Função de Transição Estendida

MCTA015-13 - Linguagens Formais e Automata

Prof. Maycon Sambinelli

m.sambinelli@ufabc.edu.br

Centro de Matemática, Computação e Cognição
Universidade Federal do ABC

Autômato Finito Determinístico

Função de Transição Estendida (informal)

Seja $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ um Autômato Finito Determinístico.

A **função de transição estendida** de M: $\hat{\delta}(q, \omega)$

Função de Transição Estendida (informal)

Seja $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ um Autômato Finito Determinístico.

A **função de transição estendida** de M: $\hat{\delta}(q, \omega)$

- <u>Entrada:</u> um estado q e uma cadeia ω

Função de Transição Estendida (informal)

Seja $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ um Autômato Finito Determinístico.

A **função de transição estendida** de M: $\hat{\delta}(q, \omega)$

- <u>Entrada:</u> um estado q e uma cadeia ω
- <u>Saída:</u> o estado ativo de M após o processamento de toda a cadeia ω, começando a execução pelo estado q

Função de Transição Estendida (formal)

Definição

Dado um Autômato Finito Determinístico $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$.
A **função de transição estendida** de M é a função $\hat{\delta} \colon Q \times \Sigma^* \to Q$ definida como:

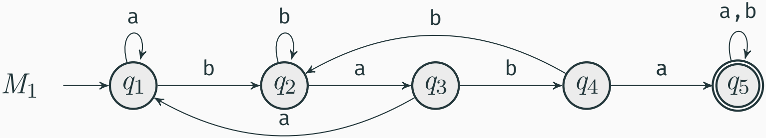
$$\hat{\delta}(q, \omega) = \begin{cases} q & \text{se } \omega = \varepsilon \\ \delta(\hat{\delta}(q, \alpha), a) & \text{se } \omega = \alpha a \text{ e } a \in \Sigma \end{cases}$$

Autômatos finitos determinísticos - Exemplo

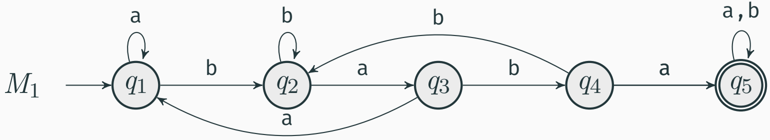
Seja $M_1 = (Q_1, \Sigma_1, \delta_1, q_1, F_1)$ o AFD tal que
$Q_1 = \{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}$, $\Sigma_1 = \{\mathsf{a}, \mathsf{b}\}$, $F_1 = \{q_5\}$ e δ_1 é dado por

δ_1	a	b
q_1	q_1	q_2
q_2	q_3	q_2
q_3	q_1	q_4
q_4	q_5	q_2
q_5	q_5	q_5

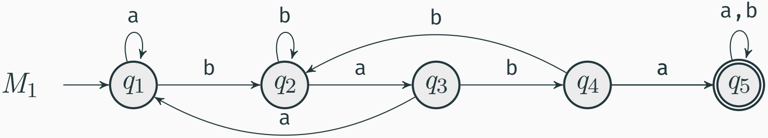
M_1 também pode ser definido por um diagrama de estados:



Autômatos finitos determinísticos - Transição Estendida



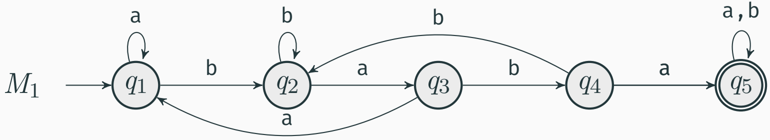
Autômatos finitos determinísticos - Transição Estendida



✎ Exemplo

- $\hat{\delta}_1(q_1, \texttt{aabba}) = q_3$

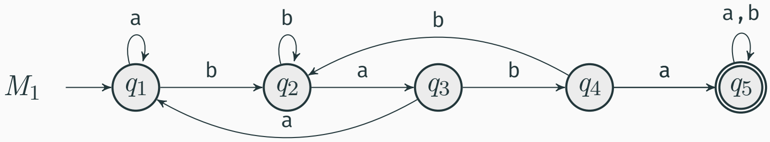
Autômatos finitos determinísticos - Transição Estendida



✎ Exemplo

- $\hat{\delta}_1(q_1, \texttt{aabba}) = q_3$
- $\hat{\delta}_1(q_2, \varepsilon) = q_2$

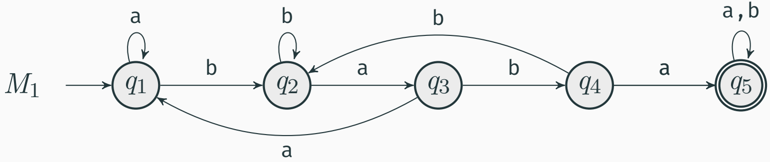
Autômatos finitos determinísticos - Transição Estendida



✎ Exemplo

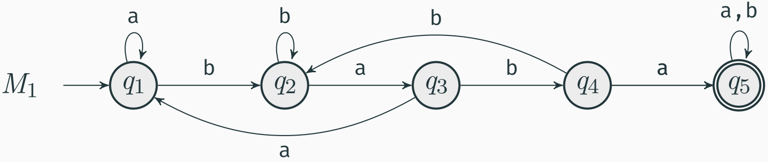
- $\hat{\delta}_1(q_1, \texttt{aabba}) = q_3$
- $\hat{\delta}_1(q_2, \varepsilon) = q_2$
- $\hat{\delta}_1(q_4, \texttt{abbba}) = q_5$

