

Algoritmos e Estruturas de Dados I

Lista de Exercícios 4: Árvores Binárias

Profa. Mirtha Lina Fernández Venero
Prof. Paulo Henrique Pisani

23 de março de 2019

1 Árvores binárias

1. O que imprime o percurso em pre-ordem da seguinte árvore? E o percurso em pós-ordem?

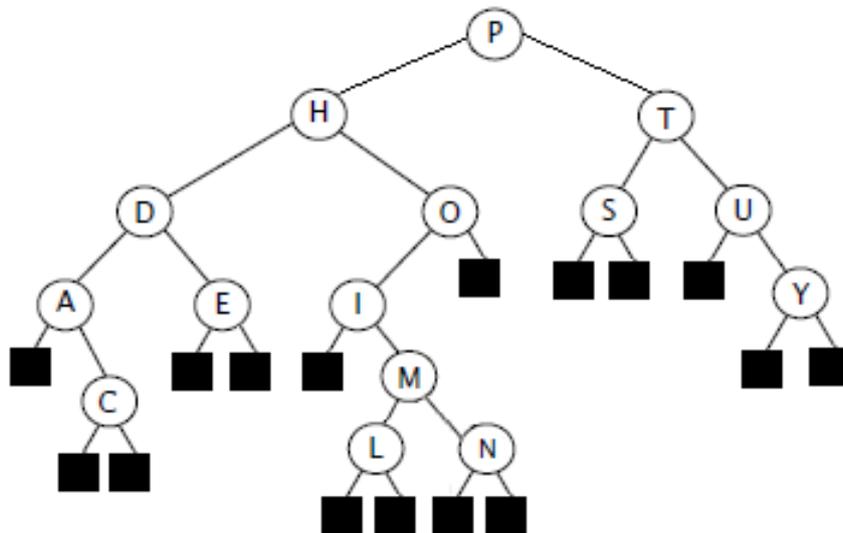
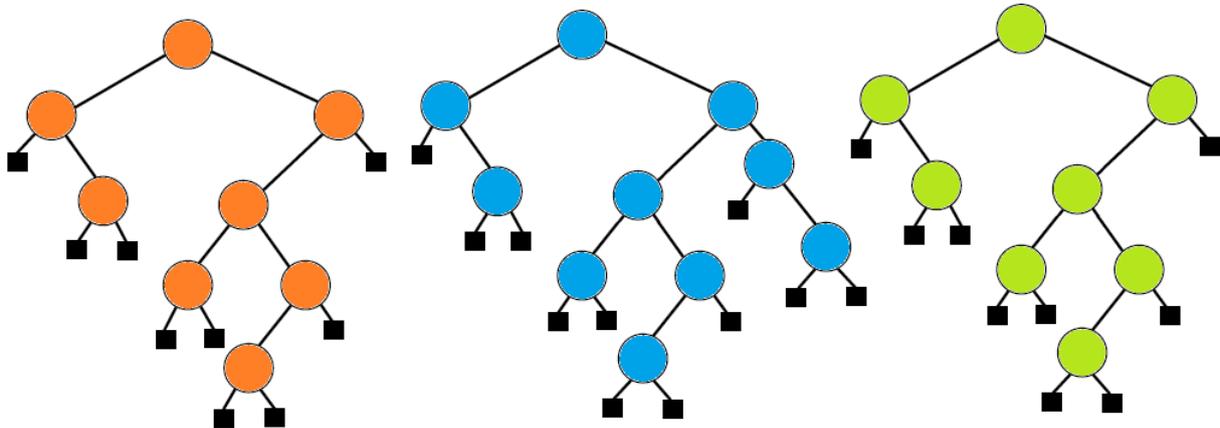


Figura 1: Exemplo de árvore binária de busca.

2. Escreva uma função para ler uma árvore binária de números inteiros usando o percurso em pre-ordem.
3. Escreva uma função para determinar se uma árvore é estritamente binária, i.e. cada nó da árvore é uma folha ou possui dois filhos. Por exemplo, a árvore acima não é estritamente binária pois os nós A, I e O têm um único filho. Considere que a árvore vazia é estritamente binária.
4. Escreva uma função para determinar se uma árvore binária é ou não de busca.

5. Escreva uma função que determine se duas árvores são estruturalmente equivalentes, i.e. têm a mesma estrutura de nós e galhos independentemente das chaves e valores dos nós.

Exemplo: Na figura abaixo, as árvores com os nós coloridos em laranja e verde são estruturalmente equivalentes.



