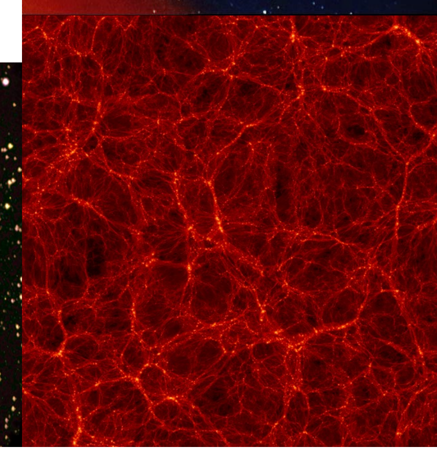
Noções de Astronomia e Cosmologia

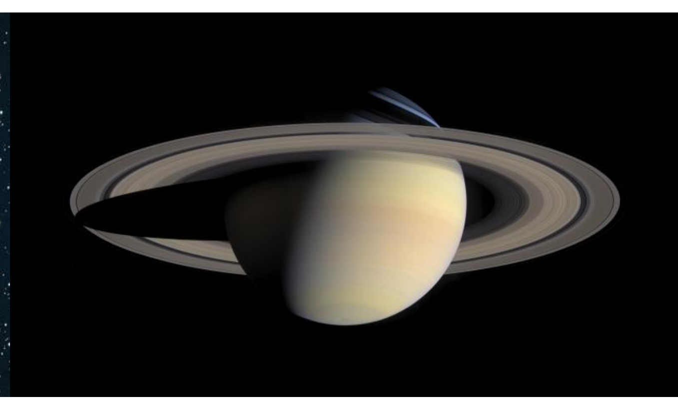
Universidade Federal do ABC

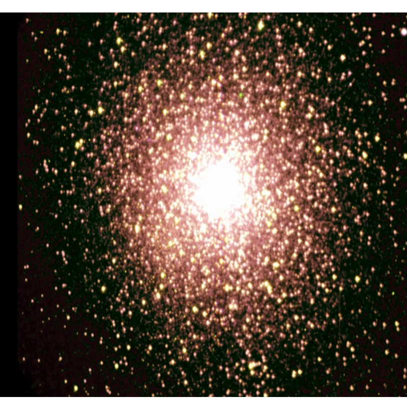
2. O Universo Mecânico.
   O Nascimento da Astrofísica.

Prof. Pieter Westera
pieter.westera@ufabc.edu.br

http://professor.ufabc.edu.br/~pieter.westera/Astro.html







Coordenadas Astronômicas

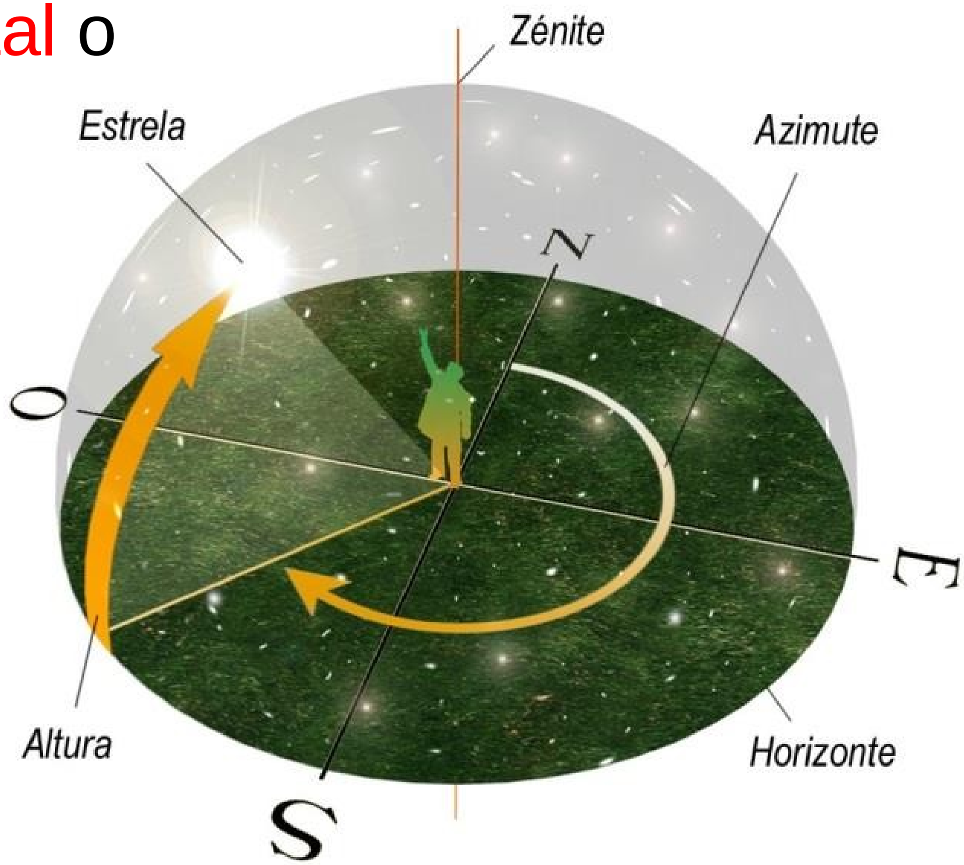
Para astrônom@s se comunicarem, elæs têm que informar as posições na esfera celeste dos objetos de interesse um ao outro, por meio de coordenadas.

Como mencionado, quando eles medem posições de objetos, eles medem ângulos, e não comprimentos, já que a distância até os objetos nem sempre é bem conhecida. Coordenadas astronômicas, são, então, ângulos, similar a θ e φ num sistema de coordenadas esféricas, com o observador (a Terra) na origem (na maioria das vezes) e a coordenada radial (a distância até o observador) desconhencida ou determinada por algum método independente (vide várias das próximas aulas).

Há vários sistemas de coordenadas na astronomia.

Sistema Horizontal

Utiliza como plano fundamental o Horizonte celeste.