Computando $\omega =$ aabbabaa em M_1



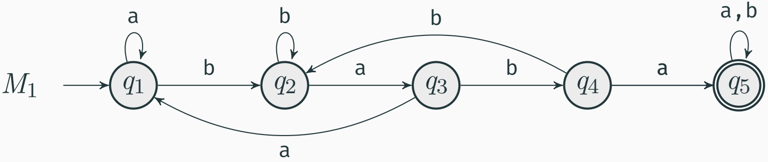
estados ativos	cadeia
q_1	

Computando ω = aabbabaa em M_1



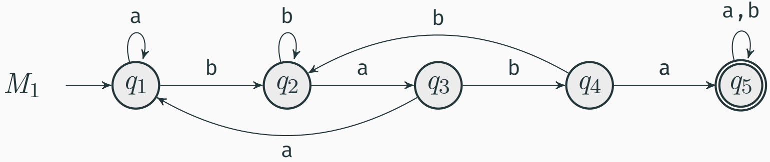
estados ativos	cadeia
q_1	$\underline{\text{a}}$abbabaa
q_1	

Computando $\omega = \texttt{aabbabaa}$ em M_1

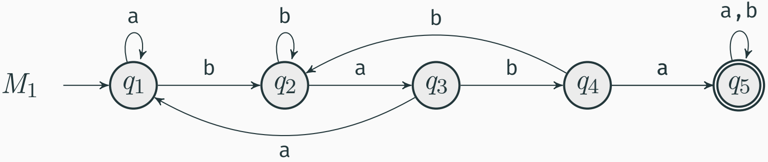


estados ativos	cadeia
q_1	<u>a</u>abbabaa
q_1	a<u>a</u>bbabaa
q_1	

Computando $\omega =$ aabbabaa em M_1

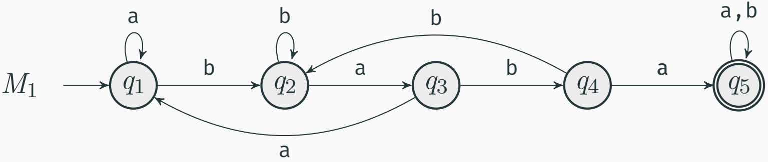


estados ativos	cadeia
q_1	aabbabaa
q_1	aabbabaa
q_1	aabbabaa
q_2	



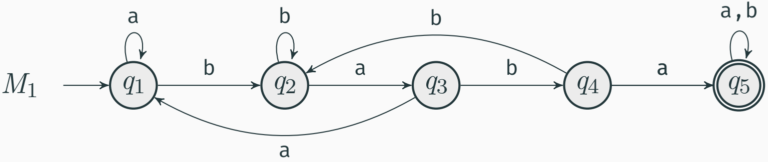
estados ativos	cadeia
q_1	aabbabaa
q_1	aabbabaa
q_1	aabbabaa
q_2	aabbabaa
q_2	

Computando $\omega =$ aabbabaa em M_1



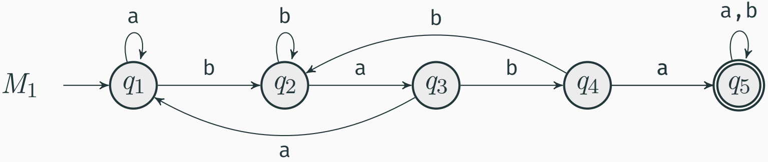
estados ativos	cadeia
q_1	$\mathtt{\underline{a}abbabaa}$
q_1	$\mathtt{a\underline{a}bbabaa}$
q_1	$\mathtt{aa\underline{b}babaa}$
q_2	$\mathtt{aab\underline{b}abaa}$
q_2	$\mathtt{aabb\underline{a}baa}$
q_3	

Computando $\omega =$ aabbabaa em M_1



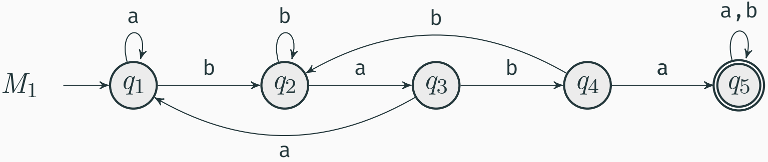
estados ativos	cadeia
q_1	aabbabaa
q_1	aabbabaa
q_1	aabbabaa
q_2	aabbabaa
q_2	aabbabaa
q_3	aabbabaa
q_4	aabbabaa
q_5	aabbabaa
q_5	aabbabaa_

Computando $\omega = $ aabbabaa em M_1



estados ativos	cadeia
q_1	aabbabaa
q_1	aabbabaa
q_1	aabbabaa
$q_2 = \hat{\delta}_1(q_1, \mathtt{aab})$	aabbabaa
q_2	aabbabaa
q_3	aabbabaa
q_4	aabbabaa
q_5	aabbabaa
q_5	aabbabaa_

Computando $\omega =$ aabbabaa em M_1



estados ativos	cadeia
$q_1 = \hat{\delta}_1(q_1, \varepsilon)$	aabbabaa
$q_1 = \hat{\delta}_1(q_1, \text{a})$	aabbabaa
$q_1 = \hat{\delta}_1(q_1, \text{aa})$	aabbabaa
$q_2 = \hat{\delta}_1(q_1, \text{aab})$	aabbabaa
$q_2 = \hat{\delta}_1(q_1, \text{aabb})$	aabbabaa
$q_3 = \hat{\delta}_1(q_1, \text{aabba})$	aabbabaa
$q_4 = \hat{\delta}_1(q_1, \text{aabbab})$	aabbabaa
$q_5 = \hat{\delta}_1(q_1, \text{aabbaba})$	aabbabaa
$q_5 = \hat{\delta}_1(q_1, \text{aabbabaa})$	aabbabaa_