6. Escreva um programa para testar suas funções.

2 Outras operações sobre árvores binárias de busca

Implemente as seguintes operações de ordem sobre uma ABB:

1. função não recursiva para inserir um nó;
2. função para obter a união de duas ABBs, i.e. uma nova ABBs contendo todas as chaves (sem repetições);
3. função para obter a interseção de duas ABBs, i.e. uma nova ABBs contendo todas as chaves que aparecem em ambas árvores;
4. funções para o cálculo do máximo e o mínimo;
5. funções para o cálculo do sucessor e antecessor dum elemento. As suas funções devem retornar NULL caso o elemento não estiver na árvore ou não existir sucessor (caso do máximo) o antecessor (caso do mínimo).

Exemplo: Na árvore do exercício 1.1 acima, o mínimo é A, o máximo é Y, o sucessor de O é P, o antecessor de I é H.

6. Qual a complexidade das suas funções no caso pior? Justifique de forma apropriada suas respostas.

3 Remoção nas ABBs

1. Quais modificações na remoção de T. Hibbard e D. Knuth devem ser feitas para usar o **antecessor** em lugar do sucessor? Desenhe as ABBs resultantes de remover os nós D, H e P (nessa ordem) da ABB na Figura 1 usando o antecessor.
2. Na remoção por **fusão**, para um nó com duas sub-árvores, uma das duas subárvores filhas é usada para substituir nó enquanto a outra é anexada a ela. Na seguinte figura, a árvore do canto superior direito é o resultado de remover por fusão nó com chave 10 anexando a subárvore da direita à subárvore da esquerda que substitui o nó removido. Na mesma figura, a árvore do canto inferior direito é o resultado de remover por fusão nó com chave 10 anexando a subárvore da esquerda à subárvore da direita.

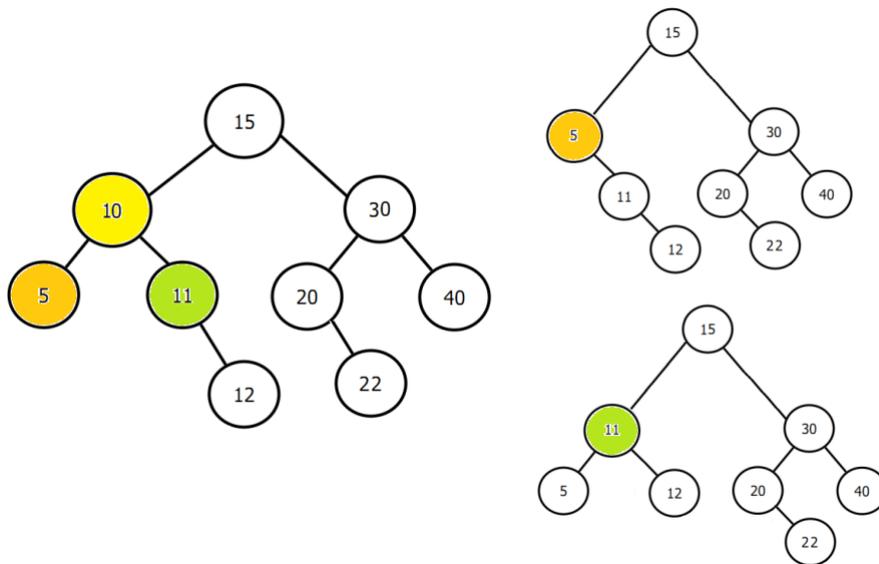
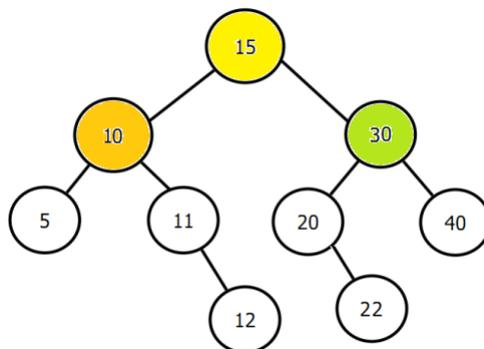


Figura 2: Árvores resultantes da remoção por fusão do nó com chave 10.

- (a) Desenhe as ABBs resultantes de remover por fusão a raiz da seguinte ABB.



- (b) Desenhe as ABBs resultantes de remover por fusão os nós D, H e P (nessa ordem) da ABB na Figura 1.
- (c) Escreva uma função que implemente a remoção por fusão duma chave numa ABB. A função deve receber três parâmetros de entrada: a raiz árvore, a chave a ser removida e um inteiro (0 ou 1) que indique a subárvore que deve ser usada para

substituir o nó removida: 0 para a subárvore esquerda e 1 para a direita. A função deve retornar a árvore após a remoção.