



Universidade Federal do ABC

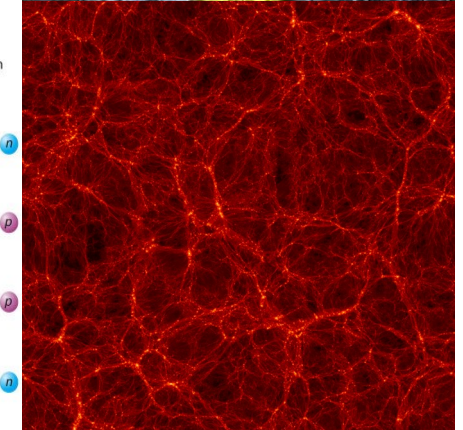
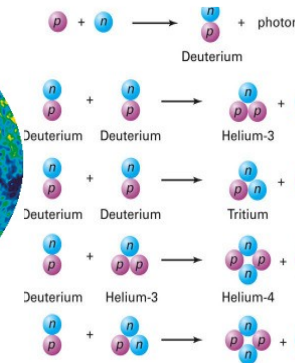
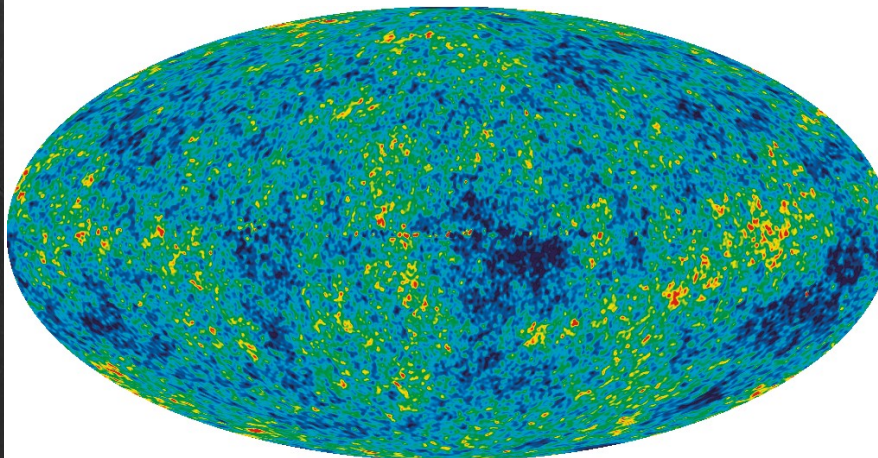
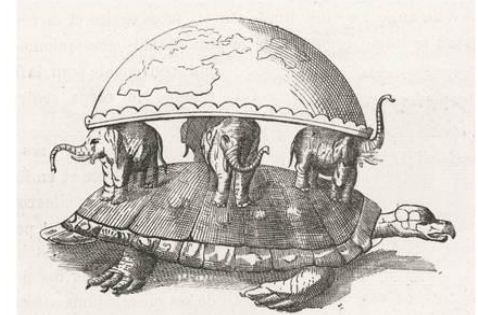
Introdução à Cosmologia

03. Conceitos Básicos da Astronomia

Prof. Pieter Westera

pieter.westera@ufabc.edu.br

<http://professor.ufabc.edu.br/~pieter.westera/Cosmo.html>



Conceitos Básicos da Astronomia

Os assuntos tratados nesta aula **não** são específicos da **cosmologia**, mas podem ser úteis nesta disciplina.

Muitos deles são tratados mais detalhadamente nas disciplinas

Noções de Astronomia e Cosmologia

e

Introdução à Física Estelar.

Mecânica Newtoniana

Voltando à **Lei da Gravitação** (mencionada na aula anterior), descrevendo a força atrativa entre duas massas M e m na distância r :

$$F = G \frac{Mm}{r^2}$$

onde $G = 6.673 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

é a constante gravitacional universal

vetorial: $\mathbf{F} = -\frac{GMm\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|^3} = -\frac{GMm}{r^2}\hat{\mathbf{r}}$,

onde \mathbf{r} (ou \mathbf{r}_{mM}) é o vetor apontando de M para m , $\mathbf{r} = \mathbf{r}_m - \mathbf{r}_M$, \mathbf{r}_M e \mathbf{r}_m sendo os vetores posição de M e m , resp. ($\Rightarrow |\mathbf{r}| = r$) e $\hat{\mathbf{r}}$, o vetor unidade na direção de \mathbf{r} .



Sir Isaac Newton

Mecânica Newtoniana

Sendo uma **força conservativa**, podemos associar uma **energia potencial** a estas **duas massas**, tomando a situação "massas totalmente separadas" como ponto zero, $r_0 = \infty$:

$$U = \int_{r_0}^r -F dr = \int_{\infty}^r -GMm/r^2 dr = -GMm/r$$

Assim, a **energia mecânica total** de um corpo/partícula de massa m e velocidade v na distância r da massa M é:

$$E_{\text{tot}} = K + U = \frac{1}{2}mv^2 - GMm/r$$

A **velocidade de escape** é aquela, para aquela a **energia total** é nula:

$$\frac{1}{2}mv_{\text{esc}}^2 - GMm/r = 0 \Rightarrow v_{\text{esc}} = \sqrt{2GM/r}$$

Mecânica Newtoniana

Para deduzir dois leis muito importantes na astronomia precisamos do **princípio da superposição**, que afirma que **força** e **potencial gravitacional** que duas massas M_1 e M_2 **juntas** exercem sobre uma terceira massa m é a **soma** das duas **forças/potenciais individuais** (\mathbf{r}_1 é o vetor apontando de M_1 para m , $\mathbf{r}_1 := \mathbf{r}_{mM_1} = \mathbf{r}_m - \mathbf{r}_{M_1}$, \mathbf{r}_2 idem):

$$\mathbf{F}_m = \mathbf{F}_{mM_1} + \mathbf{F}_{mM_2} = -Gm \cdot (M_1 \mathbf{r}_1 / r_1^3 + M_2 \mathbf{r}_2 / r_2^3),$$

$$U_m = U_{mM_1} + U_{mM_2} = -Gm \cdot (M_1 / r_1 + M_2 / r_2).$$

Uma **distribuição contínua** de **massa** $\rho(\mathbf{r})$ exerce sobre m :

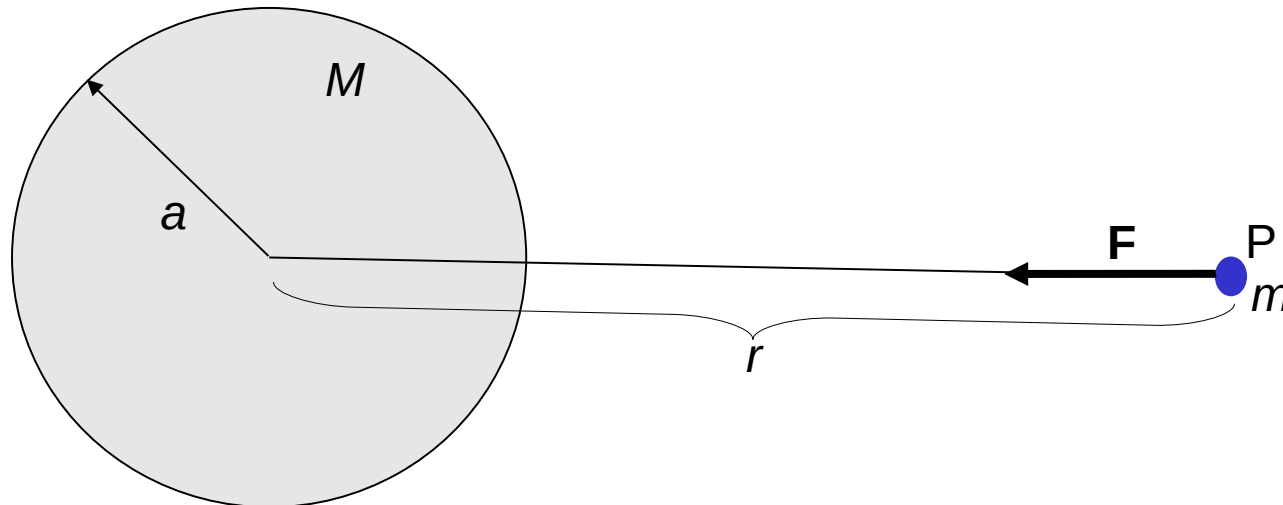
$$\mathbf{F}_m = -Gm \cdot \int \rho(\mathbf{r}) (\mathbf{r}_m - \mathbf{r}) / |\mathbf{r}_m - \mathbf{r}|^3 dV,$$

$$U_m = -Gm \cdot \int \rho(\mathbf{r}) / |\mathbf{r}_m - \mathbf{r}| dV.$$

O Teorema da Casca Esférica

Uma **casca esférica** de raio a e **densidade** (por unidade de área) **constante** σ (\Rightarrow a massa da esfera é $M = 4\pi a^2\sigma$) **exerce** sobre uma **massa** m na **distância** r do seu **centro** a **força** (na direção do centro da esfera):

$$F(r) = \begin{cases} GMm/r^2 & \text{para } r > a \\ = 0 & \text{para } r < a \end{cases}$$



O Teorema da Casca Esférica

Dedução:

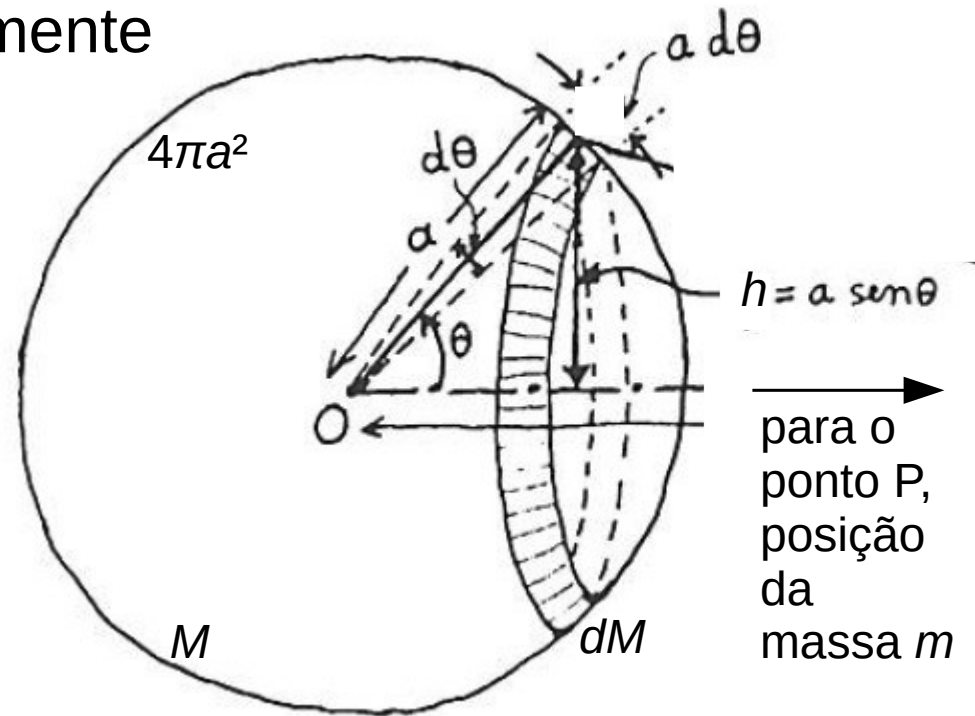
Considerando o anel infinitesimalmente fino destacado na figura:

Área do anel:

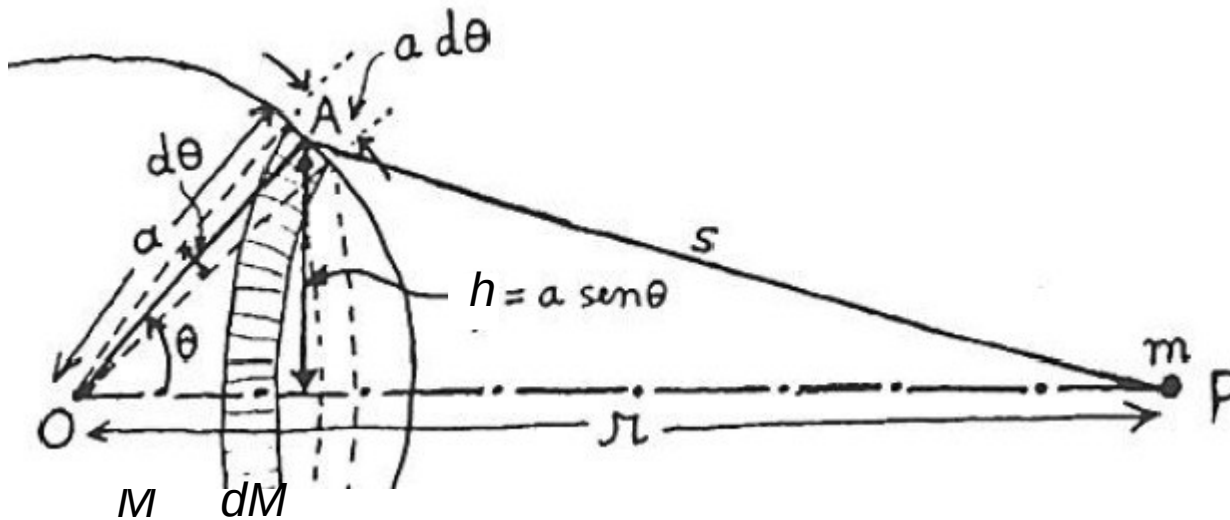
$$\begin{aligned} ad\theta \cdot 2\pi h &= ad\theta \cdot 2\pi a \sin \theta \\ &= 2\pi a^2 \sin \theta d\theta \end{aligned}$$

Massa do anel:

$$\begin{aligned} dM &= \sigma \cdot 2\pi a^2 \sin \theta d\theta \\ &= 2\pi a^2 \sin \theta d\theta / 4\pi a^2 \cdot M \\ &= \frac{1}{2} M \sin \theta d\theta \end{aligned}$$



O Teorema da Casca Esférica



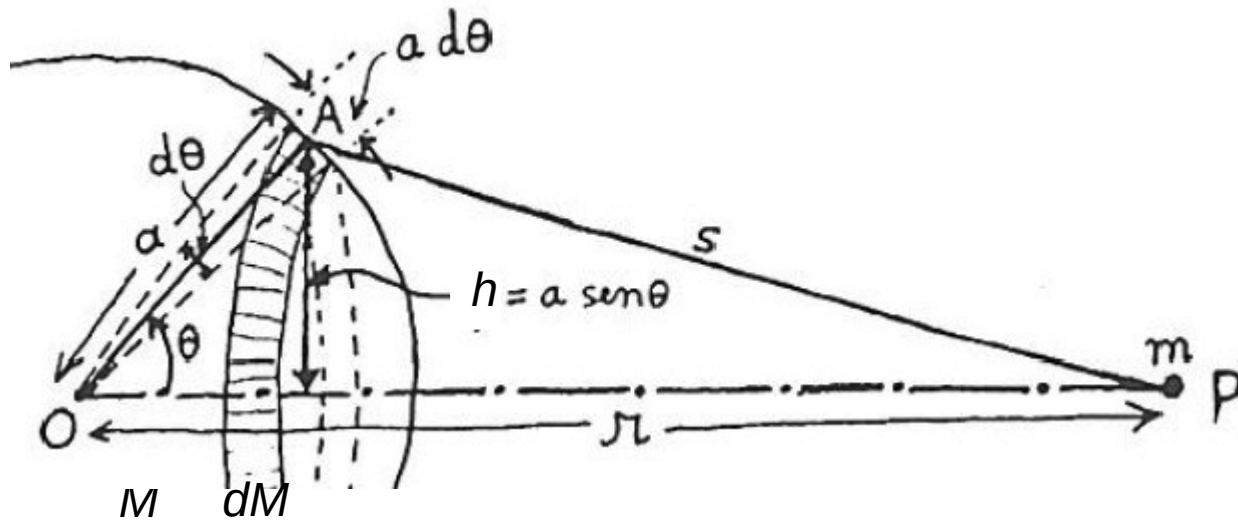
Pela lei dos cossenos (aplicada no triangulo AOP):

$$s^2 = r^2 + a^2 - 2ar \cos \theta$$

Derivando os dois lados em θ (Não esqueçam, que s é uma função de θ , enquanto a e r são constantes):

$$2s \, ds/d\theta = 0 + 0 + 2ar \sin \theta = 2ar \sin \theta \Rightarrow \sin \theta \, d\theta = s/ar \cdot ds$$

O Teorema da Casca Esférica



Energia potencial de m devida ao anel, já que cada ponto do anel fica à mesma distância, s , de P :

$$\begin{aligned} dU &= -GmdM/s = -\frac{1}{2}GmM/s \cdot \sin \theta d\theta = -\frac{1}{2}GmM/s \cdot s/ar \cdot ds \\ &= -\frac{1}{2}GmM/ar ds \end{aligned}$$

Integrando isto sobre todos os anéis do mais próximo a P , que é só um ponto, $s = s_{\min}$, ao mais distante a P , que também é só um ponto, $s = s_{\max}$:

$$U = \int_{s_{\min}}^{s_{\max}} dU = -\frac{1}{2}GmM/ar \int_{s_{\min}}^{s_{\max}} ds = -\frac{1}{2}GmM/ar (s_{\max} - s_{\min})$$

O Teorema da Casca Esférica

Repetindo: Uma **casca esférica** de raio a , massa M e **densidade constante** $\sigma = M/4\pi a^2$ **exerce** sobre uma **massa** m na **distância** r do seu **centro** a **força** (na direção do centro da esfera):

$$F(r) = GMm/r^2 \text{ para } r > a \\ = 0 \quad \text{para } r < a$$

ou seja: Sobre **pontos externos** ela exerce a **mesma força** como se a sua **massa** estivesse concentrada no seu **centro**, e sobre **pontos internos**, **nenhuma** força.

Em consequência, uma **distribuição esfericamente simétrica** de **massa**, $\rho = \rho(r')$, exerce sobre uma massa m na distância r do seu centro a **força**:

$$F(r) = GM_r m/r^2, \text{ onde}$$

$M_r = \int_0^r dM = \int_0^r \rho dV = \int_0^r \rho(r') \cdot 4\pi r'^2 dr'$ é a **massa contida** na esfera com raio r .

O Teorema da Casca Esférica

Já que a lei de Coulomb tem a mesma forma matemática que a da gravitação universal, o teorema da casca esférica vale também pra força eletrostática, substituindo

$m \Rightarrow q$, $M \Rightarrow Q$, $M_r \Rightarrow Q_r$, $\rho \Rightarrow \rho_q$ e $G \Rightarrow k_e = 1/4\pi\epsilon_0$.

! Cuidado com a direção da força. Cargas do mesmo sinal se repelem enquanto massas do mesmo sinal se atraem, e massas negativas não existem.

O Teorema do Virial

Um teorema bastante útil, e que vale para qualquer **sistema** de partículas / corpos / ... **gravitacionalmente ligado** e em **equilíbrio** (se diz equilíbrio virial), é o **Teorema do Virial**:

$$-2\langle K \rangle = \langle U \rangle, \text{ ou}$$
$$\langle E \rangle = \frac{1}{2} \cdot \langle U \rangle$$

onde $\langle K \rangle$ a **energia cinética total** do sistema, $\langle U \rangle$ a **energia potencial total** e $\langle E \rangle$ a **energia mecânica total**, todas **em média** no tempo.

É útil para **determinar** as **massas totais** de conjuntos de partículas, estrelas, galáxias, ...; estimar a **energia** produzida em **estrelas**; estimar a **massa mínima** de uma **nuvem** de **gás** para **colapsar**, estimar a **energia transferida** na **colisão** de **galáxias**, ...