Aceite em um AFD

Seja $M = (Q, \Sigma, \delta, q_1, F)$ um AFD e seja $\omega = w_1 w_2 \cdots w_n$ uma cadeia sobre Σ. Dizemos que M **aceita** ω se existe uma sequência de estados $(r_1, r_2, \ldots, r_n)$ tal que

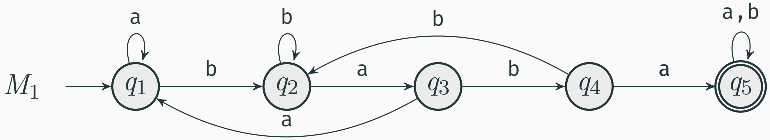
- $r_1 = q_1$
- $\delta(r_i, w_i) = r_{i+1}, \quad \forall i = 1, \ldots, n-1$
- $r_n \in F$

Aceite em um AFD (Definição Equivalente)

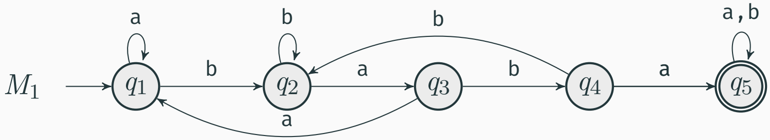
Definição

Seja $M = (Q, \Sigma, \delta, q_1, F)$ um AFD e seja $\omega = w_1 w_2 \cdots w_n$ uma cadeia sobre Σ. Dizemos que M **aceita** ω se $\hat{\delta}(q_1, \omega) \in F$

Autômatos finitos determinísticos



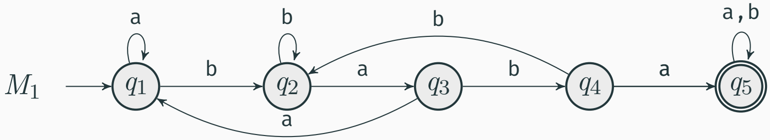
$$L(M_1) = \{\omega \in \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}^* \mid \omega \text{ contém } \mathtt{baba} \text{ como subcadeia } \}$$



$$L(M_1) = \{\omega \in \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}^* \mid \omega \text{ contém } \mathtt{baba} \text{ como subcadeia } \}$$

Justificativa:

Autômatos finitos determinísticos

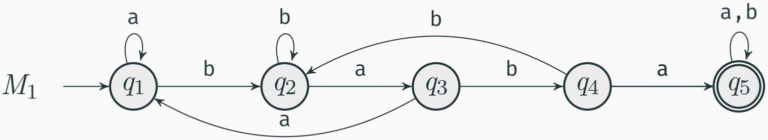


$$L(M_1) = \{\omega \in \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}^* \mid \omega \text{ contém } \mathtt{baba} \text{ como subcadeia } \}$$

Justificativa:

- $\hat{\delta}_1(q_1, \alpha) = q_1 \iff \alpha \in \Sigma^*$ não contém o padrão desejado

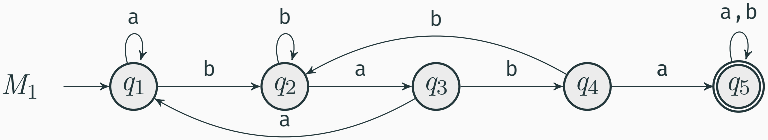
Autômatos finitos determinísticos



$$L(M_1) = \{\omega \in \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}^* \mid \omega \text{ contém } \mathtt{baba} \text{ como subcadeia } \}$$

Justificativa:

- $\hat{\delta_1}(q_1, \alpha) = q_1 \;\Leftrightarrow\; \alpha \in \Sigma^*$ não contém o padrão desejado
- $\hat{\delta_1}(q_1, \alpha) = q_2 \;\Leftrightarrow\; \alpha = \beta\mathtt{b}$ para $\beta \in \Sigma^*$

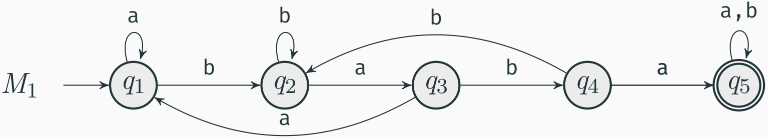


$$L(M_1) = \{\omega \in \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}^* \mid \omega \text{ contém } \mathbf{baba} \text{ como subcadeia } \}$$

Justificativa:

- $\hat{\delta}_1(q_1, \alpha) = q_1 \;\Leftrightarrow\; \alpha \in \Sigma^*$ não contém o padrão desejado
- $\hat{\delta}_1(q_1, \alpha) = q_2 \;\Leftrightarrow\; \alpha = \beta\mathbf{b}$ para $\beta \in \Sigma^*$
- $\hat{\delta}_1(q_1, \alpha) = q_3 \;\Leftrightarrow\; \alpha = \beta\mathbf{ba}$ para $\beta \in \Sigma^*$

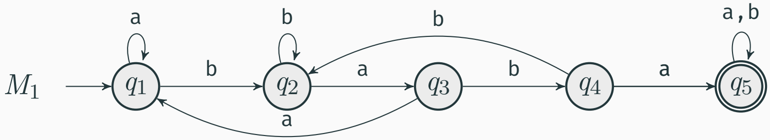
Autômatos finitos determinísticos



$$L(M_1) = \{\omega \in \{\mathsf{a}, \mathsf{b}\}^* \mid \omega \text{ contém } \mathbf{baba} \text{ como subcadeia } \}$$

