Revisão de conceitos importantes

MCTA015-13 - Linguagens Formais e Autômata

Prof. Maycon Sambinelli

m.sambinelli@ufabc.edu.br

Centro de Matemática, Computação e Cognição – Universidade Federal do ABC

Sequências

Sequência

Uma sequência de objetos é uma lista desses objetos em alguma ordem.

Exemplo

$(7, 21, 57)$

Sequência

Uma sequência de objetos é uma lista desses objetos em alguma ordem.

Exemplo

$(7, 21, 57)$

A ordem dos elementos importa:

$$(7, 21, 57) \neq (57, 21, 7)$$

Sequência

Uma sequência de objetos é uma lista desses objetos em alguma ordem.

Exemplo

$(7, 21, 57)$

A ordem dos elementos importa:

$$(7, 21, 57) \neq (57, 21, 7)$$

Repetições também importam:

$$(7, 21, 57) \neq (7, 7, 21, 57)$$

Tupla

Uma sequência de k elementos é chamada de k-upla (ou simplesmente tupla).

Uma sequência de k elementos é chamada de k-upla (ou simplesmente tupla).

Exemplos

- (🚌, 🐐, 🙄, 🎸) 4-upla

Tupla

Uma sequência de k elementos é chamada de k-upla (ou simplesmente tupla).

Exemplos

-  4-upla
- (A, B, C) 3-upla

Tupla

Uma sequência de k elementos é chamada de k-upla (ou simplesmente tupla).

Exemplos

- (🚌, 🐐, 🤔, 🎸) — 4-upla
- (A, B, C) — 3-upla
- (1, 😕) — 2-upla ou par

Conjuntos

Conjuntos

Conjunto

Um **conjunto** é um grupo de objetos representados como uma unidade.

Conjuntos

Conjunto

Um **conjunto** é um grupo de objetos representados como uma unidade.

Um conjunto podem conter qualquer tipo de objeto, incluindo números, símbolos, outros conjuntos, etc...

Conjunto

Um **conjunto** é um grupo de objetos representados como uma unidade.

Um conjunto podem conter qualquer tipo de objeto, incluindo números, símbolos, outros conjuntos, etc...

Elemento ou Membro

Os objetos em um conjunto são chamados de **elementos** ou **membros**.

Definindo Conjuntos: listagem

Podemos definir um conjunto através da listagem de seus elementos, separados por vírgula, entre chaves.

Exemplos

$$\{1, 2, 3, 4\}$$

{banana, uva, 😆}

{🍇, 🍉, 🍍, 🍒, 🍌}

{😃, 😁, 😆, 😄}

Definindo Conjuntos: listagem

Podemos definir um conjunto através da listagem de seus elementos, separados por vírgula, entre chaves.

Exemplos

$$\{1, 2, 3, 4\}$$

{banana, uva, 😆}

{🍇, 🍉, 🍍, 🍒, 🍌}

{😃, 😁, 😆, 😅}

Em um conjunto a ordem em que listamos os elementos e elementos repetidos são irrelevantes.

$$\{1, 2, 3, 4\} = \{2, 1, 4, 3\} = \{1, 2, 2, 4, 3, 3\}$$

Pertinência em Conjuntos

Se x é um membro do conjunto A, escrevemos $x \in A$, que pode ser lido como:

Pertinência em Conjuntos

Se x é um membro do conjunto A, escrevemos $x \in A$, que pode ser lido como:

- x é um elemento de A,

Pertinência em Conjuntos

Se x é um membro do conjunto A, escrevemos $x \in A$, que pode ser lido como:

- x é um elemento de A,
- x é um membro de A,

Pertinência em Conjuntos

Se x é um membro do conjunto A, escrevemos $x \in A$, que pode ser lido como:

- x é um elemento de A,
- x é um membro de A,
- x pertence a A, ou

Pertinência em Conjuntos

Se x é um membro do conjunto A, escrevemos $x \in A$, que pode ser lido como:

- x é um elemento de A,
- x é um membro de A,
- x pertence a A, ou
- x está em A.

Pertinência em Conjuntos

Se x é um membro do conjunto A, escrevemos $x \in A$, que pode ser lido como:

- x é um elemento de A,
- x é um membro de A,
- x pertence a A, ou
- x está em A.

Pertinência em Conjuntos

Se x é um membro do conjunto A, escrevemos $x \in A$, que pode ser lido como:

- x é um elemento de A,
- x é um membro de A,
- x pertence a A, ou
- x está em A.

Se $x \in A$, também dizemos que o conjunto A contém x

Não Pertinência em Conjuntos

Se x não é um membro do conjunto A, escrevemos $x \notin A$, que pode ser lido como:

Não Pertinência em Conjuntos

Se x não é um membro do conjunto A, escrevemos $x \notin A$, que pode ser lido como:

- x não é um elemento de A

Não Pertinência em Conjuntos

Se x não é um membro do conjunto A, escrevemos $x \notin A$, que pode ser lido como:

- x não é um elemento de A
- x não é um membro de A

Não Pertinência em Conjuntos

Se x não é um membro do conjunto A, escrevemos $x \notin A$, que pode ser lido como:

- x não é um elemento de A
- x não é um membro de A
- x não pertence a A

Não Pertinência em Conjuntos

Se x não é um membro do conjunto A, escrevemos $x \notin A$, que pode ser lido como:

