gamma}$$

Subcadeia

Uma cadeia β é **subcadeia** de uma cadeia ω se existem cadeias α e γ tais que $\omega = \alpha\beta\gamma$.

Exemplos

- $\beta = ab$ é subcadeia de $\omega = aaaabbb$, pois

$$\omega = \underbrace{aaa}_{\alpha}\underbrace{ab}_{\beta}\underbrace{bb}_{\gamma}$$

- $\beta = 01$ é subcadeia de $\omega = 01101$, pois

$$\omega = \underbrace{\epsilon}_{\alpha}\underbrace{01}_{\beta}\underbrace{101}_{\gamma}$$

Subcadeia

Uma cadeia β é **subcadeia** de uma cadeia ω se existem cadeias α e γ tais que $\omega = \alpha\beta\gamma$.

Exemplos

- $\beta = ab$ é subcadeia de $\omega = aaaabbb$, pois

$$\omega = \underbrace{aaa}_{\alpha}\underbrace{ab}_{\beta}\underbrace{bb}_{\gamma}$$

- $\beta = 01$ é subcadeia de $\omega = 01101$, pois

$$\omega = \underbrace{\epsilon}_{\alpha}\underbrace{01}_{\beta}\underbrace{101}_{\gamma}$$

- $\beta = ba$ é subcadeia de $\omega = aaabba$, pois

$$\omega = \underbrace{aaab}_{\alpha}\underbrace{ba}_{\beta}\underbrace{\epsilon}_{\gamma}$$

Potência de alfabetos

Dado um alfabeto Σ, denotamos por Σ^k, o conjunto de todas as cadeias de comprimento k sobre o alfabeto Σ.

Potência de alfabetos

Dado um alfabeto Σ, denotamos por Σ^k, o conjunto de todas as cadeias de comprimento k sobre o alfabeto Σ.

Exemplos

Seja $\Sigma = \{0, 1\}$. Então

- $\Sigma^0 = \{\epsilon\}$

Potência de alfabetos

Dado um alfabeto Σ, denotamos por Σ^k, o conjunto de todas as cadeias de comprimento k sobre o alfabeto Σ.

Exemplos

Seja $\Sigma = \{0, 1\}$. Então

- $\Sigma^0 = \{\epsilon\}$
- $\Sigma^1 = \{0, 1\}$

Potência de alfabetos

Dado um alfabeto Σ, denotamos por Σ^k, o conjunto de todas as cadeias de comprimento k sobre o alfabeto Σ.

Exemplos

Seja $\Sigma = \{0, 1\}$. Então

- $\Sigma^0 = \{\epsilon\}$
- $\Sigma^1 = \{0, 1\}$
- $\Sigma^2 = \{00, 01, 10, 11\}$

Potência de alfabetos

Dado um alfabeto Σ, denotamos por Σ^k, o conjunto de todas as cadeias de comprimento k sobre o alfabeto Σ.

Exemplos

Seja $\Sigma = \{0, 1\}$. Então

- $\Sigma^0 = \{\epsilon\}$
- $\Sigma^1 = \{0, 1\}$
- $\Sigma^2 = \{00, 01, 10, 11\}$
- $\Sigma^3 = \{000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111\}$

Fecho de Kleene e Fecho positivo de um alfabeto

Dado um alfabeto Σ,

- o **fecho de Kleene** de Σ, denotado por Σ^*, é

$$\Sigma^* = \bigcup_{i=0}^{\infty} \Sigma^i$$

Fecho de Kleene e Fecho positivo de um alfabeto

Dado um alfabeto Σ,

- o **fecho de Kleene** de Σ, denotado por Σ^*, é

$$\Sigma^* = \bigcup_{i=0}^{\infty} \Sigma^i$$

- o **fecho positivo** de Σ, denotado por Σ^+, é

$$\Sigma^+ = \bigcup_{i=1}^{\infty} \Sigma^i = \Sigma^* \setminus \{\epsilon\}$$

Fecho de Kleene e Fecho positivo de um alfabeto

Dado um alfabeto Σ,

- o **fecho de Kleene** de Σ, denotado por Σ^*, é

$$\Sigma^* = \bigcup_{i=0}^{\infty} \Sigma^i$$

- o **fecho positivo** de Σ, denotado por Σ^+, é

$$\Sigma^+ = \bigcup_{i=1}^{\infty} \Sigma^i = \Sigma^* \setminus \{\epsilon\}$$

Fecho de Kleene e Fecho positivo de um alfabeto

Dado um alfabeto Σ,

- o **fecho de Kleene** de Σ, denotado por Σ^*, é
$$\Sigma^* = \bigcup_{i=0}^{\infty} \Sigma^i$$
- o **fecho positivo** de Σ, denotado por Σ^+, é
$$\Sigma^+ = \bigcup_{i=1}^{\infty} \Sigma^i = \Sigma^* \setminus \{\epsilon\}$$