O Teorema do Virial

Dedução:

Sejam \mathbf{r}_i os **vetores posição** das **partículas** do **sistema** (em relação à origem de algum sistema de coordenadas; o centro de massa é uma boa escolha), m_i as **massas**, \mathbf{v}_i as **velocidades** e \mathbf{p}_i os **momentos lineares** delas.

Definimos a grandeza: $Q = \sum_i \mathbf{p}_i \cdot \mathbf{r}_i$,

Derivando no tempo:

$$dQ/dt = \sum_i (d\mathbf{p}_i/dt \cdot \mathbf{r}_i + \mathbf{p}_i \cdot d\mathbf{r}_i/dt) = \sum_i d\mathbf{p}_i/dt \cdot \mathbf{r}_i + \sum_i \mathbf{p}_i \cdot d\mathbf{r}_i/dt$$

(I) (II) (III)

O Teorema do Virial

$$dQ/dt = \sum_i d\mathbf{p}_i/dt \cdot \mathbf{r}_i + \sum_i \mathbf{p}_i \cdot d\mathbf{r}_i/dt$$

(I) (II) (III)

$$\begin{aligned} \text{(I): } dQ/dt &= d/dt \sum_i \mathbf{p}_i \cdot \mathbf{r}_i = d/dt \sum_i m_i \mathbf{v}_i \cdot \mathbf{r}_i = d/dt \sum_i m_i d\mathbf{r}_i/dt \cdot \mathbf{r}_i \\ &= d/dt \sum_i \frac{1}{2} d/dt (m_i r_i^2) = \frac{1}{2} \cdot d^2/dt^2 \sum_i m_i r_i^2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot d^2I/dt^2, \end{aligned}$$

$dr_i^2/dt = d\mathbf{r}_i^2/dt = 2\mathbf{r}_i \cdot d\mathbf{r}_i/dt$

onde $I = \sum_i m_i r_i^2$ é **momento de inércia** do sistema

$$\text{(III): } \sum_i \mathbf{p}_i \cdot d\mathbf{r}_i/dt = \sum_i m_i \mathbf{v}_i \cdot \mathbf{v}_i = 2 \cdot \sum_i \frac{1}{2} m_i v_i^2 = 2 \cdot \sum_i K_i = 2K,$$

onde K é a **energia cinética total** do sistema

O Teorema do Virial

$$dQ/dt = \sum_i dp_i/dt \cdot \mathbf{r}_i + \sum_i \mathbf{p}_i \cdot d\mathbf{r}_i/dt$$

(I)

(II)

Virial de
Clausius (III)

\mathbf{F}_i : força total que age na partícula i

\mathbf{F}_{ij} : força que a partícula j aplica na partícula i

$$\begin{aligned} \text{(II): } \sum_i dp_i/dt \cdot \mathbf{r}_i &= \sum_i \mathbf{F}_i \cdot \mathbf{r}_i = \sum_i (\sum_{j \neq i} \mathbf{F}_{ij}) \cdot \mathbf{r}_i \\ &= \frac{1}{2} \cdot \sum_i \sum_{j \neq i} \mathbf{F}_{ij} \cdot (\mathbf{r}_i + \mathbf{r}_j) + \frac{1}{2} \cdot \sum_i \sum_{j \neq i} \mathbf{F}_{ij} \cdot (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) \\ \mathbf{r}_i &= \frac{1}{2}(\mathbf{r}_i + \mathbf{r}_j) + \frac{1}{2}(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) \\ \mathbf{F}_{ij} &= -\mathbf{F}_{ji} \\ \mathbf{F}_{ij} &= Gm_i m_j \mathbf{r}_{ij} / r_{ij}^3, \\ \text{onde } \mathbf{r}_{ij} &= \mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i \\ &= 0 + \sum_i \sum_{j > i} \mathbf{F}_{ij} \cdot (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) \\ &= \sum_i \sum_{j > i} Gm_i m_j \mathbf{r}_{ij} \cdot (-\mathbf{r}_{ij}) / r_{ij}^3 \\ &= \sum_i \sum_{j > i} -Gm_i m_j r_{ij}^2 / r_{ij}^3 \\ &= \sum_i \sum_{j > i} -Gm_i m_j / r_{ij} = \sum_i \sum_{j > i} U_{ij} = U, \end{aligned}$$

a energia potencial total do sistema

O Teorema do Virial

$$dQ/dt = \sum_i \underset{\text{(I)}}{d\mathbf{p}_i/dt} \cdot \underset{\text{(II)}}{\mathbf{r}_i} + \sum_i \underset{\text{(III)}}{\mathbf{p}_i} \cdot d\mathbf{r}_i/dt$$

Substituindo:

$$\frac{1}{2} \cdot d^2I/dt^2 = U + 2K$$

e **mediando** no **tempo**:

$$\frac{1}{2} \cdot \langle d^2I/dt^2 \rangle = \langle U \rangle + 2\langle K \rangle$$

Já que o sistema está em **equilíbrio**, o **momento de inércia não muda** a longo prazo: $\langle dI/dt \rangle = 0$ e $\langle d^2I/dt^2 \rangle = 0$.

$$\Rightarrow -2\langle K \rangle = \langle U \rangle, \text{ e}$$

$$\langle E \rangle = \frac{1}{2} \cdot \langle U \rangle$$

QED

A Massa de Jeans

Quais as **condições** pro colapso de uma nuvem de gás de **densidade** ρ_0 e **massa** M_C resp. **raio** R_C acontecer?

Teorema do Virial: Não levando em conta rotação, turbulência e campos magnéticos, a nuvem está em **equilíbrio**, se $2K + U = 0$, onde

$U \sim -\frac{3}{5} \cdot GM_C^2/R_C$ é a **energia potencial total**, e

$K = \frac{3}{2} \cdot Nk_B T$ é a **energia cinética interna** de uma nuvem esférica de N **partículas** e **temperatura** T .

Se $2K + U > 0$, a **pressão domina** a gravidade, e a nuvem se **expande** (nuvem subcrítica).

Condição pro **colapso** acontecer: **Critério de Jeans**: $2K + U < 0$

$$\Rightarrow \text{(I)} \quad 3Nk_B T - \frac{3}{5} \cdot GM_C^2/R_C < 0$$

A Massa de Jeans

A massa da nuvem é $M_C \stackrel{(II)}{=} 4\pi R_C^3 \rho_0 / 3 \stackrel{(III)}{=} N \mu m_H$,

onde m_H é a massa de um átomo de hidrogênio, e μ , o peso molecular médio ($\mu = 1$ no caso de uma nuvem de H I e $\mu = 2$ numa nuvem de H₂).

=> μm_H é a massa média das moléculas da nuvem.

Explicitando R_C em (II): $R_C = (3M_C/4\pi\rho_0)^{1/3}$

e N em (III): $N = M_C/\mu m_H$

e substituindo em (I):

$$3k_B T M_C / \mu m_H - 3^{2/3} G (4\pi\rho_0)^{1/3} M_C^{5/3} / 5 < 0$$

=> $M_C > (5k_B T / \mu m_H G)^{3/2} \cdot (3/4\pi\rho_0)^{1/2} := M_J = \text{massa de Jeans}$

A Massa de Jeans

Isto significa, que uma **nuvem** de **gás** com **densidade** ρ_0 e peso **molecular médio** μ na **temperatura** T colapsa, caso

$\Rightarrow M_C > M_J$ (nuvem supercrítica), onde

$$M_J \simeq \left(\frac{5kT}{G\mu m_H} \right)^{3/2} \left(\frac{3}{4\pi\rho_0} \right)^{1/2} = \text{massa de Jeans,}$$

prop. $T^{3/2} \rho_0^{-1/2}$

ou $R_C = (3M_C/4\pi\rho_0)^{1/3} > R_J$, onde

$$R_J \simeq \left(\frac{15kT}{4\pi G\mu m_H \rho_0} \right)^{1/2} = \text{raio de Jeans.}$$

Algumas Unidades de Distância

1 **AU** (unidade astronômica, o siglo é do inglês *astronomical unit*) é a **distância média** entre o **Sol** e a **Terra**, o "raio" da órbita da Terra:

$$1 \text{ AU} = 1.496 \cdot 10^{11} \text{ m} \approx 150 \text{ mio. km}$$

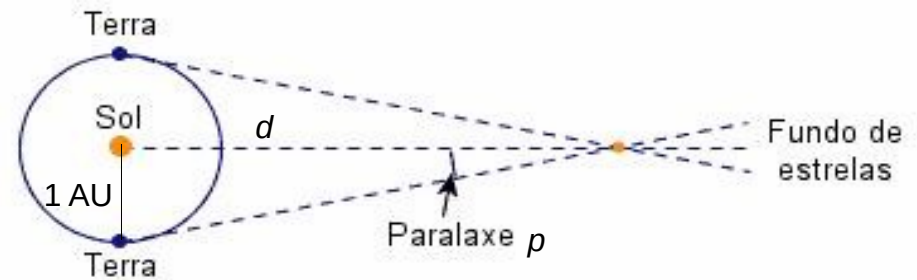
É normalmente usada para distâncias dentro do **Sistema Solar** (ou sistemas de tamanho comparável).

1 **ly** (ano-luz ou *lightyear*) é a distância, que a **luz** percorre em **um ano**:

$$\begin{aligned} 1 \text{ ly} &= 1 \text{ ano} \cdot c = 1.155\,69 \cdot 10^7 \text{ s} \cdot 299\,792\,458 \text{ m/s} \\ &= 9.46 \cdot 10^{15} \text{ m} \approx 9.5 \text{ trio. km} \end{aligned}$$

Algumas Unidades de Distância

1 **pc** (parsec) é a distância de um objeto cuja **paralaxe anual** (\Rightarrow desenho) mede um **segundo de arco** ($''$) (abreviação de *parallax of one second of arc*):



$$1 \text{ pc} = 1 \text{ AU} / \tan^{-1} 1'' = 206\,265 \text{ AU} = 3.26 \text{ ly} \\ = 3.086 \cdot 10^{16} \text{ m} \approx 30 \text{ trio. km}$$

A distância d até um objeto com paralaxe anual p é:

$$d = 1 \text{ AU} / \tan^{-1} p \approx^* 1 \text{ AU} / p = 1 \text{ pc} / p['],$$

onde $p[']$ é a paralaxe em unidades de segundos de arco.

* Aproximação válida, se p é pequeno ($\Rightarrow d \gg 1 \text{ AU}$), que é o caso para objetos fora do Sistema Solar.

Algumas Unidades de Distância

1 pc é uma **distância típica** entre **estrelas vizinhas**:
A estrela mais próxima do Sol, Próxima Centauri, ou α Centauri C é a 1.3 pc daqui.

O método de paralaxe só pode ser usado para objetos (estrelas) **próximos**.
Senão, p é pequeno demais para ser medida.

O satélite Hipparcos conseguiu medir as paralaxes de $\sim 118\,000$ a 1 mi. estrelas, considerado a vizinhança do Sol.



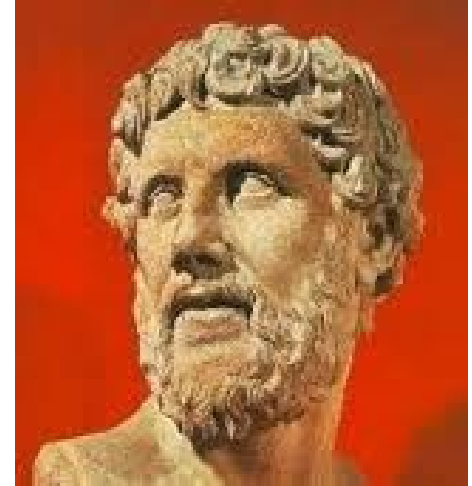
Satélite Hipparcos

O satélite Gaia (lançado em 2013) está fazendo medidas de ~ 10 microssegundos de arco de precisão, assim conseguindo determinar as paralaxes de 20 a 200 mi. estrelas (até 10 kpc), boa parte da Via Láctea.

Magnitudes Aparentes

Mais de 2000 anos atrás, o astrônomo grego **Hiparco** (o mesmo dos epiciclos e do catálogo de estrelas) inventou um sistema para classificar as estrelas visíveis por **brilho aparente** no céu, o sistema de **magnitudes**:

As estrelas **mais brilhantes** eram de **1^a magnitude**, as **mais visíveis** de **6^a magnitude**.



Hiparco

Magnitudes Aparentes

Como no século XIX se achava que o olho humano percebe brilho de maneira **logarítmica**, e estrelas de 1^a magnitude são da ordem de **100 vezes** mais brilhantes que as de 6^a magnitude, aproximaram as magnitudes por (exercício pra casa):

$$m = -2.5 \cdot \log_{10} F/F_0 = -2.5 \cdot \log_{10} F + C,$$

onde F é a intensidade da radiação observada, e F_0 , aquela de uma estrela de 0^a magnitude e $C = 2.5 \cdot \log_{10} F_0$; Por muito tempo se usava a estrela Vega como "ponto zero" da escala (pelo menos na faixa do visível).

! A escala de magnitudes é **decrecente** !

Magnitudes Aparentes

As magnitudes aparentes de alguns objetos:

Sol: -26.74

Lua: -2.50 a -12.74

Vênus: -3.82 a -4.89

Júpiter: -1.61 a -2.94

Marte: 1.84 a -2.91

Mercúrio: 5.73 a -2.45

Sirius (estrela mais brilhante tirando o Sol): -1.44

Saturno: 1.47 a -0.49

objeto mais fraco já observado: ~36

Magnitudes Absolutas

A **intensidade observada** F depende da **luminosidade intrínseca** L do objeto e da sua **distância** d : $F = L/4\pi d^2$

$$\Rightarrow m = -2.5 \cdot \log_{10}(L/4\pi d^2) + C$$

A **magnitude absoluta** M é a magnitude aparente que o objeto teria, caso se encontrasse a 10 pc de distância:

$$M = -2.5 \cdot \log_{10}(L/4\pi(10 \text{ pc})^2) + C$$

É fácil de mostrar (casa) que

$$M = m - 5 \cdot \log_{10}(d/10 \text{ pc}) \Rightarrow d = 10^{(m-M+5)/5} \text{ pc}$$

A grandeza $m - M = 5 \cdot \log_{10}(d/10 \text{ pc})$ é chamada **módulo de distância**.

Magnitude Bolométrica

Caso nas fórmulas para as magnitudes é usada o **fluxo bolométrico**, quer dizer integrada sobre **todos os comprimentos de onda**,

$$F_{\text{bol}} = \int_0^{\infty} F_{\lambda} d\lambda$$

se fala de **magnitude bolométrica**:

$$m_{\text{bol}} = -2.5 \cdot \log_{10}(\int_0^{\infty} F_{\lambda} d\lambda) + C_{\text{bol}}$$

$$\text{e } M_{\text{bol}} = m_{\text{bol}} - (m - M)$$

!! C_{bol} , que seria $2.5 \cdot \log_{10} F_{0,\text{bol}}$ não é ligado à Vega; foi escolhido livremente (\Rightarrow dois slides pra frente), tal que $F_{0,\text{bol}}^*$ não tem significado.

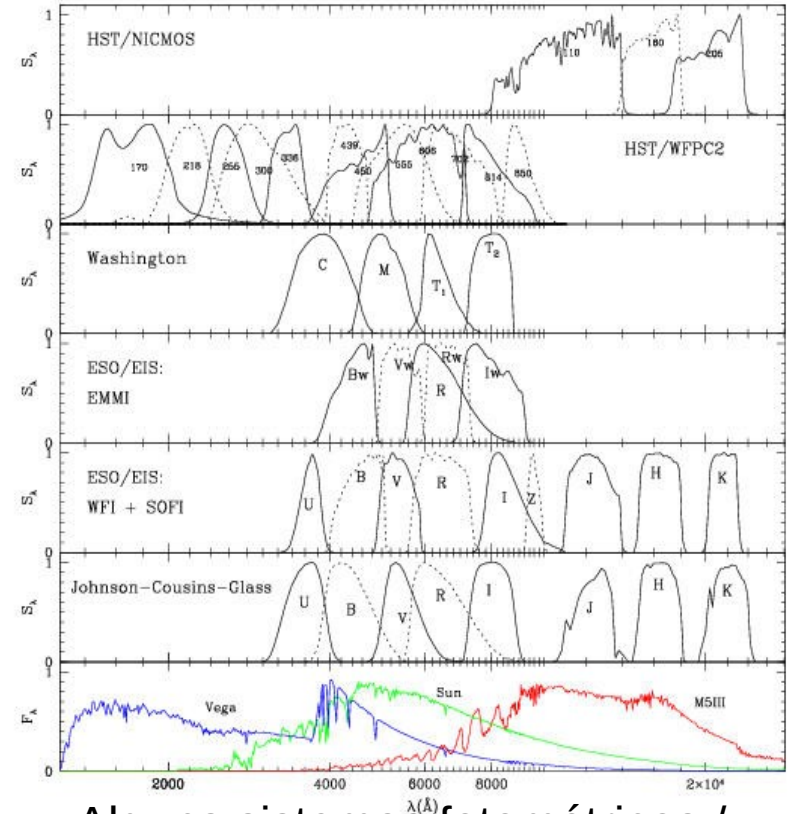
*Para quem quer saber: $F_{0,\text{bol}} = 2.518 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2$.

Bandas Fotométricas

Na prática, não se mede o fluxo em todos os comprimentos de onda, mas usando **detectores** (p. e. câmeras digitais chamadas câmeras CCD), cujas **sensibilidades** dependem do **comprimento de onda** seguindo funções características, S_λ , chamadas **bandas** ou **filtros fotométricos**.

O conjunto de bandas fotométricas de uma câmera se chama **sistema fotométrico**. Ex. No sistema Johnson-Cousins, a banda V mede no visível (verde), B no azul, e U no ultravioleta próximo.

Ex.: O fluxo que se mede no visível é $F_V = \int_0^\infty S_V \cdot F_\lambda d\lambda$
 $\Rightarrow m_V = -2.5 \cdot \log_{10} F_V + C_V$ e $M_V = m_V - (m - M)$



Alguns sistemas fotométricos / espectros de três estrelas

Bandas Fotométricas

Os **pontos zero** em **cada banda** são um assunto chato:

Até recentemente, se usava com frequência um sistema chamado VegaMag, naquele Vega servia como ponto zero:

$m_{X,\text{VegaMag}}(\text{Vega}) = 0$ em todas as bandas X .

Hoje, é mais comum usar um sistema chamado ABmag, baseado num espectro "cinza" (naquele o fluxo por unidade de frequência é constante para todas as frequências), i.e. um hipotético astro com espectro cinza tem a mesma magnitude em todas as bandas. O "espectro cinza nível zero" foi escolhido tal, que seu fluxo coincide com o da Vega na banda V :

$$m_{V,\text{ABmag}} = m_{V,\text{VegaMag}}.$$

Para quem quer saber: o fluxo por unidade de frequência de um astro cinza ponto zero é $F_\nu = 3.63 \cdot 10^{-20} \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ Hz}^{-1}$.

Bandas Fotométricas

Há vários outros sistemas de pontos zero. A **conversão** entre eles se dá **somando/subtraindo constantes**, que idealmente podem ser encontrados em tabelas online.

Cores

A diferença entre m_{bol} e m_X , $BC_X = m_{\text{bol}} - m_X = M_{\text{bol}} - M_X$
 $= -2.5 \cdot \log_{10}(F_{\text{bol}}/F_X) + C_{\text{bol}} - C_X = -2.5 \cdot \log_{10}(\int F_\lambda d\lambda / \int S_X \cdot F_\lambda d\lambda) + C_{\text{bol}} - C_X$
é chamada **correção bolométrica** para a banda X , e é normalmente negativa para estrelas. (Era para ser sempre negativa, mas bobearam na escolha de C_{bol} ; Observe que não é possível definir o "ponto zero ABmag", já que um espectro "cinza" tem fluxo bolométrico infinito).