- x não é um elemento de A
- x não é um membro de A
- x não pertence a A
- x não está em A

Não Pertinência em Conjuntos

Se x não é um membro do conjunto A, escrevemos $x \notin A$, que pode ser lido como:

- x não é um elemento de A
- x não é um membro de A
- x não pertence a A
- x não está em A

Não Pertinência em Conjuntos

Se x não é um membro do conjunto A, escrevemos $x \notin A$, que pode ser lido como:

- x não é um elemento de A
- x não é um membro de A
- x não pertence a A
- x não está em A

Se $x \notin A$, também dizemos que A não contém o elemento x

Nomeando conjuntos

Para não replicarmos a definição do conjunto toda vez que quisermos referenciá-lo, é comum nomeá-lo. Fazemos isso indicando que um conjunto é igual a um rótulo (variável).

Exemplo

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \{\text{banana, maçã, pera}\}$$

$$C = \{\text{😃, 😁, 😆, 😄}\}$$

Nomeando conjuntos

Para não replicarmos a definição do conjunto toda vez que quisermos referenciá-lo, é comum nomeá-lo. Fazemos isso indicando que um conjunto é igual a um rótulo (variável).

Exemplo

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \{\text{banana, maçã, pera}\}$$

$$C = \{\text{😃, 😁, 😆, 😄}\}$$

Exemplo de uso

Seja $A = \{1, 2, 3, 4\}$ [...]. Como $2 \in A$ [...]

Nomeando conjuntos

Para não replicarmos a definição do conjunto toda vez que quisermos referenciá-lo, é comum nomeá-lo. Fazemos isso indicando que um conjunto é igual a um rótulo (variável).

Exemplo

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \{\text{banana, maçã, pera}\}$$

$$C = \{\text{😃, 😁, 😆, 😄}\}$$

Exemplo de uso

Seja $A = \{1, 2, 3, 4\}$ [...]. Como $2 \in A$ [...]

Por convenção, rotulamos os conjuntos com letras maiúsculas.

Usando elipses na definição de conjuntos

Quando temos muitos elementos para listar na definição do conjunto, usamos elipses ("...") para denotar que a listagem de elementos continua de acordo com o padrão exibido.

Exemplos

$$\{1, 2, 3, \ldots, 100\}$$

$$\{0, 2, 4, \ldots, 100\}$$

$$\{x_1, x_2, \ldots, x_{89}\}$$

$$\{y_1, y_2, \ldots, y_k\}, \text{ onde } k \text{ é um inteiro}$$

Usando elipses na definição de conjuntos (Cont.)

Na ausência de um padrão claro, assumimos que o incremento ocorre de um em um.

Exemplos

$$\{1, \ldots, 100\}$$

$$\{a_1, \ldots, a_{89}\}$$

Denotando conjuntos infinitos

Um conjunto X é **finito** se ele contém um número finito de membros. Caso contrário, dizemos que X é um conjunto **infinito**.

Denotando conjuntos infinitos

Um conjunto X é **finito** se ele contém um número finito de membros. Caso contrário, dizemos que X é um conjunto **infinito**.

Para denotar um conjunto **infinito** podemos usar elipses.

Exemplos

$$\{1, 2, 3, \ldots\}$$

$$\{1, 3, 5, \ldots\}$$

$$\{\ldots, -2, -1\}$$

$$\{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$$

A **cardinalidade** ou **tamanho** de um conjunto X, denotado por $|X|$, é o número de membros de X.

Exemplo

Se $A = \{0, 2, 4, 6\}$, $B = \{1, 2, \ldots, 100\}$, $C = \{1, 2, \ldots\}$, $D = \{\}$, então

$$|A| = 4 \qquad |B| = 100 \qquad |C| = \infty \qquad |D| = 0$$

Conjunto vazio

O conjunto $\{\}$, i.e., o conjunto que contém zero elementos, é chamado de conjunto vazio.

Ele é denotado por $\emptyset$.

Conjuntos Importantes

- $\emptyset = \{\}$ Conjunto vazio

Conjuntos Importantes

- $\emptyset = \{\}$ Conjunto vazio
- $\mathbb{N} = \{1, 2, \ldots\}$ Conjunto dos números naturais

Conjuntos Importantes

- $\emptyset = \{\}$ Conjunto vazio
- $\mathbb{N} = \{1, 2, \dots\}$ Conjunto dos números naturais
- $\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ Conjunto dos números inteiros

Conjuntos Importantes

- $\emptyset = \{\}$ Conjunto vazio
- $\mathbb{N} = \{1, 2, \ldots\}$ Conjunto dos números naturais
- $\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$ Conjunto dos números inteiros
- $\mathbb{Q}$ Conjunto dos números racionais

Conjuntos Importantes

- $\emptyset = \{\}$ Conjunto vazio
- $\mathbb{N} = \{1, 2, \ldots\}$ Conjunto dos números naturais
- $\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$ Conjunto dos números inteiros
- $\mathbb{Q}$ Conjunto dos números racionais
- $\mathbb{R}$ Conjunto dos números reais

Definindo conjuntos textualmente

Podemos definir conjuntos textualmente.

