CÁLCULO VETORIAL E TENSORIAL - LISTA 4

PROF. ROLDÃO DA ROCHA - CMCC/UFABC

1. Se o potencial eletromagnético $\mathbf{A}$ é dado por $\mathbf{A} = \frac{yz}{r(x^2+y^2)}\hat{\mathbf{i}} - \frac{xz}{r(x^2+y^2)}\hat{\mathbf{j}}$, calcule a indução magnética $\mathbf{B}$ dada por $\nabla \times \mathbf{A}$. (resp.: $\mathbf{B} = \frac{\hat{\mathbf{r}}}{r^2}$).

   (Dica inicial: pode-se usar qualquer resultado de listas anteriores dessa disciplina).

2. Mostre que $\oint_C \mathbf{r} \cdot d\mathbf{r} = 0$, onde $\mathbf{r}$ é o vetor posição e C é uma curva de Jordan.

3. Dados f e g dois campos escalares definidos em $\mathbb{R}^3$, mostre que dada C uma curva de Jordan,

$$\oint_C f(\nabla g) \cdot d\mathbf{r} = -\oint_C g(\nabla f) \cdot d\mathbf{r}$$

   e consequentemente mostre que

$$\oint_{\partial S} f(\nabla g) \cdot d\mathbf{r} = \int\int_S [(\nabla f) \times (\nabla g)] \cdot \hat{\mathbf{n}}\, dS$$

4. Mostre que

$$\int\int_S \mathbf{B} \cdot \hat{\mathbf{n}}\, dS = \oint_{\partial S} \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r}$$

   onde $\mathbf{A}$ é o potencial magnético e $\mathbf{B}$ é o campo magnético. Mostre que cada lado da equação é invariante perante a transformação $\mathbf{A} \mapsto \mathbf{A} + \nabla\psi$, onde ψ é um campo escalar.

5. Calcule o fuxo do campo vetorial $\mathbf{F}(x, y, z) = (x, y, -2z)$ para fora da superfície $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \,|\, 1 + z^2 = x^2 + y^2\},\ 0 < z < 1$.

6. Verifique o teorema de Gauss para $\mathbf{F}(x, y, z) = (xy, yz, zx)$ no cilindro de raio 1, limitado pelos planos $z = 0$ e $z = 1$.