

1.a)	1.b)	2.	3.a)	3.b) (i)	3.b) (ii)	4.a)	4.b)	Σ

FUNÇÕES DE VÁRIAS VARIÁVEIS

Prova REC — Versão A — 08/05/2017 — 19:00–20:50 hs

NOME: _____ Turma: B-Noturno RA: _____

INDIQUE NO CABEÇALHO DA FOLHA DE PROVA A VERSÃO DO ENUNCIADO QUE RECEBEU (**Versão A**)

1. (1.50 pts) CÁLCULO DE DERIVADAS PARCIAIS

Mostre que a função $f(x, y) = \ln(\sqrt{3x^2 + 3y^2})$:

- a) Satisfaz a equação $x \frac{\partial f}{\partial y} - y \frac{\partial f}{\partial x} = 0$.
- b) É uma solução da equação de Laplace $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0$.

2. (1.25 pts) INTEGRAIS DUPLAS SOBRE REGIÕES GENÉRICAS

Supondo que a integral seguinte existe, represente geometricamente a região plana \mathcal{R} e inverta a ordem de integração:

$$\iint_{\mathcal{R}} f(x, y) dA = \int_0^4 \int_{\frac{3}{4}x}^{\sqrt{25-x^2}} f(x, y) dy dx.$$

3. (3.75 pts) LIMITES VS REGRA DA CADEIA VS COORDENADAS POLARES

Para a função $f(x, y) = \sqrt{1 + x^2 + y^2} e^{-\frac{2}{5} \arctan(\frac{y}{x})}$ ($x > 0$):

- a) Mostre que para $x = r \cos(\theta)$ e $y = r \sin(\theta)$ se tem a igualdade $\frac{\partial f}{\partial \theta}(x, y) = -\frac{2}{5} f(x, y)$.

b) Determine, caso existam, os seguintes limites abaixo:

(i) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$ (ii) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) - y \frac{\partial f}{\partial x}(x, y)}{f(x, y)}$.

DICA: Para resolução do exercício, é conveniente determinar uma expressão simbólica para $\frac{\partial f}{\partial \theta}$ com base na *regra da cadeia*.

4. (3.50 pts) MULTIPLICADORES DE LAGRANGE & COORDENADAS CILÍNDRICAS

- a) Determine o retângulo de maior perímetro inscrito na circunferência de equação $x^2 + y^2 = 2$.

OBSERVAÇÃO: A circunferência e o retângulo do enunciado têm ambos de centro o ponto $(0, 0)$.

- b) Determine o volume do sólido

$$\mathcal{S} = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq z \leq 4 - x^2 - y^2 \text{ \& } -x \leq y \leq x \text{ \& } x \geq 0\}.$$

NO FINAL DA PROVA ENTREGUE TAMBÉM ESTE ENUNCIADO DEVIDAMENTE PREENCHIDO.

1.a)	1.b)	2.	3.a)	3.b) (i)	3.b) (ii)	4.a)	4.b)	Σ

FUNÇÕES DE VÁRIAS VARIÁVEIS

Prova REC — Versão B — 08/05/2017 — 19:00–20:50 hs

NOME: _____ Turma: B-Noturno RA: _____

INDIQUE NO CABEÇALHO DA FOLHA DE PROVA A VERSÃO DO ENUNCIADO QUE RECEBEU (**Versão B**)

1. (1.50 pts) CÁLCULO DE DERIVADAS PARCIAIS

Mostre que a função $f(x, y) = \ln(\sqrt{2x^2 + 2y^2})$:

- a) Satisfaz a equação $x \frac{\partial f}{\partial y} - y \frac{\partial f}{\partial x} = 0$.
- b) É uma solução da equação de Laplace $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0$.

2. (1.25 pts) MUDANÇA DA ORDEM DE INTEGRAÇÃO

Supondo que a integral abaixo existe, represente geometricamente a região plana \mathcal{R} e inverta a ordem de integração:

$$\iint_{\mathcal{R}} f(x, y) dA = \int_{-4}^0 \int_{-\sqrt{25-y^2}}^{\frac{3}{4}y} f(x, y) dx dy.$$

3. (3.75 pts) LIMITES VS REGRA DA CADEIA VS COORDENADAS POLARES

Para a função $f(x, y) = \sqrt{1 + x^2 + y^2} e^{-\frac{2}{3} \arctan(\frac{y}{x})}$ ($x > 0$).

- a) Mostre que para $x = r \cos(\theta)$ e $y = r \sin(\theta)$ se tem a igualdade $\frac{\partial f}{\partial \theta}(x, y) = -\frac{2}{3} f(x, y)$.

b) Determine, caso existam, os seguintes limites abaixo:

(i) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$ (ii) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) - y \frac{\partial f}{\partial x}(x, y)}{f(x, y)}$

DICA: Para resolução do exercício, é conveniente determinar uma expressão simbólica para $\frac{\partial f}{\partial \theta}$ com base na *regra da cadeia*.

4. (3.50 pts) MULTIPLICADORES DE LAGRANGE & COORDENADAS CILÍNDRICAS

- a) Determine o retângulo de maior perímetro inscrito na circunferência de equação $x^2 + y^2 = 3$.

Observação: A circunferência e o retângulo do enunciado têm ambos de centro o ponto $(0, 0)$.

- b) Determine o volume do sólido

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq z \leq 6 - x^2 - y^2 \ \& \ x \leq y \leq -x \ \& \ x \leq 0\}.$$

NO FINAL DA PROVA ENTREGUE TAMBÉM ESTE ENUNCIADO DEVIDAMENTE PREENCHIDO.