Exemplos

- "Seja X o conjunto de todos os números naturais menores ou iguais a 100"
- $X = \{\text{números naturais menores ou iguais a } 100\}$

Definindo conjuntos textualmente

Podemos definir conjuntos textualmente.

Exemplos

- "Seja X o conjunto de todos os números naturais menores ou iguais a 100"
- $X = \{\text{números naturais menores ou iguais a } 100\}$

- Não é muito preciso, o que pode levar a ambiguidade na definição do conjunto.

Definindo conjuntos com funções de predicado

Dada uma função de predicado $f\colon X \to \{\text{verdadeiro}, \text{falso}\}$, podemos definir um conjunto com a notação

$$\{x : f(x)\} \qquad \text{ou} \qquad \{x \mid f(x)\}$$

- Os símbolos "$:$" e "$|$" são lidos como "tal que".
- Lê-se: "o conjunto formado pelos elementos x tais que $f(x)$ vale".

Definindo conjuntos com funções de predicado

Dada uma função de predicado $f\colon X \to \{\text{verdadeiro}, \text{falso}\}$, podemos definir um conjunto com a notação

$$\{x : f(x)\} \qquad \text{ou} \qquad \{x \mid f(x)\}$$

- Os símbolos “ : ” e “|” são lidos como “tal que”.
- Lê-se: “o conjunto formado pelos elementos x tais que $f(x)$ vale”.
- Todos os valores de x para os quais o predicado vale (é verdadeiro) pertencem ao conjunto que está sendo definido.

Definindo conjuntos com funções de predicado

Dada uma função de predicado $f\colon X \to \{\text{verdadeiro}, \text{falso}\}$, podemos definir um conjunto com a notação

$$\{x : f(x)\} \qquad \text{ou} \qquad \{x \mid f(x)\}$$

- Os símbolos "$:$" e "$|$" são lidos como "tal que".
- Lê-se: "o conjunto formado pelos elementos x tais que $f(x)$ vale".
- Todos os valores de x para os quais o predicado vale (é verdadeiro) pertencem ao conjunto que está sendo definido.
- Todos os valores de x para os quais o predicado não vale não pertencem ao conjunto.

Definindo conjuntos com funções de predicado

Dada uma função de predicado $f\colon X \to \{\text{verdadeiro}, \text{falso}\}$, podemos definir um conjunto com a notação

$$\{x : f(x)\} \qquad \text{ou} \qquad \{x \mid f(x)\}$$

- Os símbolos " $:$ " e "$|$" são lidos como "tal que".
- Lê-se: "o conjunto formado pelos elementos x tais que $f(x)$ vale".
- Todos os valores de x para os quais o predicado vale (é verdadeiro) pertencem ao conjunto que está sendo definido.
- Todos os valores de x para os quais o predicado não vale não pertencem ao conjunto.

O domínio da função f pode aparecer no lado esquerdo da notação:

$$\{x \in X : f(x)\} \qquad \text{ou} \qquad \{x \in X \mid f(x)\}$$

Definindo conjuntos com funções de predicado (Cont.)

Exemplos

- $\{x\text{: } x \text{ é par}\}$

Definindo conjuntos com funções de predicado (Cont.)

Exemplos

- $\{x\colon x \text{ é par}\}$
- $\{x \in \mathbb{N}\colon x \text{ é par}\}$

Definindo conjuntos com funções de predicado (Cont.)

Exemplos

- $\{x\colon x \text{ é par}\}$
- $\{x \in \mathbb{N}\colon x \text{ é par}\}$
- $\{x\colon x \in \mathbb{N} \text{ e } x \text{ é par}\}$

Definindo conjuntos com funções de predicado (Cont.)

Exemplos

- $\{x\colon x \text{ é par}\}$
- $\{x \in \mathbb{N}\colon x \text{ é par}\}$
- $\{x\colon x \in \mathbb{N} \text{ e } x \text{ é par}\}$
- $\{x\colon x = 0 \pmod 2\}$

Definindo conjuntos com funções de predicado (Cont.)

Exemplos

- $\{x\colon x$ é par$\}$
- $\{x \in \mathbb{N}\colon x$ é par$\}$
- $\{x\colon x \in \mathbb{N}$ e x é par$\}$
- $\{x\colon x = 0 \pmod 2)\}$
- $\{x\colon x = 2k,$ para algum $k \in Z\}$

Definindo conjuntos com funções de predicado (Cont.)

Exemplos

- $\{x\colon x$ é par$\}$
- $\{x \in \mathbb{N}\colon x$ é par$\}$
- $\{x\colon x \in \mathbb{N}$ e x é par$\}$
- $\{x\colon x = 0 \pmod 2)\}$
- $\{x\colon x = 2k,$ para algum $k \in Z\}$
- $\{x \in \mathbb{Z}\}$

Definindo conjuntos com funções de predicado (Cont.)

Exemplos

- $\{x\colon x$ é par$\}$
- $\{x \in \mathbb{N}\colon x$ é par$\}$
- $\{x\colon x \in \mathbb{N}$ e x é par$\}$
- $\{x\colon x = 0 \pmod 2)\}$
- $\{x\colon x = 2k,$ para algum $k \in Z\}$
- $\{x \in \mathbb{Z}\}$
- $\{x \in \mathbb{Z}\colon 1 \leq x \leq 100\}$

Definindo conjuntos com funções de predicado (Cont.)