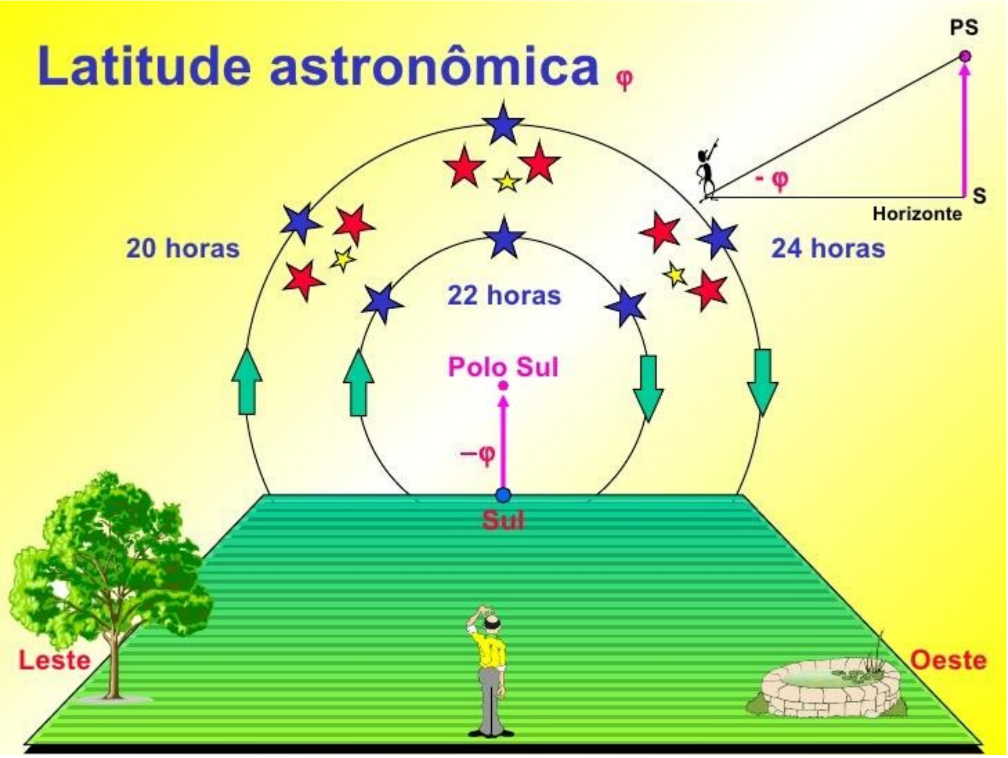


Azimute: o ângulo medido sobre o horizonte, no sentido horário (NLSO), com origem no Norte e fim no círculo vertical (semicírculo que vai do zênite ao nadir) do astro. Varia entre 0° a 360°.

Altura: o ângulo medido sobre o círculo vertical do astro, com origem no horizonte e fim no astro.
Varia entre -90° e +90°.

Sistema Horizontal

A latitude geográfica de um lugar é igual à altura do polo celeste como vista naquele lugar.



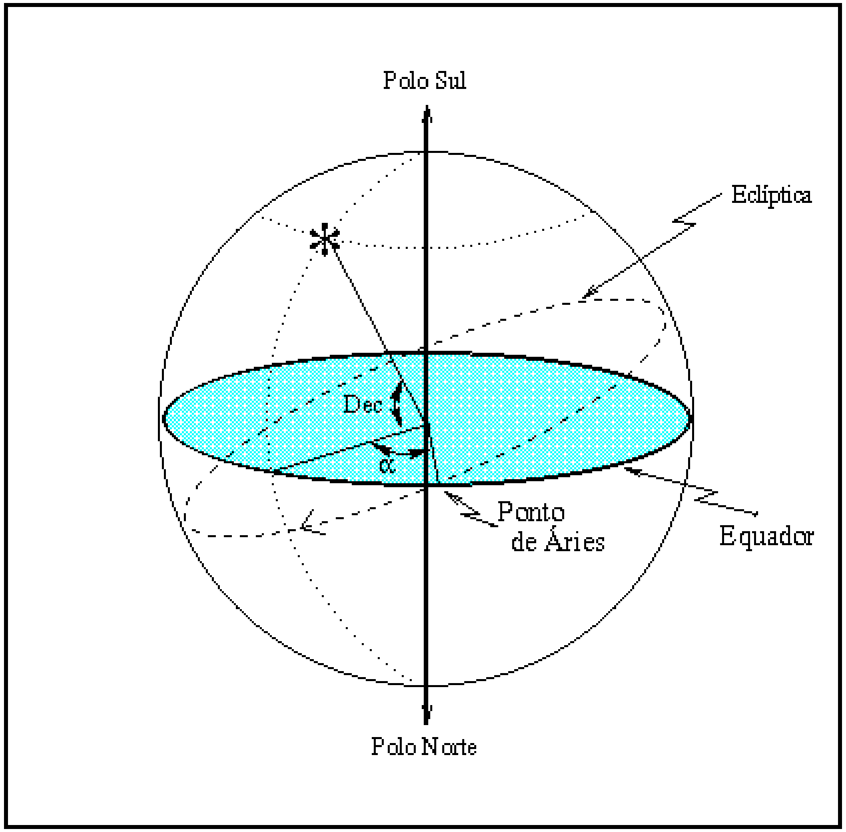
Exemplo: Em Santo André, o polo sul celeste se encontra 23.7° acima do horizonte.
=> latitude de SA: -23.7°

As coordenadas azimute e altura dependem do lugar e do instante da observação e não são características do astro.
=> Não muito prático para se comunicar com alguém em outro lugar, ou que faz a observação em outro horário.

Sistema Equatorial

Usa como plano fundamental o Equador celeste.

Ascensão Reta, RA ou α:
ângulo medido sobre o equador.
Origem no meridiano que passa pelo ponto de Áries e fim no meridiano do astro.
Varia entre 0h e 24h
(ou 0° e 360°),
aumenta para Leste.



Declinação, DEC ou δ:
ângulo medido sobre o meridiano do astro, com origem no equador e extremidade no astro.
Varia entre -90° e +90°.

Sistema Equatorial

Aula anterior: O ponto de Áries se desloca lentamente ao longo da eclíptica (o plano equatorial faz a precessão lunisolar), uma volta em 26 000 anos.
=> É necessário especificar a "época". Normalmente se usa a posição do ponto vernal em 01/01/2000 (J2000.0).

Desta maneira, as coordenadas são universais para todos os observadores em todos os lugares da Terra e qualquer horário.
É o sistema mais usado na astronomia.

Demais Sistemas

Ainda existem sistemas que usam como referência:

- a eclíptica: Sistema eclíptico, pode ser útil na astronomia do Sistema Solar.

- o plano da Via Láctea: Sistema Galáctico, útil no estudo da nossa Galáxia e das satélites dela.

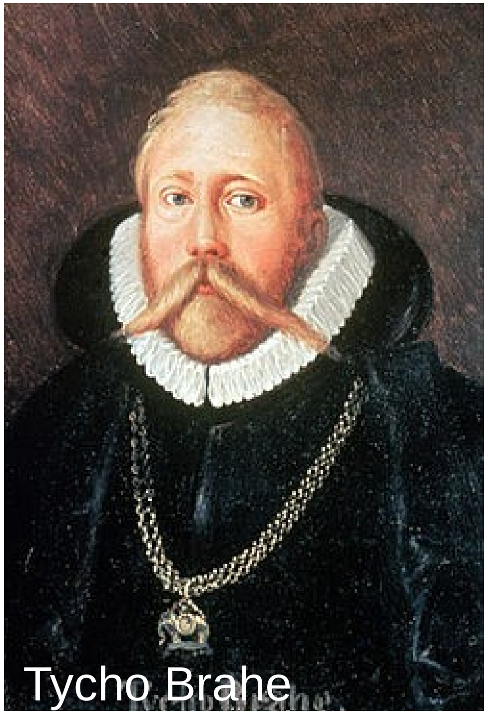
- o plano supergaláctico, um plano em torno daquele se encontram várias galáxias da vizinhança: Sistema supergaláctico, útil na astronomia extragaláctica.