Justificativa:

- $\hat{\delta}_1(q_1, \alpha) = q_1 \;\Leftrightarrow\; \alpha \in \Sigma^*$ não contém o padrão desejado
- $\hat{\delta}_1(q_1, \alpha) = q_2 \;\Leftrightarrow\; \alpha = \beta\mathbf{b}$ para $\beta \in \Sigma^*$
- $\hat{\delta}_1(q_1, \alpha) = q_3 \;\Leftrightarrow\; \alpha = \beta\mathbf{ba}$ para $\beta \in \Sigma^*$
- $\hat{\delta}_1(q_1, \alpha) = q_4 \;\Leftrightarrow\; \alpha = \beta\mathbf{bab}$ para $\beta \in \Sigma^*$



$$L(M_1) = \{\omega \in \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}^* \mid \omega \text{ contém } \textbf{baba} \text{ como subcadeia } \}$$

Justificativa:

- $\hat{\delta}_1(q_1, \alpha) = q_1 \Leftrightarrow \alpha \in \Sigma^*$ não contém o padrão desejado
- $\hat{\delta}_1(q_1, \alpha) = q_2 \Leftrightarrow \alpha = \beta\mathtt{b}$ para $\beta \in \Sigma^*$
- $\hat{\delta}_1(q_1, \alpha) = q_3 \Leftrightarrow \alpha = \beta\mathtt{ba}$ para $\beta \in \Sigma^*$
- $\hat{\delta}_1(q_1, \alpha) = q_4 \Leftrightarrow \alpha = \beta\mathtt{bab}$ para $\beta \in \Sigma^*$
- $\hat{\delta}_1(q_1, \alpha) = q_5 \Leftrightarrow \alpha = \beta\mathtt{baba}\gamma$ para $\beta, \gamma \in \Sigma^*$

Proposição

Proposição

Seja $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ um AFD e seja $q \in Q$. Se $\alpha \in \Sigma^*$ e $\beta \in \Sigma^*$, então

$$\hat{\delta}(q, \alpha\beta) = \hat{\delta}(\hat{\delta}(q, \alpha), \beta)$$

Autômato Finito Não Determinístico

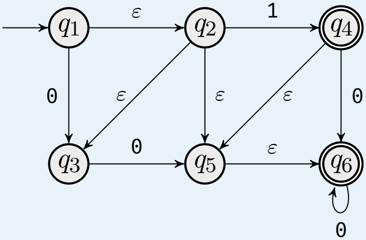
ε-fechamento de um Estado (função E) - Informal

Dado um estado q, o **ε-fechamento de q**, denotado por $E(q)$, é o conjunto de todos os estados alcançáveis a partir de q seguindo 0 ou mais arcos rotulados com ε

ε-fechamento de um Estado (função E) - Informal

Dado um estado q, o ε-**fechamento de** q, denotado por $E(q)$, é o conjunto de todos os estados alcançáveis a partir de q seguindo 0 ou mais arcos rotulados com ε

✎ Exemplo

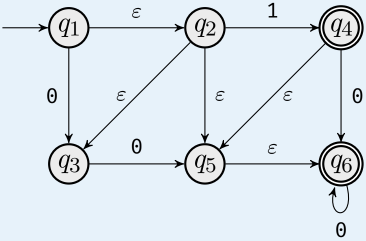


- $E(q_1) = \{q_1, q_2, q_3, q_5, q_6\}$

ε-fechamento de um Estado (função E) - Informal

Dado um estado q, o ε-**fechamento de** q, denotado por $E(q)$, é o conjunto de todos os estados alcançáveis a partir de q seguindo 0 ou mais arcos rotulados com ε

✎ Exemplo

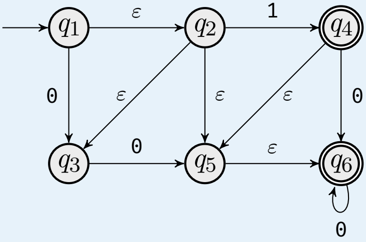


- $E(q_1) = \{q_1, q_2, q_3, q_5, q_6\}$
- $E(q_3) = \{q_3\}$

ε-fechamento de um Estado (função E) - Informal

Dado um estado q, o ε-**fechamento de** q, denotado por $E(q)$, é o conjunto de todos os estados alcançáveis a partir de q seguindo 0 ou mais arcos rotulados com ε

✎ Exemplo

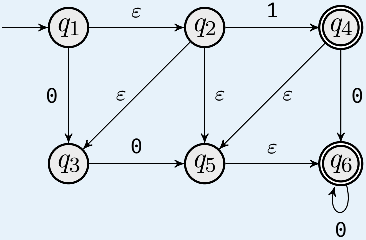


- $E(q_1) = \{q_1, q_2, q_3, q_5, q_6\}$
- $E(q_3) = \{q_3\}$
- $E(q_4) = \{q_4, q_5, q_6\}$

ε-fechamento de um Estado (função E) - Informal

Dado um estado q, o ε-**fechamento de** q, denotado por $E(q)$, é o conjunto de todos os estados alcançáveis a partir de q seguindo 0 ou mais arcos rotulados com ε

✎ Exemplo



- $E(q_1) = \{q_1, q_2, q_3, q_5, q_6\}$
- $E(q_3) = \{q_3\}$
- $E(q_4) = \{q_4, q_5, q_6\}$

⚠ Warning

$q \in E(q)$, sempre!

