

COMBINATÓRIA EXTREMAL
LISTA 1: PRINCÍPIOS BÁSICOS

Dizemos que dois números a e b são *coprimos* se 1 é o único divisor em comum à a e b .

Exercício 1 Mostre que qualquer subconjunto $A \subseteq [2n]$ de tamanho $n + 1$ contém dois números coprimos.

Exercício 2 Prove que para qualquer $n \in \mathbb{N}$, 13^n pode ser escrito como a soma de dois quadrados, i.e., $13^n = a^2 + b^2$, para algum $a \in \mathbb{N}$ e $b \in \mathbb{N}$.

Exercício 3 Seja \mathcal{A} uma família de subconjuntos de $[n]$ tal que $A \cap B \neq \emptyset$ para todo $A, B \in \mathcal{A}$. Mostre que $|\mathcal{A}| \leq 2^{n-1}$.

Exercício 4 Mostre que se G é um grafo, então existem dois vértices $u, v \in V(G)$ tais que $d(u) = d(v)$.