

Noções de Astronomia e Cosmologia

Lista 3: Relatividade, Via Láctea, Galáxias

1. (Dos slides da Aula 10) Sendo (x', y', z', t') a transformada de Lorentz de (x, y, z, t) usando uma velocidade relativa de $(u, 0, 0)$, mostre que, aplicando a transformação de Lorentz usando $(-u, 0, 0)$ em (x', y', z', t') , se obtém (x, y, z, t) de volta.
2. (Dos slides da Aula 10) Mostre que, para $u \ll c$, as transformações de Lorentz se tornam as transformações de Galileu.
3. (Dos slides da Aula 10) Mostre a invariância da velocidade da luz para luz viajando na direção $-x$ e para luz viajando na direção y .
4. Considere dois referenciais, S e S' , coincidindo no tempo $t = 0$, e S' se movimentando com velocidade $\vec{u} = (u, 0, 0)$ em relação a S . No tempo $t = 0$, um pulso de luz é emitido na origem de S e S' . Viajando com a velocidade c , os pontos na frente de onda satisfazem $x^2 + y^2 + z^2 = (ct)^2$. Mostre, que em S' , a luz também viajou em todas as direções com velocidade c , ou seja, mostre que $x'^2 + y'^2 + z'^2 = (ct')^2$.
5. Um astronauta em uma espaçonave viaja para α Centauri, a uma distância de aproximadamente 4 anos-luz medida na Terra, com uma velocidade de $u = 0.8c$.
(a) Quanto tempo leva a viagem até α Centauri, medida na Terra? (b) Quanto tempo leva a viagem, medida pelo piloto da espaçonave? (c) Qual a distância entre a Terra e α Centauri, medida pelo piloto? (d) Um sinal rádio é enviado da Terra rumo à espaçonave a cada seis meses, medida por um relógio na Terra. Quanto é o intervalo entre as recepções destes sinais na espaçonave? (e) Um sinal rádio é enviado da espaçonave rumo à Terra a cada seis meses, medida por um relógio na espaçonave. Quanto é o intervalo entre as recepções destes sinais na Terra? (f) Se o comprimento de onda dos sinais enviados na Terra é $\lambda = 15$ cm, para que comprimento de onda o receptor da espaçonave deve ser ajustado?
6. Encontre o valor de v/c para o qual a energia cinética de uma partícula é igual à sua energia de repouso.
7. Um fóton perto da superfície da Terra percorre uma distância horizontal de 1 km. Quão longe o fóton “cai” neste tempo?

8. Potosí na Bolívia se encontra a 4 km de altura. Se uma pessoa lá vive por 75 anos (medido por uma pessoa longe da Terra), quanto tempo a mais a dilatação gravitacional de tempo teria permitido esta pessoa a viver, se ela tivesse se mudado para o nível do mar ao nascer?
9. Enquanto passa uma hora na superfície de uma Estrela de Nêutrons de massa $1.4 M_{\odot}$ e diâmetro 10 km, quanto tempo passa longe da estrela? Compare os resultados usando a fórmula exata e a aproximação para campo fraco. (Dica: para a aproximação, faça uma expansão de Taylor da raiz quadrada $\sqrt{1+x}$ para $x \ll 1$)
10. O maior momento angular possível para um Buraco Negro eletricamente neutro em rotação é $L_{\max} = GM^2/c$. Use física newtoniana para estimar a velocidade angular máxima, $\omega_{\max}$, de um Buraco Negro de $M = 10^8 M_{\odot}$. Use MR_S^2 como estimativa do seu momento de inércia, onde R_S é o raio de Schwarzschild.
11. (a) Mostre, que a rotação de corpo rígido ($v \propto r$) perto do Centro Galáctico é consistente com uma distribuição esfericamente simétrica de densidade constante. (b) A distribuição de massa no Halo de Matéria Escura, $\rho(r) = \frac{\rho_0}{1+(r/a)^2}$, é consistente com a rotação de corpo rígido perto do Centro Galáctico? Por que ou por que não?
12. Se a taxa de acreção no Centro Galáctico é $10^{-3} M_{\odot}/\text{ano}$, e se esta tivesse sido constante nos últimos 5 bilhões de anos, quanta massa caiu no Centro neste período? Compare sua resposta com a massa estimada do Buraco Negro supermaciço residindo no Centro da nossa Galáxia.
13. (a) Calcule a mais baixa densidade possível de Sgr A* baseando-se nos dados obtidos de S2 (maior aproximação ao Centro Galáctico 120 AU). Admita uma distribuição esfericamente simétrica. (b) Supondo uma massa de $3.7 \cdot 10^6 M_{\odot}$ e um raio de 1 AU (aproximadamente o limite de resolução atual no Centro da Via Láctea), estime a densidade de Sgr A*. Exprima sua resposta em kg/m^3 , $M_{\odot}/\text{AU}^3$ e $M_{\odot}/\text{pc}^3$.
14. (Dos slides da Aula 12) Mostre que, na relação Tully-Fisher, a inclinação de ~ 10 na relação $M_B : v_{\max}$ significa, que $L_B \propto v_{\max}^4$.
15. NGC 2639 é uma galáxia tipo Sa com uma velocidade rotacional máxima de 324 km/s e uma magnitude aparente de $B = 12.22$ mag. (a) Estime a sua magnitude absoluta na banda B usando a relação Tully-Fisher. (b) Determine a distância até NGC 2639 pelo seu módulo de distância. (c) Qual é o raio da galáxia no nível de brilho superficial de 25 B -mag arcsec $^{-2}$, R_{25} ? (d) Encontre a massa de NGC 2639 dentro de R_{25} . (e) Qual é a luminosidade da galáxia na banda B ? (Dica: As luminosidade e magnitude absoluta do Sol no B são $L_{B,\odot} = 1.9 \cdot 10^{26}$ W e $M_{B,\odot} = 5.47$.) (f) Calcule a razão massa-luminosidade de NGC 2639 na banda B , dentro de R_{25} .

