

Unidades e Constantes

$$1 \text{ u} = 1.660538921 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$1 \text{ eV} = 1.602177 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$1 \text{ AU} = 1.49598 \cdot 10^{11} \text{ m}$$

$$1 \text{ ly} = 9.46073 \cdot 10^{15} \text{ m}$$

$$1 \text{ pc} = 2.062648 \cdot 10^5 \text{ AU} = 3.26156 \text{ ly} = 3.0856776 \cdot 10^{16} \text{ m}$$

$$1 M_{\odot} = 1.989 \cdot 10^{30} \text{ kg}$$

$$\pi = 3.14159$$

$$e = 2.71828$$

$$\text{Constante gravitacional: } G = 6.674 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}$$

$$\text{Permissividade do vácuo: } \epsilon_0 = 8.85419 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}$$

$$\text{Permeabilidade do vácuo: } \mu_0 = 1.2566 \cdot 10^{-6} \frac{\text{N}}{\text{A}^2}$$

$$\text{Velocidade da luz no vácuo: } c = \sqrt{\frac{1}{\epsilon_0 \mu_0}} = 2.9979 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{Massa do elétron: } m_e = 9.10939 \cdot 10^{-31} \text{ kg} = 0.0005486 \text{ u} = 511.0 \frac{\text{keV}}{c^2}$$

$$\text{Massa do próton: } m_p = 1.6726 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 1.007276 \text{ u} = 938.27 \frac{\text{MeV}}{c^2}$$

$$\text{Massa do néutron: } m_n = 1.6749 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 1.0087 \text{ u} = 939.57 \frac{\text{MeV}}{c^2}$$

$$\text{Carga elementar: } e = 1.602177 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$\text{Constante de Planck: } h = 6.626076 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

$$\text{Constante de Planck reduzida: } \hbar = \frac{h}{2\pi} = 1.05457 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

$$\text{Constante de Boltzmann: } k_B = 1.38065 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

$$\text{Constante de Stefan-Boltzmann: } \sigma = 5.6704 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4}$$

$$\text{Outros dados do Sol: } R_{\odot} = 696342 \text{ km}, T_{\text{ef},\odot} = 5777 \text{ K}, L_{\odot} = 3.9 \cdot 10^{26} \text{ W}, m_{V,\odot} = -26.74$$

Mecânica Celeste

$$\text{Elipses com semi-eixos maior } a \text{ e menor } b \text{ e excentricidade } e: \frac{b}{a} = \sqrt{1 - e^2}$$

$$\text{Distância centro-foco: } e \cdot a = \sqrt{a^2 - b^2}$$

$$\text{Distância foco 1 - ponto qualquer - foco 2: } F_1 P + F_2 P = 2a$$

1^a Lei de Kepler: Os planetas descrevem órbitas elípticas, com o Sol em um dos focos

2^a Lei de Kepler: Se $t_1 = t_2$, então $A_1 = A_2$

3^a Lei de Kepler: $T^2 = k \cdot a^3$, onde T = período orbital, $k = 1 \frac{\text{ano}^2}{\text{AU}^3}$

1^a Lei de Newton: Se $F = 0$, então $v = \text{constante}$

2^a Lei de Newton: $\vec{F}_{\text{tot}} = m \cdot \vec{a}$

3^a Lei de Newton: $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$

Lei da gravitação: $F = G \cdot \frac{Mm}{r^2}$, vetorial: $\vec{F} = -G \cdot \frac{Mm}{r^2} \hat{r} = -G \cdot \frac{Mm}{r^3} \vec{r}$

Energia potencial gravitacional: $U = -G \cdot \frac{Mm}{r}$, em média: $\langle U \rangle = -G \cdot \frac{Mm}{a}$

Energia cinética: $K = \frac{mv^2}{2}$, em média: $\langle K \rangle = G \cdot \frac{Mm}{2a}$

Energia total: $E = -G \cdot \frac{Mm}{2a}$

Velocidade de escape: $v_{\text{esc}} = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$

Momento angular orbital: $L = |\vec{L}| = |m\vec{r} \times \vec{v}| = m \cdot b \cdot \sqrt{\frac{GM}{a}}$

Massa reduzida: $\mu = \frac{mM}{M+m}$; $M_{\text{tot}} = M + m$, $\vec{r}_1 = \frac{\mu}{m} \vec{r}$, $\vec{r}_2 = -\frac{\mu}{M} \vec{r}$