Transformações entre todos estes sistemas são muito chatas e envolvem um monte de termos com (arcos)senos e (arco)cossenos (Não faremos nesta disciplina).

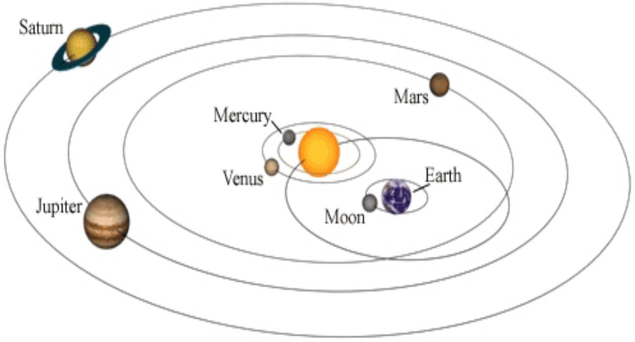
Voltando pra História da Astronomia

Tycho Brahe

1546-1601, astrônomo dinamarquês, último grande observador da era "pré-telescópio", fez e compilou as melhores medidas de posições de planetas até então, que mais tarde seriam usados por Kepler (três slides pra frente).



Também desenvolveu um modelo cosmológico, naquele o Sol gira em torno da Terra, e os planetas em torno do Sol para manter a Terra no centro.

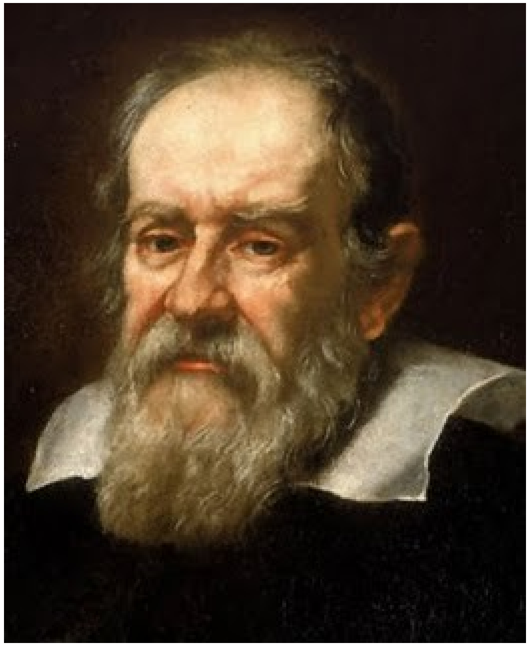


Modelo de Tycho Brahe

Em 1572 descobriu uma Supernova (=> Aula Estágios Finais), o que estava em conflito com a crença da época, de que o céu era invariável.

As Observações de Galileu

Galileu Galilei (1564-1642) foi o primeiro
a apontar um telescópio pro céu,
e é considerado o pai da
astronomia observacional moderna.



Galileu Galilei

Ele observou pela primeira vez (1609-10):
- As crateras da Lua,
- As manchas solares,
- As fases da Vênus,
- As Luas de Júpiter,

corroborando o modelo heliocêntrico de Copérnico.

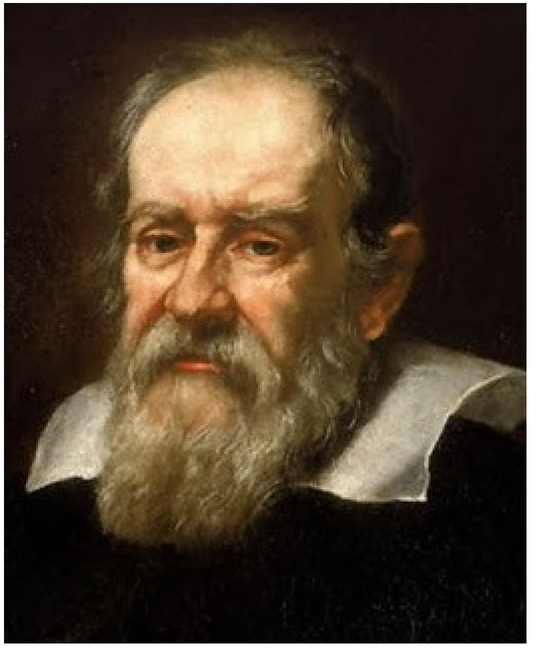
A luneta de Galileu

Além disso, ele observou que a Via Láctea não é simplesmente uma nuvem, mas consiste de estrelas, e fez contribuições importantes para a mecânica.

As Observações de Galileu

1616 foi forçado pela igreja católica a renunciar o seu apóio para o modelo copernicano.

1632 publicou a obra *Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo*, que também apoia o modelo copernicano.
De novo, ele teve que renunciar e a igreja colocou o *Diálogo* no index.



Galileu Galilei

Só foi absolvido em 1992 pelo papa João Paulo II.

As Leis de Kepler

Como mencionado na aula anterior, as previsões das posições dos planetas pelo modelo copernicano não eram tão boas assim. Isto, por que Copérnico não abriu mão de movimentos circulares uniformes.

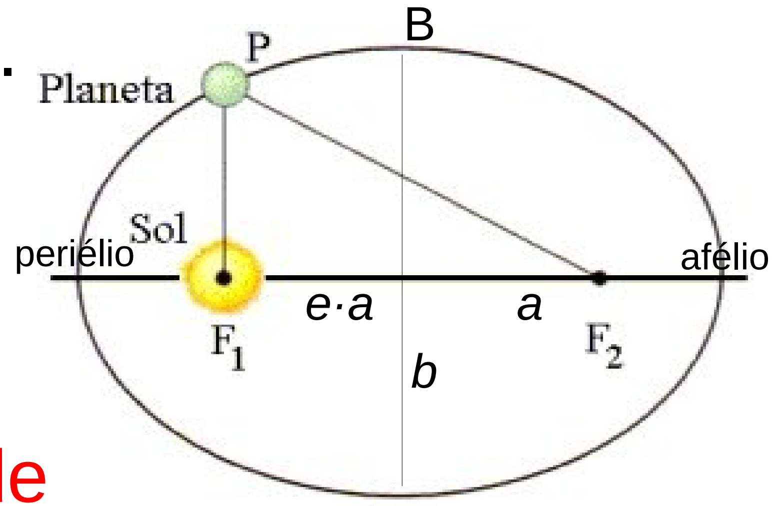
Quem conseguiu fazer o modelo bater melhor com os dados foi o astrônomo alemão Johannes Kepler, aluno de Tycho Brahe, sugerindo órbitas elípticas e estabelecendo três leis quantitativos sobre o movimento dos planetas (1609).

Johannes Kepler

Estas leis também dão uma dica quanto às causas físicas destes movimentos.

