

Unidades e Constantes

$$1 \text{ u} = 1.660538921 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$1 \text{ eV} = 1.602177 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$1 \text{ AU} = 1.49598 \cdot 10^{11} \text{ m}$$

$$1 \text{ ly} = 9.46073 \cdot 10^{15} \text{ m}$$

$$1 \text{ pc} = 2.062648 \cdot 10^5 \text{ AU} = 3.26156 \text{ ly} = 3.0856776 \cdot 10^{16} \text{ m}$$

$$1 M_{\odot} = 1.989 \cdot 10^{30} \text{ kg}$$

$$\pi = 3.14159$$

$$e = 2.71828$$

$$\text{Constante gravitacional: } G = 6.674 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}$$

$$\text{Permissividade do vácuo: } \epsilon_0 = 8.85419 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}$$

$$\text{Permeabilidade do vácuo: } \mu_0 = 1.2566 \cdot 10^{-6} \frac{\text{N}}{\text{A}^2}$$

$$\text{Velocidade da luz no vácuo: } c = \sqrt{\frac{1}{\epsilon_0 \mu_0}} = 2.9979 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{Massa do elétron: } m_e = 9.10939 \cdot 10^{-31} \text{ kg} = 0.0005486 \text{ u} = 511.0 \frac{\text{keV}}{c^2}$$

$$\text{Massa do próton: } m_p = 1.6726 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 1.007276 \text{ u} = 938.27 \frac{\text{MeV}}{c^2}$$

$$\text{Massa do néutron: } m_n = 1.6749 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 1.0087 \text{ u} = 939.57 \frac{\text{MeV}}{c^2}$$

$$\text{Carga elementar: } e = 1.602177 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$\text{Constante de Planck: } h = 6.626076 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

$$\text{Constante de Planck reduzida: } \hbar = \frac{h}{2\pi} = 1.05457 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

$$\text{Constante de Boltzmann: } k_B = 1.38065 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

$$\text{Constante de Stefan-Boltzmann: } \sigma = 5.6704 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4}$$

Mecânica Celeste

$$\text{Elipses com semi-eixos maior } a \text{ e menor } b \text{ e excentricidade } e: \frac{b}{a} = \sqrt{1 - e^2}$$

$$\text{Distância centro-foco: } e \cdot a = \sqrt{a^2 - b^2}$$

1^a Lei de Kepler: Os planetas descrevem órbitas elípticas, com o Sol em um dos focos

2^a Lei de Kepler: Se $t_1 = t_2$, então $A_1 = A_2$

3^a Lei de Kepler: $T^2 = k \cdot a^3$, onde T = período orbital, $k = 1 \frac{\text{ano}^2}{\text{AU}^3}$

1^a Lei de Newton: Se $F = 0$, então $v = \text{constante}$

2^a Lei de Newton: $\vec{F}_{tot} = m \cdot \vec{a}$

3^a Lei de Newton: $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$

Lei da gravitação: $F = G \cdot \frac{Mm}{r^2}$, vetorial: $\vec{F} = G \cdot \frac{Mm}{r^2} \hat{r} = G \cdot \frac{Mm}{r^3} \vec{r}$

Energia potencial gravitacional: $U = -G \cdot \frac{Mm}{r}$, em média: $\langle U \rangle = -G \cdot \frac{Mm}{a}$

Energia cinética: $K = \frac{mv^2}{2}$, em média: $\langle K \rangle = G \cdot \frac{Mm}{2a}$

Energia total: $E = -G \cdot \frac{Mm}{2a}$

Velocidade de escape: $v_{esc} = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$

Momento angular: $L = |\vec{L}| = |mr \times \vec{v}| = m \cdot b \cdot \sqrt{\frac{GM}{a}}$

Massa reduzida: $\mu = \frac{mM}{M+m}$; $M_{tot} = M + m$, $\vec{r}_1 = \frac{\mu}{m} \vec{r}$, $\vec{r}_2 = -\frac{\mu}{M} \vec{r}$

Teorema Virial: $-2 \langle K \rangle = \langle U \rangle$, ou $\langle E \rangle = \langle K \rangle + \langle U \rangle = \frac{1}{2} \langle U \rangle$

