

# CÁLCULO VETORIAL E TENSORIAL - LISTA 6

PROF. ROLDÃO DA ROCHA - CMCC/UFABC

<http://professor.ufabc.edu.br/~roldao.rocha>

1. Mostre que

$$(a) \int \int_S \left( f \frac{\partial g}{\partial n} - g \frac{\partial f}{\partial n} \right) dS = \int \int \int_V (f \nabla^2 g - g \nabla^2 f) dx dy dz.$$

$$(b) \int \int_S \left( f \frac{\partial g}{\partial n} \right) dS = \int \int_S \left( g \frac{\partial f}{\partial n} \right) dS, \text{ se } f \text{ e } g \text{ forem funções harmônicas.}$$

2. Calcule o fluxo do campo vetorial  $\mathbf{F}(x, y, z) = (xz, yz, -z^2)$  para fora da superfície

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z^2 = 1 + x^2 + y^2, 2 \leq z \leq 3\}$$

3. Um campo escalar  $\phi$  satisfaz  $\|\nabla\phi\| = 4\phi$  e  $\nabla \cdot (\phi\nabla\phi) = 10\phi$ . Calcule  $\int \int_S \frac{\partial\phi}{\partial n} dS$ , onde  $S$  é a esfera  $S^2$  e  $n$  é a normal à esfera.