Exemplos

Seja $\Sigma = \{0, 1\}$. Então

- $\Sigma^* = \{\epsilon, 0, 1, 00, 01, 10, 11, 100, \ldots\}$

Fecho de Kleene e Fecho positivo de um alfabeto

Dado um alfabeto Σ,

- o **fecho de Kleene** de Σ, denotado por Σ^*, é

$$\Sigma^* = \bigcup_{i=0}^{\infty} \Sigma^i$$

- o **fecho positivo** de Σ, denotado por Σ^+, é

$$\Sigma^+ = \bigcup_{i=1}^{\infty} \Sigma^i = \Sigma^* \setminus \{\epsilon\}$$

Exemplos

Seja $\Sigma = \{0, 1\}$. Então

- $\Sigma^* = \{\epsilon, 0, 1, 00, 01, 10, 11, 100, \ldots\}$
- $\Sigma^1 = \{0, 1, 00, 01, 10, 11, 100, \ldots\}$

Linguagem

Definição

Uma **linguagem** L sobre um alfabeto Σ é um subconjunto de Σ^*, i.e.,

$$L \subseteq \Sigma^*.$$

Exemplos de Linguagem

Exemplos

- $L_1 = \{1, 10, 11, 100\}$.

Exemplos de Linguagem

Exemplos

- $L_1 = \{1, 10, 11, 100\}$.
- $L_2 = \{w \in \{0,1\}^* :\ w$ contém o mesmo número de 0's e 1's$\}$

Exemplos de Linguagem

Exemplos

- $L_1 = \{1, 10, 11, 100\}$.
- $L_2 = \{w \in \{0,1\}^* \colon w$ contém o mesmo número de 0's e 1's$\}$
- $L_3 = \{0^n 1^n \in \{0,1\}^* \colon n \geq 1\}$

Exemplos

- $L_1 = \{1, 10, 11, 100\}$.
- $L_2 = \{w \in \{0,1\}^* : w$ contém o mesmo número de 0's e 1's$\}$
- $L_3 = \{0^n 1^n \in \{0,1\}^* : n \geq 1\}$
- $L_4 = \{a^i b^j \in \{0,1\}^* : 1 \geq i \geq j\}$

Exemplos de Linguagem

Exemplos

- $L_1 = \{1, 10, 11, 100\}$.
- $L_2 = \{w \in \{0,1\}^* : w \text{ contém o mesmo número de 0's e 1's}\}$
- $L_3 = \{0^n 1^n \in \{0,1\}^* : n \geq 1\}$
- $L_4 = \{a^i b^j \in \{0,1\}^* : 1 \geq i \geq j\}$
- $L_5 = \{\epsilon\}$

Exemplos de Linguagem

Exemplos

- $L_1 = \{1, 10, 11, 100\}$.
- $L_2 = \{w \in \{0,1\}^* :\ w \text{ contém o mesmo número de 0's e 1's}\}$
- $L_3 = \{0^n 1^n \in \{0,1\}^* :\ n \geq 1\}$
- $L_4 = \{a^i b^j \in \{0,1\}^* :\ 1 \geq i \geq j\}$
- $L_5 = \{\epsilon\}$
- $L_6 = \{\}$

Exemplos de Linguagem

Exemplos

- $L_1 = \{1, 10, 11, 100\}$.
- $L_2 = \{w \in \{0,1\}^* : w$ contém o mesmo número de 0's e 1's$\}$
- $L_3 = \{0^n 1^n \in \{0,1\}^* : n \geq 1\}$
- $L_4 = \{a^i b^j \in \{0,1\}^* : 1 \geq i \geq j\}$
- $L_5 = \{\epsilon\}$
- $L_6 = \{\}$
- $L_7 = \{w \in \{0,1,2\}^* :$ o quinto símbolo de w é $2\}$

Exemplos de Linguagem

Exemplos

- $L_1 = \{1, 10, 11, 100\}$.
- $L_2 = \{w \in \{0,1\}^* : w$ contém o mesmo número de 0's e 1's$\}$
- $L_3 = \{0^n 1^n \in \{0,1\}^* : n \geq 1\}$
- $L_4 = \{a^i b^j \in \{0,1\}^* : 1 \geq i \geq j\}$
- $L_5 = \{\epsilon\}$
- $L_6 = \{\}$
- $L_7 = \{w \in \{0,1,2\}^* :$ o quinto símbolo de w é $2\}$
- $L_8 = \{w \colon w$ é um programa sintaticamente correto em C$\}$

Problema de interesse

Seja L uma linguagem sobre um alfabeto Σ e seja $\omega \in \Sigma^*$. A cadeia ω pertence ou não a linguagem L?