Grandezas como

$$B - V := m_B - m_V = -2.5 \cdot \log_{10}(F_B/F_V) + C_{B-V}$$
$$= -2.5 \cdot \log_{10}(\int S_B \cdot F_\lambda d\lambda / \int S_V \cdot F_\lambda d\lambda) + C_{B-V},$$

onde $C_{B-V} = C_B - C_V$,

se chamam **cores**.

Cores

exemplo: a cor $B - V = -2.5 \cdot \log_{10}(F_B/F_V) + C_{B-V}$,
quantifica, se o objeto é mais brilhante no verde ou no azul,
então $B - V$, $U - B$, etc. dão uma dica sobre a **cor** do objeto.
Normalmente, a banda concentrada em comprimentos de
onda menores entra com sinal positivo e a banda de
comprimentos de onda maiores, com sinal negativo.

Em geral: Quanto **maior** é a **cor**, tanto mais o espectro é
concentrado em **comprimentos de onda longos**
(Na língua dos astrónomos: tanto mais **vermelho** é o objeto;
para o caso oposto, ele diz: tanto mais **azul** é o objeto.).

Vega tem cor **zero** em **todas** as **cores**, i.e. todos os pares de
bandas fotométricos no sistema **VegaMag** (já que $0 - 0 = 0$),
e um astro com **espectro cinza**, no sistema ABmag.

Cores

Não é difícil mostrar, que a **cor** de um objeto **independe** da sua **distância** (bom exercício para casa).

Uma consequência disso é que se pode usar tanto **magnitudes aparentes**, quanto **magnitudes absolutas** para calcular a **cor** de um objeto

(afinal uma magnitude absoluta é nada outro que a magnitude aparente numa dada distância, i.e. 10 pc):

$$M_X - M_Y = m_X - m_Y = X - Y.$$

Cores

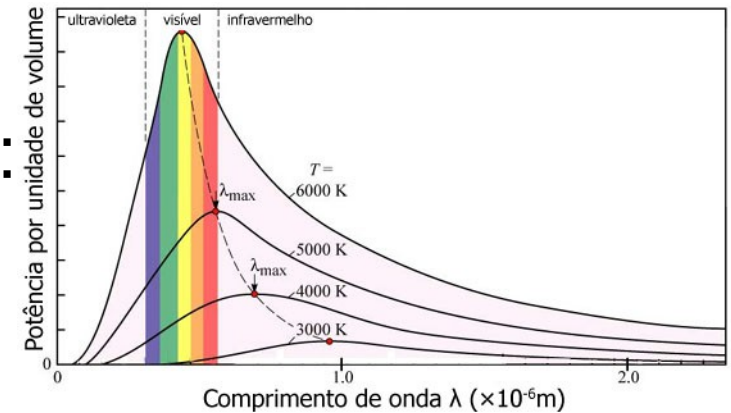
Lembrete de Estrutura da Matéria, Física Quântica, etc. (Corpo Negro):

A **cor** de um corpo que brilha por **conta própria** (i. e. uma estrela) é correlada com a sua

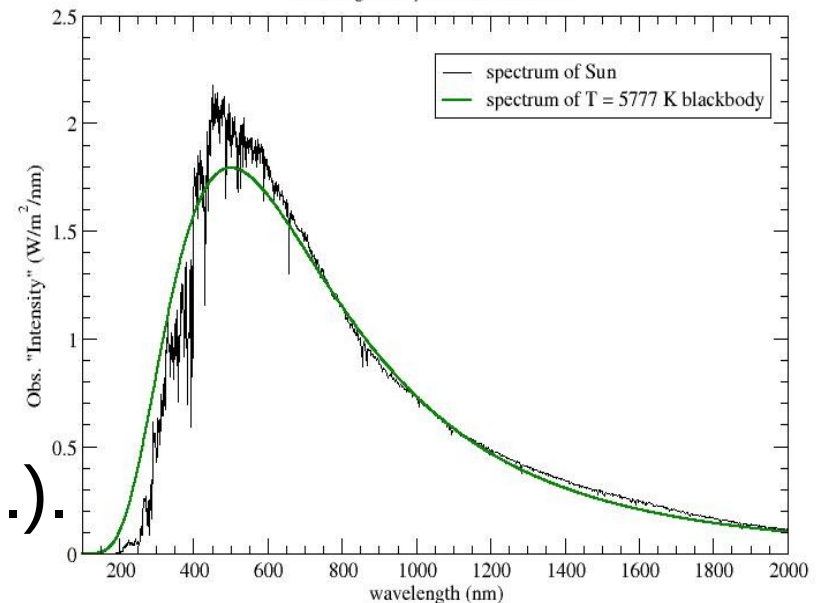
temperatura:

Quanto **maior** é **B - V** (ou outra cor), tanto **mais baixa** é a **temperatura** da estrela

(podem existir exceções, já que o espectro de uma estrela não é exatamente o de um Corpo Negro.).



Sun's Spectrum vs. Thermal Radiator
of a single temperature $T = 5777$ K



Espectro do Sol e de um Corpo Negro da mesma temperatura

Medir Distâncias

Velas Padrão

No módulo de distância (que se baseia na lei do quadrado da distância) se baseia o método de medir distâncias das **velas padrão**:

Assim se chama um objeto de **luminosidade**, resp., de **magnitude absoluta** em alguma banda X , M_X , **conhecida**:

- objetos, que **sempre** têm a **mesma luminosidade** como supernovas de um certo tipo, ... ou
- objetos, cuja **luminosidade depende** de **maneira conhecida** de alguma **grandeza medível**: certos tipos de estrelas variáveis (que têm uma relação período-luminosidade conhecida), galáxias espirais (relação Tully-Fisher, vide daqui a pouco),

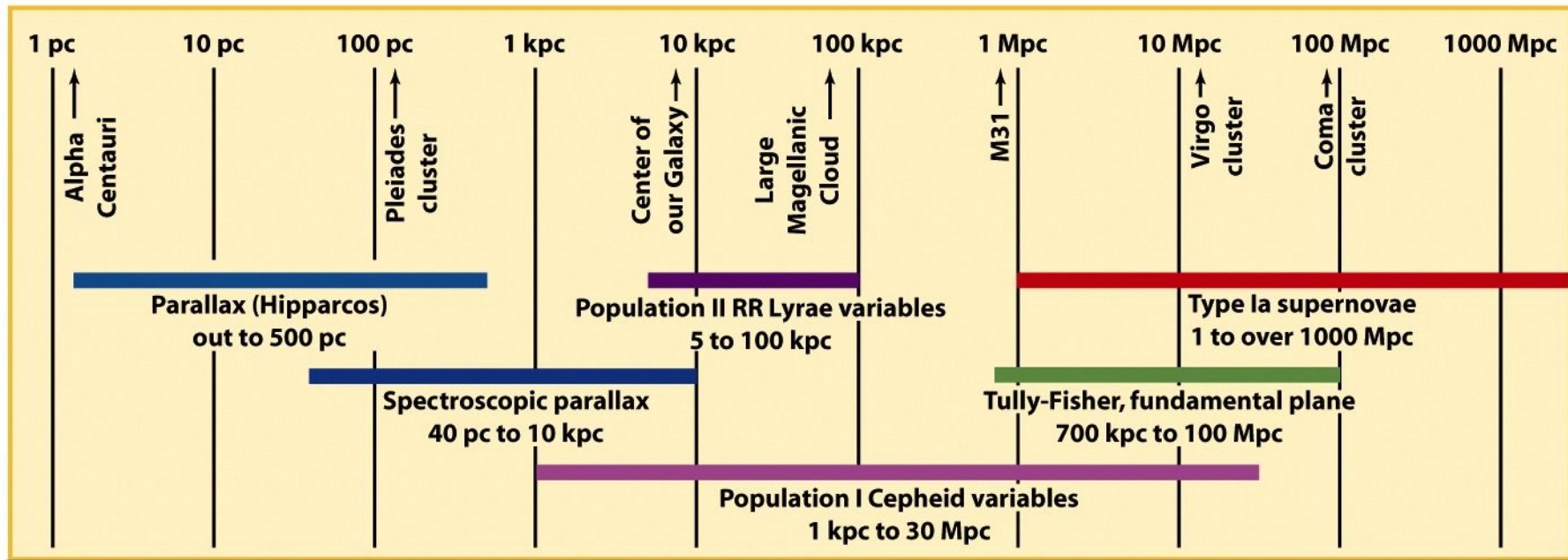
Medindo a magnitude aparente em X , m_X , a distância até o objeto é:

$$d = 10^{(m_X - M_X + 5)/5} \text{ pc}$$

Medir Distâncias

A Escala de Distâncias Côsmicas

Na prática, a determinação de distâncias até objetos próximos é usado para calibrar métodos de medir distâncias maiores, etc., sucessão chamada **escala de distâncias cósmicas**.



Alguns métodos de medição de distâncias

Medir Distâncias

Lei de Hubble-leMaître (=> aula passada):

Além de provar a expansão do Universo, a Lei de Hubble-leMaître nós fornece um **método para medir a distância** até uma galáxia:

medir o redshift z através de uma linha espectral conhecida: $z = \lambda/\lambda_0 - 1$

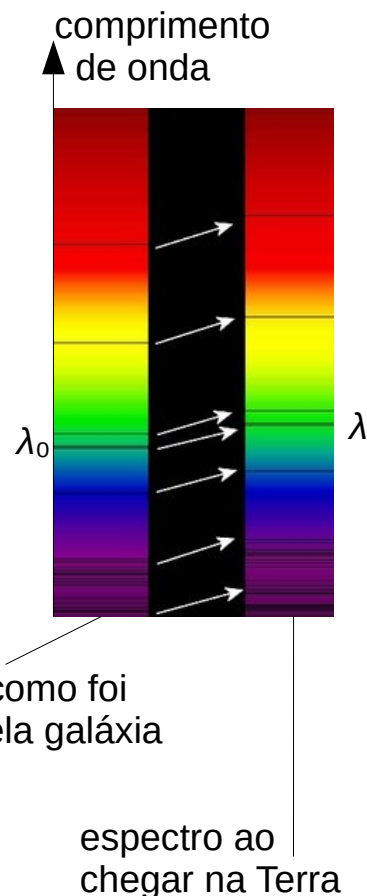
=> **Distância** $d = v/H_0 = c \cdot z/H_0$ válido para $z \leq 0.13$

até um *redshift* de 2, a fórmula

$$d \approx c/H_0 \cdot [(z+1)^2 - 1] / [(z+1)^2 + 1]$$

é uma boa aproximação.

Ainda voltaremos várias vezes à expansão do Universo, ao *redshift*, e à Lei de Hubble-leMaître.



O Meio Interestelar

Extinção Interestelar

No **espaço interestelar**, há **nuvens** de **gás** e **poeira**.

A poeira **absorve**, **reemite** e **espalha luz** que incide nela.

=> Objetos luminosos (estrelas, galáxias) parecem **menos brilhantes** vistos através de nuvens de poeira.

=> **Extinção interestelar**

=> A fórmula que relaciona as **magnitudes absoluta** e **aparente** obtém um termo adicional, a **extinção A**:

$$m = M + 5 \cdot \log_{10} d[\text{pc}] - 5 + A$$

A quantifica, então, a luz absorvida pela poeira em unidades de magnitudes. Quanto maior a quantidade de poeira atravessada, maior a extinção, podendo levar à sobre-estimação da distância ou tornar o objeto atrás invisível.

O Meio Interestelar

Extinção Interestelar

A extinção depende do **comprimento de onda**:

$$m_\lambda = M_\lambda + 5 \cdot \log_{10} d[\text{pc}] - 5 + A_\lambda$$

A extinção numa banda X , $A_X = m_X - M_X - 5 \cdot \log_{10} d[\text{pc}] - 5$, também pode ser escrita como

$$A_X = -2.5 \log_{10} F_X / F_{X,0},$$

onde F_X é o fluxo medido em X , e

$F_{X,0} := L_X / 4\pi d^2$, o fluxo que se mediria sem extinção.

Além do verdadeiro módulo de distância

$$(m - M)_0 := 5 \cdot \log_{10} d[\text{pc}] - 5 = m_X - M_X - A_X$$

às vezes é usado o módulo de distância em X :

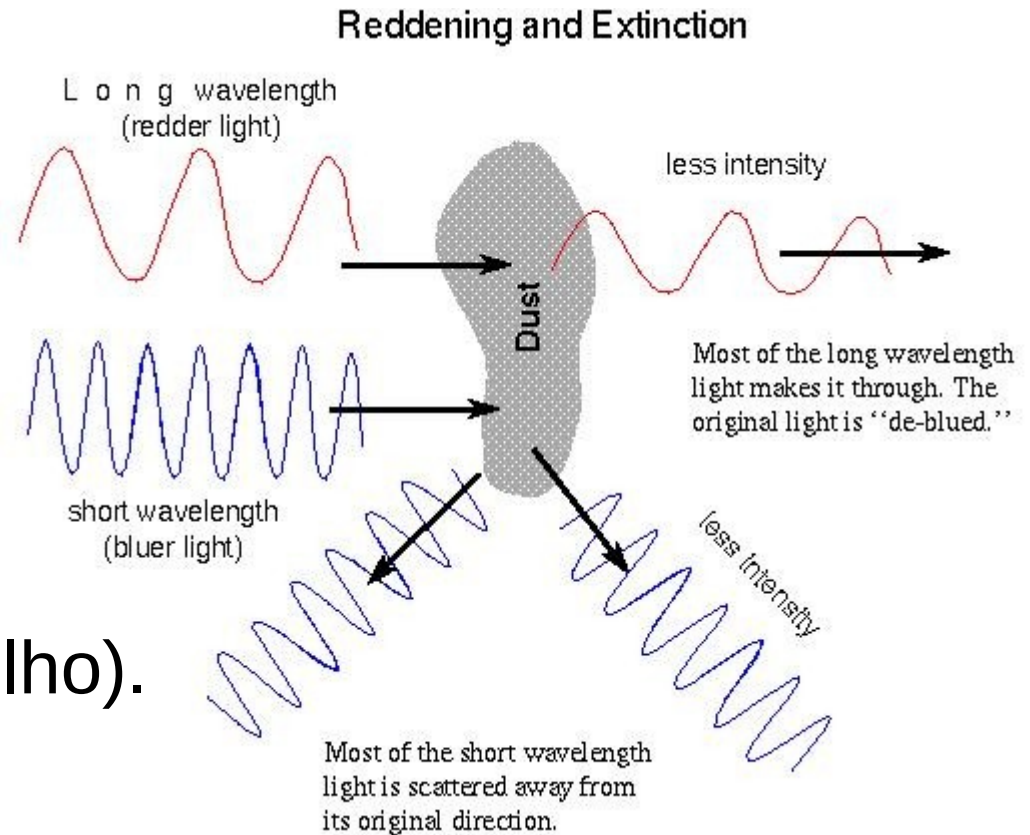
$$(m - M)_X := m_X - M_X = (m - M)_0 + A_X,$$

que converte diretamente magnitudes aparentes em X em magnitudes absolutas em X .

O Meio Interestelar

Extinção Interestelar

Esta dependência do **comprimento de onda** é no sentido, de que luz de comprimento de onda **curto** (azul) é espalhado **mais intensamente**, que luz de c. d. o. comprido (vermelho).



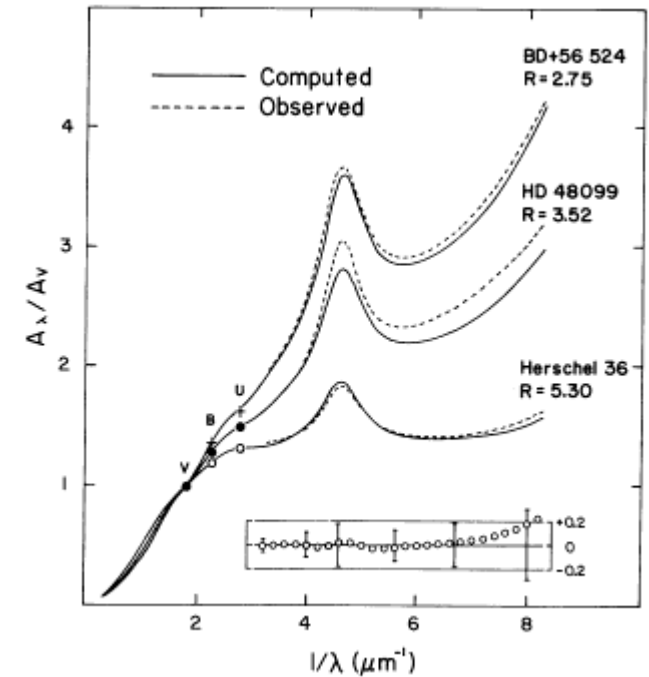
O Meio Interestelar

Extinção Interestelar

=> Objetos vistos através de nuvens de poeira aparecem **mais vermelhos**.

=> **Avermelhamento interestelar**.

Poeira é **mais transparente** no **infravermelho** que no ótico.



Barnard 68 no ótico



Barnard 68 no IR

O Meio Interestelar

Extinção Interestelar

O avermelhamento interestelar afeta uma **cor**, i. e. $B - V$, de um objeto observado aumentando-a (normalmente) por um valor E_{B-V} ou $E(B - V)$, o **avermelhamento** em $B - V$:

$$\begin{aligned} E_{B-V} = E(B - V) &:= (B - V) - (B - V)_0 = (m_B - m_V) - (M_B - M_V) \\ &= [(M_B + 5 \cdot \log_{10} d[\text{pc}] - 5 + A_B) - (M_V + 5 \cdot \log_{10} d[\text{pc}] - 5 + A_V)] - (M_B - M_V) \\ &= A_B - A_V, \end{aligned}$$

onde $(B - V)_0 := M_B - M_V$ é a **cor intrínseca**, e $B - V := m_B - m_V$, a **cor observada** do objeto.