Exemplos

- $\{x\colon x$ é par$\}$
- $\{x \in \mathbb{N}\colon x$ é par$\}$
- $\{x\colon x \in \mathbb{N}$ e x é par$\}$
- $\{x\colon x = 0 \pmod 2)\}$
- $\{x\colon x = 2k,$ para algum $k \in Z\}$
- $\{x \in \mathbb{Z}\}$
- $\{x \in \mathbb{Z}\colon 1 \leq x \leq 100\}$
- $\{(x, y)\colon 1 \leq x \leq 100$ e $1 \leq y \leq 10\}$

Definindo conjuntos com funções de predicado (Cont.)

Exemplos

- $\{x\colon x$ é par$\}$
- $\{x \in \mathbb{N}\colon x$ é par$\}$
- $\{x\colon x \in \mathbb{N}$ e x é par$\}$
- $\{x\colon x = 0 \pmod 2)\}$
- $\{x\colon x = 2k,$ para algum $k \in Z\}$
- $\{x \in \mathbb{Z}\}$
- $\{x \in \mathbb{Z}\colon 1 \leq x \leq 100\}$
- $\{(x, y)\colon 1 \leq x \leq 100$ e $1 \leq y \leq 10\}$
- $\{x \in \mathbb{Z}\colon 1 \leq x \leq 100$ e x é múltiplo de $3\}$

Definindo conjuntos com funções de predicado (Cont.)

Exemplos

- $\{x\colon x$ é par$\}$
- $\{x \in \mathbb{N}\colon x$ é par$\}$
- $\{x\colon x \in \mathbb{N}$ e x é par$\}$
- $\{x\colon x = 0 \pmod 2\}$
- $\{x\colon x = 2k,$ para algum $k \in Z\}$
- $\{x \in \mathbb{Z}\}$
- $\{x \in \mathbb{Z}\colon 1 \leq x \leq 100\}$
- $\{(x, y)\colon 1 \leq x \leq 100$ e $1 \leq y \leq 10\}$
- $\{x \in \mathbb{Z}\colon 1 \leq x \leq 100$ e x é múltiplo de $3\}$
- $\{x\colon x$ é um modelo de carro$\}$

Definindo conjuntos com funções de predicado (Cont.)

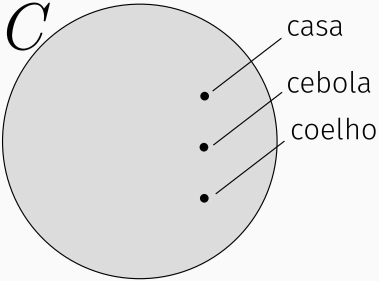
Exemplos

- $\{x \colon x \text{ é par}\}$
- $\{x \in \mathbb{N} \colon x \text{ é par}\}$
- $\{x \colon x \in \mathbb{N} \text{ e } x \text{ é par}\}$
- $\{x \colon x = 0 \pmod 2)\}$
- $\{x \colon x = 2k, \text{ para algum } k \in Z\}$
- $\{x \in \mathbb{Z}\}$
- $\{x \in \mathbb{Z} \colon 1 \leq x \leq 100\}$
- $\{(x, y) \colon 1 \leq x \leq 100 \text{ e } 1 \leq y \leq 10\}$
- $\{x \in \mathbb{Z} \colon 1 \leq x \leq 100 \text{ e } x \text{ é múltiplo de } 3\}$
- $\{x \colon x \text{ é um modelo de carro}\}$
- $\{x \colon x \text{ atuou com Chuck Norris e nasceu antes de 1980}\}$

Desenhando Conjuntos: Diagrama de Venn

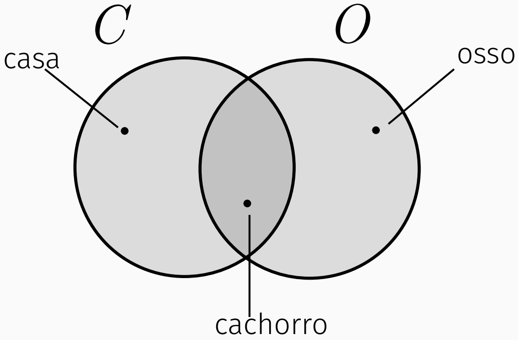
Diagrama de Venn é forma uma representação gráfica para conjuntos.

- Conjuntos são regiões delimitadas por linhas circulares ou elípticas.
- (Alguns) membros podem ser representados por pontos.



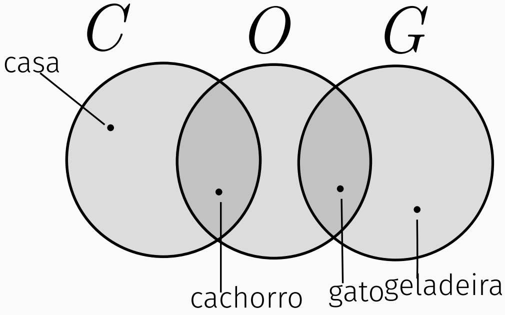
Desenhando Conjuntos: Diagrama de Venn (Cont.)