As Leis de Kepler

Primeira Lei de Kepler: Os planetas descrevem órbitas elípticas, com o Sol num dos focos.



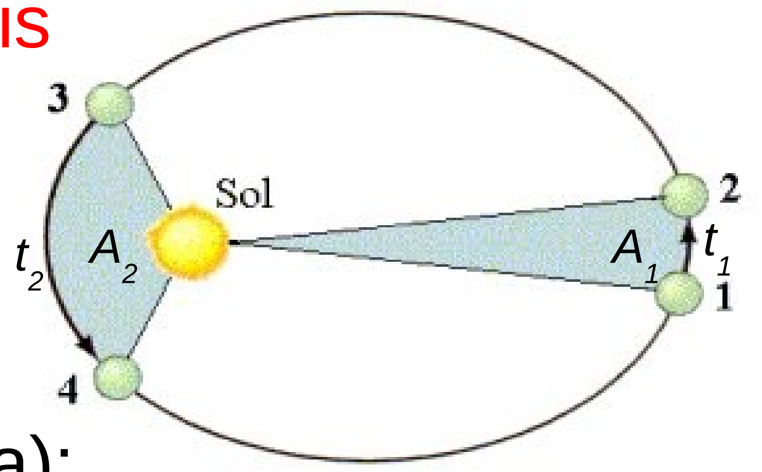
Alguns nomes e propriedades de elipses:

a, b = semi-eixos maior e menor,
$b/a = \sqrt{1-e^2}$, onde e = excentricidade
(0 para círculos, 1 para "retas"),
distância centro-foco: $e \cdot a = \sqrt{a^2-b^2}$,
posição do planeta mais próxima do Sol: periélio (perihélio)
posição mais distante: afélio (aphélio)
Área: πab
Para qualquer ponto P na elipse vale: $\overline{F_1P} + \overline{F_2P} = 2a$

=> O ponto B fica à distância a de cada um dos focos

As Leis de Kepler

Segunda Lei de Kepler (lei das áreas):
A linha Sol-planeta varre áreas iguais
em tempos iguais.
no desenho:
se $t_1 = t_2$, então $A_1 = A_2$

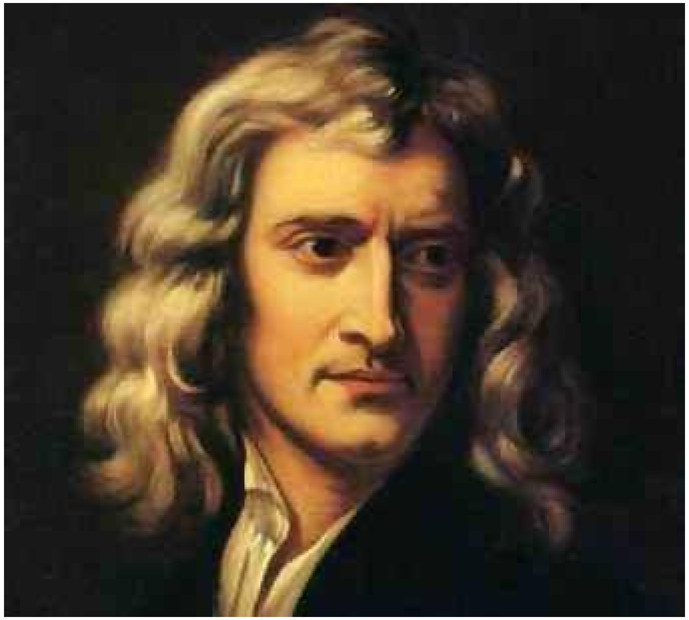


Terceira Lei de Kepler (lei harmônica):
Os quadrados dos períodos de revolucão, *T*, são
proporcionais aos cubos das distâncias médias,
ou semi-eixos maiores, *a*, do Sol aos planetas:
$T^2 = k \cdot a^3$, onde *k* é uma constante de proporcionalidade.

As Leis de Kepler também valem para os corpos menores
orbitando o Sol (asteroides, cometas, TNOs ...).

Mecânica Newtoniana

Baseado nos conceitos de inércia e aceleração, introduzidos por Galileu, o físico e matemático Sir Isaac Newton (1642-1727), publicou na sua obra prima, *Philosophiae Naturalis Principia Matematica* (1687) as três leis fundamentais da mecânica, ou Leis de Newton (=> Fenômenos Mecânicos):



Sir Isaac Newton

1. Se $F = 0$, então $\mathbf{v}$ = constante (lei de inércia)
2. $\mathbf{F}_{tot}$ ou $\mathbf{F}_{res} = m \cdot \mathbf{a}$
3. $\mathbf{F}_{12} = -\mathbf{F}_{21}$ (actio = reactio)

Mecânica Newtoniana

Supondo, que as Leis de Kepler são válidas também para planetas hipotéticos em órbitas circulares (elipses com excentricidade zero), elas podem ser usadas para descobrir a forma da lei que o Sol aplica nos planetas e que mantém eles na órbita, a Lei da Gravitação:

Interpretando o círculo (raio r) como caso especial de uma elipse, os dois focos coincidem no centro do círculo (o Sol fica no centro da órbita), $e = 0$ e $a = b = r$

A segunda lei de Kepler implica em um movimento circular uniforme.

=> A força tem que ser a força centrípeta, apontando pro Sol e de módulo (=> FeMec, m é a massa do planeta):

$$F = F_{\text{centrípeta}} = mv^2/r$$

Mecânica Newtoniana

Para o movimento circular uniforme, o periodo é $T = 2\pi r/v$

Pela terceira lei de Kepler: $T^2 = 4\pi^2 r^2/v^2 = k \cdot r^3$

Multiplicando os dois lados por mv^2/kr^4:

$4\pi^2 m/kr^2 = k' \cdot m/r^2 = mv^2/r = F$ (onde $k' = 4\pi^2/k$)

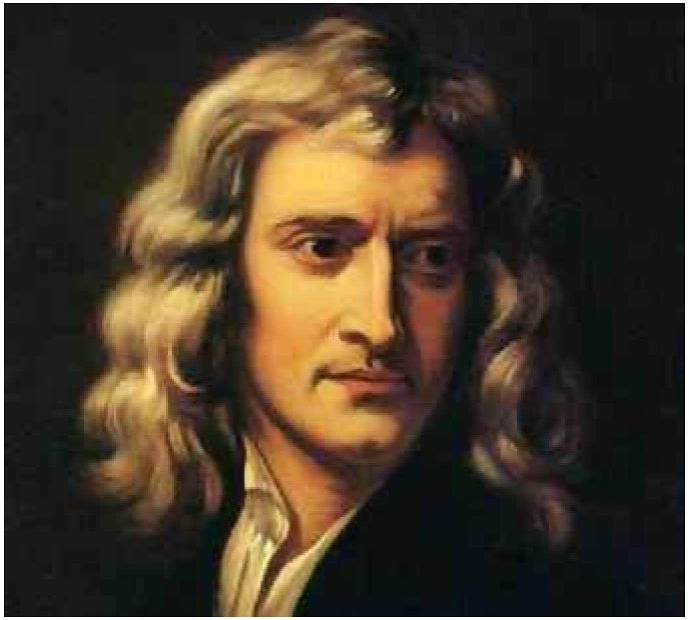
=> A força é proporcional a m e a $1/r^2$.