O Meio Interestelar

Extinção Interestelar

Ilustração de $(m-M)_0$, A_V , $(m-M)_V$ e E_{B-V} em um diagrama cor-magnitude

(ignorem a linha vermelha)

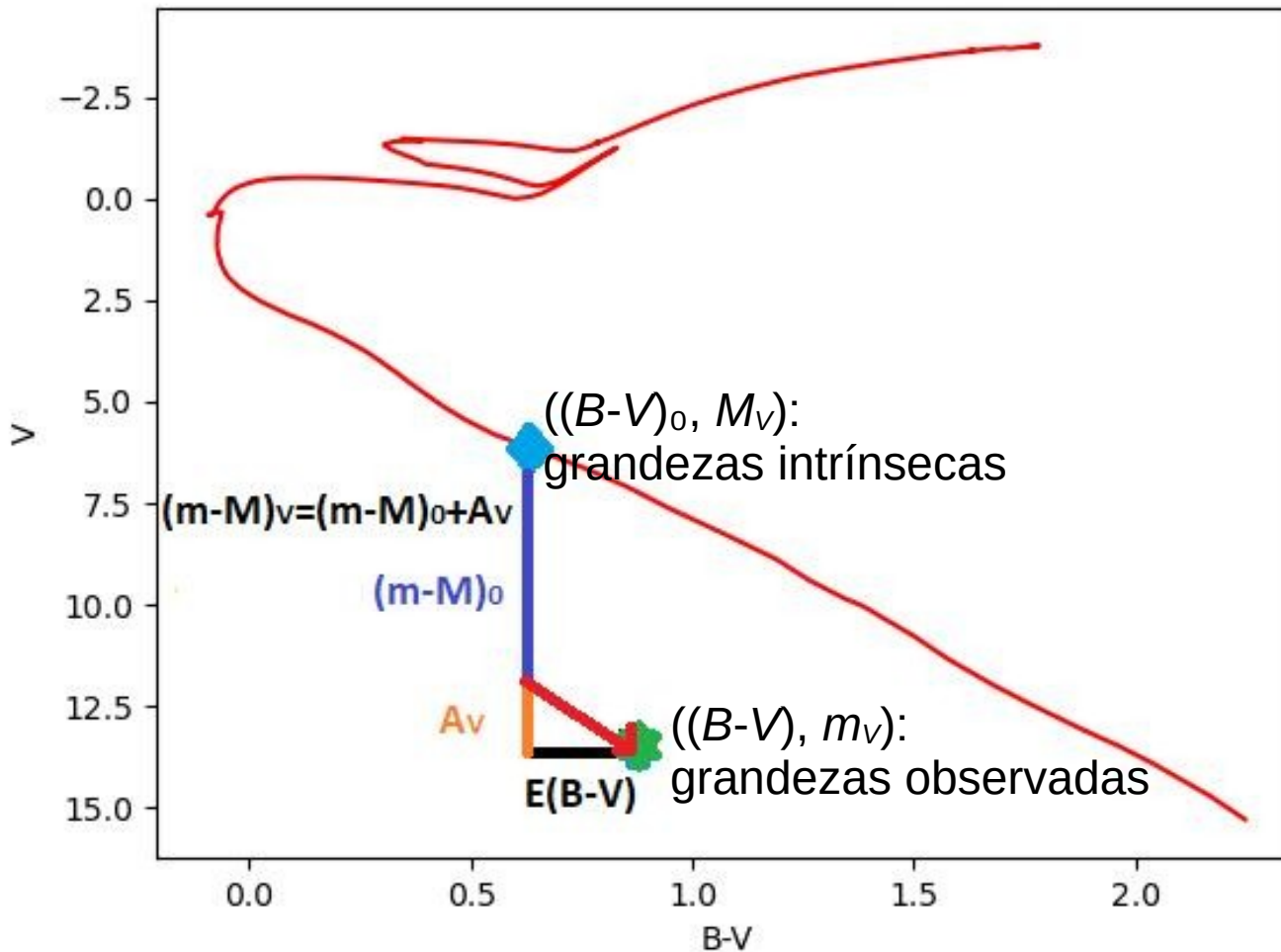
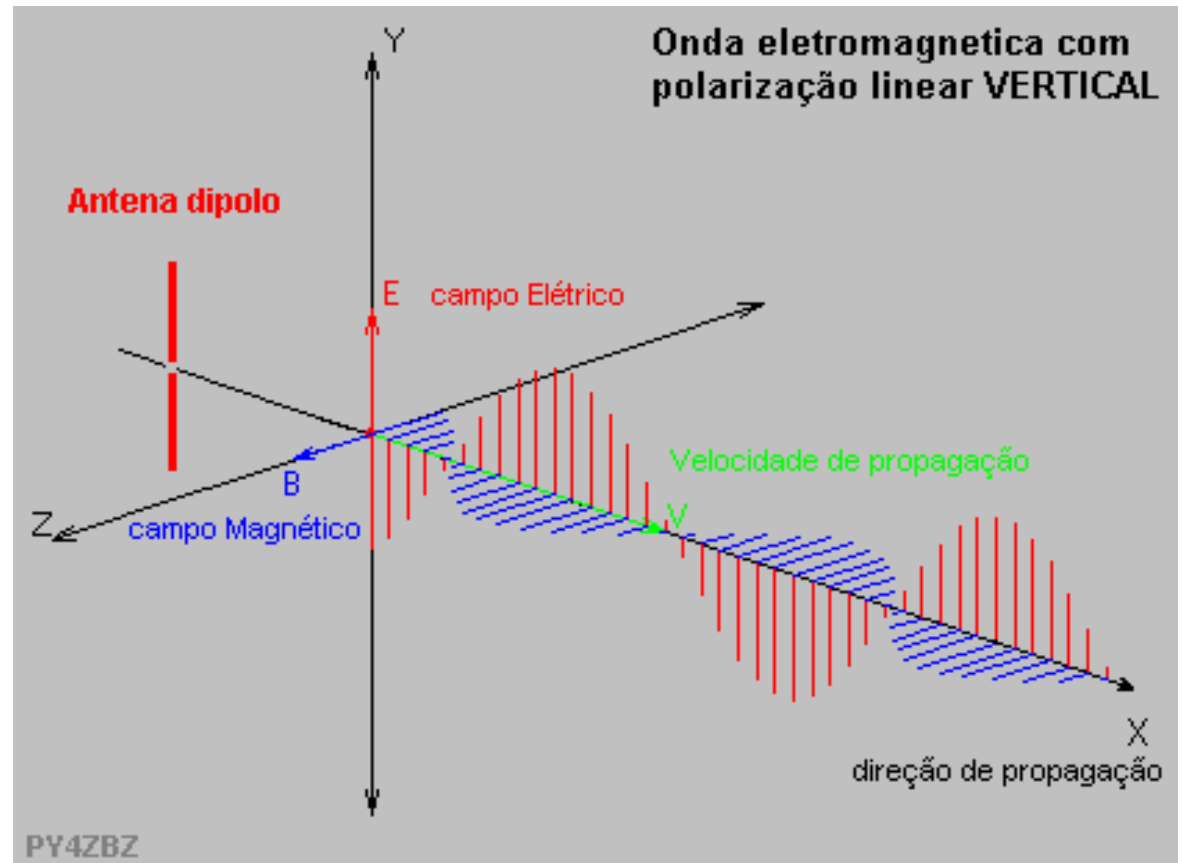


Figura feita pelo
aluno da UFABC
Guilherme Silva
durante um TCC

Luz como Onda

Lembrete de Estrutura da Matéria: Luz é um tipo de **radiação eletromagnética**, uma **onda** que consiste de **campos elétrico e magnético** perpendiculares, que **oscilam** e se **propagam** no vácuo com a velocidade $c = 299\,792\,458$ m/s.



Relação entre **comprimento de onda** λ e **frequência** ν :
 $c = \lambda \cdot \nu$

Luz como Partícula

Lembrete de Estrutura da Matéria, Física Quântica, etc.:
Luz também tem características de **partículas**, chamadas **fótons**.

Energia E e **momento linear p** de um fóton são relacionados com **frequência** e **comprimento de onda** pelas **Relações de de Broglie (1924)**:

$$E = h \cdot \nu = h \cdot c / \lambda,$$

$$p = E / c = h \cdot \nu / c = h / \lambda,$$

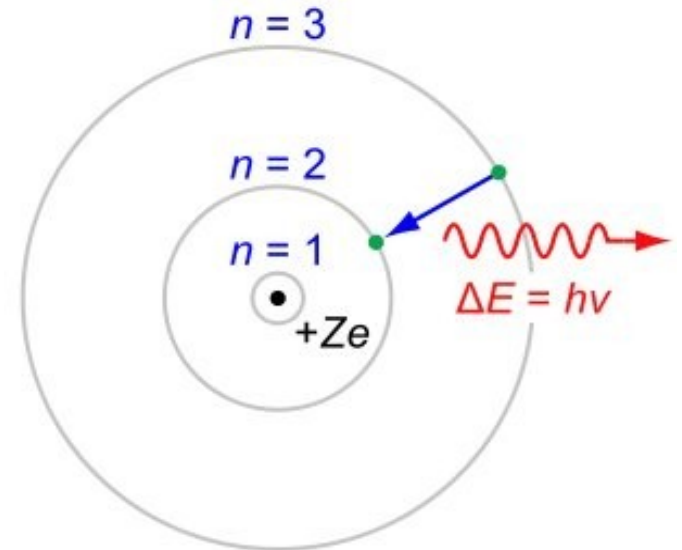
onde $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s} =$
constante de Planck



Louis V. de Broglie

A Interação Matéria-Luz

Para entender espectros, lembremos algumas coisas sobre a **interação** entre **matéria** e **radiação** (luz) (=> Estrutura da Matéria, Física Quântica, Interações Atômicas e Moleculares, ...).



Os átomos e moléculas têm diferentes **níveis** de **energia**, dependendo do estado orbital dos elétrons, do estado de vibração, etc.

Ex. Os níveis de energia do átomo de hidrogênio são

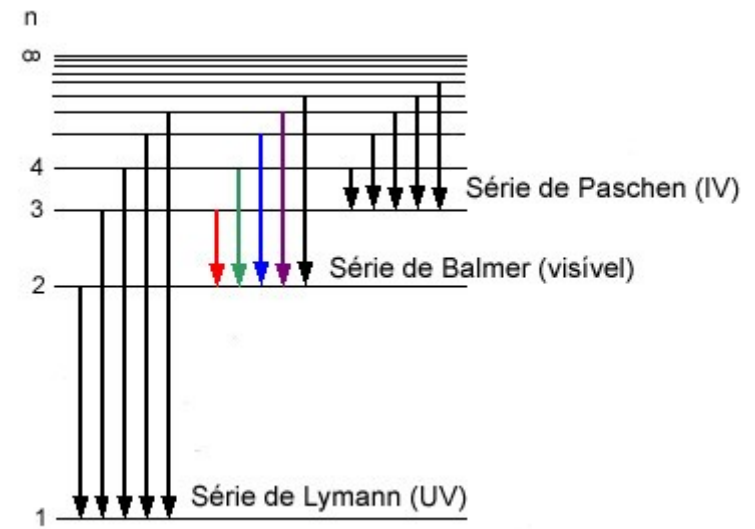
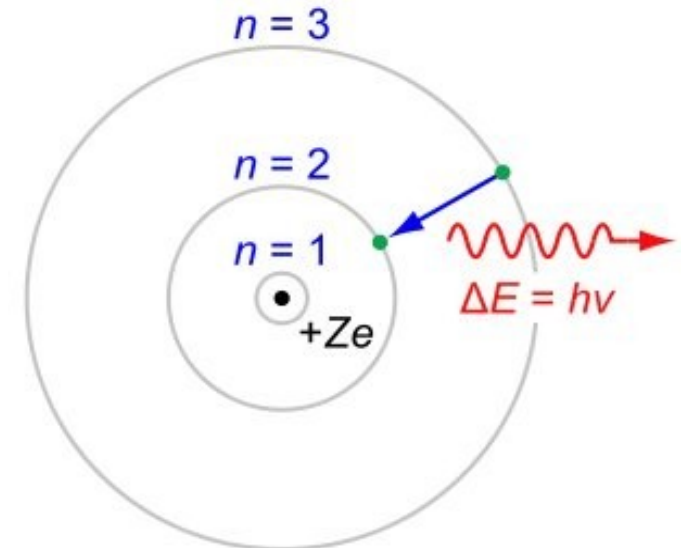
$E_n = -(1/n^2) \cdot E_0$, onde $n = 1, 2, 3, \dots$, onde

$E_0 = m_e e^4 / 32 \pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2 = 2.18 \cdot 10^{-18} \text{ J} = \text{Energia de Bohr}$, e

n é número quântico da energia

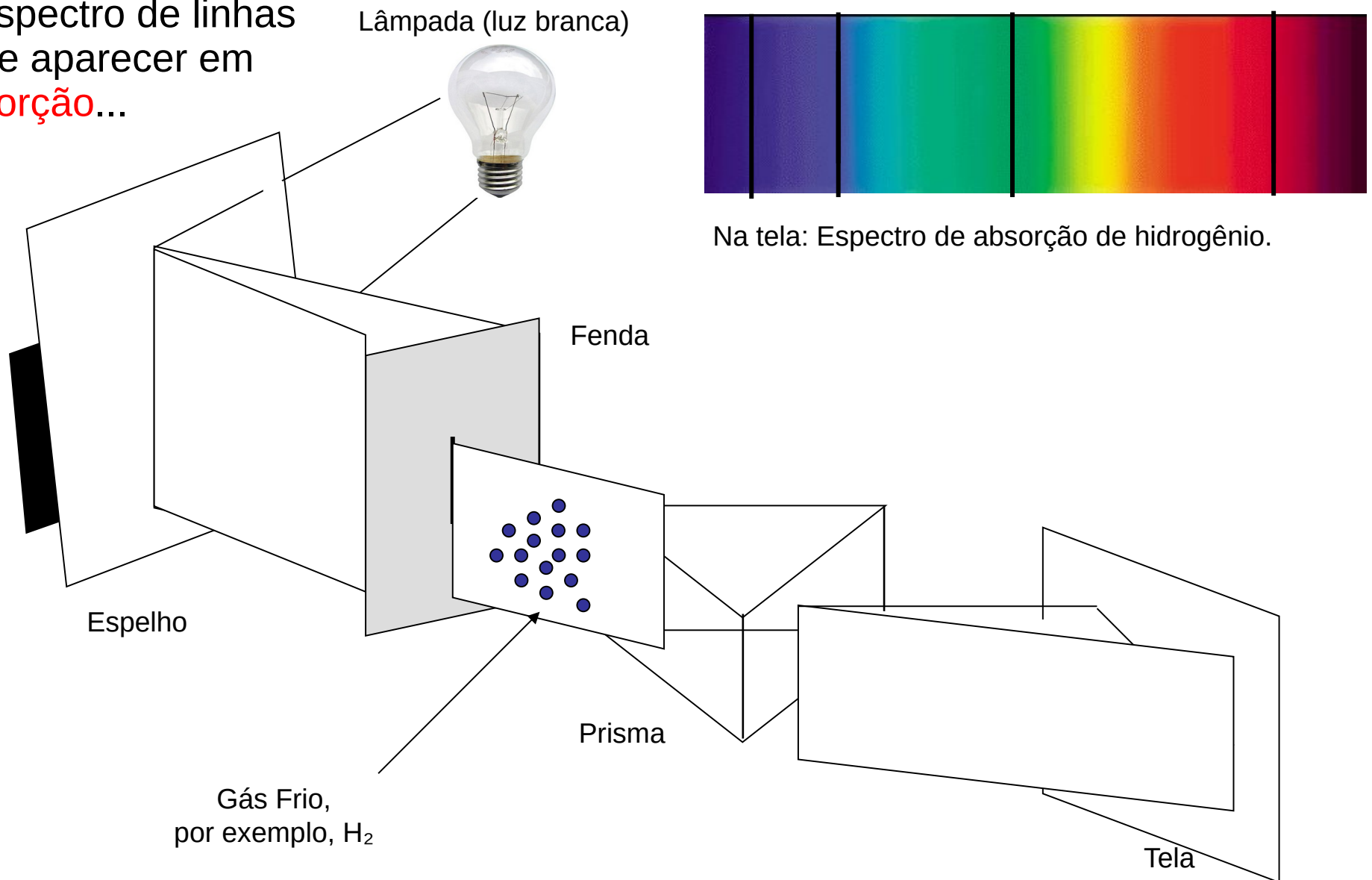
A Interação Matéria-Luz

As **diferenças de energia** entre níveis são as energias que o átomo tem que ganhar ou perder para mudar de estado, de n_i para n_f . Se isto ocorre por **absorção** ou **emissão** de um **fóton**, este fóton vai ter uma **energia** de $h\nu = |\Delta E| = |E_i - E_f| = E_0 \cdot |1/n_f^2 - 1/n_i^2|$. O conjunto das **frequências / comprimentos de onda** destes fótons é **característico** para o **elemento** ou a molécula, e se chama **espectro de linhas** deste.



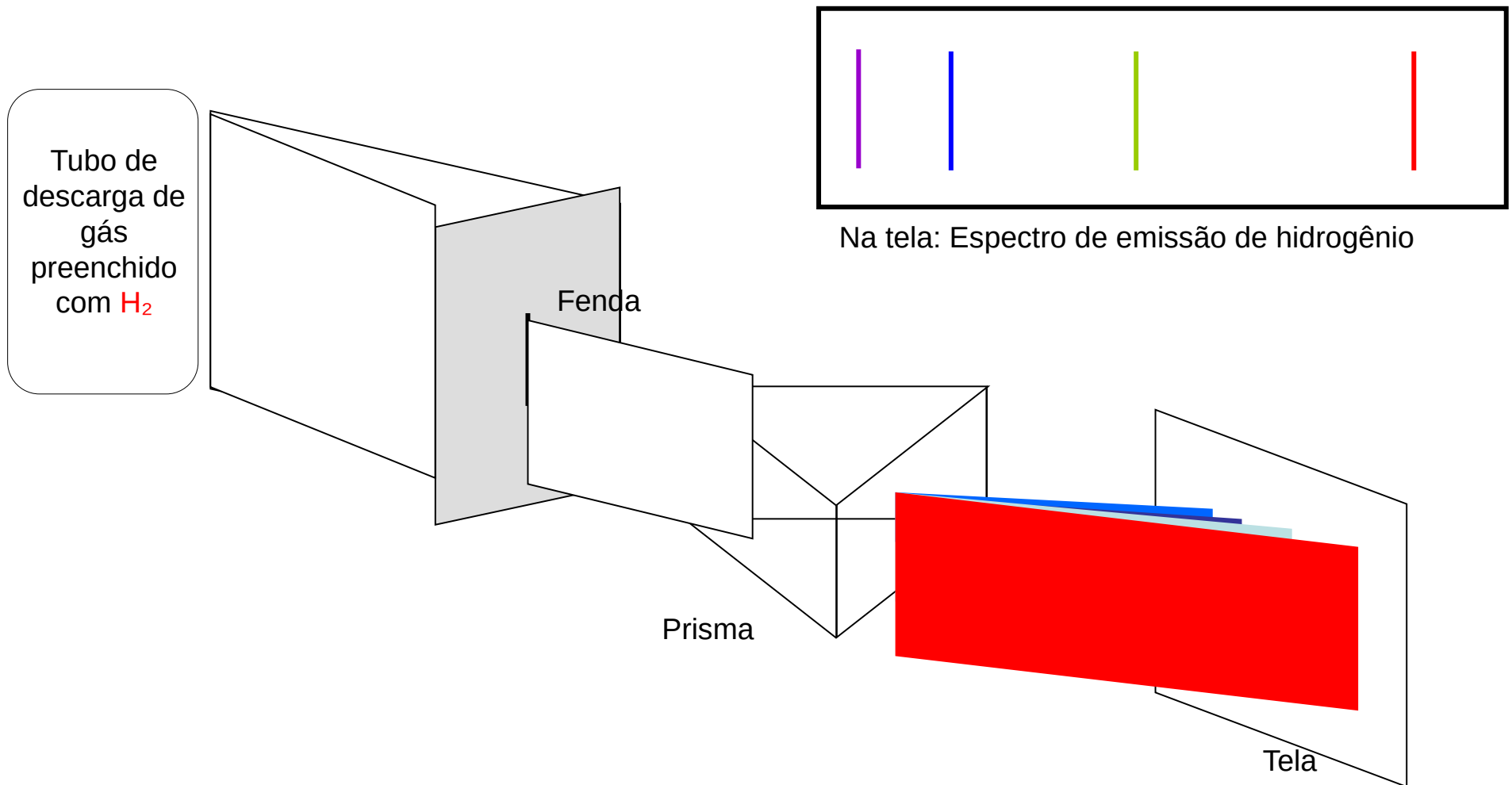
Absorção Atômica

O espectro de linhas
pode aparecer em
absorção...



Emissão Atômica

... ou em **emissão**.



A Interação Matéria-Luz

Leis de Kirchhoff

Um corpo **opaco quente**, sólido, líquido ou gasoso, emite um **espectro contínuo**.

Um **gás transparente** produz um **espectro de linhas de emissão**. O número e a posição (comprimento de onda) das linhas depende dos **elementos químicos** presentes no gás.

Se um **espectro contínuo** passar por um **gás** à temperatura mais baixa, o gás frio provoca o aparecimento de **linhas escuras** na tela. O número e a posição destas linhas depende também dos **elementos químicos** presentes no gás.

Estas leis ajudarão mais tarde para interpretar os **espectros** de vários objetos astronômicos.