ε-fechamento de um Estado (função E) - Formal

Seja $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ um Autômato Finito Não Determinístico e seja $q \in Q$. O ε-**fechamento** de q, denotado por $E(q)$, é o conjunto definido da seguinte forma:

- $q \in E(q)$
- Se $r \in E(q)$ e $s \in \delta(r, \varepsilon)$, então $s \in E(q)$

Abusos de Notação

Seja $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ um AFN, $S \subseteq Q$, e $a \in \Sigma$.

Abusos de Notação

Seja $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ um AFN, $S \subseteq Q$, e $a \in \Sigma$.

Então:

$$\delta(S, a) = \bigcup_{q \in S} \delta(q, a)$$

Abusos de Notação

Seja $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ um AFN, $S \subseteq Q$, e $a \in \Sigma$.

Então:

$$\delta(S, a) = \bigcup_{q \in S} \delta(q, a)$$

$$E(S) = \bigcup_{q \in S} E(q)$$

Função de Transição Estendida (informal)

Seja $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ um Autômato Finito Não Determinístico.

Função de Transição Estendida (informal)

Seja $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ um Autômato Finito Não Determinístico.

A **Função de transição estendida** de M: $\hat{\delta}(q, \omega)$

Função de Transição Estendida (informal)

Seja $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ um Autômato Finito Não Determinístico.

A **Função de transição estendida** de M: $\hat{\delta}(q, \omega)$

- Entrada: um estado q e uma cadeia ω

Função de Transição Estendida (informal)

Seja $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ um Autômato Finito Não Determinístico.

A **Função de transição estendida** de M: $\hat{\delta}(q, \omega)$

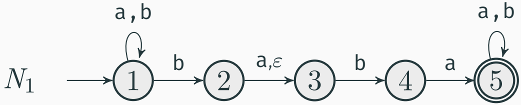
- Entrada: um estado q e uma cadeia ω
- Saída: o **conjunto** de estados ativos de M após o processamento de toda a cadeia ω começando a execução pelo estado q

Função de Transição Estendida

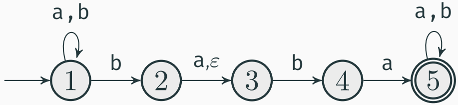
Definição

Dado um Autômato Finito Determinístico $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$.
A **função de transição estendida** de M é a função
$\hat{\delta}\colon Q \times \Sigma^* \to \mathcal{P}(Q)$ definida como:

$$\hat{\delta}(q, \omega) = \begin{cases} E(q) & \text{se } \omega = \varepsilon \\ E\big(\delta(\hat{\delta}(q, \alpha), a)\big) & \text{se } \omega = \alpha a \text{ e } a \in \Sigma \end{cases}$$


N_1
a,b
b
a,ε
b
a
a,b
1
2
3
4
5

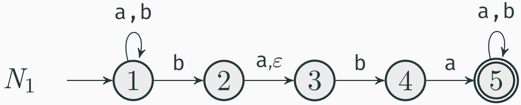
N_1



✎ Exemplo

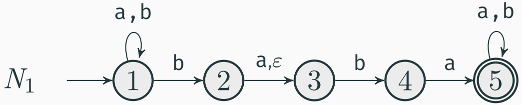
- $\hat{\delta}_1(1, \varepsilon) = E(1) = \{1\}$

Autômatos finitos não determinísticos - Transição estendida



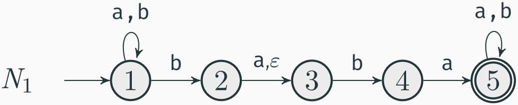
✎ Exemplo

- $\hat{\delta}_1(1, \varepsilon) = E(1) = \{1\}$
- $\hat{\delta}_1(1, \mathtt{a}) = E(\delta_1(\hat{\delta}_1(1, \varepsilon), \mathtt{a})) = E(\delta_1(\{1\}, \mathtt{a})) = E(\{1\}) = \{1\}$



✎ Exemplo

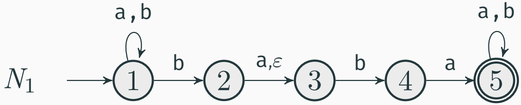
- $\hat{\delta}_1(1, \varepsilon) = E(1) = \{1\}$
- $\hat{\delta}_1(1, \mathtt{a}) = E(\delta_1(\hat{\delta}_1(1, \varepsilon), \mathtt{a})) = E(\delta_1(\{1\}, \mathtt{a})) = E(\{1\}) = \{1\}$
- $\hat{\delta}_1(1, \mathtt{ab}) = E(\delta_1(\hat{\delta}_1(1, \mathtt{a}), \mathtt{b})) = E(\delta_1(\{1\}, \mathtt{b})) = E(\{1, 2\}) = \{1, 2, 3\}$



✎ Exemplo

- $\hat{\delta}_1(1, \varepsilon) = E(1) = \{1\}$
- $\hat{\delta}_1(1, \mathtt{a}) = E(\delta_1(\hat{\delta}_1(1, \varepsilon), \mathtt{a})) = E(\delta_1(\{1\}, \mathtt{a})) = E(\{1\}) = \{1\}$
- $\hat{\delta}_1(1, \mathtt{ab}) = E(\delta_1(\hat{\delta}_1(1, \mathtt{a}), \mathtt{b})) = E(\delta_1(\{1\}, \mathtt{b})) = E(\{1, 2\}) = \{1, 2, 3\}$
- $\hat{\delta}_1(1, \mathtt{abb}) = E(\delta_1(\hat{\delta}_1(1, \mathtt{ab}), \mathtt{b})) = E(\delta_1(\{1, 2, 3\}, \mathtt{b})) = E(\{1, 2, 4\}) = \{1, 2, 3, 4\}$