- $C = \{$palavras que começam com a letra "c"$\}$
- $O = \{$palavras que terminam com a letra "o"$\}$



Desenhando Conjuntos: Diagrama de Venn (Cont.)

- $C = \{$palavras que começam com a letra "c"$\}$
- $O = \{$palavras que terminam com a letra "o"$\}$
- $G = \{$palavras que começam com a letra "g"$\}$

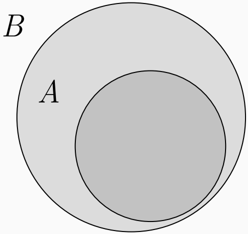


Subconjunto

Subconjunto

Um conjunto A é um subconjunto de um conjunto B se para todo $x \in A$, temos que $x \in B$.

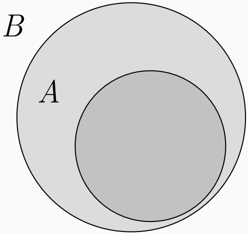
Notação: $A \subseteq B$



Subconjunto

Um conjunto A é um subconjunto de um conjunto B se para todo $x \in A$, temos que $x \in B$.

Notação: $A \subseteq B$

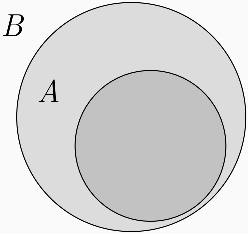


- $\emptyset \subseteq X$ para qualquer conjunto X

Subconjunto

Um conjunto A é um subconjunto de um conjunto B se para todo $x \in A$, temos que $x \in B$.

Notação: $A \subseteq B$



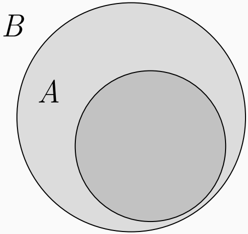
- $\emptyset \subseteq X$ para qualquer conjunto X
- B é um superconjunto de A

Subconjunto

Subconjunto

Um conjunto A é um subconjunto de um conjunto B se para todo $x \in A$, temos que $x \in B$.

Notação: $A \subseteq B$



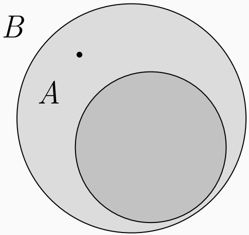
- $\emptyset \subseteq X$ para qualquer conjunto X
- B é um superconjunto de A
    - $B \supseteq A$

Subconjunto Próprio

Subconjunto próprio

Um subconjunto A de um conjunto B é próprio se $A \neq B$.

Notação: $A \subsetneq B$.

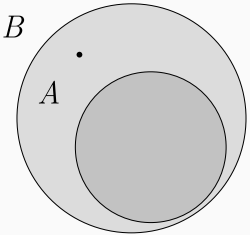


Subconjunto Próprio

Subconjunto próprio

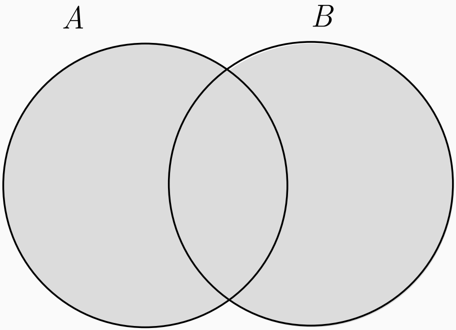
Um subconjunto A de um conjunto B é próprio se $A \neq B$.

Notação: $A \subsetneq B$.



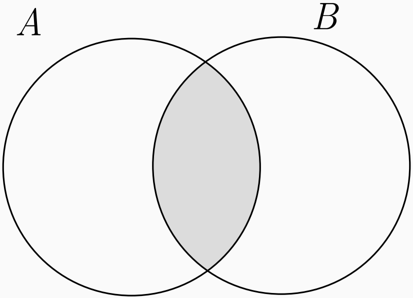
- B é um superconjunto próprio de A
  - $B \supsetneq A$

União



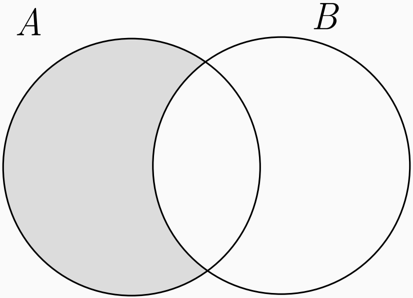
$$A \cup B = \{x\colon\ x \in A \text{ ou } x \in B\}$$

Interseção



$$A \cap B = \{x\colon\, x \in A \text{ e } x \in B\}$$

Diferença



$$A \setminus B = \{x \colon x \in A \text{ e } x \notin B\}$$

O conjunto potência de um conjunto A é o conjunto de todos os subconjuntos de A.

Conjunto Potência

O conjunto potência de um conjunto A é o conjunto de todos os subconjuntos de A.

- **Notação:** $\mathcal{P}(A)$.

O conjunto potência de um conjunto A é o conjunto de todos os subconjuntos de A.

- **Notação:** $\mathcal{P}(A)$.