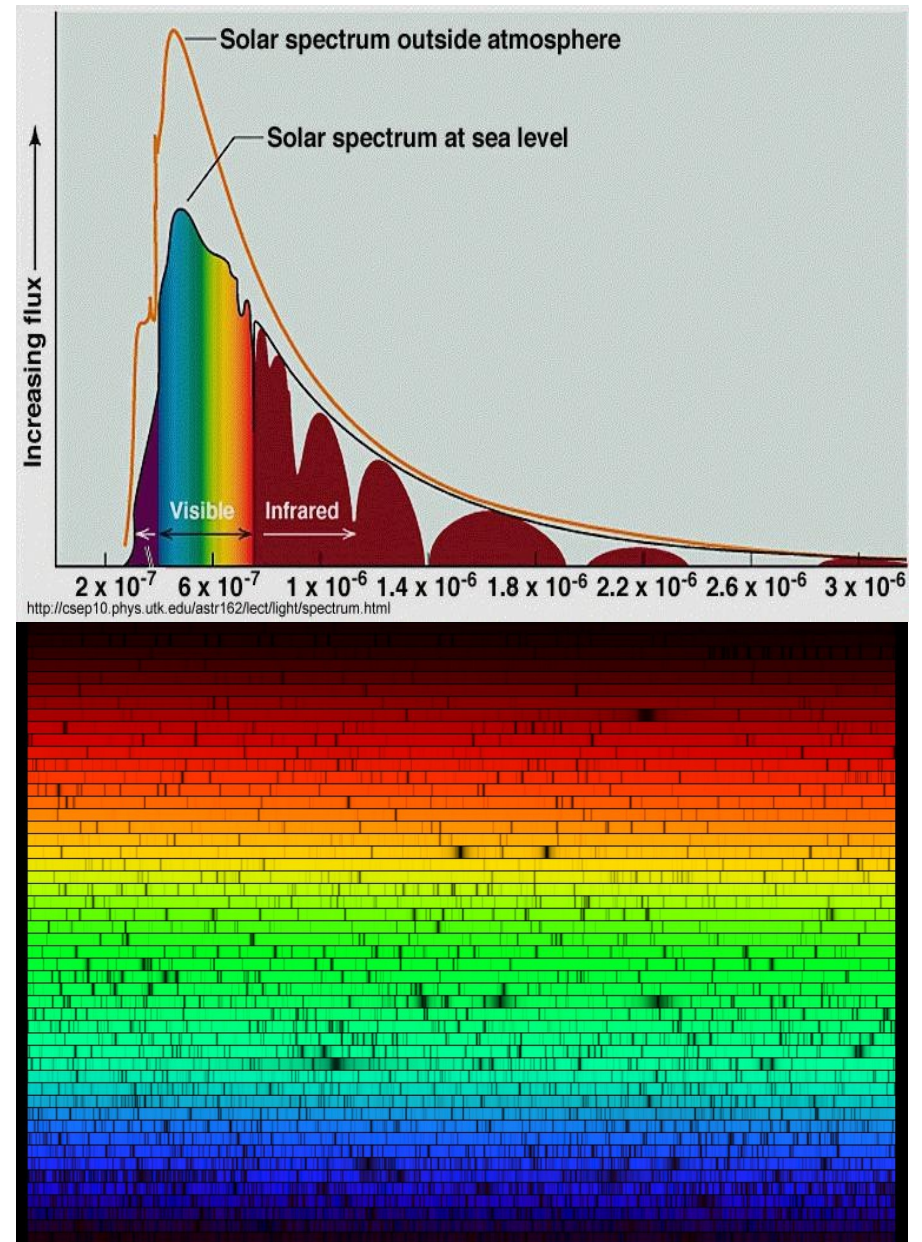
O Espectro Solar

Exemplo: o **espectro do Sol**

É o espectro de um Corpo Negro de 5777 K com as **linhas de absorção** dos **componentes** da sua camada exterior, a fotosfera.

Sua **composição química**, com relação a sua **massa** é de 74% de **hidrogênio**, 24% de **hélio** e 2% de outros elementos.

O hélio tem seu nome por ter sido encontrado pela primeira vez no espectro solar em 1868 (grego: Helios = Sol). Na Terra, o hélio foi encontrado só em 1895.



A Interação Matéria-Luz

Linhas "permitidas" e "proibidas"

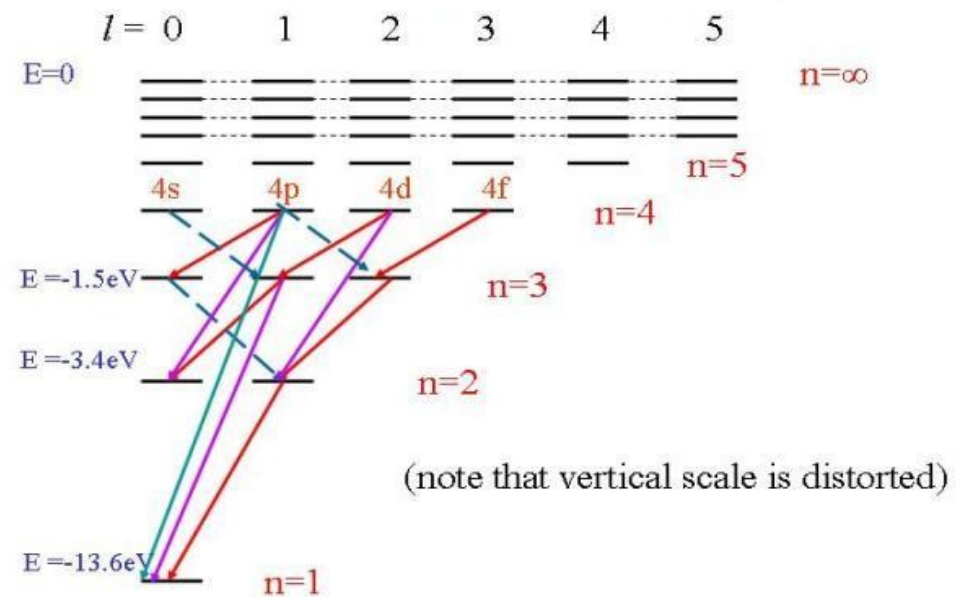
As **partículas** elementares, i. e. prótons, elétrons, nêutrons, etc., e as partículas compostas, p.e. átomos, têm um tipo de **momento angular intrínseco**, dado pelo número quântico l .

No exemplo de hidrogênio, o número de possíveis valores de l aumenta com o nível de energia (veja a figura).

Em uma **transição**, naquela um **fóton** é **emitido**, este carrega pra fora **uma unidade**, positiva ou negativa, de momento angular (fótons têm momento angular 1) $\Rightarrow l$ muda por ± 1 .

Linhas permitidas são linhas que correspondem a **transições**, naquelas o **momento angular** do átomo **muda** por ± 1 .

Diagrama de níveis de energia de hidrogênio



A Interação Matéria-Luz

Linhas "permitidas" e "proibidas"

=> Existem **níveis** de **energia**, de onde o átomo **não** pode sair por **emissão permitida** de um **fóton**, chamados **níveis metaestáveis**.

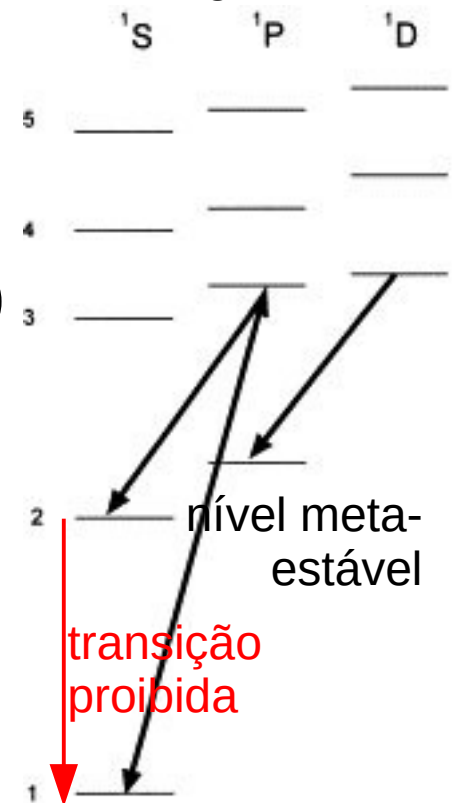
Porém, muito **raramente** (tipo, em milhões de anos) uma transição "proibida" pode acontecer, assim emitindo um fóton de uma **linha proibida**.

Linhas proibidas normalmente são simbolizadas usando colchetes, exemplos: [He I], [O II], ...

Em ambientes de **densidades "comuns"**, os átomos **não** ficam em níveis metaestáveis por um tempo suficiente para ocorrer uma **transição proibida**. Eles logo são excitados para outros níveis por choques com outros átomos.

=> **Linhas proibidas** são assinaturas de **gases** muito **tênues**.

Diagrama de níveis de energia de hélio

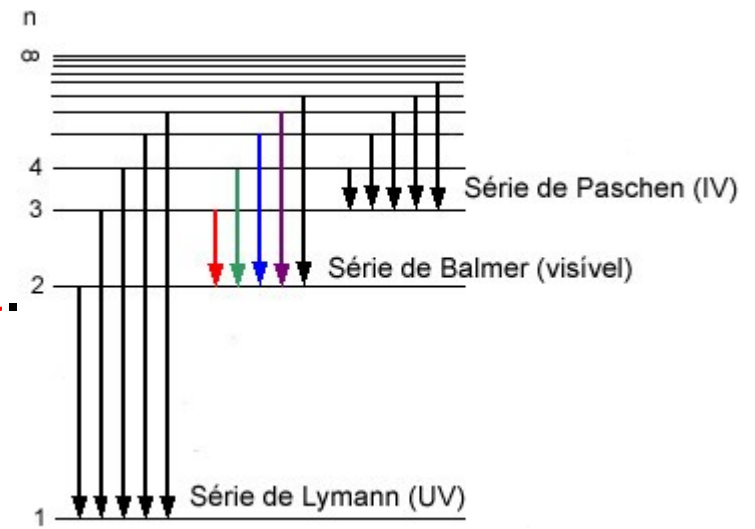
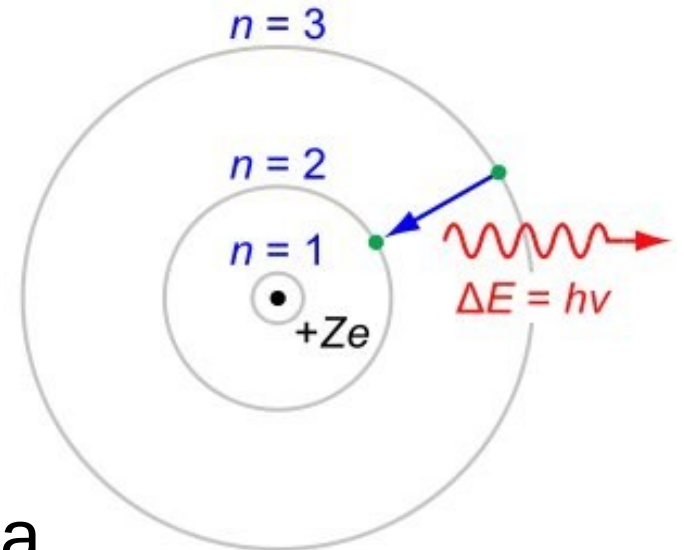


O Meio Interestelar

O Hidrogênio Interestelar

Para uma **linha espectral** desta natureza surgir, os átomos devem ser **excitados**, isto é, atingidos por **fótons de suficiente energia**, no caso do hidrogênio, no ultra-violeta, como presentes em atmosferas de estrelas, em regiões de formação estelar, ou outros ambientes com **radiação energética**.

E como se detecta hidrogênio em ambientes mais calmos, i. e. em nuvens de hidrogênio longes de fontes de radiação?



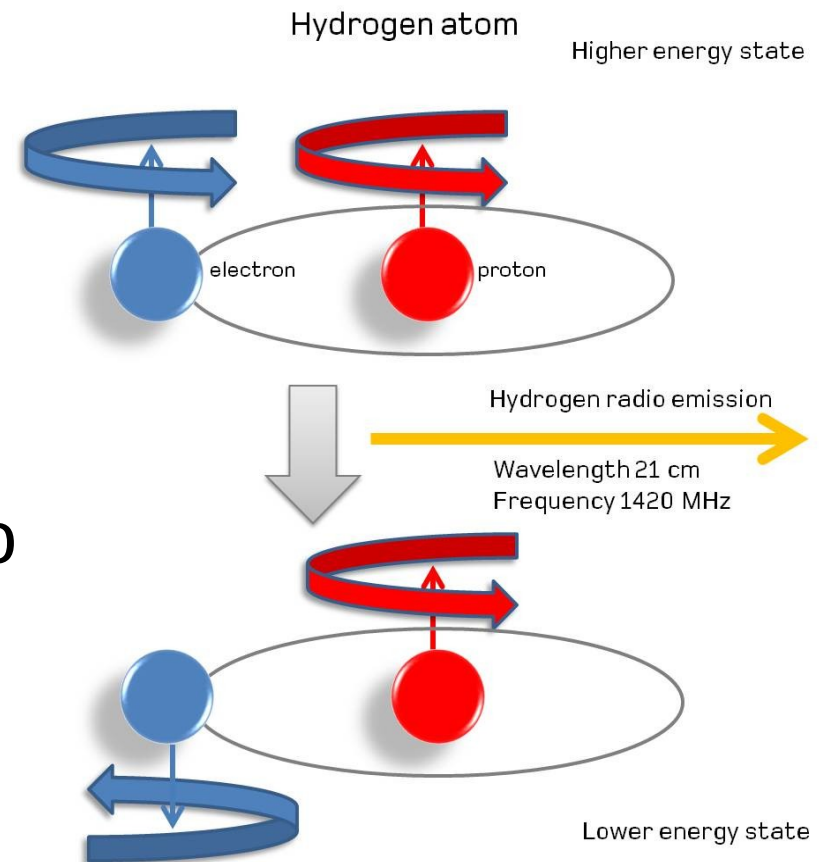
O Meio Interestelar

O Hidrogênio Interestelar

Solução: A **linha** de **21 cm**.

Física Quântica: Os **próton** e **elétron** de um átomo têm um tipo **momento angular intrínseco**, chamado **spin**.

Eletromag => se os dois spins são **alinhados**, os dois **momentos magnéticos** são **anti-alinhados**, e a energia do átomo é ligeiramente **mais alta**, por $5.9 \cdot 10^{-6} \text{ eV} = 9.45 \cdot 10^{-25} \text{ J}$.



O Meio Interestelar

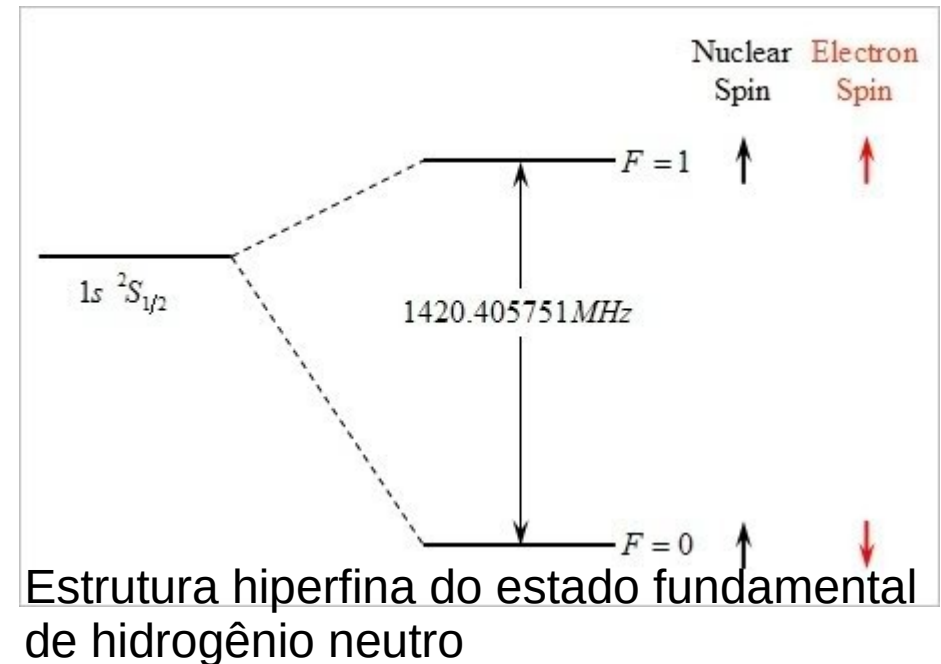
O Hidrogênio Interestelar

Solução: A **linha** de **21 cm**.

Este desdobramento do nível de energia do estado fundamental de H I se chama **estrutura hiperfina**.

Quando os spins se **desalinham**, o átomo **emite** um **fóton** de $h\nu = 9.45 \cdot 10^{-25} \text{ J}$, ou $\nu = 1420 \text{ MHz}$, ou $\lambda = 21 \text{ cm}$.

=> Detectando esta linha espectral, consegue-se localizar hidrogênio atômico no espaço interestelar.



O Meio Interestelar

O Hidrogênio Interestelar

Solução: A **linha** de **21 cm**.

Porém, o estado hiperfinamente excitado (spins alinhados) tem **tempo de vida** de **vários mi. anos**.

=> Só em ambientes muito **tênues** os átomos têm tempo para ficarem no estado excitado até se desexcitarem naturalmente, sem ter se chocado com outros átomos antes.

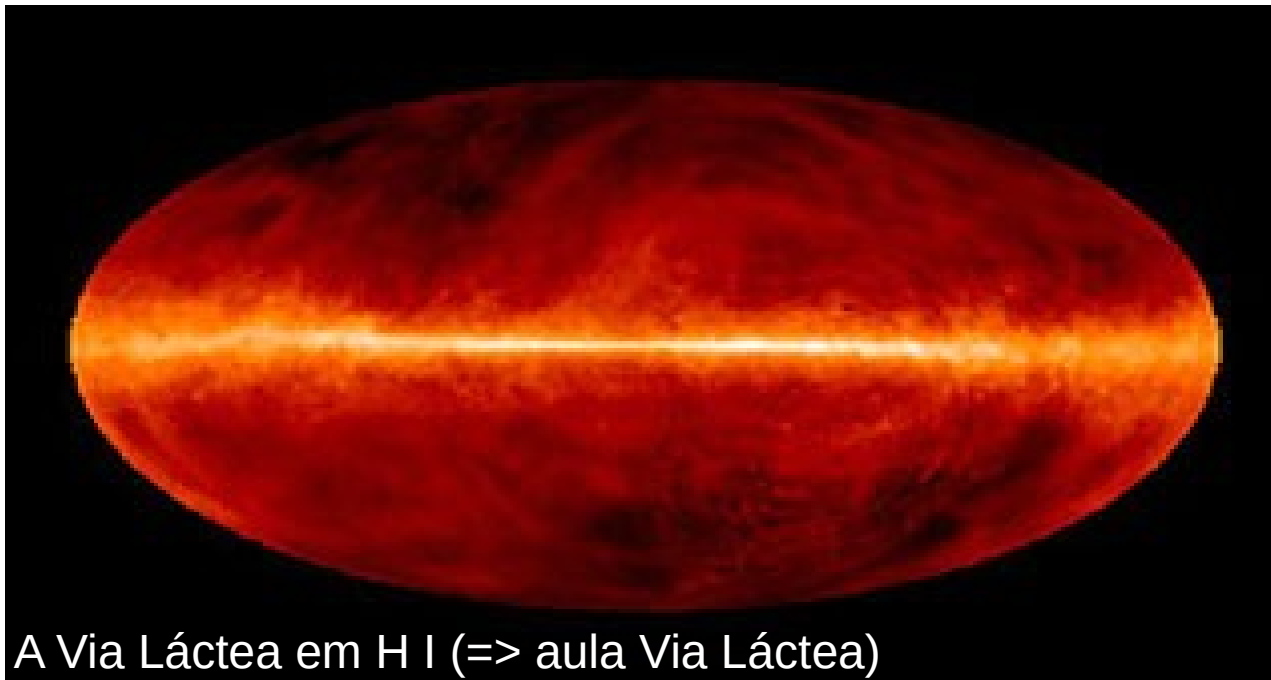
=> Só no **espaço**, em **nuvens difusas** de **H I**:

$T = 30 - 80 \text{ K}$, $\rho = 1 - 8 \cdot 10^8 \text{ part./m}^3$, $M = 1 - 100 M_{\odot}$.