Distâncias e Luz

Distância até uma estrela (paralaxe em segundos de arco $p["]$): $d = \frac{1 \text{ pc}}{p["]}$

Fluxo de uma estrela com luminosidade L na distância d : $F = \frac{L}{4\pi d^2}$

Magnitude aparente: $m = -2.5 \log_{10} \frac{F}{F_0} = -2.5 \log_{10} F + C = -2.5 \log_{10} \frac{L}{4\pi d^2} + C$

Magnitude absoluta: $M = -2.5 \log_{10} \frac{L}{4\pi(10 \text{ pc})^2} + C$

Módulo de distância: $m - M = 5 \log_{10} \frac{d}{10 \text{ pc}}$

Fluxo bolométrico: $F_{\text{bol}} = \int_0^\infty F_\lambda d\lambda$

Fluxo na banda X (função de sensitividade S_X): $F_X = \int_0^\infty S_X \cdot F_\lambda d\lambda$

Correção bolométrica: $BC = m_{\text{bol}} - V = m_{\text{bol}} - m_V = M_{\text{bol}} - M_V$

Cores: $B - V = m_B - m_V = -2.5 \log_{10} \frac{\int S_B \cdot F_\lambda d\lambda}{\int S_V \cdot F_\lambda d\lambda} + C_{B-V}$, onde $C_{B-V} = C_B - C_V$

Extinção interestelar: $m_\lambda = M_\lambda + 5 \log_{10} d[\text{pc}] - 5 + A_\lambda$, onde $A_\lambda = -2.5 \log_{10} \frac{F_\lambda}{F_{\lambda,0}}$

Relação entre comprimento de onda e frequência da luz: $c = \lambda \cdot \nu$

Relações de de Broglie: $E = h \cdot \nu = \frac{h \cdot c}{\lambda}$, $p = \frac{E}{c} = \frac{h \cdot \nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$

Telescópios

Critério de Rayleigh ($D = \text{diam. do coletor}$): $\theta_{\min} = 1.22 \cdot \frac{\lambda}{D}$

Lei de Snel: $n_1 \cdot \sin \theta_1 = n_2 \cdot \sin \theta_2$

Magnificação angular (lentes com focos f_{obj} e f_{eye}): $m = \frac{f_{\text{obj}}}{f_{\text{eye}}}$

Lei da reflexão: $\theta_1 = \theta_2$

Interferometria ($d = \text{distância entre antenas}$, $L = \text{diferença de caminho}$): $\sin \theta = \frac{L}{d}$

amplificação para $\frac{L}{\lambda} = i$, $i = 0, \pm 1, \pm 2$, etc.

cancelamento para $\frac{L}{\lambda} = i + \frac{1}{2}$, $i = 0, \pm 1, \pm 2$, etc.

Planetas e Luas

Lei de Stefan-Boltzmann: $P = \sigma \cdot T^4$

Temperatura de um planeta: $T_p = (1 - a)^{1/4} \cdot \sqrt{\frac{R_\odot}{2D}} \cdot T_\odot$

Distribuição de Maxwell-Boltzmann: $f(v) = \sqrt{\left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^3} \cdot 4\pi v^2 \cdot \exp\left(\frac{-mv^2}{2k_B T}\right)$

Velocidade média: $v_{\text{med}} = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi m}}$, média quadrática: $v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{3k_B T}{m}}$,

mais provável: $v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{2k_B T}{m}}$

Estimativa para perda de componente (massa m): $v_{\text{rms}} > \frac{1}{6} \cdot v_{\text{esc}} \Rightarrow T_{\text{esc}} = \frac{G \cdot M_p m}{54 k_B R_p}$

Forças de maré: $\Delta \vec{F} = \frac{GMmR}{r^3} \cdot \begin{pmatrix} 2\cos \theta \\ -\sin \theta \end{pmatrix}$

Lei de Titius-Bode: $a = 0.4 + 0.3 \cdot 2^n$

O Sol

Energia potencial gravitacional de uma bola de densidade constante: $E = -\frac{3}{5} \cdot \frac{GM^2}{R}$