Autômatos Finitos Determinísticos

Autômatos Finitos Determinísticos (AFD):

- É um modelo computacional com uma quantidade limitada (finita) de memória.

Autômatos Finitos Determinísticos (AFD):

- É um modelo computacional com uma quantidade limitada (finita) de memória.
  - Modelo computacional mais simples que estudaremos no curso.

Autômatos Finitos Determinísticos (AFD):

- É um modelo computacional com uma quantidade limitada (finita) de memória.
    - Modelo computacional mais simples que estudaremos no curso.
- Aplicações

Autômatos Finitos Determinísticos (AFD):

- É um modelo computacional com uma quantidade limitada (finita) de memória.
  - Modelo computacional mais simples que estudaremos no curso.
- Aplicações
  - Modelagem de controladores simples: estabelecem uma terminologia e técnica padrão.

Autômatos Finitos Determinísticos (AFD):

- É um modelo computacional com uma quantidade limitada (finita) de memória.
    - Modelo computacional mais simples que estudaremos no curso.
- Aplicações
    - Modelagem de controladores simples: estabelecem uma terminologia e técnica padrão.
    - Usado na fase de analise léxica dos compiladores.

Autômatos Finitos Determinísticos (AFD):

- É um modelo computacional com uma quantidade limitada (finita) de memória.
  - Modelo computacional mais simples que estudaremos no curso.
- Aplicações
  - Modelagem de controladores simples: estabelecem uma terminologia e técnica padrão.
  - Usado na fase de analise léxica dos compiladores.
- É um dispositivo reconhecedor de linguagem.

Diagrama de Estados do AFD M^*

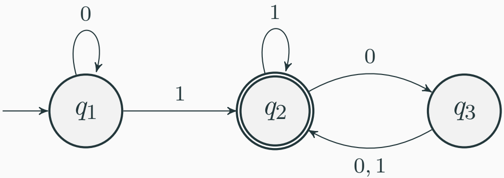
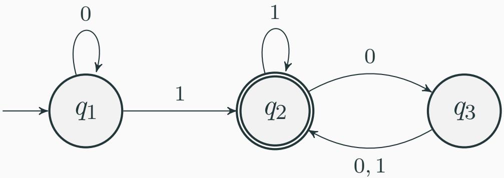
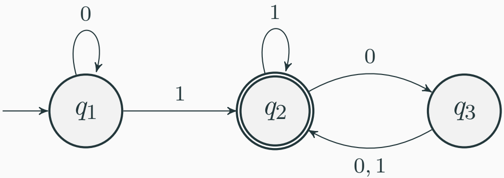


Diagrama de Estados do AFD M^*



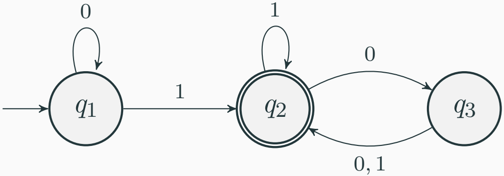
- três **estados**: q_1, q_2, q_3.

Diagrama de Estados do AFD M^*



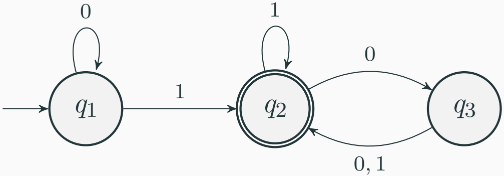
- três **estados**: q_1, q_2, q_3.
- O **estado inicial** (q_1) é indicado por uma flecha vinda de lugar algum.

Diagrama de Estados do AFD M^*



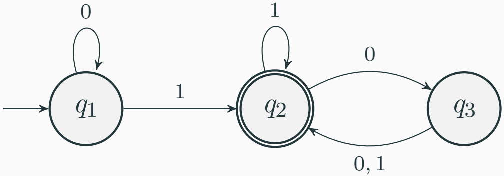
- três **estados**: q_1, q_2, q_3.
- O **estado inicial** (q_1) é indicado por uma flecha vinda de lugar algum.
- Um **estado final** (q_2) é indicado por um círculo com aro duplo.

Diagrama de Estados do AFD M^*



- três **estados**: q_1, q_2, q_3.
- O **estado inicial** (q_1) é indicado por uma flecha vinda de lugar algum.
- Um **estado final** (q_2) é indicado por um círculo com aro duplo.
- As flechas ligando estados são chamadas de **transições**.