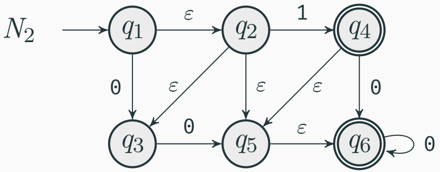
Autômatos finitos não determinísticos - Transição estendida



✎ Exemplo

- $\hat{\delta}_1(1,\varepsilon) = E(1) = \{1\}$
- $\hat{\delta}_1(1,\mathtt{a}) = E(\delta_1(\hat{\delta}_1(1,\varepsilon),\mathtt{a})) = E(\delta_1(\{1\},\mathtt{a})) = E(\{1\}) = \{1\}$
- $\hat{\delta}_1(1,\mathtt{ab}) = E(\delta_1(\hat{\delta}_1(1,\mathtt{a}),\mathtt{b})) = E(\delta_1(\{1\},\mathtt{b})) = E(\{1,2\}) = \{1,2,3\}$
- $\hat{\delta}_1(1,\mathtt{abb}) = E(\delta_1(\hat{\delta}_1(1,\mathtt{ab}),\mathtt{b})) = E(\delta_1(\{1,2,3\},\mathtt{b})) = E(\{1,2,4\}) = \{1,2,3,4\}$
- $\hat{\delta}_1(2,\mathtt{a}) = E(\delta_1(\hat{\delta}_1(2,\varepsilon),\mathtt{a})) = E(\delta_1(\{2,3\},\mathtt{a})) = E(\{3\}) = \{3\}$

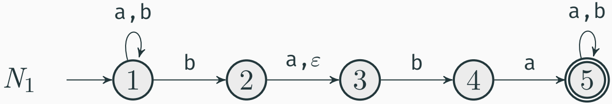
Autômatos finitos não determinísticos - Transição estendida



✎ Exemplo

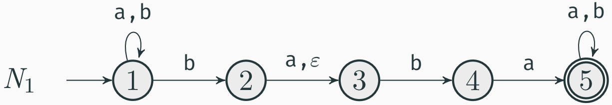
- $\hat{\delta}_2(q_1, \varepsilon) = E(q_1) = \{q_1, q_2, q_3, q_5, q_6\}$
- $\hat{\delta}_2(q_1, 0) = E(\delta_2(\hat{\delta}_2(q_1, \varepsilon), 0)) = E(\delta_2(\{q_1, q_2, q_3, q_5, q_6\}, 0)) = E(\{q_3, q_5, q_6\}) = \{q_3, q_5, q_6\}$
- $\hat{\delta}_2(q_1, 01) = E(\delta_2(\hat{\delta}_2(q_1, 0), 1)) = E(\delta_2(\{q_3, q_5, q_6\}, 1)) = E(\emptyset) = \emptyset$

Computando $\omega =$ abbaab em N_1



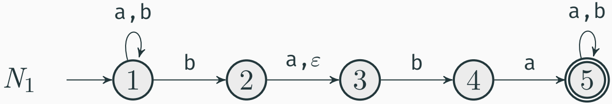
estados ativos	cadeia
1	

Computando $\omega =$ abbaab em N_1



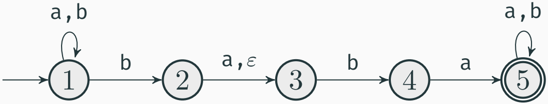
estados ativos	cadeia
1	<u>a</u>bbaab
1	

Computando $\omega =$ abbaab em N_1



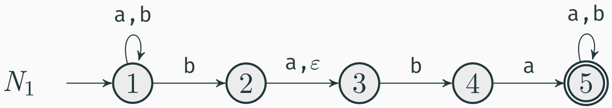
estados ativos	cadeia
1	$\underline{\texttt{a}}\texttt{bbaab}$
1	$\texttt{a}\underline{\texttt{b}}\texttt{baab}$
$1, 2, 3$	

N_1



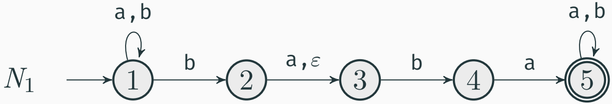
estados ativos	cadeia
1	abbaab
1	abbaab
$1, 2, 3$	abbaab
$1, 2, 3, 4$	

Computando $\omega =$ abbaab em N_1



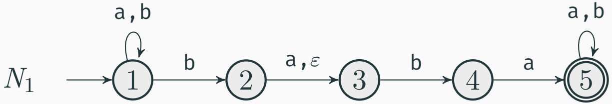
estados ativos	cadeia
1	abbaab
1	abbaab
$1, 2, 3$	abbaab
$1, 2, 3, 4$	abbaab
$1, 3, 5$	

Computando $\omega =$ abbaab em N_1

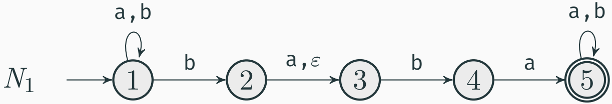


estados ativos	cadeia
1	abbaab
1	abbaab
$1, 2, 3$	abbaab
$1, 2, 3, 4$	abbaab
$1, 3, 5$	abbaab
$1, 5$	