16. (a) A densidade de estrelas na vizinhança do Sol é aproximadamente $0.05 M_{\odot}/\text{pc}^3$. Supondo que a densidade de massa é constante e que todas as estrelas são estrelas M da Sequência Principal (valores típicos para estrelas M0 na SP: $M \sim 0.51 M_{\odot}$ e $R \sim 0.63 R_{\odot}$), estime a fração do volume do Disco Galáctico ocupada por estrelas. (b) Suponha que uma estrela intrusa, também uma tipo M da Sequência Principal, viaje perpendicularmente pelo Disco Galáctico. Qual a probabilidade de a estrela intrusa colidir com uma estrela do Disco durante a sua passagem pelo Disco? Admita uma espessura do Disco de aproximadamente 1 kpc.
17. O anel de gás orbitando as galáxias centrais do grupo M96 tem um semi-eixo maior de 101 kpc, e um período orbital de $4.1 \cdot 10^9$ anos. (a) Quanto é a massa combinada (em $M_{\odot}$) das duas galáxias? (b) A luminosidade visual combinada das galáxias centrais M105 e NGC 3384 é $L_V = 2.37 \cdot 10^{10} L_{\odot}$ (de Schneider, 1989 Ap.J., 343, 94). Qual a razão massa-luminosidade deste par?
18. Suponha que a nebulosa proto-Galáctica tinha uma densidade de $\sim 5 \cdot 10^{-23} \text{ kg/m}^3$ e uma temperatura de $6 \cdot 10^5 \text{ K}$, e que ela consistia de 90 % hidrogênio e 10 % hélio ($\rightarrow \mu \simeq 0.6$). (a) Usando a massa de Jeans (fórmula aula Formação de Estrelas), estime o limite superior para massas de galáxias em equilíbrio virial. (b) Asumindo que as galáxias de menor massa poderiam ter sido formadas de gás perto da temperatura de ionização de hidrogênio, $\sim 10^4 \text{ K}$, estime o limite inferior de massa. (c) Usando o raio de Jeans (fórmula também na aula Formação de Estrelas) estime o raio das maiores galáxias em equilíbrio virial e compare sua resposta com o tamanho aproximado da nossa Galáxia.
19. Foi enfatizado várias vezes que, dada a taxa atual de formação estelar por unidade de área do Disco, $5 M_{\odot} \text{ pc}^{-2} \text{ Gano}^{-1}$, o Disco da nossa Galáxia será esvaziado de gás interestelar no futuro relativamente próximo. Usando como raio do disco de gás 25 kpc, e como massa $0.5 \cdot 10^{10} M_{\odot}$, estime por quanto tempo a mais a Via Láctea pode criar novas estrelas sem influxo apreciável de material novo. Como o período de formação estelar pode ser prorrogado?
20. Considere um jato de Blazar relativístico ($\gamma \gg 1$) vindo diretamente para o observador. Se há uma variação temporal de Δt_{jato} no referencial de repouso do jato, mostre que a variação observada na Terra é aproximadamente

$$\Delta t_{\text{obs}} \simeq \frac{\Delta t_{\text{jato}}}{2\gamma}$$

(Dica: A dedução é igual à dedução do efeito Doppler pra luz.)