Exemplo

Seja $A = \{1, 2, 3\}$,

$$\mathcal{P}(A) = \Big\{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{2,3\}, \{1,2,3\}\Big\}$$

Produto Cartesiano de Dois Conjuntos

Produto cartesiano

Sejam A e B dois conjuntos.

$$A \times B = \{(a, b) \colon a \in A \text{ e } b \in B\}$$

Produto Cartesiano de Dois Conjuntos

Produto cartesiano

Sejam A e B dois conjuntos.

$$A \times B = \{(a, b) \colon a \in A \text{ e } b \in B\}$$

Exemplo

Sejam $A = \{1, 2\}$ e $B = \{a, b, c\}$.

$$A \times B = \big\{(1, a), (1, b), (1, c), (2, a), (2, b), (2, c)\big\}$$

Produto Cartesiano de k Conjuntos

Produto cartesiano

Sejam $A_1, A_2, \ldots, A_k$ conjuntos.

$$A_1 \times A_2 \times A_3 \cdots \times A_k = \left\{(a_1, a_2, a_3, \ldots, a_k) \colon a_i \in A_i \text{ e } 1 \leq i \leq k\right\}$$

Produto Cartesiano de k Conjuntos

Produto cartesiano

Sejam $A_1, A_2, \ldots, A_k$ conjuntos.

$$A_1 \times A_2 \times A_3 \cdots \times A_k = \{(a_1, a_2, a_3, \ldots, a_k) \colon a_i \in A_i \text{ e } 1 \leq i \leq k\}$$

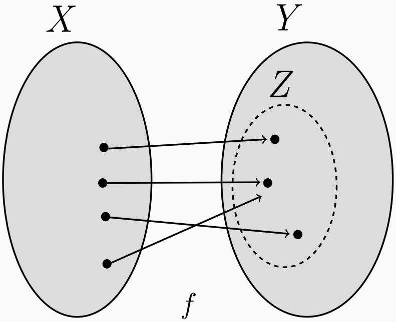
Notação: A^k

Seja A um conjunto.

$$A^k = \underbrace{A \times A \times \cdots \times A}_{k \text{ termos}}$$

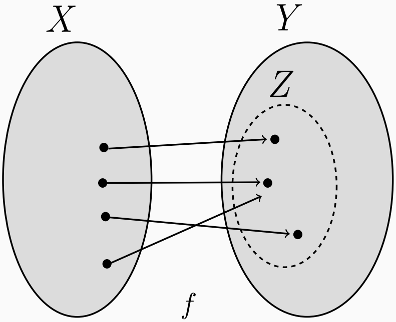
Função

Uma função é uma relação entre dois conjuntos que associa cada elemento do primeiro a exatamente um elemento do segundo.



Função

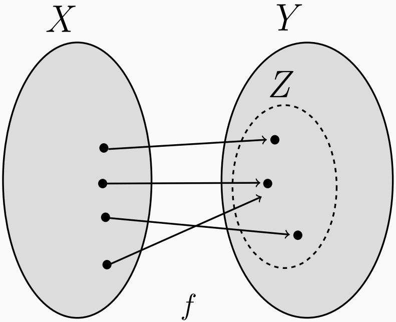
Uma função é uma relação entre dois conjuntos que associa cada elemento do primeiro a exatamente um elemento do segundo.



- X é o domínio da função f

Função

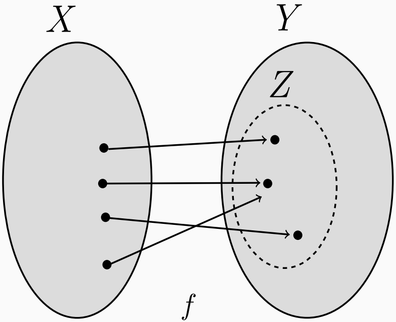
Uma função é uma relação entre dois conjuntos que associa cada elemento do primeiro a exatamente um elemento do segundo.



- X é o domínio da função f
- Y é o contradomínio da função f

Função

Uma função é uma relação entre dois conjuntos que associa cada elemento do primeiro a exatamente um elemento do segundo.



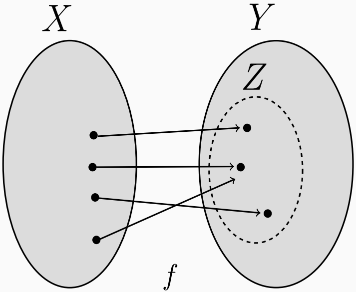
- X é o domínio da função f
- Y é o contradomínio da função f
- Z é a imagem da função f

Função: Notação

Notação

$$f\colon X \to Y$$

$$f(x) = y \qquad \Rightarrow \qquad x \in X \text{ e } y \in Y$$



- X é o domínio da função f
- Y é o contradomínio da função f

Função: Representações

Seja f: $\{1, 2, 3\} \to \{2, 4, 6\}$.

Podemos representar f por uma expressão: $f(x) = 2x$.

Ou de forma tabular:

x	$f(x)$
1	2
2	4
3	6

Função k-ária

Uma função é k-ária quando seu domínio é $A_1 \times A_2 \times \cdots \times A_k$, para conjuntos $A_1, \ldots, A_k$:

$$f\colon A_1 \times A_2 \times \cdots \times A_k \to Y$$

Função k-ária

Uma função é k-ária quando seu domínio é $A_1 \times A_2 \times \cdots \times A_k$, para conjuntos $A_1, \ldots, A_k$:

$$f\colon A_1 \times A_2 \times \cdots \times A_k \to Y$$

- A entrada para f é uma tupla $(a_1, a_2, \ldots, a_k)$ e cada a_i é um *argumento*.