Pela terceira Lei de Newton, o planeta também aplica uma força da mesma natureza no Sol, lógicamente proporcional à massa do Sol M e também proporcional a $1/r^2$.
Ainda pela terceira Lei de Newton, a força procurada deve ser igual em módulo a esta força, então também proporcional a m.

Mecânica Newtoniana

=> A procurada lei da gravitação deve ser da forma:

$$F = G \frac{Mm}{r^2}$$



Sir Isaac Newton

vetorial: $$\mathbf{F} = -\frac{GMm\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|^3} = -\frac{GMm}{r^2}\hat{\mathbf{r}},$$

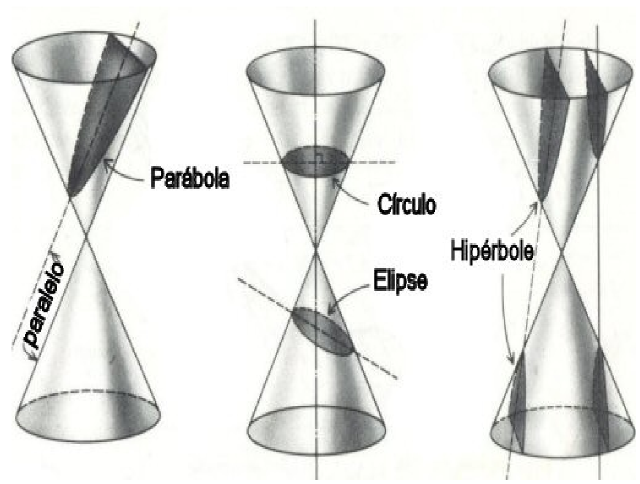
onde $G = k'/M = 4\pi^2/Mk = 6.673 \cdot 10^{-11}$ N m² kg^{-2}

é a constante gravitacional universal,
lei também encontrada por Newton.
(e ele ainda inventou o cálculo infinitesimal, e fez contribuições pra ótica, entre outros.)

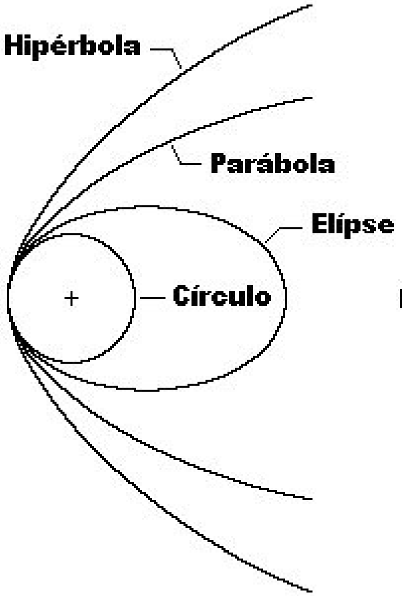
Mecânica Newtoniana

Usando as Leis de Newton + a lei da gravitação, dá pra calcular a órbita geral de um corpo de baixa massa, *m*, no campo gravitacional de uma massa maior, *M*
(=> livro, p. 39-45).

Obtém-se que a órbita é cônica (a interseção entre um plano e um cone):



=>



Mecânica Newtoniana

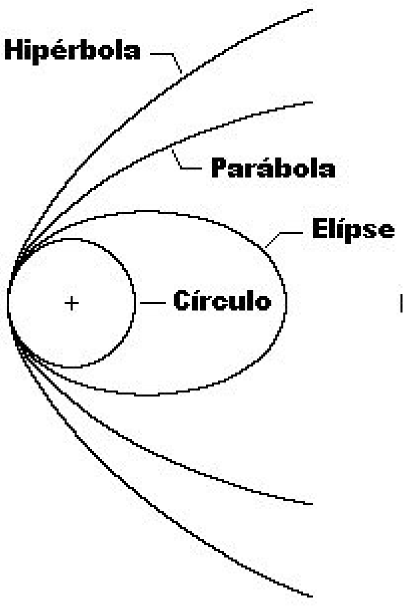
A órbita é elíptica (ou circular), parabólica ou hiperbólica, dependendo da energia total do corpo/sistema:

$E = U + K$, onde

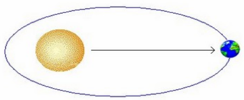
$U = -GMm/r$ = energia potencial,

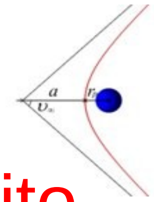
$K = mv^2/2$ = energia cinética

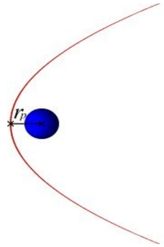
(=> FeMec)



Mecânica Newtoniana

A órbita é elíptica (ou circular), se E é negativa

(na verdade, $E = -MmG/2a$, => já) => $K < |U|$,
ou a velocidade é menor que a velocidade de escape,
$v_{esc} = \sqrt{2GM/r}$, => o corpo não consegue escapar do campo gravitacional da massa maior => estado ligado,
caso dos planetas (1ª lei de Kepler), asteroides, cometas periódicos, luas de planetas, satélites, etc.

Ela é hiperbólica, se E é positiva => $v > v_{esc}$

=> o corpo vem do infinito e escapa para o infinito,
caso de cometas não-periódicos, ...,

e parabólica no caso limite quando $E = 0$ => $v = v_{esc}$

=> o corpo também vai pro infinito.

Mecânica Newtoniana

As Leis de Newton também podem ser usadas para mostrar a conservação do momento angular orbital do planeta em relação ao Sol
(na verdade, isto vale para qualquer força central):

$$d\mathbf{L}/dt = d(\mathbf{r} \times \mathbf{p})/dt = d\mathbf{r}/dt \times \mathbf{p} + \mathbf{r} \times d\mathbf{p}/dt = \mathbf{v} \times m\mathbf{v} + \mathbf{r} \times \mathbf{F}$$
$$= 0 + 0 = 0$$