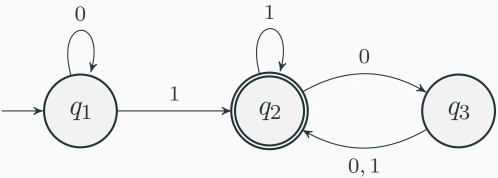
Diagrama de Estados do AFD M^*



- três **estados**: q_1, q_2, q_3.
- O **estado inicial** (q_1) é indicado por uma flecha vinda de lugar algum.
- Um **estado final** (q_2) é indicado por um círculo com aro duplo.
- As flechas ligando estados são chamadas de **transições**.
- Quando o autômato recebe uma cadeia de entrada, ele processa a cadeia e **aceita** ou **rejeita** ela.

Funcionamento de um autômato

Diagrama de Estados do AFD M^*



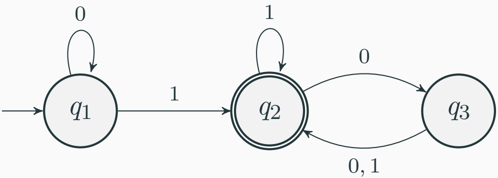
✎ Exemplo

Vamos processar as seguintes cadeias com o autômato M^*

- 010101

Funcionamento de um autômato

Diagrama de Estados do AFD M^*



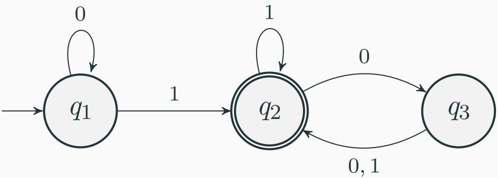
✎ Exemplo

Vamos processar as seguintes cadeias com o autômato M^*

- 010101
- 011000

Funcionamento de um autômato

Diagrama de Estados do AFD M^*



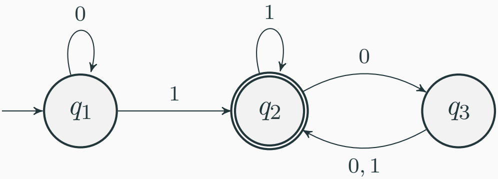
✎ Exemplo

Vamos processar as seguintes cadeias com o autômato M^*

- 010101
- 011000
- 100

Funcionamento de um autômato

Diagrama de Estados do AFD M^*

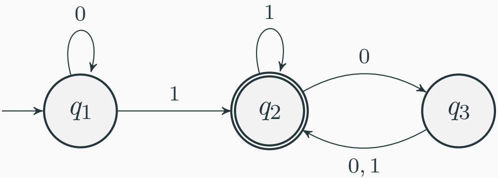


✎ Exemplo

Vamos processar as seguintes cadeias com o autômato M^*

- 010101
- 011000
- 100

Diagrama de Estados do AFD M^*



✎ Exemplo

Vamos processar as seguintes cadeias com o autômato M^*

- 010101
- 011000
- 100

Qual a linguagem aceita pelo autômato M^*?

Definição formal (matematiquês)

- Uma definição formal é precisa

Definição formal (matematiquês)

- Uma definição formal é precisa
    - resolve incertezas sobre o que pode e não pode

Definição formal (matematiquês)

- Uma definição formal é precisa
  - resolve incertezas sobre o que pode e não pode

Perguntas

- Um autômato pode ter mais do que um estado inicial?

Definição formal (matematiquês)

- Uma definição formal é precisa
  - resolve incertezas sobre o que pode e não pode

Perguntas

- Um autômato pode ter mais do que um estado inicial?
- Um autômato pode ter mais de uma flecha saindo do mesmo estado com o mesmo símbolo do alfabeto?

Definição formal (matematiquês)

- Uma definição formal é precisa
  - resolve incertezas sobre o que pode e não pode

Perguntas

- Um autômato pode ter mais do que um estado inicial?
- Um autômato pode ter mais de uma flecha saindo do mesmo estado com o mesmo símbolo do alfabeto?
- Um autômato precisa ter um estado final?

Definição formal (matematiquês)

- Uma definição formal é precisa
  - resolve incertezas sobre o que pode e não pode

Perguntas

- Um autômato pode ter mais do que um estado inicial?
- Um autômato pode ter mais de uma flecha saindo do mesmo estado com o mesmo símbolo do alfabeto?
- Um autômato precisa ter um estado final?
- Um autômato pode ter mais do que um estado final?

