1.a)	1.b)	2.	3.a)	3.b) (i)	3.b) (ii)	4.a)	4.b)	$\sum$

FUNÇÕES DE VÁRIAS VARIÁVEIS

Prova REC — **Versão A** — 08/05/2017 — **21:00–22:50 hs**

NOME:______________________________________ **Turma: A-Noturno** **RA:**____________

INDIQUE NO CABEÇALHO DA FOLHA DE PROVA A VERSÃO DO ENUNCIADO QUE RECEBEU (**Versão A**)

1. (1.50 pts) CÁLCULO DE DERIVADAS PARCIAIS
Mostre que a função $f(x,y) = \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$:

a) Satisfaz a equação $x\dfrac{\partial f}{\partial x} + y\dfrac{\partial f}{\partial y} = 0$.

b) É uma solução da *equação de Laplace* $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0$.

2. (1.25 pts) INTEGRAIS DUPLAS SOBRE REGIÕES GENÉRICAS
Supondo que a integral seguinte existe, represente geometricamente a região plana $\mathcal{R}$ e inverta a ordem de integração:

$$\iint_{\mathcal{R}} f(x,y)dA = \int_0^3 \int_{\frac{4}{3}x}^{\sqrt{25-x^2}} f(x,y)dydx.$$

3. (3.75 pts) LIMITES VS REGRA DA CADEIA VS COORDENADAS POLARES
Para a função $f(x,y) = e^{-\frac{x^2+y^2}{3}} \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$ $(x > 0)$.

a) Mostre que para $x = r\cos(\theta)$ e $y = r\sin(\theta)$ se tem a igualdade $\dfrac{\partial f}{\partial r}(x,y) = -\dfrac{2}{3}rf(x,y)$.

b) Determine, caso existam, os seguintes limites abaixo:

(i) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$ **(ii)** $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) + y\frac{\partial f}{\partial y}(x,y)}{(x^2+y^2)f(x,y)}$.

DICA: Para resolução do exercício, é conveniente determinar uma expressão simbólica para $\dfrac{\partial f}{\partial r}$ com base na *regra da cadeia*.

4. (3.50 pts) MULTIPLICADORES DE LAGRANGE & COORDENADAS CILÍNDRICAS
a) Determine o *retângulo de maior área* inscrito na circunferência de equação $x^2 + y^2 = 5$.
OBSERVAÇÃO: A circunferência e o retângulo do enunciado têm ambos de centro o ponto $(0,0)$.

b) Determine o volume do sólido

$$\mathcal{S} = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \;:\; x^2+y^2 \leq z \leq 10 - x^2 - y^2 \;\;\&\;\; y \leq x \leq -y \;\;\&\;\; y \leq 0\}.$$

NO FINAL DA PROVA ENTREGUE TAMBÉM ESTE ENUNCIADO DEVIDAMENTE PREENCHIDO.

1.a)	1.b)	2.	3.a)	3.b) (i)	3.b) (ii)	4.a)	4.b)	$\sum$

FUNÇÕES DE VÁRIAS VARIÁVEIS

Prova REC — **Versão B** — 08/05/2017 — **21:00–22:50 hs**

NOME:____ **Turma: A-Noturno** **RA:**____________

INDIQUE NO CABEÇALHO DA FOLHA DE PROVA A VERSÃO DO ENUNCIADO QUE RECEBEU (**Versão B**)

1. (1.50 pts) DERIVADAS PARCIAIS DE PRIMEIRA ORDEM & ORDEM SUPERIOR

Mostre que a função $f(x,y) = \arctan\left(\frac{x}{y}\right)$:

a) É solução da *equação de primeira ordem* $x\dfrac{\partial f}{\partial x} + y\dfrac{\partial f}{\partial y} = 0$.

b) É solução da *equação de Laplace* $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0$.

2. (1.25 pts) MUDANÇA DA ORDEM DE INTEGRAÇÃO

Supondo que a integral abaixo existe, represente geometricamente a região plana $\mathcal{R}$ e inverta a ordem de integração:

$$\iint_{\mathcal{R}} f(x,y)dA = \int_{-3}^{0}\int_{-\sqrt{25-y^2}}^{\frac{4}{3}y} f(x,y)dxdy.$$

3. (3.75 pts) LIMITES VS REGRA DA CADEIA VS COORDENADAS POLARES

Para a função $f(x,y) = e^{-\frac{x^2+y^2}{5}}\arctan\left(\frac{y}{x}\right)$ $(x > 0)$:

a) Mostre que para $x = r\cos(\theta)$ e $y = r\sin(\theta)$ se tem a igualdade $\dfrac{\partial f}{\partial r}(x,y) = -\dfrac{2}{5}r\, f(x,y)$.

b) Determine, caso existam, os seguintes limites abaixo:

(i) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$ **(ii)** $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) + y\frac{\partial f}{\partial y}(x,y)}{(x^2+y^2)f(x,y)}$.

DICA: Para resolução do exercício, é conveniente determinar uma expressão simbólica para $\dfrac{\partial f}{\partial r}$ com base na *regra da cadeia*.

4. (3.50 pts) MULTIPLICADORES DE LAGRANGE & COORDENADAS CILÍNDRICAS

a) Determine o *retângulo de maior área* inscrito na circunferência de equação $x^2 + y^2 = 6$.

OBSERVAÇÃO: A circunferência e o retângulo do enunciado têm ambos de centro o ponto $(0,0)$.

b) Determine o volume do sólido

$$\mathcal{S} = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \ : \ x^2 + y^2 \le z \le 12 - x^2 - y^2 \ \ \& \ \ -y \le x \le y \ \ \& \ \ y \ge 0\}.$$

NO FINAL DA PROVA ENTREGUE TAMBÉM ESTE ENUNCIADO DEVIDAMENTE PREENCHIDO.