

CÁLCULO VETORIAL E TENSORIAL - LISTA 3 - PARTE B

PROF. ROLDÃO DA ROCHA - CMCC/UFABC

1. Calcule a área do toro descrito pela equação

$$\mathbf{r}(u, v) = (a + b \cos u) \sin v \hat{\mathbf{i}} + (a + b \cos u) \cos v \hat{\mathbf{j}} + b \sin u \hat{\mathbf{k}}$$

onde $0 < b < a$ e $0 \leq u < 2\pi$, $0 \leq v < 2\pi$.

2. Considere o campo vetorial $\mathbf{F} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definido por $\mathbf{F}(x, y, z) = (x, y, z)$. Calcule o fluxo de \mathbf{F} através da esfera S^2 , cuja normal no ponto $(0, 1, 0)$ tem segundo componente positiva.
3. Verifique o Teorema de Stokes para o campo $\mathbf{F}(x, y, z) = y \hat{\mathbf{i}} + z \hat{\mathbf{j}} + x \hat{\mathbf{k}}$, onde S é a porção do parabolóide $z = 1 - x^2 - y^2$ com $z \geq 0$, e $\hat{\mathbf{n}}$ é a normal com componente z não-negativa.
4. Dados vetores $\mathbf{r} = x \hat{\mathbf{i}} + y \hat{\mathbf{j}} + z \hat{\mathbf{k}}$ e $P \hat{\mathbf{i}} + Q \hat{\mathbf{j}} + R \hat{\mathbf{k}} = \mathbf{u} \times \mathbf{r}$, onde \mathbf{u} é um vetor constante, mostre que $\int_C P dx + Q dy + R dz = 2 \int_S \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} dS$, onde $C = \partial S$ e \mathbf{n} é a normal à superfície S .