Definição formal (matematiquês)

- Uma definição formal é precisa
  - resolve incertezas sobre o que pode e não pode

Perguntas

- Um autômato pode ter mais do que um estado inicial?
- Um autômato pode ter mais de uma flecha saindo do mesmo estado com o mesmo símbolo do alfabeto?
- Um autômato precisa ter um estado final?
- Um autômato pode ter mais do que um estado final?
- Cada estado precisa ter uma flecha saindo com cada símbolo do alfabeto?

Definição formal (matematiquês)

- Uma definição formal é precisa
  - resolve incertezas sobre o que pode e não pode

Perguntas

- Um autômato pode ter mais do que um estado inicial?
- Um autômato pode ter mais de uma flecha saindo do mesmo estado com o mesmo símbolo do alfabeto?
- Um autômato precisa ter um estado final?
- Um autômato pode ter mais do que um estado final?
- Cada estado precisa ter uma flecha saindo com cada símbolo do alfabeto?

Definição formal (matematiquês)

- Uma definição formal é precisa
  - resolve incertezas sobre o que pode e não pode

Perguntas

- Um autômato pode ter mais do que um estado inicial?
- Um autômato pode ter mais de uma flecha saindo do mesmo estado com o mesmo símbolo do alfabeto?
- Um autômato precisa ter um estado final?
- Um autômato pode ter mais do que um estado final?
- Cada estado precisa ter uma flecha saindo com cada símbolo do alfabeto?

- Ademais, definição formal provê notação adequada

Definição

Uma **autômato finito determinístico (AFD)** é uma 5-upla $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, onde

Definição

Uma **autômato finito determinístico (AFD)** é uma 5-upla $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, onde

- Q é um conjunto finito de elementos chamados **estados**;

Definição

Uma **autômato finito determinístico (AFD)** é uma 5-upla $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, onde

- Q é um conjunto finito de elementos chamados **estados**;
- Σ é um alfabeto

Autômatos Finitos Determinísticos

Definição

Uma **autômato finito determinístico (AFD)** é uma 5-upla $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, onde

- Q é um conjunto finito de elementos chamados **estados**;
- Σ é um alfabeto
- $\delta : Q \times \Sigma \to Q$ é a **função de transição**

Definição

Uma **autômato finito determinístico (AFD)** é uma 5-upla $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, onde

- Q é um conjunto finito de elementos chamados **estados**;
- Σ é um alfabeto
- $\delta : Q \times \Sigma \to Q$ é a **função de transição**
- $q_0 \in Q$ é o estado inicial

Definição

Uma **autômato finito determinístico (AFD)** é uma 5-upla $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, onde

- Q é um conjunto finito de elementos chamados **estados**;
- Σ é um alfabeto
- $\delta : Q \times \Sigma \to Q$ é a **função de transição**
- $q_0 \in Q$ é o estado inicial
- $F \subseteq Q$ é o conjunto de **estados finais** (ou de **aceitação**)

Autômatos Finitos Determinísticos

Definição

Uma **autômato finito determinístico (AFD)** é uma 5-upla $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, onde

- Q é um conjunto finito de elementos chamados **estados**;
- Σ é um alfabeto
- $\delta : Q \times \Sigma \to Q$ é a **função de transição**
- $q_0 \in Q$ é o estado inicial
- $F \subseteq Q$ é o conjunto de **estados finais** (ou de **aceitação**)

Perguntas

Autômatos Finitos Determinísticos

Definição

Uma **autômato finito determinístico (AFD)** é uma 5-upla $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, onde

- Q é um conjunto finito de elementos chamados **estados**;
- Σ é um alfabeto
- $\delta : Q \times \Sigma \to Q$ é a **função de transição**
- $q_0 \in Q$ é o estado inicial
- $F \subseteq Q$ é o conjunto de **estados finais** (ou de **aceitação**)

Perguntas

- Um autômato pode ter mais do que um estado inicial?

Autômatos Finitos Determinísticos

Definição

Uma **autômato finito determinístico (AFD)** é uma 5-upla $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, onde

- Q é um conjunto finito de elementos chamados **estados**;
- Σ é um alfabeto
- $\delta : Q \times \Sigma \to Q$ é a **função de transição**
- $q_0 \in Q$ é o estado inicial
- $F \subseteq Q$ é o conjunto de **estados finais** (ou de **aceitação**)

Perguntas

- Um autômato pode ter mais do que um estado inicial?
- Um autômato pode ter mais de uma flecha saindo do mesmo estado com o mesmo símbolo do alfabeto?

