

1.a)	1.b)	2.a)	2.b)	2.c)	3.a) (i)	3.a) (ii)	3.b)	3.c)	$\Sigma$

## FUNÇÕES DE VÁRIAS VARIÁVEIS

Prova P1@ — Versão A — 30/03/2017 — 21:00–22:50 hs

NOME: \_\_\_\_\_ Turma: B-Noturno RA: \_\_\_\_\_

INDIQUE NO CABEÇALHO DA FOLHA DE PROVA A VERSÃO DO ENUNCIADO QUE RECEBEU (**Versão A**)

1. (3.00 pts) Para a função  $f$  nas variáveis  $x, y$  e  $z$  definida por

$$f(x, y, z) = e^{-3x+y^2-4y}$$

- a) Determine o domínio de  $f$ .  
b) Determine para que valores de  $\lambda$  o conjunto de nível

$$C_\lambda = \{(x, y, z) \in \Omega : f(x, y, z) = \lambda\}$$

é não vazio. Que lugar geométrico representa o conjunto  $C_\lambda \neq \emptyset$ ?

**OBSERVAÇÃO:**  $\Omega$  denota o domínio de  $f$ .

2. (3.50 pts) Considere a função  $f$  definida em  $\mathbb{R}^2$  por

$$f(x, y) = \begin{cases} xe^{-\frac{1}{x^2}} & , \text{ se } (x, y) \neq (0, y) \\ ye^{-\frac{1}{y^2}} & , \text{ se } (0, y) \neq (0, 0) \\ 0 & , \text{ se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- a) Determine  $f_x := \frac{\partial f}{\partial x}$  para valores de  $(x, y) \neq (0, y)$ .  
b) Estude a continuidade de  $f_x$  no ponto  $(0, 0)$ .  
c) Estude a diferenciabilidade de  $f$  no ponto  $(0, 0)$ .

3. (3.50 pts) Para a função  $f$  nas variáveis  $x$  e  $y$  definida por

$$f(x, y) = \arctan\left(\frac{x}{y}\right)$$

- a) Calcule o valor dos limites abaixo:  
(i)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (-2,2)} \left( \frac{\partial f}{\partial x}(x, y) + \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) \right)$   
(ii)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} x\sqrt{x^2+y^2} \left( \frac{\partial f}{\partial x}(x, y) + \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) \right)$   
b) Calcule a equação do plano tangente à função  $f$  no ponto  $(2, -2, f(2, -2))$ .  
c) Indique um vetor  $\vec{v}$  de  $\mathbb{R}^2$  para o qual a derivada direcional  $D_{\vec{v}}f(2, -2)$  toma o valor máximo.

NO FINAL DA PROVA ENTREGUE TAMBÉM ESTE ENUNCIADO DEVIDAMENTE PREENCHIDO.