

**COMBINATÓRIA EXTREMAL**  
**LISTA 3: SUPERSATURAÇÃO, ESTABILIDADE E NÚMERO DE RAMSEY**

O seguinte fato pode ser útil para provar algum dos exercícios abaixo:

**Theorem 0.1.** *Se  $G$  é um grafo, então  $G$  possui um número par de vértices de grau ímpar.*

**Exercício 1** Mostre que se  $G$  é um grafo com  $2k + 1$  vértices, então  $P_k \subseteq G$  ou o complemento de  $G$  contém um triângulo.

**Exercício 2** Mostre que se  $e(G) > n^2/4$ , então  $G$  contém pelo menos  $\lfloor n/2 \rfloor$  triângulos.

**Exercício 3** Mostre que  $R(3, 4) \leq 9$  e  $R(4, 4) \leq 18$ .

**Exercício 4** Mostre que  $r(K_3, C_4) = 7$  e  $r(K_3, C_5) = 9$ .

**Exercício 5** Prove que a demonstração do Teorema de Ramsey (Teorema 4.0.2 de  $BCM^4$ ) implica em

$$R(k) \leq 4^k.$$