Autômatos Finitos Determinísticos

Definição

Uma **autômato finito determinístico (AFD)** é uma 5-upla $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, onde

- Q é um conjunto finito de elementos chamados **estados**;
- Σ é um alfabeto
- $\delta : Q \times \Sigma \to Q$ é a **função de transição**
- $q_0 \in Q$ é o estado inicial
- $F \subseteq Q$ é o conjunto de **estados finais** (ou de **aceitação**)

Perguntas

- Um autômato pode ter mais do que um estado inicial?
- Um autômato pode ter mais de uma flecha saindo do mesmo estado com o mesmo símbolo do alfabeto?
- Um autômato precisa ter um estado final?

Autômatos Finitos Determinísticos

Definição

Uma **autômato finito determinístico (AFD)** é uma 5-upla $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, onde

- Q é um conjunto finito de elementos chamados **estados**;
- Σ é um alfabeto
- $\delta : Q \times \Sigma \to Q$ é a **função de transição**
- $q_0 \in Q$ é o estado inicial
- $F \subseteq Q$ é o conjunto de **estados finais** (ou de **aceitação**)

Perguntas

- Um autômato pode ter mais do que um estado inicial?
- Um autômato pode ter mais de uma flecha saindo do mesmo estado com o mesmo símbolo do alfabeto?
- Um autômato precisa ter um estado final?
- Um autômato pode ter mais do que um estado final?

Autômatos Finitos Determinísticos

Definição

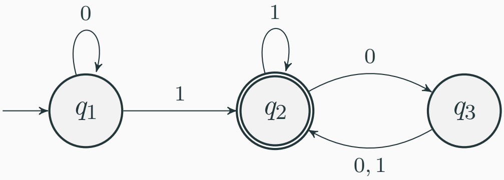
Uma **autômato finito determinístico (AFD)** é uma 5-upla $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, onde

- Q é um conjunto finito de elementos chamados **estados**;
- Σ é um alfabeto
- $\delta : Q \times \Sigma \to Q$ é a **função de transição**
- $q_0 \in Q$ é o estado inicial
- $F \subseteq Q$ é o conjunto de **estados finais** (ou de **aceitação**)

Perguntas

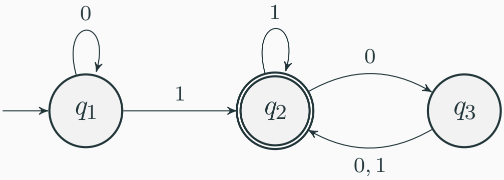
- Um autômato pode ter mais do que um estado inicial?
- Um autômato pode ter mais de uma flecha saindo do mesmo estado com o mesmo símbolo do alfabeto?
- Um autômato precisa ter um estado final?
- Um autômato pode ter mais do que um estado final?
- Cada estado precisa ter uma flecha saindo com cada símbolo do alfabeto?

Diagrama de Estados do AFD M^*



Definição Formal do Automato M^*

Diagrama de Estados do AFD M^*



$M^* = (Q, \Sigma, \delta, q_1, F)$, onde $Q = \{q_1, q_2, q_3\}$, $\Sigma = \{0, 1\}$, $F = \{q_2\}$
e δ é definido como

δ	0	1
q_1	q_1	q_2
q_2	q_3	q_2
q_3	q_2	q_2

Dissecando um AFD

- A memória do AFD = seus estados = Finita

Dissecando um AFD

- A memória do AFD = seus estados = Finita
- **Determinismo:** para cada símbolo da entrada existe exatamente um estado para o qual o autômato pode transitar do estado atual

Seja $M = (Q, \Sigma, \delta, q_1, F)$ um AFD e seja $\omega = w_1 w_2 \cdots w_n$ uma cadeia sobre Σ. Dizemos que M **aceita** ω se existe uma sequência de estados $(r_1, r_2, \ldots, r_n)$ tal que

- $r_1 = q_1$
- $\delta(r_i, w_i) = r_{i+1}, \quad \forall i = 1, \ldots, n-1$
- $r_n \in F$

Linguagem reconhecida por um autômato

Se X é o conjunto de todas as cadeias que um AFD M aceita, então dizemos que

- X é a **linguagem** de M

Linguagem reconhecida por um autômato

Se X é o conjunto de todas as cadeias que um AFD M aceita, então dizemos que

- X é a **linguagem** de M
- $L(M) = X$

Linguagem reconhecida por um autômato

Se X é o conjunto de todas as cadeias que um AFD M aceita, então dizemos que

- X é a **linguagem** de M
- $L(M) = X$
- M **reconhece** X

Linguagem reconhecida por um autômato

Se X é o conjunto de todas as cadeias que um AFD M aceita, então dizemos que

- X é a **linguagem** de M
- $L(M) = X$
- M **reconhece** X

Linguagem reconhecida por um autômato

Se X é o conjunto de todas as cadeias que um AFD M aceita, então dizemos que

- X é a **linguagem** de M
- $L(M) = X$
- M **reconhece** X

Exemplos

$L(M^*) = \{w \in \{0,1\}^* \colon w$ contém ao menos um símbolo 1 e contém um número par de zeros após o último $1\}$.

