

# Lista 1 - FIS 404 - Relatividade Geral

Relatividade especial

1º quadrimestre de 2019 - Professor Maurício Richartz

**Leitura sugerida:** Carroll (cap. 1.1-1.3), Foster e Nightingale (apêndice A.1-A.5), Schutz (cap. 1)

**Data de entrega:** 25/02

- 1. Escala de Planck:** Unidades naturais (ou geometrizadas) são unidades nas quais a velocidade da luz  $c = 3.00 \times 10^8$  m/s e a constante de Newton  $G = 6.67 \times 10^{-11}$  N·m<sup>2</sup>/kg<sup>2</sup> são definidas como sendo 1, i.e.  $c = G = 1$ . Se, além disso, também fizermos a constante de Planck  $\hbar = 1.05 \times 10^{-34}$  J·s ser 1, i.e.  $\hbar = 1$ , as unidades são chamadas unidades de Planck. Relacione as constantes  $c$ ,  $G$ , e  $\hbar$  para obter quantidades que tem, respectivamente, dimensões de comprimento, de tempo, e de energia. Essas quantidades são chamadas, respectivamente, de comprimento de Planck ( $\ell_p$ ), tempo de Planck ( $t_p$ ), e energia de Planck ( $E_p$ ).
- 2. Diagramas de espaço-tempo:** Considere dois referenciais inerciais, S e S'.
  - a) Dado o diagrama de espaço-tempo do ponto de vista do referencial S (no qual os eixos  $x$  e  $t$  são ortogonais), desenhe os eixos  $x'$  e  $t'$  do referencial S' que se move na direção positiva  $x$  de S com velocidade constante  $V$ .
  - b) Eventos simultâneos no referencial S não são simultâneos em S'. Desenhe uma superfície de simultaneidade em S e escolha três eventos. Mostre no diagrama qual é a cronologia desses eventos em S', i.e., quais ocorrem antes e quais ocorrem depois.
  - c) Uma régua, em repouso no referencial S, quando observada no referencial S', parece ser menor por um certo fator. Represente a situação no diagrama do espaço-tempo, indicando como a régua é medida no referencial S e como a régua é medida no referencial S'. Mostre que esse fator de contração do comprimento é dado por  $\sqrt{1 - v^2}$ .
- 3. Paradoxo dos gêmeos:** Diana e Artemis são irmãs gêmeas (não-humanas) e vivem no planeta Alfa (que é assumido como sendo um referencial inercial). Após uma discussão, Artemis decide deixar sua irmã sozinha e partir em seu foguete para uma viagem em linha reta a uma velocidade constante  $V$ . Após  $T$  anos medidos em seu relógio, ela se arrepende da viagem e instantaneamente reverte a direção de seu movimento (por ser alienígena, seu corpo não sente os efeitos dessa aceleração infinita) e volta ao planeta Alfa para reencontrar a irmã.
  - a) É comum enunciar essa situação como um paradoxo, o paradoxo dos gêmeos, que apresenta dois pontos de vista contraditórios. Em um deles, Diana envelhece mais durante a viagem do irmão, enquanto no outro é Artemis quem envelhece mais. Enuncie o paradoxo dos gêmeos, mostrando os dois pontos de vista.
  - b) Represente essa situação em quatro diagramas de espaço tempo distintos, usando o sistema de coordenadas:
    - b.1) em que o planeta Alfa está em repouso;
    - b.2) em que o foguete está em repouso;
    - b.3) em que o foguete está em repouso apenas no caminho de ida;
    - b.4) em que o foguete está em repouso apenas no caminho de volta.

- c) Esclareça o paradoxo, isto é, determine quem envelhece mais.
- d) Se, ao invés do movimento descrito no enunciado, a trajetória do foguete, no referencial  $xt$  em que o planeta Alfa está em repouso em  $x = 0$ , é  $x(t) = v_0 t - \frac{a}{2} t^2$ , determine qual será a diferença de idade entre as duas irmãs quando elas se reencontrarem.
4. **Paradoxo da vara e do celeiro (ou do carro e da garagem):** uma vara de 20 m de comprimento repousa ao lado de um celeiro de 15 m de comprimento. Um atleta olímpico pega a vara e corre em direção ao celeiro com velocidade  $4/5 c$  (i.e.  $\gamma = 5/3$ ). Seu amigo permanece em repouso, observando tudo ao lado da entrada do celeiro. Em uma das extremidades, o celeiro tem uma porta de entrada, enquanto na outra extremidade há uma parede. A porta do celeiro está inicialmente aberta e, imediatamente após o corredor e a vara estarem inteiramente dentro do celeiro, a porta é fechada (de acordo com o amigo, a vara cabe no celeiro pois mede 12 m devido à contração de Lorentz). Ainda do ponto de vista do amigo, o corredor continua seu movimento até a vara atingir a outra extremidade (parede) do celeiro. No entanto, no referencial do corredor, quem sofre a contração de Lorentz é o celeiro, que passa a medir 9 m. Para o corredor, portanto, a colisão com a parede deveria ter acontecido antes da vara entrar completamente no celeiro. Assim, é impossível a porta ter sido fechada de acordo com o ponto de vista do corredor. Afinal, a porta foi ou não fechada com a vara dentro do celeiro? Esclareça esse paradoxo com o auxílio de dois diagramas de espaço-tempo, sendo um no referencial do corredor e outro no referencial do amigo.