Equivalência massa-energia: $E = mc^2$

cadeia p-p: $4p^+ \rightarrow {}^4\text{He} + 2e^+ + 2\nu_e + 2\gamma$

Luminosidade: $L = 4\pi R^2 \cdot \sigma T^4$

Percorso livre médio de um fóton: $l = \frac{1}{n\sigma}$

Distância média percorrida após N choques: $\sqrt{N} \cdot l$

Perda de massa (vento solar): $\frac{dM}{dt} = 4\pi^2 \rho v$

Densidade de energia de um campo magnético: $u_m = \frac{B^2}{2\mu_0}$

Pressão magnética de um campo: $P_m = u_m = \frac{B^2}{2\mu_0}$

Formação e Evolução Estelar

Energia cinética interna de uma nuvem: $K = \frac{3}{2} N k_B T$, $N = \frac{M_C}{\mu_e m_H}$

condição para colapso: $\frac{3M_C k_B T}{\mu_e m_H} < \frac{3}{5} \frac{GM_C^2}{R_C}$

Massa de Jeans: $M_J \simeq \left(\frac{5k_B T}{G\mu_e m_H} \right)^{3/2} \left(\frac{3}{4\pi\rho_0} \right)^{1/2}$

Raio de Jeans: $R_J \simeq \sqrt{\frac{15k_B T}{4\pi G\mu_e m_H \rho_0}}$

Tempo de queda livre: $t_{ff} = \sqrt{\frac{3\pi}{32G\rho_0}}$

Colapso adiabático: $M_J \propto \rho^{(3\gamma-4)/2}$ (para H₂, $\gamma = \frac{5}{3}$)

Luminosidade gerada dentro de uma esfera de raio r : $L_r = \int_0^r dL = \int_0^r 4\pi r^2 \rho \varepsilon dr$,

onde $\varepsilon = \varepsilon_{\text{nuclear}} + \varepsilon_{\text{gravidade}}$

Equilíbrio hidrostático: $\frac{dP}{dr} = -G \cdot \frac{M_r \rho}{r^2}$, onde $M_r = \int_0^r dM = \int_0^r \rho dV = \int_0^r \rho 4\pi r^2 dr$

Transporte de energia por radiação: $\frac{dT}{dr} = -\frac{3}{4ac} \cdot \frac{\bar{\kappa}\rho}{T^3} \cdot \frac{L_r}{4\pi r^2}$

Transporte de energia por convecção: $\frac{dT}{dr} = -\left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) \cdot \frac{\mu_e m_H}{k_B} \cdot \frac{GM_r}{r^2}$

Luminosidade, raio, temperatura e tempo de vida na sequência principal:

$L \propto M^{3.3}$, $R \propto M^{0.78}$, $T \propto M^{0.435}$, $\tau \propto M^{-2.3}$

Estrelas Binárias

Potencial num ponto a s_1 de M_1 , a s_2 de M_2 e a r do eixo: $\Phi = -G(\frac{M_1}{s_1} + \frac{M_2}{s_2}) - \frac{1}{2}\omega^2 r^2$

Pontos lagrangianos: $\nabla\Phi = 0$

Anãs Brancas / Estrelas de Nêutrons

Princípio da incerteza: $\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$

Pressão de degeneração eletrônica: $P = \frac{\pi^2 \hbar^2}{5m_e m_H^{5/3}} \left(\frac{3}{\pi} \right)^{2/3} \left(\frac{\rho}{\mu_e} \right)^{5/3}$

Relação Massa-Volume (não-relativística): $M_{\text{wd}} \cdot V_{\text{wd}} = \text{constante}$

Captura eletrônica: $p^+ + e^- \rightarrow n + \nu_e$

Pressão de degeneração neutrônica: $P = \frac{\pi^2 \hbar^2}{5m_H^{8/3}} \left(\frac{3}{\pi} \right)^{2/3} \rho^{5/3}$

Relação Massa-Volume (não-relativística): $M_{\text{ns}} \cdot V_{\text{ns}} = \text{constante}$

Conservação do momento angular na contração: $P_f = P_i \cdot \left(\frac{R_f}{R_i} \right)^2$

Conservação do campo magnético na contração: $B_f = B_i \cdot \left(\frac{R_i}{R_f} \right)^2$