Computando $\omega =$ abbaab em N_1

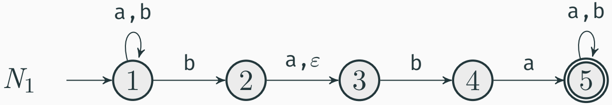


estados ativos	cadeia
1	abbaab
1	abbaab
$1, 2, 3$	abbaab
$1, 2, 3, 4$	abbaab
$1, 3, 5$	abbaab
$1, 5$	abbaab
$1, 2, 3, 5$	



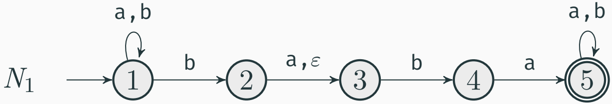
estados ativos	cadeia
1	abbaab
1	abbaab
$1, 2, 3$	abbaab
$1, 2, 3, 4$	abbaab
$1, 3, 5$	abbaab
$1, 5$	abbaab
$1, 2, 3, 5$	abbaab_

Computando $\omega =$ abbaab em N_1

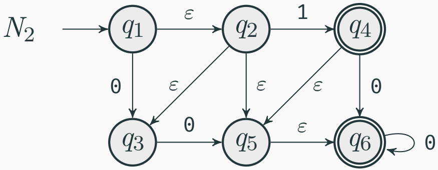


estados ativos	cadeia
1	abbaab
1	abbaab
$1, 2, 3$	abbaab
$\{1, 2, 3, 4\} = \hat{\delta}_1(1, \texttt{abb})$	abbaab
$1, 3, 5$	abbaab
$1, 5$	abbaab
$1, 2, 3, 5$	abbaab_

Computando $\omega =$ abbaab em N_1



estados ativos	cadeia
$\{1\} = \hat{\delta}_1(1, \varepsilon)$	abbaab
$\{1\} = \hat{\delta}_1(1, \texttt{a})$	abbaab
$\{1, 2, 3\} = \hat{\delta}_1(1, \texttt{ab})$	abbaab
$\{1, 2, 3, 4\} = \hat{\delta}_1(1, \texttt{abb})$	abbaab
$\{1, 3, 5\} = \hat{\delta}_1(1, \texttt{abba})$	abbaab
$\{1, 5\} = \hat{\delta}_1(1, \texttt{abbaa})$	abbaab
$\{1, 2, 3, 5\} = \hat{\delta}_1(1, \texttt{abbaab})$	abbaab_



estados ativos	cadeia
$\{q_1, q_2, q_3, q_5, q_6\} = \hat{\delta}_2(q_1, \varepsilon)$	100
$\{q_4, q_5, q_6\} = \hat{\delta}_2(q_1, 1)$	100
$\{q_6\} = \hat{\delta}_2(q_1, 10)$	100
$\{q_6\} = \hat{\delta}_2(q_1, 100)$	100

Definição formal de Aceita

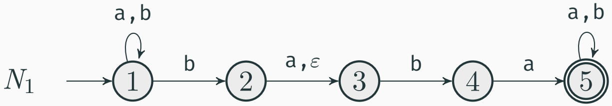
Seja $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ um AFN e seja ω uma cadeia sobre Σ. Dizemos que N **aceita** ω se podemos escrever $\omega = \alpha_1\alpha_2 \cdots \alpha_m$, onde $\alpha_i \in \Sigma \cup \{\varepsilon\}$ para $1 \leq i \leq m$, e existe uma sequência de estados $(r_0, r_1, \ldots, r_m)$

- $r_0 = q_0$
- $r_{i+1} \in \delta(r_i, \alpha_{i+1}) \quad \forall i = 0, \ldots, m-1$
- $r_m \in F$

Definição Formal de Aceita (Equivalente)

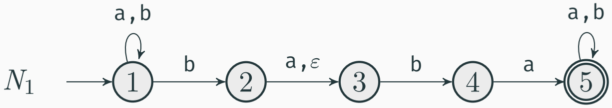
Seja $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ um AFN e seja ω uma cadeia sobre Σ.
Dizemos que N **aceita** ω se $\hat{\delta}(q_0, \omega) \cap F \neq \emptyset$

Autômatos Finitos Não Determinísticos



$$L(N_1) = \{\omega \in \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}^* \,|\, \omega \text{ contém } \mathtt{baba} \text{ ou } \mathtt{bba} \text{ como subcadeia } \}$$

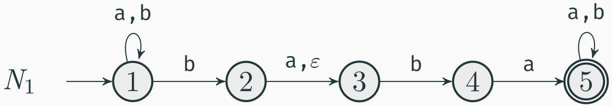
Autômatos Finitos Não Determinísticos



$L(N_1) = \{\omega \in \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}^* \mid \omega$ contém $\mathtt{baba}$ ou $\mathtt{bba}$ como subcadeia $\}$

Justificativa:

Autômatos Finitos Não Determinísticos

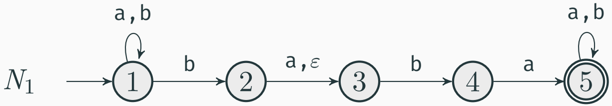


$L(N_1) = \{\omega \in \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}^* \mid \omega$ contém **baba** ou **bba** como subcadeia $\}$

Justificativa:

- $\hat{\delta}_1(1, \alpha) = 1 \;\Leftrightarrow\; \alpha \in \Sigma^*$

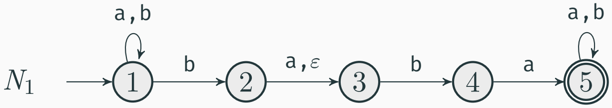
Autômatos Finitos Não Determinísticos



$L(N_1) = \{\omega \in \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}^* \mid \omega$ contém **baba** ou **bba** como subcadeia $\}$