Exemplo

Sejam $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{p, i\}$ e $X = \{\mathit{true}, \mathit{false}\}$. Seja $f\colon A \times B \to X$ em que

$$f(x, \ell) = \begin{cases} \mathit{true} & \text{se } x \text{ é par e } \ell = p \\ \mathit{true} & \text{se } x \text{ é ímpar e } \ell = i \\ \mathit{false} & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Demonstrações

Método dedutivo

- Como ter certeza que nossa resposta é correta?

Método dedutivo

- Como ter certeza que nossa resposta é correta?
- Como transmitir aos outros essa certeza?

Método dedutivo

- Como ter certeza que nossa resposta é correta?
- Como transmitir aos outros essa certeza?
- Começamos por *axiomas*: fatos simples que todos concordam que são verdade.

Método dedutivo

- Como ter certeza que nossa resposta é correta?
- Como transmitir aos outros essa certeza?
- Começamos por *axiomas*: fatos simples que todos concordam que são verdade.
- Desenvolvemos um raciocínio a partir deles usando *regras de inferência*.

Método dedutivo

- Considere uma pergunta/afirmação.

Método dedutivo

- Considere uma pergunta/afirmação.
- Você acha que ela possui uma certa resposta (*conjectura*).

Método dedutivo

- Considere uma pergunta/afirmação.
- Você acha que ela possui uma certa resposta (*conjectura*).
- Você pode demonstrar que essa resposta está correta (*teorema*, *lema*, *corolário*).

Método dedutivo

- Considere uma pergunta/afirmação.
- Você acha que ela possui uma certa resposta (*conjectura*).
- Você pode demonstrar que essa resposta está correta (*teorema*, *lema*, *corolário*).
- Você pode demonstrar que essa resposta está errada (*contraexemplo*).

Método dedutivo

- Considere uma pergunta/afirmação.
- Você acha que ela possui uma certa resposta (*conjectura*).
- Você pode demonstrar que essa resposta está correta (*teorema*, *lema*, *corolário*).
- Você pode demonstrar que essa resposta está errada (*contraexemplo*).
- Você pode não conseguir nada (a conjectura fica *em aberto*).

Método dedutivo

Se você encontrou um contraexemplo para sua questão, pode ter certeza de que ela está incorreta.

Se você encontrou um contraexemplo para sua questão, pode ter certeza de que ela está incorreta.

Hipótese: Se $x > 3$, então $x^2 - 2y > 5$.

Se você encontrou um contraexemplo para sua questão, pode ter certeza de que ela está incorreta.

Hipótese: Se $x > 3$, então $x^2 - 2y > 5$.

Falso. Tome, por exemplo, $x = 4$ e $y = 9$.
Nesse caso, $x^2 - 2y = 16 - 18 = -2 \not> 5$.

Método dedutivo

Se você encontrou um contraexemplo para sua questão, pode ter certeza de que ela está incorreta.

Hipótese: Se $x > 3$, então $x^2 - 2y > 5$.

Falso. Tome, por exemplo, $x = 4$ e $y = 9$.
Nesse caso, $x^2 - 2y = 16 - 18 = -2 \not> 5$.

O par $x = 4$ e $y = 9$ é um **contraexemplo** para nossa hipótese.

Porém a única forma de ter certeza que sua questão está correta é *demonstrando-a*.

Suponha que $x > 3$ e $y < 2$. Então $x^2 - 2y > 5$.

Método dedutivo

Porém a única forma de ter certeza que sua questão está correta é *demonstrando-a*.

Suponha que $x > 3$ e $y < 2$. Então $x^2 - 2y > 5$.

Como $x > 3$, temos que $x^2 > 9$.

Porém a única forma de ter certeza que sua questão está correta é *demonstrando-a*.

Suponha que $x > 3$ e $y < 2$. Então $x^2 - 2y > 5$.

Como $x > 3$, temos que $x^2 > 9$.

Como $y < 2$, temos que $-y > -2$ e $-2y > -4$.

Porém a única forma de ter certeza que sua questão está correta é *demonstrando-a*.

Suponha que $x > 3$ e $y < 2$. Então $x^2 - 2y > 5$.

Como $x > 3$, temos que $x^2 > 9$.
Como $y < 2$, temos que $-y > -2$ e $-2y > -4$.
Assim, $x^2 - 2y > 9 - 4 = 5$. $\square$

Demonstração/Prova

- Uma demonstração é uma argumentação precisa que procura convencer o leitor de que uma certa proposição, previamente enunciada, está correta.

- Uma demonstração é uma argumentação precisa que procura convencer o leitor de que uma certa proposição, previamente enunciada, está correta.
- É uma sequência de afirmações organizada da seguinte maneira:

Demonstração/Prova

- Uma demonstração é uma argumentação precisa que procura convencer o leitor de que uma certa proposição, previamente enunciada, está correta.
- É uma sequência de afirmações organizada da seguinte maneira:
    - cada afirmação é consequência simples das afirmações anteriores e das hipóteses da proposição em discussão;

Demonstração/Prova

- Uma demonstração é uma argumentação precisa que procura convencer o leitor de que uma certa proposição, previamente enunciada, está correta.
- É uma sequência de afirmações organizada da seguinte maneira:
    - cada afirmação é consequência simples das afirmações anteriores e das hipóteses da proposição em discussão;
    - a última afirmação é a proposição que se deseja demonstrar.