Teorema do Virial: $-2\langle K \rangle = \langle U \rangle$, ou $\langle E \rangle = \langle K \rangle + \langle U \rangle = \frac{1}{2}\langle U \rangle$

Distâncias e Luz

Distância até uma estrela (paralaxe em segundos de arco $p["]$): $d = \frac{1 \text{ pc}}{p["]}$

Fluxo de uma estrela com luminosidade L na distância d : $F = \frac{L}{4\pi d^2}$

Magnitude aparente: $m = -2.5 \log_{10} \frac{F}{F_0} = -2.5 \log_{10} F + C = -2.5 \log_{10} \frac{L}{4\pi d^2} + C$,
onde $C = 2.5 \log_{10} F_0$

Magnitude absoluta: $M = -2.5 \log_{10} \frac{L}{4\pi(10 \text{ pc})^2} + C$

Módulo de distância: $m - M$ ou $(m - M)_0 = 5 \log_{10} \frac{d}{10 \text{ pc}} = 5 \log_{10} d[\text{pc}] - 5$

Fluxo bolométrico: $F_{\text{bol}} = \int_0^\infty F_\lambda d\lambda$

Fluxo na banda X (função de sensitividade S_X): $F_X = \int_0^\infty S_X \cdot F_\lambda d\lambda$

Correção bolométrica: $BC_X := m_{\text{bol}} - m_X = M_{\text{bol}} - M_X = -2.5 \log_{10} \frac{F_{\text{bol}}}{F_X}$
 $= -2.5 \log_{10} \frac{\int_0^\infty F_\lambda d\lambda}{\int_0^\infty S_X \cdot F_\lambda d\lambda} + C_{\text{bol}} - C_X$

Cores: $B - V := m_B - m_V = -2.5 \log_{10} \frac{\int S_B \cdot F_\lambda d\lambda}{\int S_V \cdot F_\lambda d\lambda} + C_{B-V}$, onde $C_{B-V} = C_B - C_V$

Extinção interestelar: $m_X = M_X + 5 \log_{10} d[\text{pc}] - 5 + A_X$,

onde $A_X = -2.5 \log_{10} \frac{F_X}{F_{X,0}}$, $F_{X,0} := \frac{L_X}{4\pi d^2}$

Módulo de distância em X : $(m - M)_X := m_X - M_X = (m - M)_0 + A_X$

Avermelhamento: $E_{B-V} = E(B-V) := (B-V) - (B-V)_0 = (m_B - m_V) - (M_B - M_V)$
 $= A_B - A_V$, onde $(B-V)_0 = M_B - M_V$ é a cor intrínseca

Relações de de Broglie: $E = h \cdot \nu = \frac{h \cdot c}{\lambda}$, $p = \frac{E}{c} = \frac{h \cdot \nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$

Pressão de Radiação: $P_{\text{rad}} = \frac{1}{3} \cdot a T^4$, onde $a = 7.56767 \cdot 10^{-16} \text{ J m}^{-3} \text{ K}^{-4}$

Telescópios

Critério de Rayleigh ($D = \text{diam. do coletor}$): $\theta_{\min} = 1.22 \cdot \frac{\lambda}{D}$

Lei de Snel: $n_1 \cdot \sin \theta_1 = n_2 \cdot \sin \theta_2$

Magnificação angular (lentes com distâncias focais f_{obj} e f_{eye}): $m = \frac{f_{\text{obj}}}{f_{\text{eye}}}$

Lei da reflexão: $\theta_1 = \theta_2$

Interferometria ($d = \text{distância entre antenas}$, $L = \text{diferença de caminho}$): $\sin \theta = \frac{L}{d}$

amplificação para $\frac{L}{\lambda} = i$, $i = 0, \pm 1, \pm 2$, etc.

cancelamento para $\frac{L}{\lambda} = i + \frac{1}{2}$, $i = 0, \pm 1, \pm 2$, etc.

Planetas e Luas

Lei de Stefan-Boltzmann: $P = \sigma \cdot T^4$

Temperatura de um planeta: $T_p = (1 - a)^{1/4} \cdot \sqrt{\frac{R_\odot}{2D}} \cdot T_\odot$

Distribuição de Maxwell-Boltzmann: $f(v) = \sqrt{\left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^3} \cdot 4\pi v^2 \cdot \exp\left(\frac{-mv^2}{2k_B T}\right)$

Velocidade média: $v_{\text{med}} = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi m}}$, média quadrática: $v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{3k_B T}{m}}$,

mais provável: $v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{2k_B T}{m}}$