Justificativa:

- $\hat{\delta}_1(1, \alpha) = 1 \;\Leftrightarrow\; \alpha \in \Sigma^*$
- $\hat{\delta}_1(1, \alpha) = 2 \;\Leftrightarrow\; \alpha = \beta\mathtt{b}$ para $\beta \in \Sigma^*$

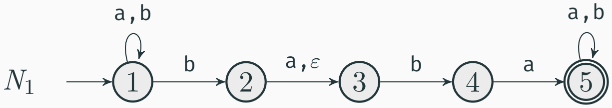


$L(N_1) = \{\omega \in \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}^* \mid \omega$ contém **baba** ou **bba** como subcadeia $\}$

Justificativa:

- $\hat{\delta}_1(1, \alpha) = 1 \;\Leftrightarrow\; \alpha \in \Sigma^*$
- $\hat{\delta}_1(1, \alpha) = 2 \;\Leftrightarrow\; \alpha = \beta\mathtt{b}$ para $\beta \in \Sigma^*$
- $\hat{\delta}_1(1, \alpha) = 3 \;\Leftrightarrow\; \alpha = \beta\mathtt{b}$ ou $\alpha = \beta\mathtt{ba}$ para $\beta \in \Sigma^*$

Autômatos Finitos Não Determinísticos

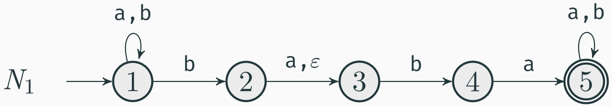


$L(N_1) = \{\omega \in \{\mathsf{a}, \mathsf{b}\}^* \mid \omega$ contém **baba** ou **bba** como subcadeia $\}$

Justificativa:

- $\hat{\delta_1}(1, \alpha) = 1 \iff \alpha \in \Sigma^*$
- $\hat{\delta_1}(1, \alpha) = 2 \iff \alpha = \beta\mathsf{b}$ para $\beta \in \Sigma^*$
- $\hat{\delta_1}(1, \alpha) = 3 \iff \alpha = \beta\mathsf{b}$ ou $\alpha = \beta\mathsf{ba}$ para $\beta \in \Sigma^*$
- $\hat{\delta_1}(1, \alpha) = 4 \iff \alpha = \beta\mathsf{bb}$ ou $\alpha = \beta\mathsf{bab}$ para $\beta \in \Sigma^*$

Autômatos Finitos Não Determinísticos

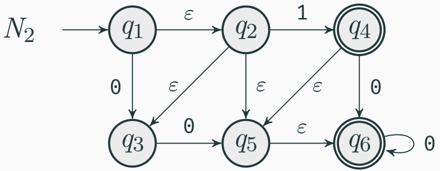


$L(N_1) = \{\omega \in \{\mathsf{a}, \mathsf{b}\}^* \,|\, \omega$ contém **baba** ou **bba** como subcadeia $\}$

Justificativa:

- $\hat{\delta}_1(1, \alpha) = 1 \;\Leftrightarrow\; \alpha \in \Sigma^*$
- $\hat{\delta}_1(1, \alpha) = 2 \;\Leftrightarrow\; \alpha = \beta\mathsf{b}$ para $\beta \in \Sigma^*$
- $\hat{\delta}_1(1, \alpha) = 3 \;\Leftrightarrow\; \alpha = \beta\mathsf{b}$ ou $\alpha = \beta\mathsf{ba}$ para $\beta \in \Sigma^*$
- $\hat{\delta}_1(1, \alpha) = 4 \;\Leftrightarrow\; \alpha = \beta\mathsf{bb}$ ou $\alpha = \beta\mathsf{bab}$ para $\beta \in \Sigma^*$
- $\hat{\delta}_1(1, \alpha) = 5 \;\Leftrightarrow\; \alpha = \beta\mathsf{bba}\gamma$ ou $\alpha = \beta\mathsf{baba}\gamma$ para $\beta, \gamma \in \Sigma^*$

Autômatos Finitos Não Determinísticos



$$L(N_2) = \{\varepsilon\} \cup \{10^k \mid k \geq 0\} \cup \{00^k \mid k \geq 0\}$$

Justificativa:

- $\hat{\delta}_2(q_1, \alpha) = q_1 \ \Leftrightarrow \ \alpha = \varepsilon$
- $\hat{\delta}_2(q_1, \alpha) = q_2 \ \Leftrightarrow \ \alpha = \varepsilon$
- $\hat{\delta}_2(q_1, \alpha) = q_3 \ \Leftrightarrow \ \alpha = \varepsilon$ ou $\alpha = 0$
- $\hat{\delta}_2(q_1, \alpha) = q_4 \ \Leftrightarrow \ \alpha = 1$
- $\hat{\delta}_2(q_1, \alpha) = q_5 \ \Leftrightarrow \ \alpha = \varepsilon$ ou $\alpha = 0$ ou $\alpha = 00$ ou $\alpha = 1$
- $\hat{\delta}_2(q_1, \alpha) = q_6 \ \Leftrightarrow \ \alpha = 0^k$ ou $\alpha = 00^k$ ou $\alpha = 000^k$ ou $\alpha = 10^k$ ou $\alpha = 100^k$, com $k \geq 0$

Proposição

Proposição

Seja $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ um AFN e seja $q \in Q$. Se $\alpha \in \Sigma^*$ e $\beta \in \Sigma^*$, então

$$\hat{\delta}(q, \alpha\beta) = \hat{\delta}(\hat{\delta}(q, \alpha), \beta)$$