Linguagem reconhecida por um autômato

Se X é o conjunto de todas as cadeias que um AFD M aceita, então dizemos que

- X é a **linguagem** de M
- $L(M) = X$
- M **reconhece** X

Exemplos

$L(M^*) = \{w \in \{0,1\}^* : w$ contém ao menos um símbolo 1 e contém um número par de zeros após o último $1\}$.

Warning

Um AFD aceita várias cadeias mas reconhece apenas uma linguagem!

Diagrama de Estados do AFD M'

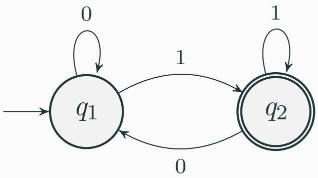
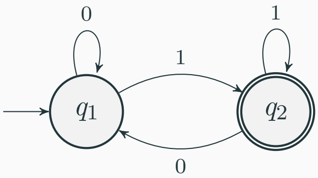
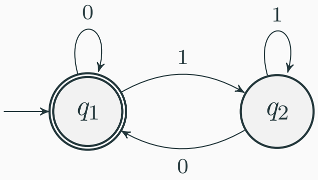


Diagrama de Estados do AFD M'



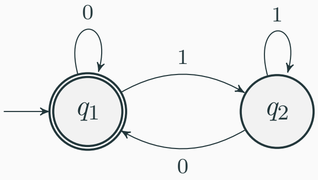
$$L(M') = \{w\colon w \text{ termina em } 1\}$$

Diagrama de Estados do AFD M''



Mais Exemplos de AFD (Cont)

Diagrama de Estados do AFD M''



$$L(M'') = \{w \colon w = \epsilon \text{ ou termina em } 0\}$$

Definição

Uma linguagem é **regular** se algum AFD a reconhece

Problema de interesse

Problemas de interesse:

- Dado AFD M, determine $L(M)$

Problema de interesse

Problemas de interesse:

- Dado AFD M, determine $L(M)$
- Dada $L \subseteq \Sigma^*$, faça um AFD que reconhece L

Problema de interesse

Problemas de interesse:

- Dado AFD M, determine $L(M)$
- Dada $L \subseteq \Sigma^*$, faça um AFD que reconhece L
- Dada $L \subseteq \Sigma^*$, determine se L é regular.

Problema de interesse

Problemas de interesse:

- Dado AFD M, determine $L(M)$
- Dada $L \subseteq \Sigma^*$, faça um AFD que reconhece L
- Dada $L \subseteq \Sigma^*$, determine se L é regular.
    - Como fazemos isso?

Projetando Autômatos Finitos Determinísticos

- $L_1 = \{\}$ (linguagem vazia)

Projetando Autômatos Finitos Determinísticos

- $L_1 = \{\}$ (linguagem vazia)
- $L_2 = \{\epsilon\}$ (linguagem contém cadeia vazia)

Projetando Autômatos Finitos Determinísticos

- $L_1 = \{\}$ (linguagem vazia)
- $L_2 = \{\epsilon\}$ (linguagem contém cadeia vazia)
- $L_3 = \{w \in \{0,1\}^* : w \text{ contém } 01 \text{ como subcadeia}\}$

Projetando Autômatos Finitos Determinísticos

- $L_1 = \{\}$ (linguagem vazia)
- $L_2 = \{\epsilon\}$ (linguagem contém cadeia vazia)
- $L_3 = \left\{w \in \{0,1\}^* : w \text{ contém 01 como subcadeia}\right\}$

- $L_4 = \left\{w \in \{0,1\}^* : w \text{ tem um número par de zeros}\right\}$

Projetando Autômatos Finitos Determinísticos

- $L_1 = \{\}$ (linguagem vazia)
- $L_2 = \{\epsilon\}$ (linguagem contém cadeia vazia)
- $L_3 = \left\{w \in \{0,1\}^* : w \text{ contém } 01 \text{ como subcadeia}\right\}$

- $L_4 = \left\{w \in \{0,1\}^* : w \text{ tem um número par de zeros}\right\}$
- $L_5 = \left\{w \in \{0,1\}^* : w \text{ termina em } 00 \text{ e contém ao menos um } 1\right\}$

