

Cálculo Vetorial e Tensorial - 2014.1

Lista 5: O Conceito de Tensores

1. Mostre, que o produto escalar de dois vetores é um escalar.
2. Dado um sistema de coordenadas ortonormais S , seja S' o sistema obtido pela rotação de S por um ângulo de $\pi/6$ em torno do eixo x_3 e depois por $\pi/2$ em torno do eixo x'_1 (tal que os eixos x'_2 e x_3 coincidam). Encontre as componentes em S' dos vetores, que no sistema S são descritos por $\vec{a} = (1, 2, 3)$ e $\vec{b} = (4, 5, 6)$.
3. O tensor de inércia de um cilindro circular com eixo paralelo ao eixo x_3 é da forma $I_{ik} = \begin{pmatrix} I_0 & 0 & 0 \\ 0 & I_0 & 0 \\ 0 & 0 & I_1 \end{pmatrix}$.
Encontre os momentos de inércia do cilindro em torno dos eixos nas direções $(1,1,0)$, $(1,0,1)$ e $(0,1,1)$.
4. Mostre que, para um corpo cujos momentos de inércia em torno dos três eixos principais, $I_1 = I_2 = I_3 = I$, são iguais, o tensor de inércia independe do sistema de coordenadas. Qual afirmação você pode fazer sobre o corpo?
5. Dado um sistema ortonormal S com base \vec{i}_1, \vec{i}_2 e \vec{i}_3 , considere o tensor de segunda ordem com componentes $A_{ik} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.
Seja S' um novo sistema com base $\vec{e}_1 = \vec{i}_1, \vec{e}_2 = \vec{i}_1 + \vec{i}_2, \vec{e}_3 = \vec{i}_1 + \vec{i}_2 + \vec{i}_3$. Exprime o tensor no sistema S' . Qual o tensor métrico de S' ?
6. Mostre que o tensor métrico é um tensor
7. Mostre, usando a definição que usa derivadas, que os tensores métricos dos sistemas de coordenadas cilíndrico e esférico têm as formas dadas na aula, $diag\{1, R^2, 1\}$ e $diag\{1, R^2, R^2 \sin^2 \theta\}$.