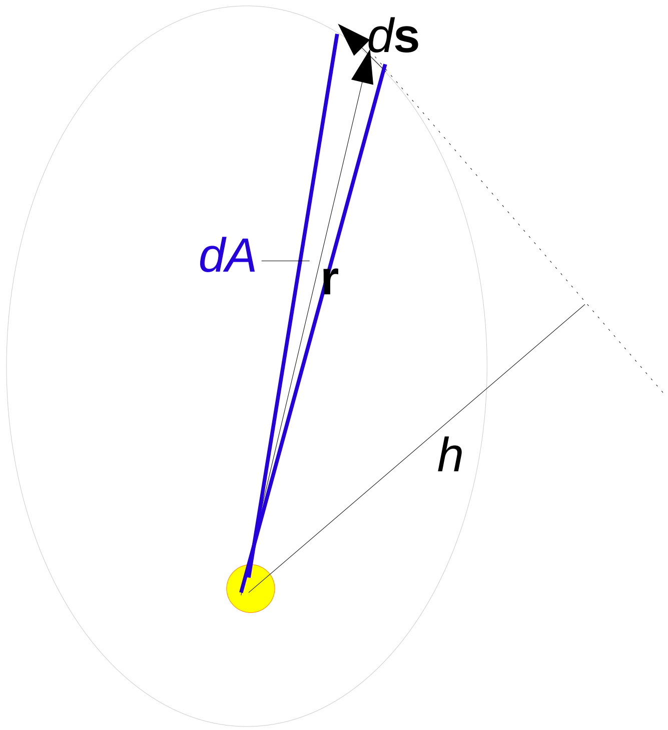
=> $\mathbf{L}$ = const. => conservação do momento angular

Mecânica Newtoniana

As Leis de Newton também podem ser usadas para deduzir as Leis de Kepler,
i. e. a segunda Lei de Kepler se revela uma outra formulação da conservação do momento angular:

para curtos trechos (aproximadamente retos):

$dA \sim ½ \cdot ds \cdot h$
$=> dA/dt = ½ \cdot h \cdot ds/dt$
$= ½ \cdot h \cdot v = ½ \cdot h \cdot mv/m$
$= ½ \cdot h \cdot p/m = L/2m$

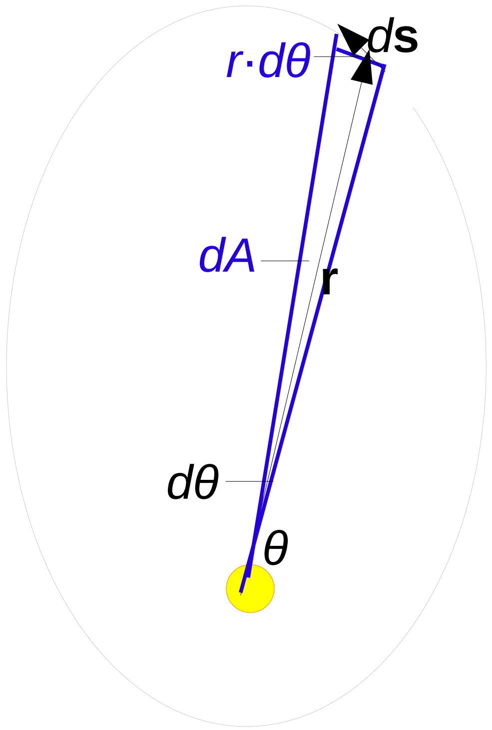


Já que, pela 2ª Lei de Kepler,
dA/dt = const. => L = const.
conservação do momento angular

Mecânica Newtoniana

As Leis de Newton também podem ser usadas para deduzir as Leis de Kepler,
i. e. a segunda Lei de Kepler se revela uma outra formulação da conservação do momento angular:

Outra maneira para chegar no mesmo resultado, frequentemente vista:



$$dA \sim \tfrac{1}{2} \cdot r \cdot r{\cdot}d\theta = \tfrac{1}{2} \cdot r^2\, d\theta$$
$$dA/dt = \tfrac{1}{2} \cdot r^2\, d\theta/dt = \tfrac{1}{2} \cdot r^2\, \omega$$
$$= \tfrac{1}{2} \cdot mr^2\omega/m = \tfrac{1}{2} \cdot L/m,$$

como antes

Mecânica Newtoniana

E elas podem ser usadas para calcular os momento angular orbital, energias total, potencial gravitacional média (no tempo) e cinética média (dedução não mostrada aqui):

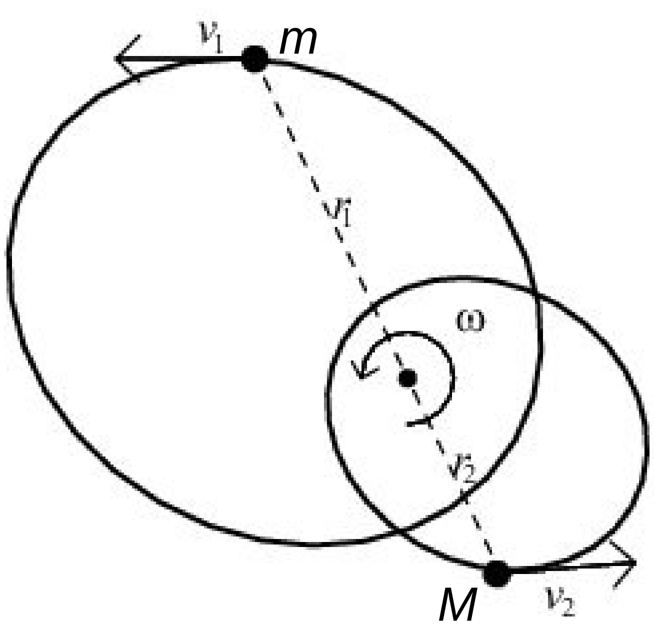
$L = |\mathbf{L}| = |m \cdot \mathbf{r} \times \mathbf{v}| = m \cdot b \cdot \sqrt{GM/a},$
$E = -MmG/2a$
$\langle U \rangle = -MmG/a$
$\langle K \rangle = MmG/2a$

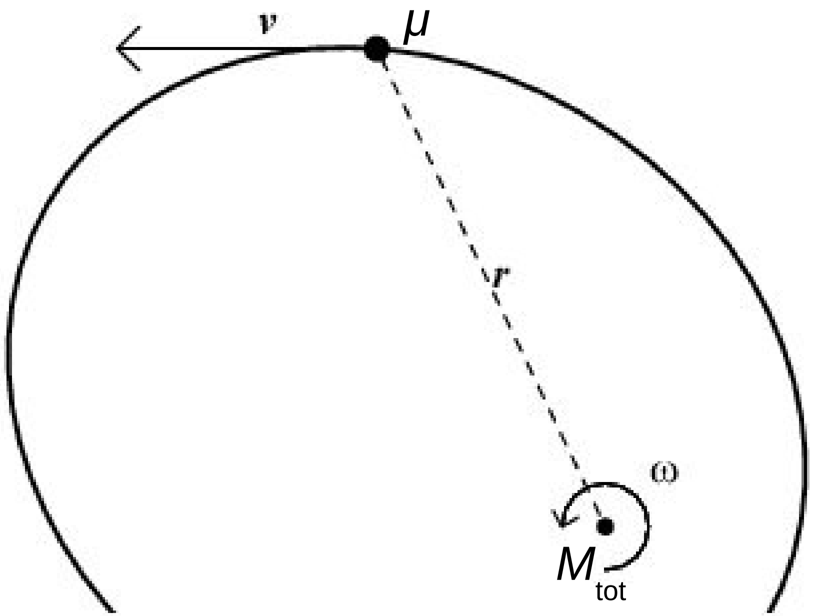
$\Rightarrow -2\langle K \rangle = \langle U \rangle, \langle E \rangle = \frac{1}{2} \cdot \langle U \rangle$

Mecânica Newtoniana

Na verdade, a menor massa não orbita a maior massa, mas ambos orbitam o centro de massa.