O Meio Interestelar

O Hidrogênio Interestelar

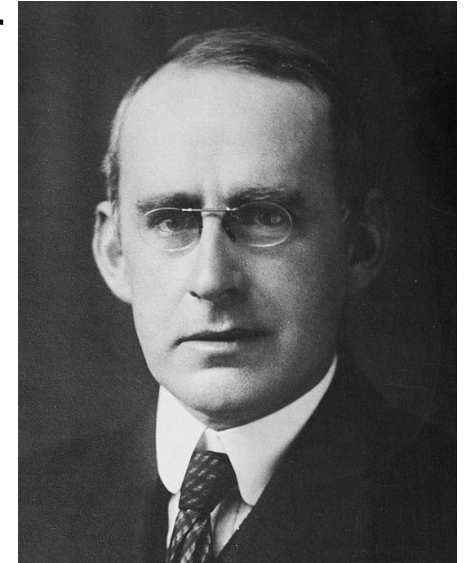
A linha de 21 cm pode ser usada para **mapear localização e densidade** do H I e medir **velocidades radiais** pelo **efeito Doppler** (=> aula Relatividade) e estimar **campos magnéticos** pelo **efeito Zeeman**.



A Via Láctea em H I (=> aula Via Láctea)

O Limite de Eddington

É a **luminosidade máxima** que pode ser gerada por material sendo **acretado** com simetria esférica por uma **massa** M . Se a massa irradia com luminosidade maior, a pressão desta radiação impede o material de cair em cima.



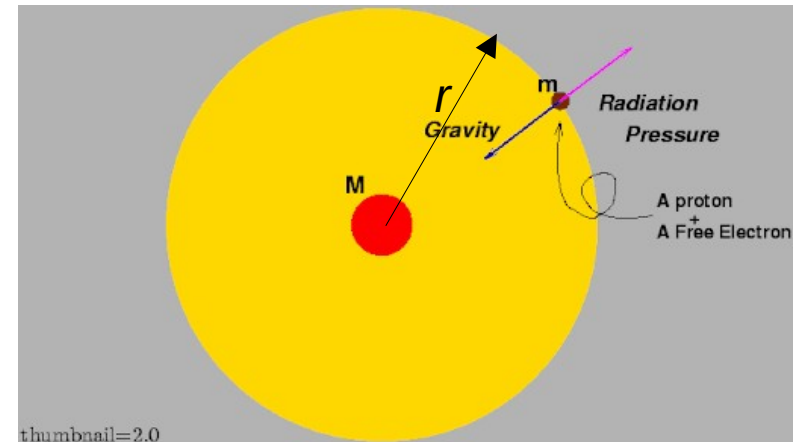
Arthur Stanley
Eddington
(1882-1944)

O Limite de Eddington

Considerando uma **partícula** com **massa** m e **seção transversal** de **Thomson** σ_T na distância r da massa M sendo acretado por esta, e equilibrando **gravitação** e **pressão** da **radiação** agindo na partícula:

$$\begin{aligned} GMm/r^2 &= dp_{\text{rad}}/dt = d(E_{\text{rad}}/c)/dt \\ &= 1/c \cdot F_{\text{rad}}\sigma_T = \sigma_T/c \cdot L_{\text{Ed}}/4\pi r^2 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow L_{\text{Ed}} = 4\pi GMmc/\sigma_T = 4\pi Gc/\bar{\kappa} \cdot M,$$



onde F_{rad} é o fluxo (potência por unidade de área) da radiação,
 $\bar{\kappa} = \sigma_T/m$ é a **opacidade** do **material acretado**,
no caso de hidrogênio: σ_T = seção transversal do elétron,
 $m = m_p$ = massa do próton

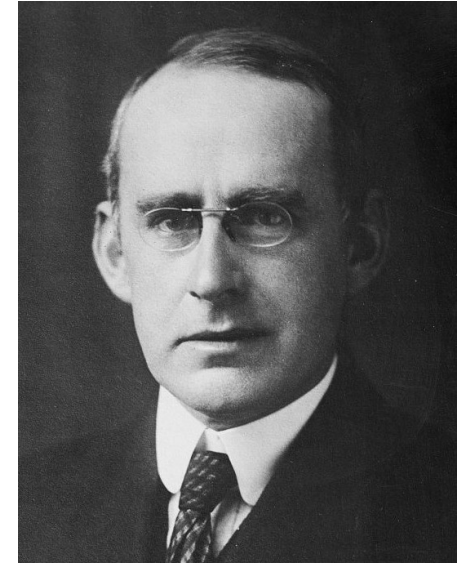
O Limite de Eddington

Luminosidades super-Eddington podem acontecer em sistemas sem simetria esférica (a radiação sai em outra direção que de onde vem o material acretado).

Mesmo assim, L_{Ed} é uma boa estimativa da luminosidade máxima possível por acreção.

O limite de Eddington tem importância em

- **estrelas** em **formação**
- **binárias** com **transferência** de **massa** (i.e. novas, erupções de raios γ , ...)
- **pulsações** de **estrelas variáveis**,
- Na física de **quasares**, ...



Arthur Stanley
Eddington
(1882-1944)

Estrelas

Uma **Estrela** é uma bola massiva e brilhante de **gás** (plasma) **quente**, a **fonte de energia** principal sendo a **fusão nuclear** (estável) no seu **interior**.

As propriedades de estrelas variam por muitas ordens de magnitudes:

- **Massas** de $0.072 M_{\odot}$ a $\sim 150 M_{\odot}$
- **Raios** de $\sim 0.12 R_{\odot}$ (um pouco maior que Júpiter)
a $\sim 1700 R_{\odot}$ ($1.2 \cdot 10^9$ km ou quase 8 AU)
- **Temperaturas** de 2000 K a 50 000 K
- **Luminosidades** de $\sim 10^5 L_{\odot}$ a $\sim 10^6 L_{\odot}$

=> Seria bom **botar ordem** para entendé-las.

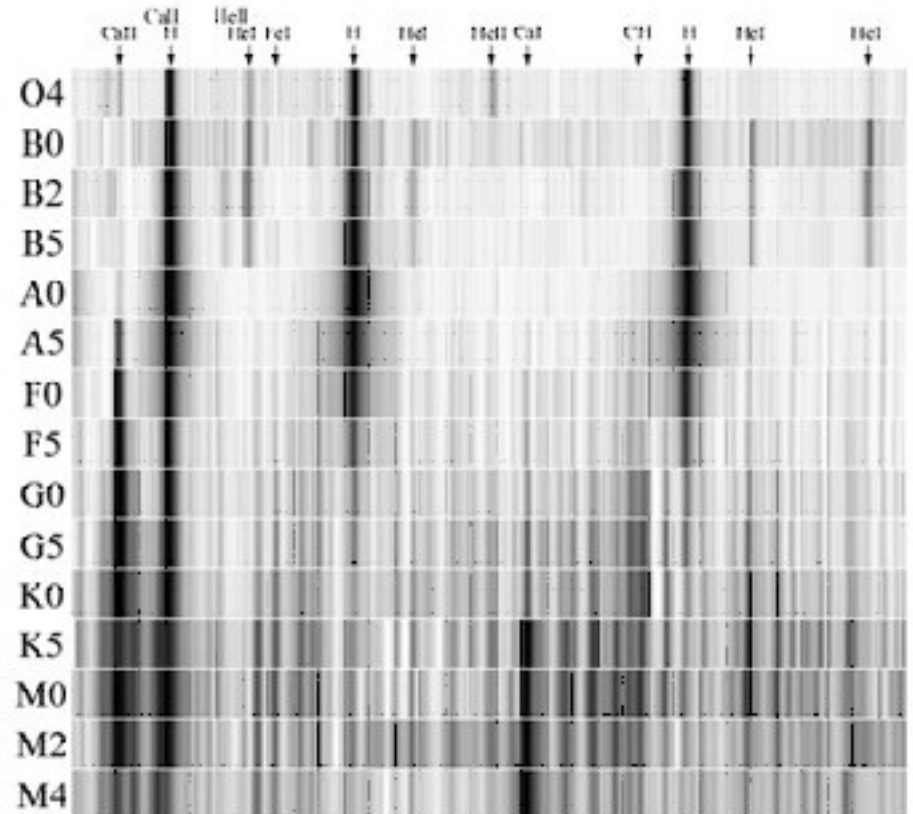
Tipos Espectrais de Estrelas

Nos anos 1890 em Harvard, Pickering e Fleming classificaram os **espectros** de **estrelas** de A a Q de acordo com as **intensidades** e **larguras** das **linhas** de absorção de **hidrogênio** (a série de Balmer).

Em 1901, Annie Jump Cannon colocou estas classes em uma ordem mais lógica, eliminou muitas, e subdividiu as que sobraram em subclasses decimais (i.e. A0 a A9):

O B A F G K M virou uma **sequência** em **temperatura**.

As estrelas no **começo** da sequência (O e B, as mais **quentes**) são, às vezes, chamadas **early-type**, "precoces", e as no **final**, **late-type**, "tardias".



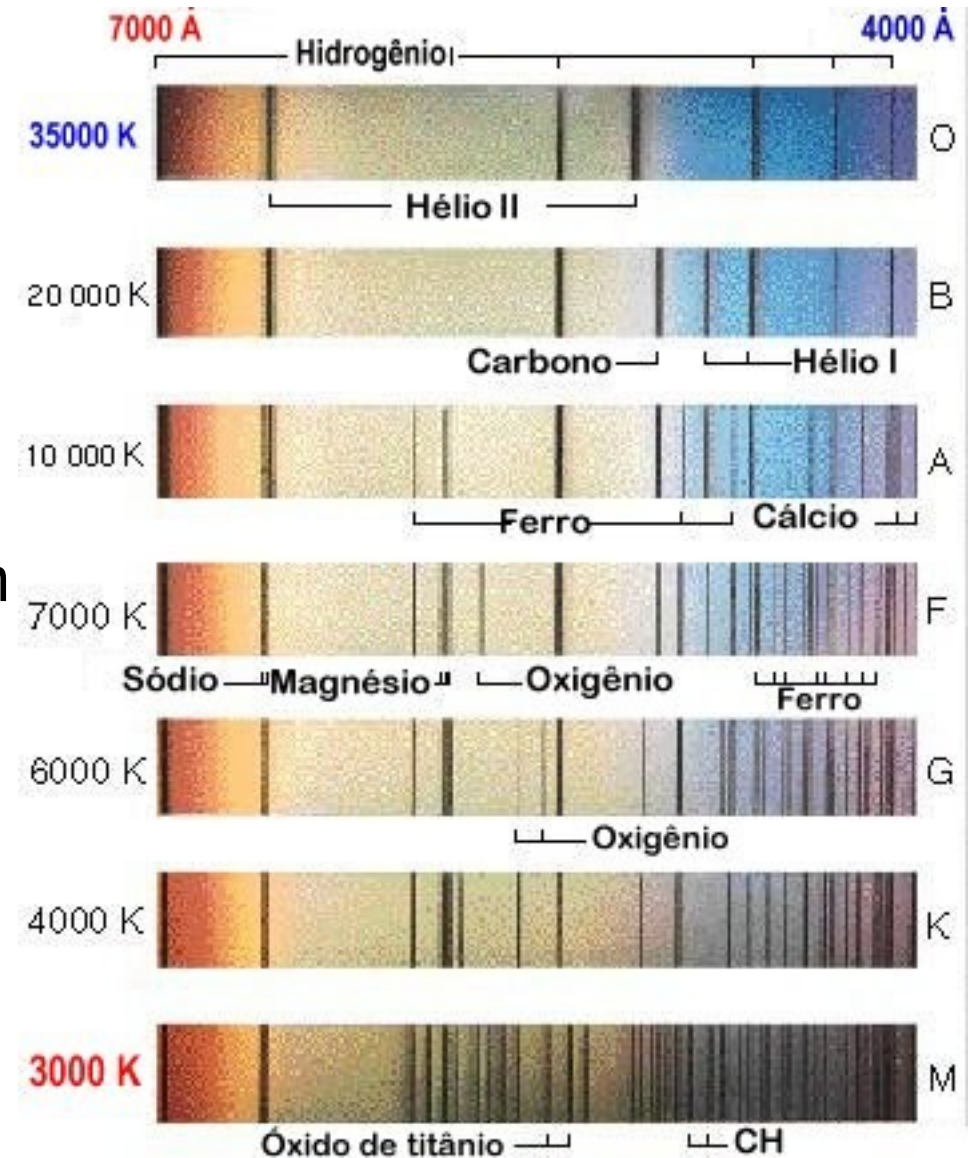
Tipos Espectrais de Estrelas

A sequência pode ser memorizada pela frase inglesa (e um pouco politicamente incorreta)

Oh, Be A Fine Girl / Kiss Me.

(Para quem prefere, o *Girl* pode ser substituído por *Guy*).

Mais recentemente, adicionaram as classes L e T para estrelas muito "frias" (< 2500 K) e Anãs Marrons, além da M (pouco usadas e não mostradas aqui). A frase mnemônica pode ser acrescentada por *Less Talk*.



Tipos Espectrais de Estrelas

Tipos de Estrelas, Segundo a Classificação de Havard					
Tipo	Temperatura	Cor da Estrela	Peso	Tamanho	Luminosidade
O	de 30.000°C a 60.000°C	Azul	64 M	16 R	1.400.000 L
B	de 10.000°C a 30.000°C	Azul-Claro	18 M	7 R	20.000 L
A	de 7.500°C a 10.000°C	Branco	3,1 M	2,1 R	40 L
F	de 6.000°C a 7.500°C	Amarelo-Claro	1,7 M	1,4 R	6 L
G	de 5.000°C a 6.000°C	Amarelo *	1,1 M	1,1 R	1,2 L
K	de 3.500°C a 5.000°C	Laranja	0,8 M	0,9 R	0,4 L
M	de 2.000°C a 3.500°C	Vermelho	0,4 M	0,5 R	0,04 L



As limites em temperatura, massa, etc. podem variar, dependendo da fonte.
 *O **Sol** é tipo **G2** neste esquema.

O Diagrama de Hertzsprung-Russell

Lembrete da última aula:
O **Diagrama Hertzsprung-Russell (HR)** é uma **ferramenta** muito usada na área da **evolução estelar**.

Conhecendo as **temperatura** de superfície e **luminosidade** de uma **estrela**, podemos posicioná-la no diagrama.
=> **cada ponto** representa **uma** estrela.

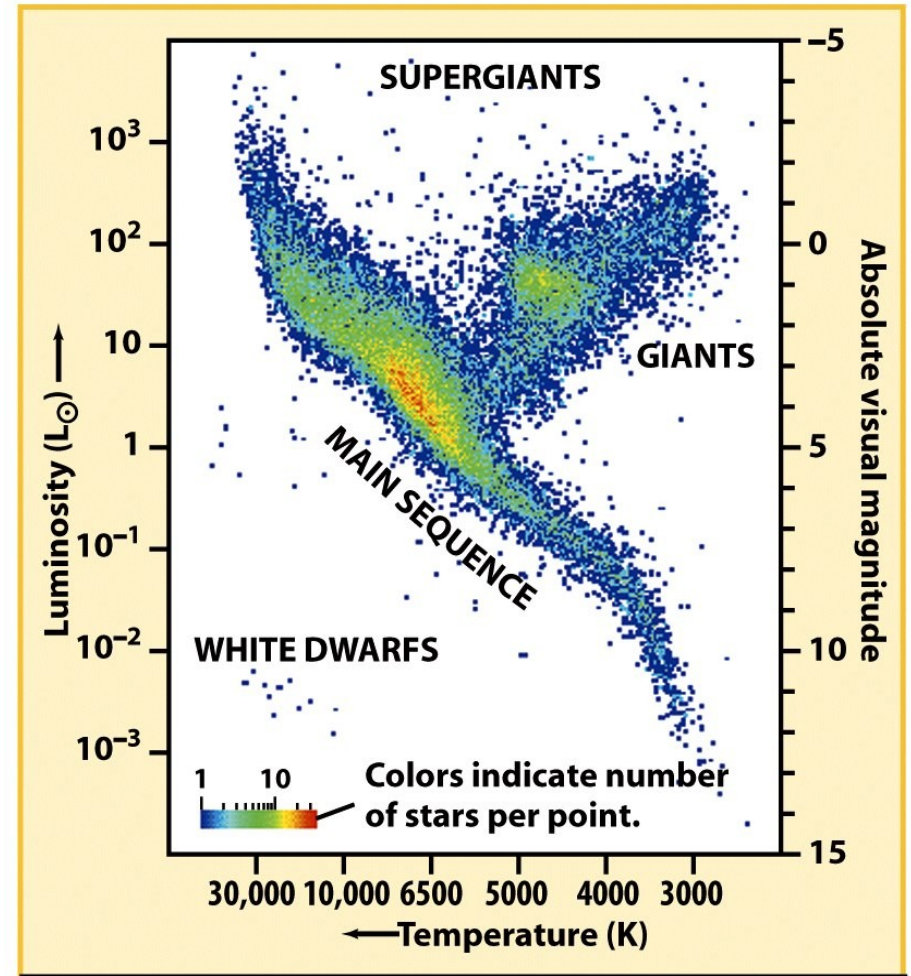


Diagrama HR das estrelas na vizinhança solar

Às vezes, se usa as classes espectrais O B A F G K M para rotular o eixo x, já que estas são correlacionadas com a temperatura.

O Diagrama de Hertzsprung-Russell

Porém, **temperatura** e **luminosidade** de uma estrela **não** são diretamente **observáveis**.

Como conseguir o diagrama Hertzsprung-Russell de um determinado conjunto de estrelas (a vizinhança solar, um aglomerado estelar, ...), então?

3ª aula:

- A **magnitude absoluta** em alguma banda, p. e. M_V , é uma medida para a **luminosidade** (se teria que aplicar a correção bolométrica, mas esta normalmente é pequena).

- Uma **cor**, p. e. $B - V$ é uma medida para a **temperatura**.

=> **Medir** as **magnitudes** das **estrelas** em **duas bandas**, p. e. m_B e m_V , e determinar o **módulo de distância**, $m - M$, por exemplo por paralaxe (no caso da vizinhança solar)

=> $M_V = m_V - (m - M)$, $B - V = m_B - m_V$

O Diagrama de Hertzsprung-Russell

Assim se cria o **Diagrama Cor-Magnitude** (CMD), também chamado **Diagrama Hertzsprung-Russell Observacional**, que, então, é uma “**tradução**” do **diagrama HR** para **grandezas observacionais**, e pode ser traduzido de volta **calibrando** as **relações** $M_V \Rightarrow L$ e $B - V \Rightarrow T$ usando estrelas de luminosidades e temperaturas conhecidas.