Demonstração / Prova

- Uma demonstração é uma argumentação precisa que procura convencer o leitor de que uma certa proposição, previamente enunciada, está correta.
- É uma sequência de afirmações organizada da seguinte maneira:
    - cada afirmação é consequência simples das afirmações anteriores e das hipóteses da proposição em discussão;
    - a última afirmação é a proposição que se deseja demonstrar.
- Descreve apenas os passos necessários para chegar à conclusão, sem explicar o raciocínio utilizado.

Exemplo de demonstração direta.

Teorema

Sejam m e n números inteiros. Se m e n são pares, então $m+n$ é par.

Demonstração.

Sejam m e n inteiros pares.

Exemplo de demonstração direta.

Teorema

Sejam m e n números inteiros. Se m e n são pares, então $m + n$ é par.

Demonstração.

Sejam m e n inteiros pares. Como m é par, existe inteiro r tal que $m = 2r$.

Exemplo de demonstração direta.

Teorema

Sejam m e n números inteiros. Se m e n são pares, então $m + n$ é par.

Demonstração.

Sejam m e n inteiros pares. Como m é par, existe inteiro r tal que $m = 2r$. Similarmente, existe inteiro s tal que $n = 2s$.

Demonstração/Prova

Exemplo de demonstração direta.

Teorema

Sejam m e n números inteiros. Se m e n são pares, então $m+n$ é par.

Demonstração.

Sejam m e n inteiros pares. Como m é par, existe inteiro r tal que $m = 2r$. Similarmente, existe inteiro s tal que $n = 2s$. Portanto, $m + n = 2r + 2s = 2(r + s)$.

Demonstração/Prova

Exemplo de demonstração direta.

Teorema

Sejam m e n números inteiros. Se m e n são pares, então $m + n$ é par.

Demonstração.

Sejam m e n inteiros pares. Como m é par, existe inteiro r tal que $m = 2r$. Similarmente, existe inteiro s tal que $n = 2s$. Portanto, $m + n = 2r + 2s = 2(r + s)$. Como $r + s$ é inteiro, temos que $m + n$ é par. $\square$

Exemplo de demonstração por contradição.

Teorema

Sejam m e n números inteiros. Se m e n são pares, então $m + n$ é par.

Demonstração.

Sejam m e n inteiros pares.

Exemplo de demonstração por contradição.

Teorema

Sejam m e n números inteiros. Se m e n são pares, então $m + n$ é par.

Demonstração.

Sejam m e n inteiros pares. Como m é par, existe inteiro r tal que $m = 2r$.

Exemplo de demonstração por contradição.

Teorema

Sejam m e n números inteiros. Se m e n são pares, então $m + n$ é par.

Demonstração.

Sejam m e n inteiros pares. Como m é par, existe inteiro r tal que $m = 2r$. Similarmente, existe inteiro s tal que $n = 2s$.

Exemplo de demonstração por contradição.

Teorema

Sejam m *e* n *números inteiros. Se* m *e* n *são pares, então* $m + n$ *é par.*

Demonstração.

Sejam m e n inteiros pares. Como m é par, existe inteiro r tal que $m = 2r$. Similarmente, existe inteiro s tal que $n = 2s$. Assuma, para fins de contradição, que $m + n$ é ímpar.

Exemplo de demonstração por contradição.

Teorema

Sejam m e n números inteiros. Se m e n são pares, então $m + n$ é par.

Demonstração.

Sejam m e n inteiros pares. Como m é par, existe inteiro r tal que $m = 2r$. Similarmente, existe inteiro s tal que $n = 2s$. Assuma, para fins de contradição, que $m + n$ é ímpar. Então existe inteiro t tal que $m + n = 2t + 1$.

Demonstração / Prova

Exemplo de demonstração por contradição.

Teorema

Sejam m e n números inteiros. Se m e n são pares, então $m + n$ é par.

Demonstração.

Sejam m e n inteiros pares. Como m é par, existe inteiro r tal que $m = 2r$. Similarmente, existe inteiro s tal que $n = 2s$. Assuma, para fins de contradição, que $m + n$ é ímpar. Então existe inteiro t tal que $m + n = 2t + 1$. Assim, $2r + 2s = 2t + 1$, ou seja, $2(r + s - t) = 1$, o que é uma contradição, pois $r + s - t$ é um inteiro e 1 é ímpar.

Demonstração / Prova

Exemplo de demonstração por contradição.

Teorema

Sejam m e n números inteiros. Se m e n são pares, então $m + n$ é par.

Demonstração.

Sejam m e n inteiros pares. Como m é par, existe inteiro r tal que $m = 2r$. Similarmente, existe inteiro s tal que $n = 2s$. Assuma, para fins de contradição, que $m + n$ é ímpar. Então existe inteiro t tal que $m + n = 2t + 1$. Assim, $2r + 2s = 2t + 1$, ou seja, $2(r + s - t) = 1$, o que é uma contradição, pois $r + s - t$ é um inteiro e 1 é ímpar. Então $m + n$ deve ser par. $\square$