Felizmente, matematicamente, isto pode ser tratado como um corpo de massa μ orbitando uma massa imóvel M_{tot},





isto é, podemos usar todas as fórmulas vistas nos slides anteriores, substituindo m por μ e M por M_{tot},

Mecânica Newtoniana

onde $\mu = mM/(M+m)$ é chamada massa reduzida,
(ou $1/\mu = (M+m)/mM = 1/m + 1/M$)
$M_{tot} = M+m$, $\mathbf{r}_1 = (\mu/m)\cdot\mathbf{r}$, $\mathbf{r}_2 = -(\mu/M)\cdot\mathbf{r}$ => $r_1 + r_2 = r$

Se $m \ll M$, como no caso dos planetas do Sistema Solar e o Sol, (o planeta de maior massa do Sistema Solar é o Júpiter, com menos de 0.001 vezes a massa do Sol)

então $\mu \to m$, $M_{tot} \to M$, $\mathbf{r}_1 \to \mathbf{r}$, $\mathbf{r}_2 \to 0$,
o erro que fizemos é desprezível.

O fato que a massa maior se movimenta também pode ser importante na detecção de exoplanetas (planetas em torno de outras estrelas que o Sol), em sistemas planeta-lua e em estrelas binárias (sistemas de duas estrelas).

O Teorema do Virial

Tinhamos visto que, para duas massas em órbita elíptica,

$-2\langle K\rangle = \langle U\rangle$, ou
$\langle E\rangle = ½\cdot\langle U\rangle$

Na verdade, isto vale para qualquer sistema de partículas / corpos / ... gravitacionalmente ligado e em equilíbrio (isto é, nem em expansão, nem em contração, se diz equilíbrio virial),
sendo $\langle K\rangle$ a energia cinética total do sistema,
$\langle U\rangle$ a energia potencial total e $\langle E\rangle$ a energia mecânica total, todas em média no tempo.
=> Teorema do Virial.

O Teorema do Virial

Dedução:

Sejam $\mathbf{r}_i$ os vetores posição das partículas do sistema (em relação à origem de algum sistema de coordenadas, o centro de massa é uma boa escolha), m_i as massas, $\mathbf{v}_i$ as velocidades e $\mathbf{p}_i$ os momentos lineares deles.

Definimos a grandeza: $Q = \sum_i \mathbf{p}_i \cdot \mathbf{r}_i$,

Derivando no tempo:

$$dQ/dt = \sum_i (d\mathbf{p}_i/dt \cdot \mathbf{r}_i + \mathbf{p}_i \cdot d\mathbf{r}_i/dt) = \sum_i d\mathbf{p}_i/dt \cdot \mathbf{r}_i + \sum_i \mathbf{p}_i \cdot d\mathbf{r}_i/dt$$

(I) (II) (III)

O Teorema do Virial

$$dQ/dt = \sum_i d\mathbf{p}_i/dt \cdot \mathbf{r}_i + \sum_i \mathbf{p}_i \cdot d\mathbf{r}_i/dt$$

(I) (II) (III)

(I): $dQ/dt = d/dt \sum_i \mathbf{p}_i \cdot \mathbf{r}_i = d/dt \sum_i m_i \mathbf{v}_i \cdot \mathbf{r}_i = d/dt \sum_i m_i d\mathbf{r}_i/dt \cdot \mathbf{r}_i$

$= d/dt \sum_i \tfrac{1}{2} d/dt\, (m_i r_i^2) = \tfrac{1}{2} \cdot d^2/dt^2 \sum_i m_i r_i^2$

$dr_i^2/dt = d\mathbf{r}_i^2/dt = 2\mathbf{r}_i \cdot d\mathbf{r}_i/dt$

$= \tfrac{1}{2} \cdot d^2 I/dt^2$,

onde $I = \sum_i m_i r_i^2$ é momento de inércia do sistema

(III): $\sum_i \mathbf{p}_i \cdot d\mathbf{r}_i/dt = \sum_i m_i \mathbf{v}_i \cdot \mathbf{v}_i = 2 \cdot \sum_i \tfrac{1}{2} m_i v_i^2 = 2K$,

onde K é a energia cinética total do sistema

O Teorema do Virial

$$dQ/dt = \sum_i d\mathbf{p}_i/dt \cdot \mathbf{r}_i + \sum_i \mathbf{p}_i \cdot d\mathbf{r}_i/dt$$

(I) (II) (III)

$\mathbf{F}_i$: força total que age na partícula i

$\mathbf{F}_{ij}$: força que a partícula j aplica na partícula i

$$\text{(II)}: \sum_i d\mathbf{p}_i/dt \cdot \mathbf{r}_i = \overbrace{\sum_i \mathbf{F}_i \cdot \mathbf{r}_i}^{\text{Virial de Clausius}} = \sum_i \Big(\sum_{j\neq i} \mathbf{F}_{ij}\Big)\cdot \mathbf{r}_i$$

$\mathbf{r}_i = ½(\mathbf{r}_i+\mathbf{r}_j) + ½(\mathbf{r}_i-\mathbf{r}_j)$

$$= ½\cdot\sum_i\sum_{j\neq i} \mathbf{F}_{ij}\cdot(\mathbf{r}_i+\mathbf{r}_j) + ½\cdot\sum_i\sum_{j\neq i} \mathbf{F}_{ij}\cdot(\mathbf{r}_i-\mathbf{r}_j)$$

$\mathbf{F}_{ij} = -\mathbf{F}_{ji}$

$$= 0 + \sum_i\sum_{j>i} \mathbf{F}_{ij}\cdot(\mathbf{r}_i-\mathbf{r}_j)$$

$\mathbf{F}_{ij} = Gm_im_j\mathbf{r}_{ij}/r_{ij}^3$, onde $\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{r}_j-\mathbf{r}_i$

$$= \sum_i\sum_{j>i} Gm_im_j\mathbf{r}_{ij}\cdot(-\mathbf{r}_{ij})/r_{ij}^3$$

$$= \sum_i\sum_{j>i} -Gm_im_jr_{ij}^2/r_{ij}^3$$

$$= \sum_i\sum_{j>i} -Gm_im_j/r_{ij} = \sum_i\sum_{j>i} U_{ij} = U,$$

a energia potencial total do sistema

O Teorema do Virial

$$dQ/dt = \sum_i d\mathbf{p}_i/dt \cdot \mathbf{r}_i + \sum_i \mathbf{p}_i \cdot d\mathbf{r}_i/dt$$

(I) (II) (III)

Substituindo:

$\frac{1}{2} \cdot d^2I/dt^2 = U + 2K$

e mediando no tempo:

$\frac{1}{2} \cdot \langle d^2I/dt^2 \rangle = \langle U \rangle + 2\langle K \rangle$

Já que o sistema está em equilíbrio, o momento de inércia não muda a longo prazo: $\langle dI/dt \rangle = 0$ e $\langle d^2I/dt^2 \rangle = 0$.