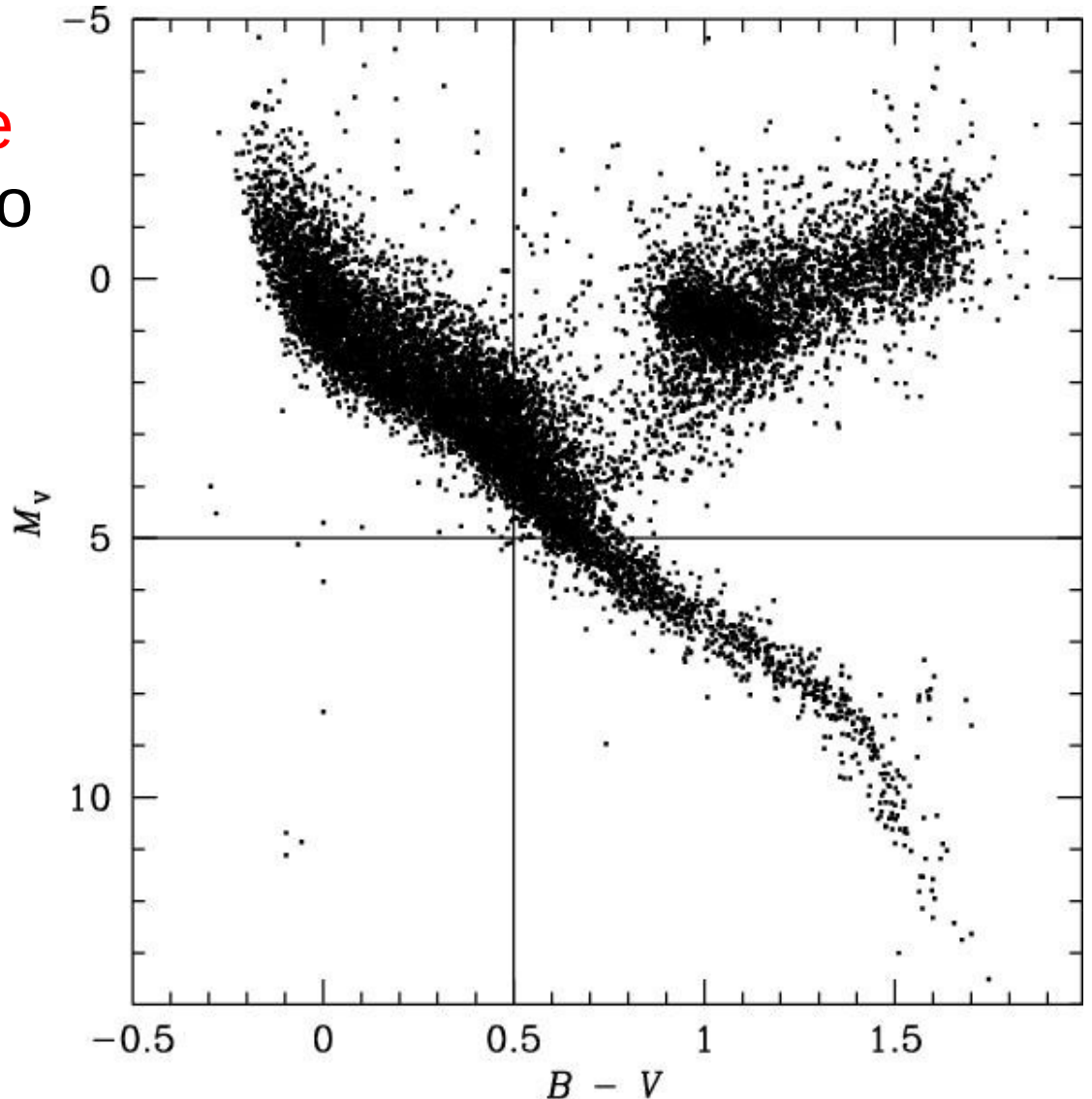
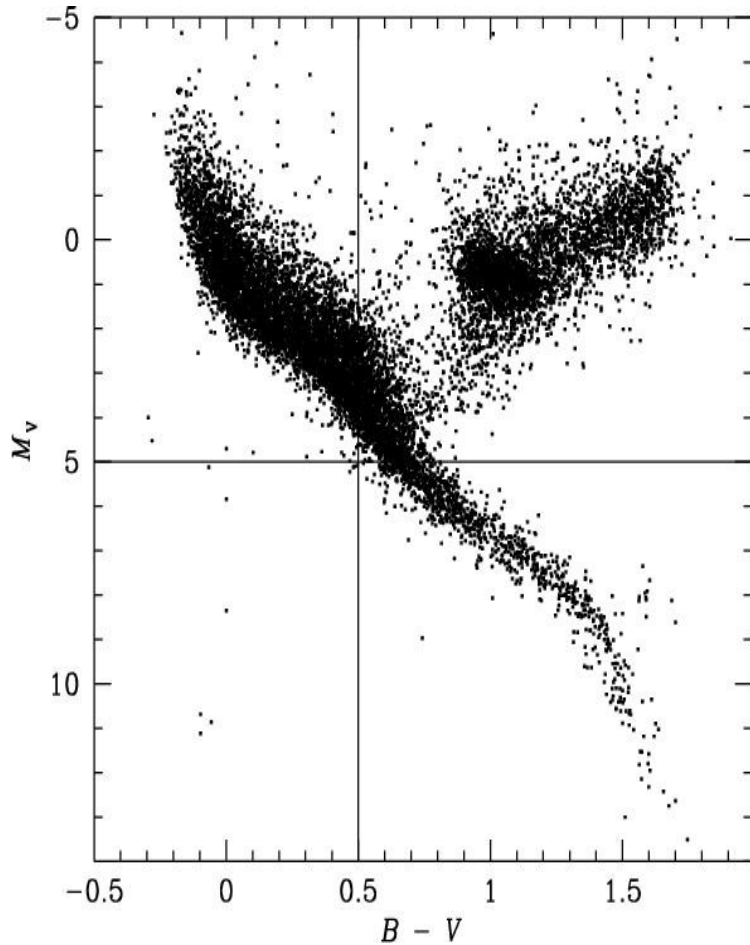


Diagrama cor-magnitude das estrelas na vizinhança solar

O Diagrama de Hertzsprung-Russell



CMD da vizinhança solar

⇒

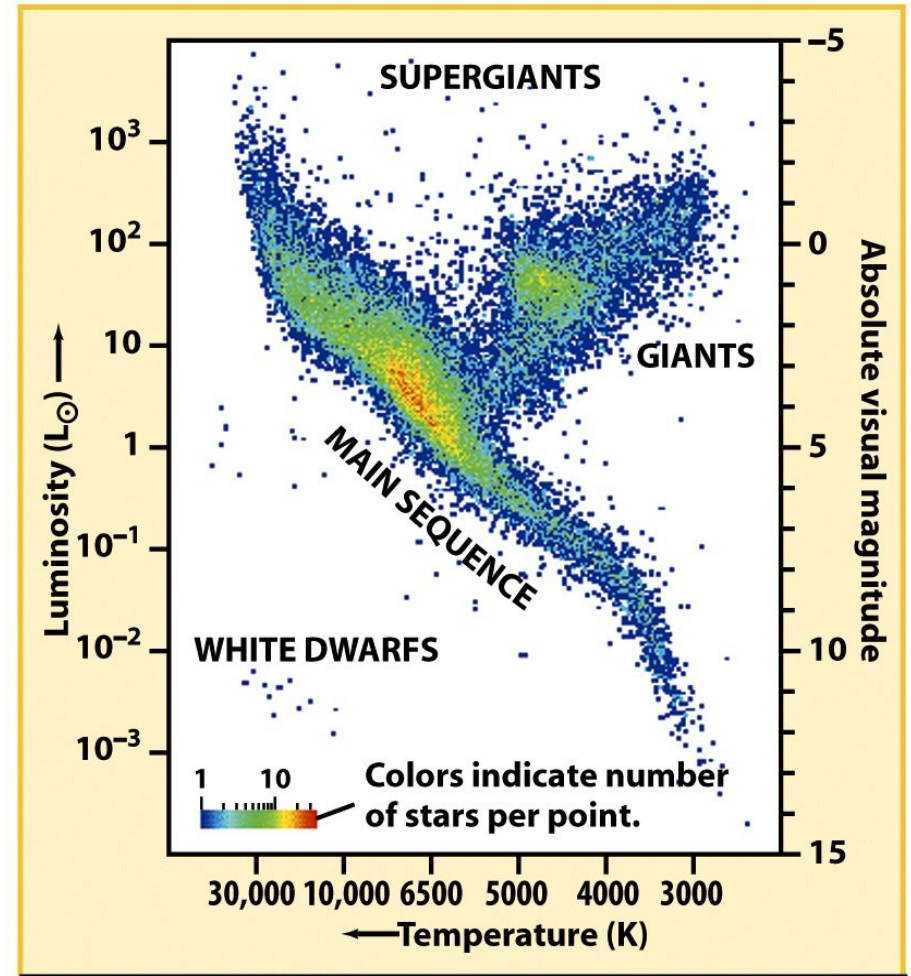
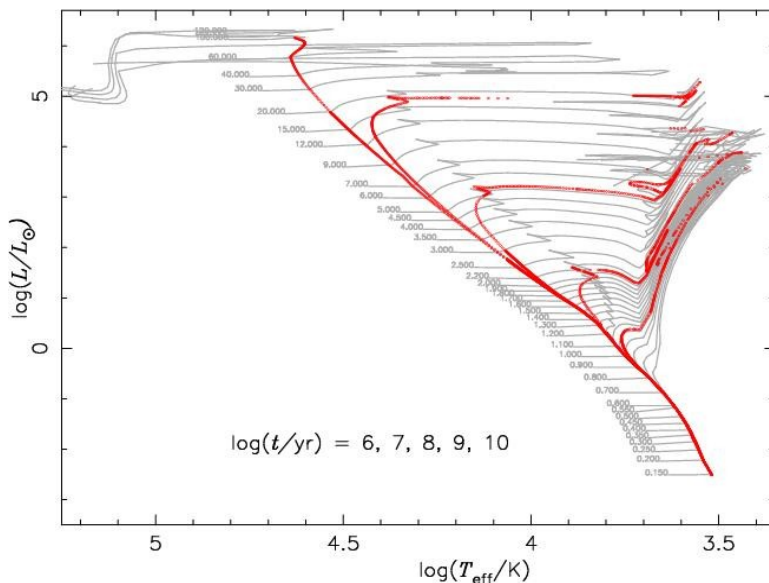


Diagrama HR da vizinhança solar

O Diagrama de Hertzsprung-Russell

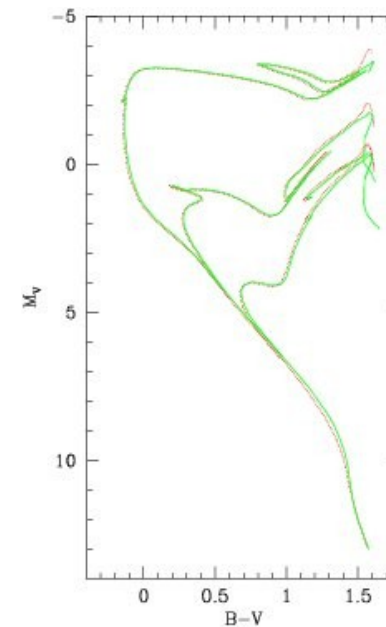
Na prática, é comum trabalhar diretamente no **diagrama cor-magnitude** para **comparar dados empíricos** com **modelos**.

Em lugar de tentar traduzir magnitudes e cores em luminosidades e temperaturas, pode-se transformar as **luminosidades** e **temperaturas** dos **modelos** em **magnitudes** e **cores teóricas**, combinando os modelos estelares com modelos que prevêem os espectros de estrelas com dada luminosidade e temperatura.



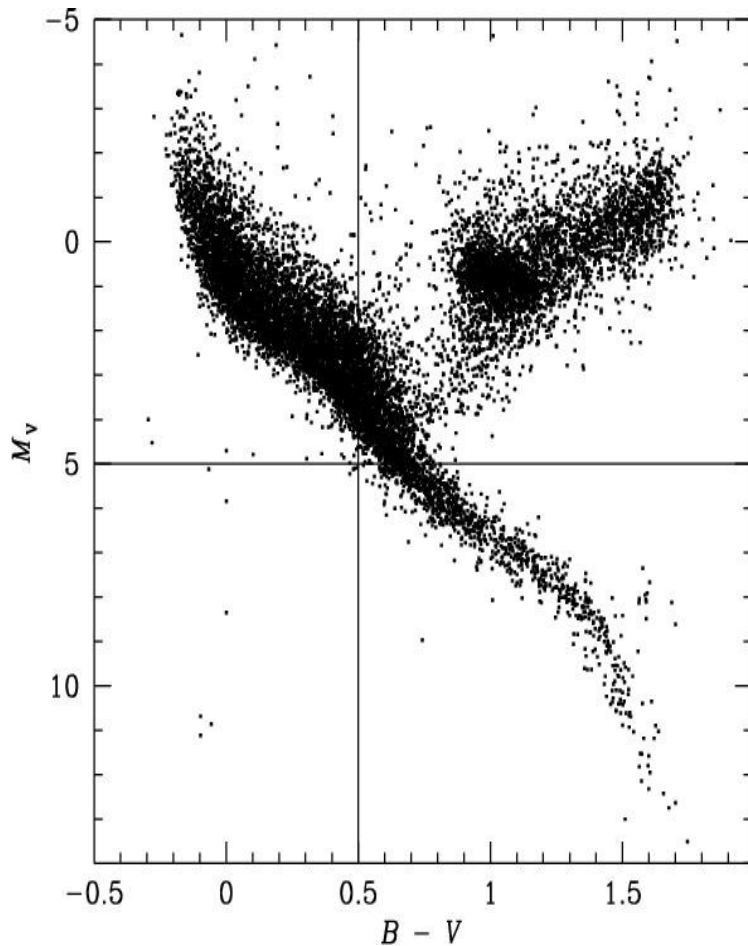
Modelos evolutivos de estrelas

=>
Modelos espectrais



magnitudes
e cores
previstas
pelos
modelos

O Diagrama de Hertzsprung-Russell



CMD da vizinhança solar

Os diferentes **ramos** visíveis no diagrama correspondem a diferentes **fases evolutivas** das **estrelas**. O ramo que se estende da esquerda superior até a direita inferior corresponde à primeira fase, chamada **Sequência Principal (SP)**. As estrelas passam de 80% a 90% das suas vidas nesta fase. Em consequência, a maior parte das estrelas observadas estão neste ramo. As estrelas na parte **superior** da **SP** são as de **maior massa**, e têm **vidas** mais **curtas** que as na parte inferior.

O Diagrama de Hertzsprung-Russell

A **posição** de uma estrela no **diagrama HR** também nos dá o seu **tamanho/raio**, já que, pela Lei de Stefan-Boltzmann

$$R = \sqrt{A/4\pi} = \sqrt{L/4\pi\sigma \cdot T^{-2}}$$

No canto superior-direito, as estrelas têm o maior tamanho.

=> $R = \text{const.}$ para
 $L \text{ prop. } T^4$

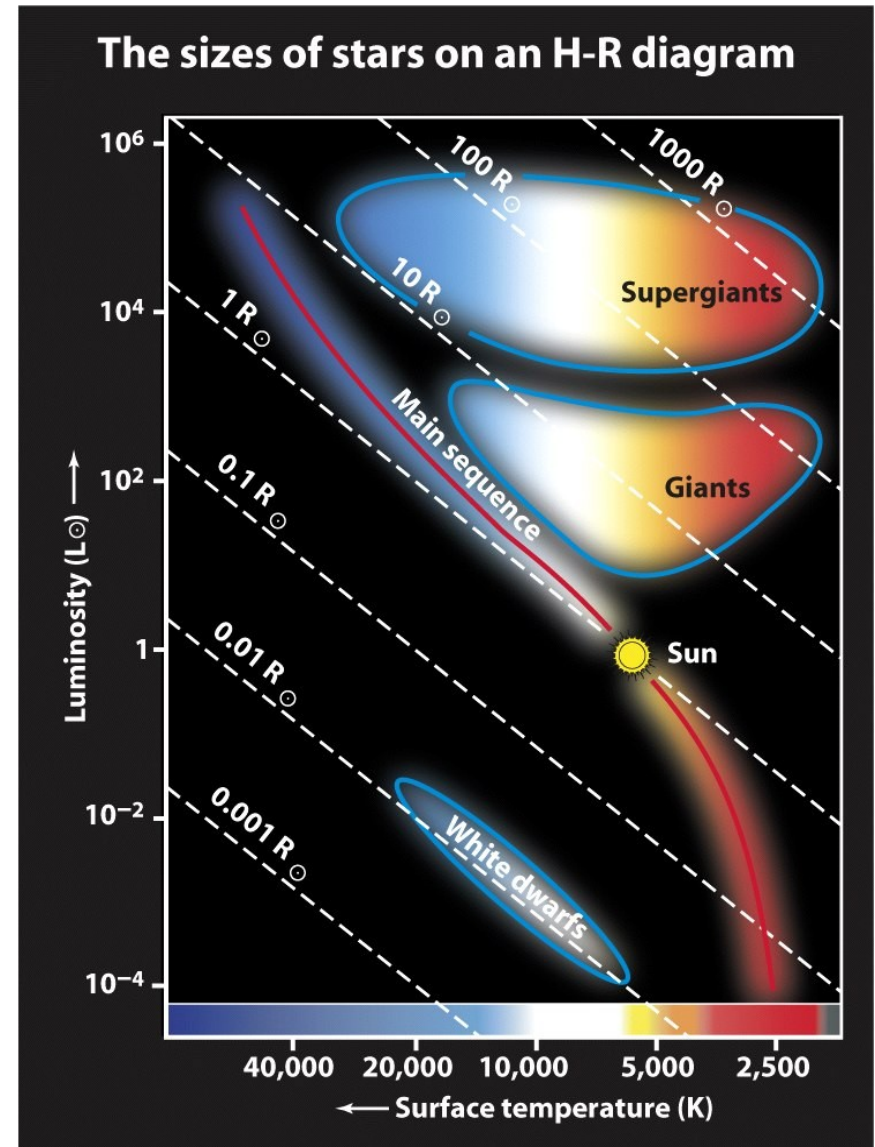


Figure 17-15b
Universe, Eighth Edition
© 2008 W. H. Freeman and Company

Aglomerados Estelares

São conjuntos de estrelas **formadas juntas** no **colapso** de uma **nuvem de gás**, que se fragmentou.

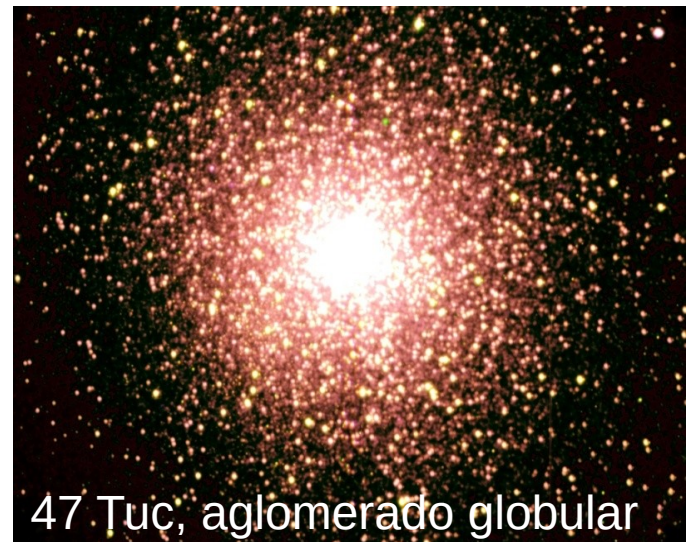
Por isto, todas as estrelas têm a **mesma idade** e a **mesma composição química**.

Na **Via Láctea**, distinguimos entre dois tipos, os

Aglomerados Abertos (\leq algumas milhares de estrelas, forma irregular) e **Aglomerados Globulares** (\sim algumas 100 000 estrelas, forma esférica).