Estimativa para perda de componente (massa m): $v_{\text{rms}} > \frac{1}{6} \cdot v_{\text{esc}} \Rightarrow T_{\text{esc}} = \frac{G \cdot M_p \cdot m}{54k_B R_p}$

Forças de maré: $\Delta \vec{F} = \frac{GMmR}{r^3} \cdot \begin{pmatrix} 2\cos \theta \\ -\sin \theta \end{pmatrix}$

Lei de Titius-Bode: $a = 0.4 + 0.3 \cdot 2^n$

O Sol

Energia potencial gravitacional de uma bola de densidade constante: $E = -\frac{3}{5} \cdot \frac{GM^2}{R}$

Equivalência massa-energia: $E = mc^2$

cadeia p-p: $4p^+ \rightarrow {}_2^4\text{He} + 2e^+ + 2\nu_e + 2\gamma$

Luminosidade: $L = 4\pi R^2 \cdot \sigma T^4$

Percorso livre médio de um fóton: $l = \frac{1}{n\sigma}$

Distância média percorrida após N choques: $\sqrt{N} \cdot l$

Perda de massa (vento solar): $\frac{dM}{dt} = 4\pi^2 \rho v$

Densidade de energia de um campo magnético: $u_m = \frac{B^2}{2\mu_0}$

Pressão magnética de um campo: $P_m = u_m = \frac{B^2}{2\mu_0}$

Formação e Evolução Estelar

Composição: X = fração da massa em H; Y , em He; Z , em “metais” ou metalicidade

Metalicidade (em dex): $[\text{Fe}/\text{H}] := \log_{10} \frac{(\text{Fe}/\text{H})}{(\text{Fe}/\text{H})_\odot} = [\text{Z}/\text{H}] = [\text{O}/\text{H}] = \dots$

Energia cinética interna de uma nuvem: $K = \frac{3}{2} N k_B T$, $N = \frac{M_C}{\mu m_H}$

condição para colapso: $\frac{3M_C k_B T}{\mu m_H} < \frac{3}{5} \frac{G M_C^2}{R_C}$

Massa de Jeans: $M_J \simeq \left(\frac{5k_B T}{G \mu m_H} \right)^{3/2} \left(\frac{3}{4\pi \rho_0} \right)^{1/2}$

Raio de Jeans: $R_J \simeq \sqrt{\frac{15k_B T}{4\pi G \mu m_H \rho_0}}$

Tempo de queda livre: $t_{ff} = \sqrt{\frac{3\pi}{32G\rho_0}}$

Colapso adiabático: $T \propto \rho^{2/3} \Rightarrow M_J \propto \rho^{1/2}$ para H₂

Luminosidade, raio, temperatura e tempo de vida na sequência principal:

$L \propto M^{3.3}$, $R \propto M^{0.78}$, $T \propto M^{0.435}$, $\tau \propto M^{-2.3}$

Estrelas Binárias

Potencial num ponto a s_1 de M_1 , a s_2 de M_2 e a r do eixo: $\Phi = -G\left(\frac{M_1}{s_1} + \frac{M_2}{s_2}\right) - \frac{1}{2}\omega^2 r^2$

Pontos lagrangianos: $\nabla\Phi = 0$

Anãs Brancas / Supernovas / Estrelas de Nêutrons

Princípio da incerteza: $\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$

Pressão de degeneração eletrônica: $P = \frac{\pi^2 \hbar^2}{5m_e m_H^{5/3}} \left(\frac{3}{\pi}\right)^{2/3} \left(\frac{\rho}{\mu_e}\right)^{5/3}$

Relação Massa-Volume (não-relativística): $M_{wd} \cdot V_{wd} = \text{constante}$

Fotodesintegração: $\text{Fe} + \gamma \rightarrow 13\text{He} + 4n$, $\text{He} + \gamma \rightarrow 2p^+ + 2n$

Captura eletrônica: $p^+ + e^- \rightarrow n + \nu_e$

Pressão de degeneração neutrônica: $P = \frac{\pi^2 \hbar^2}{5m_N^{8/3}} \left(\frac{3}{\pi}\right)^{2/3} \rho^{5/3}$

Relação Massa-Volume (não-relativística): $M_{ns} \cdot V_{ns} = \text{constante}$

processo URCA: $n \rightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}_e$, $p^+ + e^- \rightarrow n + \nu_e$

Conservação do momento angular na contração: $P_f = P_i \cdot \left(\frac{R_f}{R_i}\right)^2$

Conservação do fluxo magnético na contração: $B_f = B_i \cdot \left(\frac{R_i}{R_f}\right)^2$