=> $-2\langle K \rangle = \langle U \rangle$, e

$\langle E \rangle = \frac{1}{2} \cdot \langle U \rangle$ QED

O Teorema do Virial

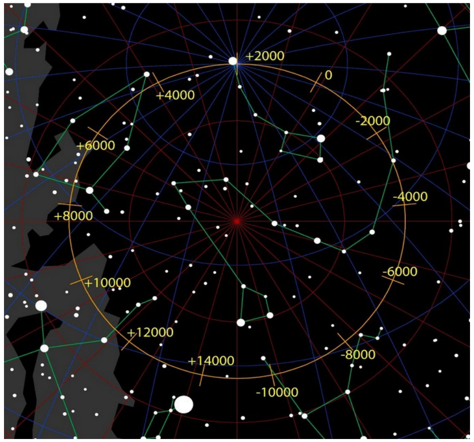
$-2\langle K\rangle = \langle U\rangle$, ou
$\langle E\rangle = \frac{1}{2}\cdot\langle U\rangle$

É útil para determinar as massas totais de conjuntos de partículas, estrelas, galáxias, ...; estimar a energia produzida em estrelas; estimar a massa mínima de uma nuvem de gás para colapsar, estimar a energia transferida na colisão de galáxias, ...
(vide em várias aulas desta disciplina)

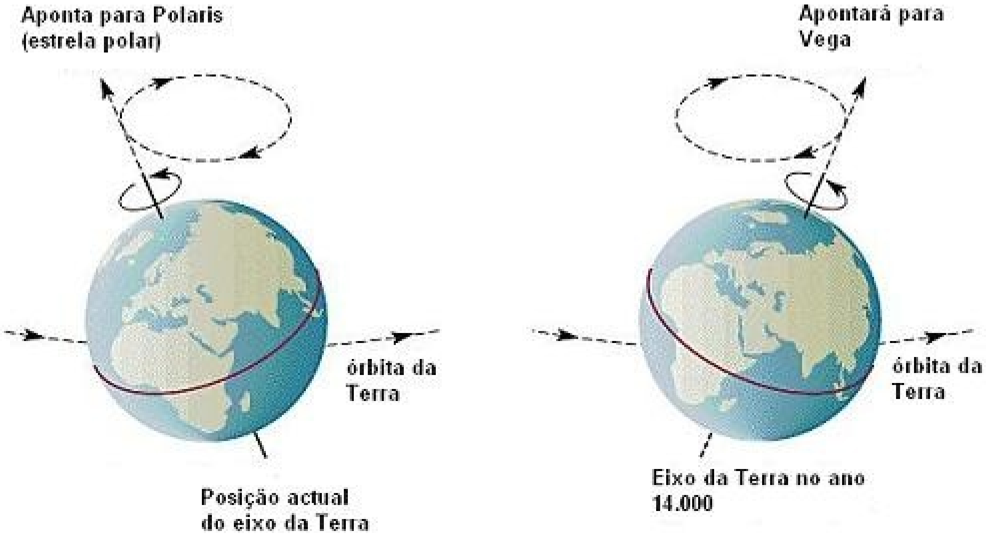
A Precessão Lunisolar

Só falta explicar a precessão lunisolar de 26 000 anos.

Lembrete

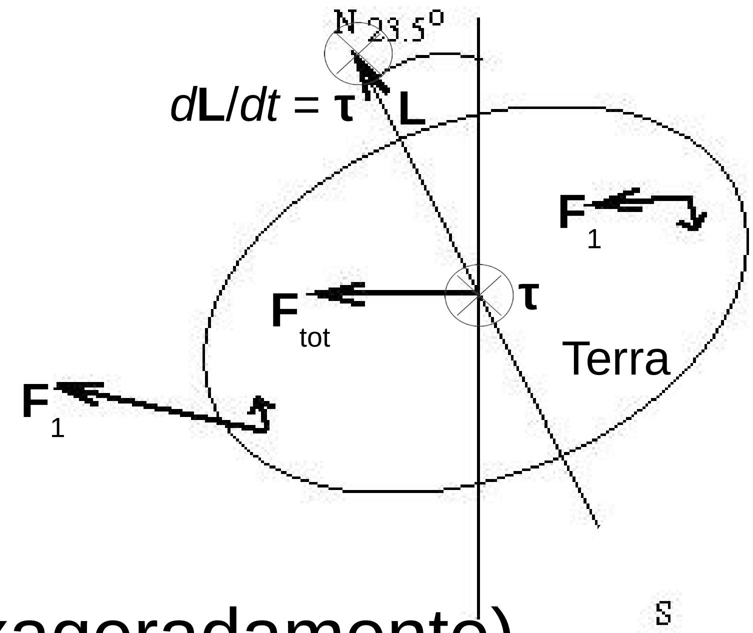


Como dito, é a mudança da direção do eixo de rotação da Terra, melhor: do vetor momento angular da rotação da Terra.

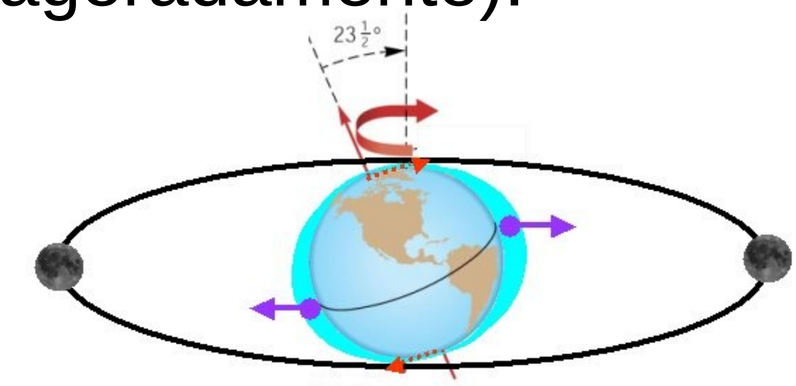


A Precessão Lunisolar

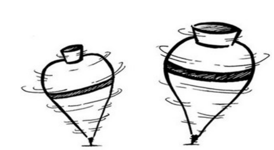
O torque **τ** responsável por esta mudança do momento angular **L** é devido à atração assimétrica que a Lua  (e o Sol => nome) aplica(m) na Terra, que é achatada pela própria rotação, como mostra a figura ao lado (exageradamente).



Como o torque é sempre perpendicular ao eixo de rotação, ele muda a direção, mas não o módulo de **L**.



É o mesmo efeito que faz girar o eixo de um pião.



Universidade Federal do ABC

Noções de Astronomia e Cosmologia

FIM PRA HOJE