Projetando Autômatos Finitos Determinísticos

- $L_1 = \{\}$ (linguagem vazia)
- $L_2 = \{\epsilon\}$ (linguagem contém cadeia vazia)
- $L_3 = \{w \in \{0,1\}^* : w$ contém 01 como subcadeia$\}$

- $L_4 = \{w \in \{0,1\}^* : w$ tem um número par de zeros$\}$
- $L_5 = \{w \in \{0,1\}^* : w$ termina em 00 e contém ao menos um 1$\}$
- $L_6 = \{w \in \{0,1\}^* :$ terceiro símbolo a partir do fim é 1$\}$

Exercícios

Projete AFDs para reconhecer as seguintes linguagens:

- $L_1 = \{w \in \{0,1\}^* : w \text{ termina em } 01\}$

Exercícios

Projete AFDs para reconhecer as seguintes linguagens:

- $L_1 = \left\{ w \in \{0,1\}^* \colon w \text{ termina em } 01 \right\}$
- $L_2 = \left\{ w \in \{a,b\}^* \colon w \text{ começa e termina com o mesmo símbolo} \right\}$

Exercícios

Projete AFDs para reconhecer as seguintes linguagens:

- $L_1 = \{w \in \{0,1\}^* \colon w \text{ termina em } 01\}$
- $L_2 = \{w \in \{a,b\}^* \colon w \text{ começa e termina com o mesmo símbolo}\}$
- $L_3 = \{w \in \{0,1,2\}^* \colon \text{ a soma dos símbolos de } w \text{ é} \equiv 0 \pmod 3\}$

Exercícios

Projete AFDs para reconhecer as seguintes linguagens:

- $L_1 = \{w \in \{0,1\}^* : w \text{ termina em } 01\}$
- $L_2 = \{w \in \{a,b\}^* : w \text{ começa e termina com o mesmo símbolo}\}$
- $L_3 = \{w \in \{0,1,2\}^* : \text{ a soma dos símbolos de } w \text{ é} \equiv 0 \pmod 3\}$
- $L_4 = \{w \in \{0,1\}^* : \text{ toda posição ímpar de } w \text{ é } 1\}$

Exercícios

Projete AFDs para reconhecer as seguintes linguagens:

- $L_1 = \{w \in \{0,1\}^* : w \text{ termina em } 01\}$
- $L_2 = \{w \in \{a,b\}^* : w \text{ começa e termina com o mesmo símbolo}\}$
- $L_3 = \{w \in \{0,1,2\}^* : \text{ a soma dos símbolos de } w \text{ é} \equiv 0 \pmod 3\}$
- $L_4 = \{w \in \{0,1\}^* : \text{ toda posição ímpar de } w \text{ é } 1\}$
- $L_5 = \{w \in \{0,1\}^* : w \text{ não contém } 110 \text{ como subcadeia}\}$

Exercícios

Projete AFDs para reconhecer as seguintes linguagens:

- $L_1 = \{w \in \{0,1\}^* : w \text{ termina em } 01\}$
- $L_2 = \{w \in \{a,b\}^* : w \text{ começa e termina com o mesmo símbolo}\}$
- $L_3 = \{w \in \{0,1,2\}^* : \text{ a soma dos símbolos de } w \text{ é} \equiv 0 \pmod 3\}$
- $L_4 = \{w \in \{0,1\}^* : \text{ toda posição ímpar de } w \text{ é } 1\}$
- $L_5 = \{w \in \{0,1\}^* : w \text{ não contém } 110 \text{ como subcadeia}\}$
- $L_6 = \{w \in \{0,1\}^* : \text{ todo } 0 \text{ em } w \text{ é seguido de pelo menos um } 1\}$

Exercícios

Projete AFDs para reconhecer as seguintes linguagens:

- $L_1 = \{w \in \{0,1\}^* : w \text{ termina em } 01\}$
- $L_2 = \{w \in \{a,b\}^* : w \text{ começa e termina com o mesmo símbolo}\}$
- $L_3 = \{w \in \{0,1,2\}^* : \text{ a soma dos símbolos de } w \text{ é} \equiv 0 \pmod 3\}$
- $L_4 = \{w \in \{0,1\}^* : \text{ toda posição ímpar de } w \text{ é } 1\}$
- $L_5 = \{w \in \{0,1\}^* : w \text{ não contém } 110 \text{ como subcadeia}\}$
- $L_6 = \{w \in \{0,1\}^* : \text{ todo } 0 \text{ em } w \text{ é seguido de pelo menos um } 1\}$
- $L_7 = \{w \in \{0,1\}^* : w \text{ contém ao menos dois } 0\text{s e no máximo um } 1\}$