Pleiades, aglomerado aberto

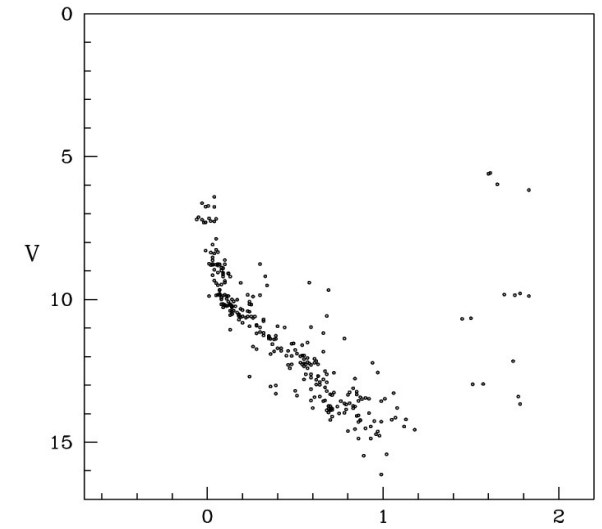


47 Tuc, aglomerado globular

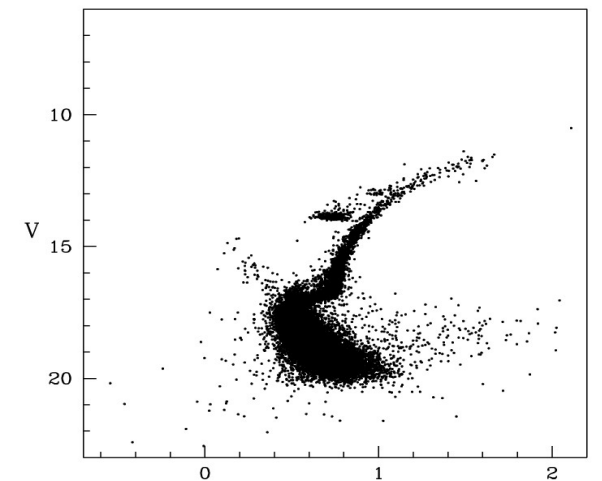
Aglomerados Estelares

O **diagrama Hertzsprung-Russell**, resp. o **diagrama cor-magnitude** de um **aglomerado** pode nos dar informação sobre a **idade** e, a segunda vista, sobre a **composição química** do aglomerado, e proporcionar testes à teoria de evolução estelar, já que:

- Estrelas de **massas diferentes** entram na **Sequência Principal** em **locais** e **tempos diferentes** (mas todas têm ~as mesmas idade e composição).
- Estrelas de **massas diferentes evoluem** em escalas de **tempo diferentes**.



CMD dos Pleiades

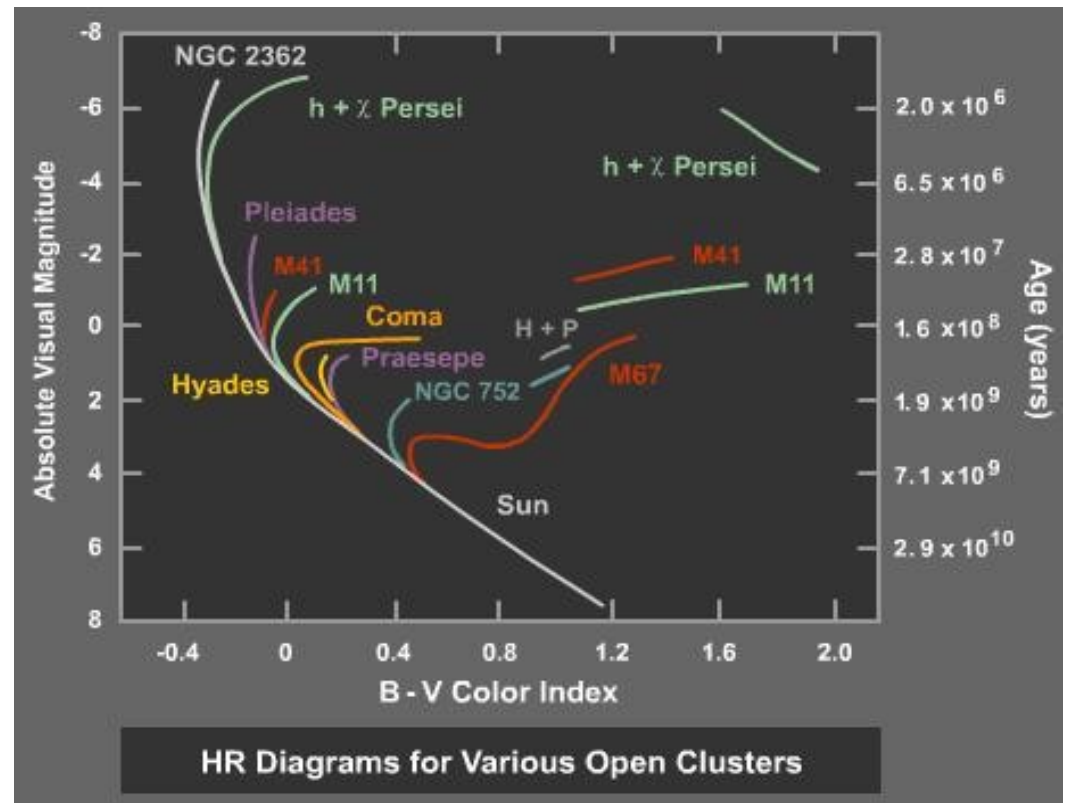


CMD de 47 Tuc

Aglomerados Estelares

Determinação das Propriedades de um Aglomerado

Uma vez determinada a distância e construído o CMD absoluto deslocando o CMD aparente pelo módulo de distância, podemos **estimar a idade** do aglomerado pela **localização** do ponto de *turn-off*.



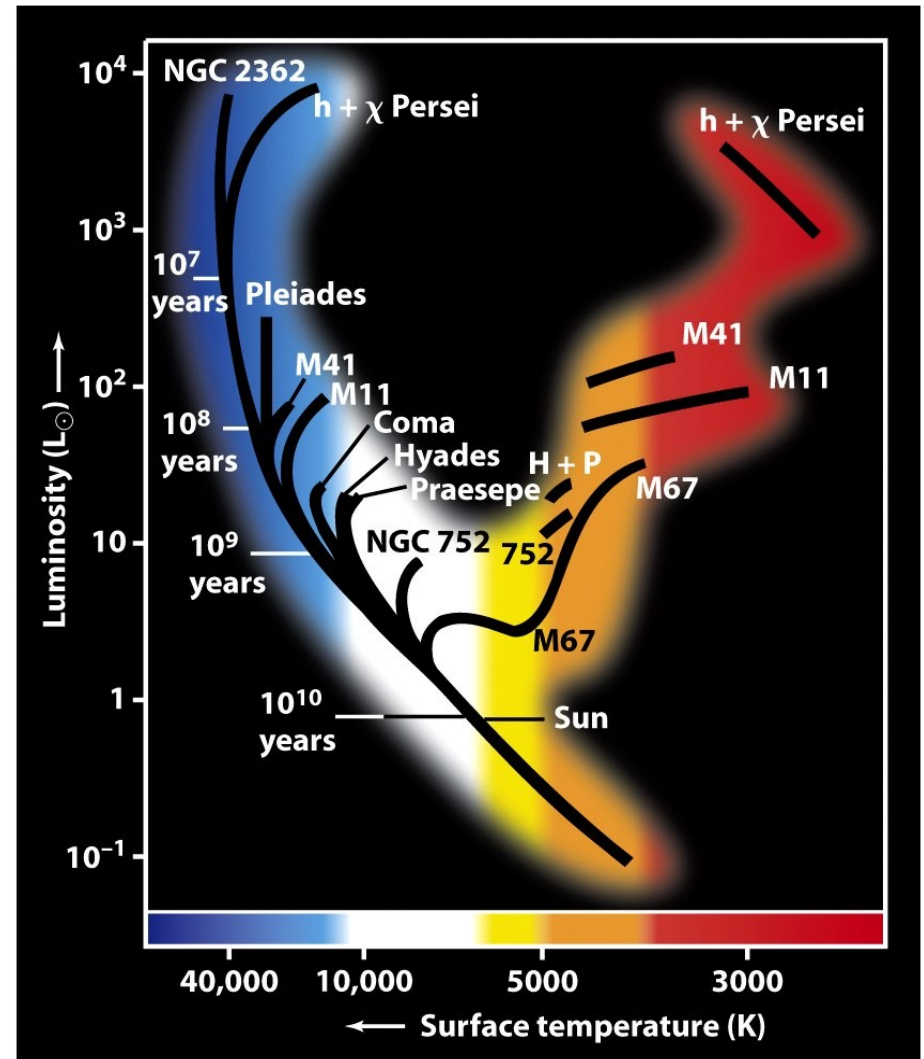
=> **Determinamos as distâncias, idades e composições químicas de aglomerados estelares.**

Aglomerados Estelares

Determinação das Propriedades de um Aglomerado

Aglomerados Estelares
nos forneceram:

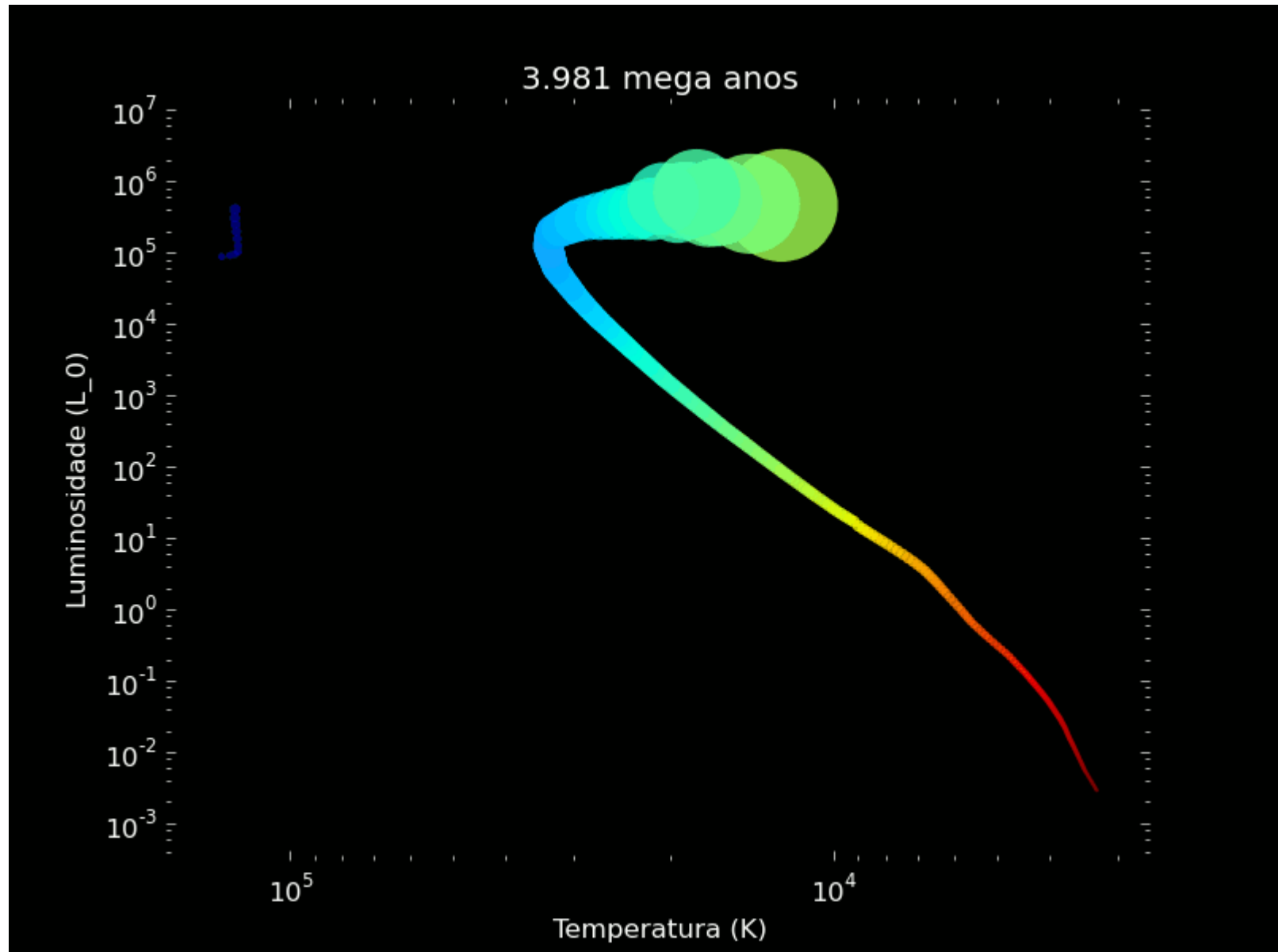
- **Idades** de **estrelas**
- A **idade** da **Via Láctea**
- **Idades** de outras **galáxias** com aglomerados observáveis
- Um **limite mínimo** para a **idade** do **Universo**.



Mesma coisa no diagrama HR teórico

Aglomerados Estelares

Animação da evolução do diagrama HR de um aglomerado estelar pelo aluno da UFABC **Arthur Julião** num projeto dirigido.



Aglomerados Estelares

Resultado Principal

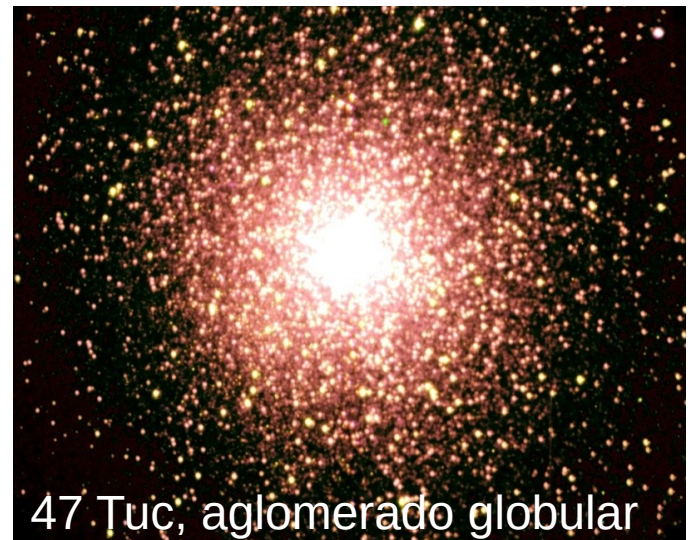
Na **Via Láctea**,

- **aglomerados abertos** são **jovens** e **ricos** em **elementos pesados** (mais pesados que He, chamados "metais" na língua dos astrônomos), e
- **aglomerados globulares** são **velhos** e (na maioria) **pobres** em "metais".

Isto pode ser explicado pelo fato, que com o **tempo**, o **meio interestelar** é **enriquecido** de "metais" (formados em estrelas). => Aglomerados formados mais recentemente incorporaram mais elementos pesados.



Pleiades, aglomerado aberto



47 Tuc, aglomerado globular

Estrelas Binárias

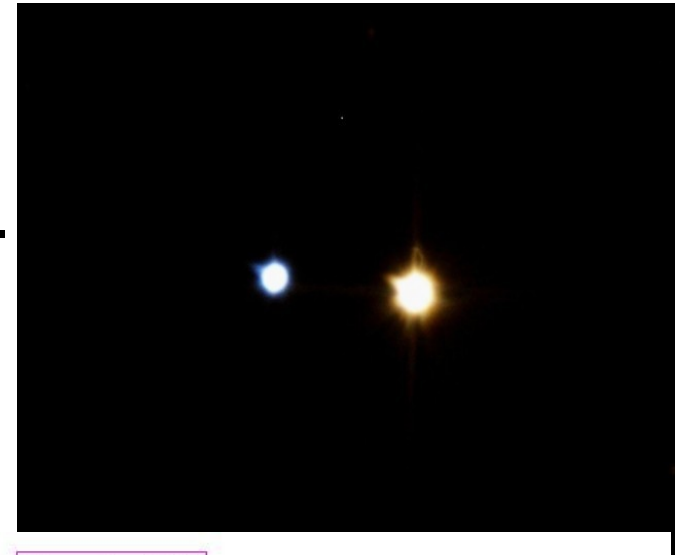
São estrelas que ocorrem em **pares gravitacionalmente ligados**, girando em torno do **centro de massa** comum.

Binárias são muito **frequentes**, tanto que uma frase famosa entre astrônomos é "Três em cada duas estrelas é uma binária".

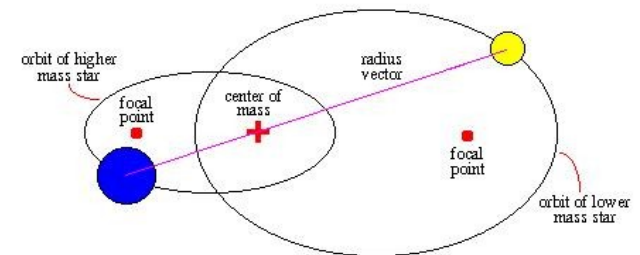
Exercício: Se esta frase for verdade (e não houver sistemas de mais de duas estrelas),

qual a razão estrelas isoladas : binárias?

Existem sistemas de mais de duas estrelas também, que não vamos tratar.



Binary Star Orbit



Estrelas Binárias

Como detectá-las?

A **observação direta** é muitas vezes **difícil**, por que as duas estrelas **não** podem ser **resolvidas** e/ou uma brilha **muito mais fracamente** que a outra.

Também há o perigo de confusão com **duplos óticos** (coincidência de duas estrelas independentes na mesma direção no céu).



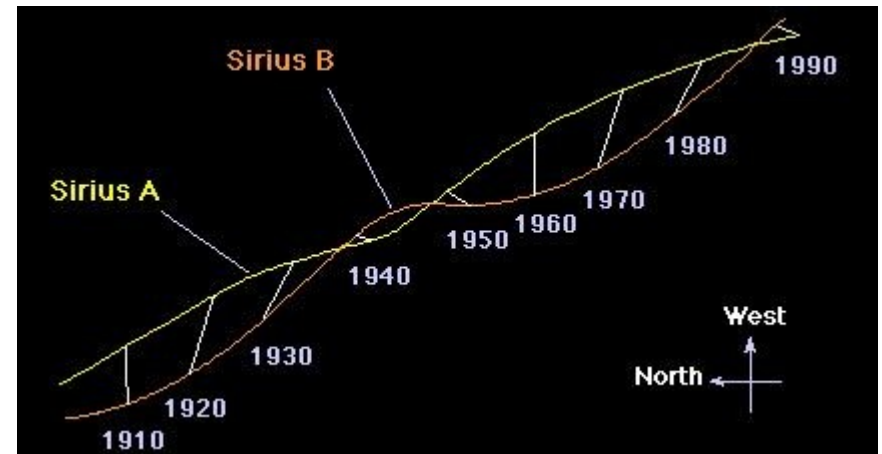
Estrelas Binárias

Pelo **movimento próprio** (o movimento aparente no céu) também é **difícil**, já que este normalmente é **muito pequeno** e **lento**.

Exemplo:

A separação angular entre Sirius A e B varia entre 3" e 11", e o período orbital é da ordem de 50 anos.

Quando dá, até se vemos só uma das estrelas (caso de Sirius A na descoberta de Sirius B), os detalhes da(s) **órbita(s) no céu** (período, separação angular, etc.) ajudam para calcular as **massas** e **órbitas** das duas estrelas.



movimento próprio de Sirius A e B

Estrelas Binárias

Pelo **movimento radial** (na direção da linha de visada) aproveitando o **efeito Doppler** atuando n(as linhas d)os **espectros** das duas estrelas.

Quanto mais **paralelo** é o **plano orbital** em relação à **linha de visada** (quanto mais "edge-on" é o plano orbital), tanto melhor.

Se ele é **perpendicular** à **linha de visada** ("face-on"), não dá pra observar o efeito Doppler.

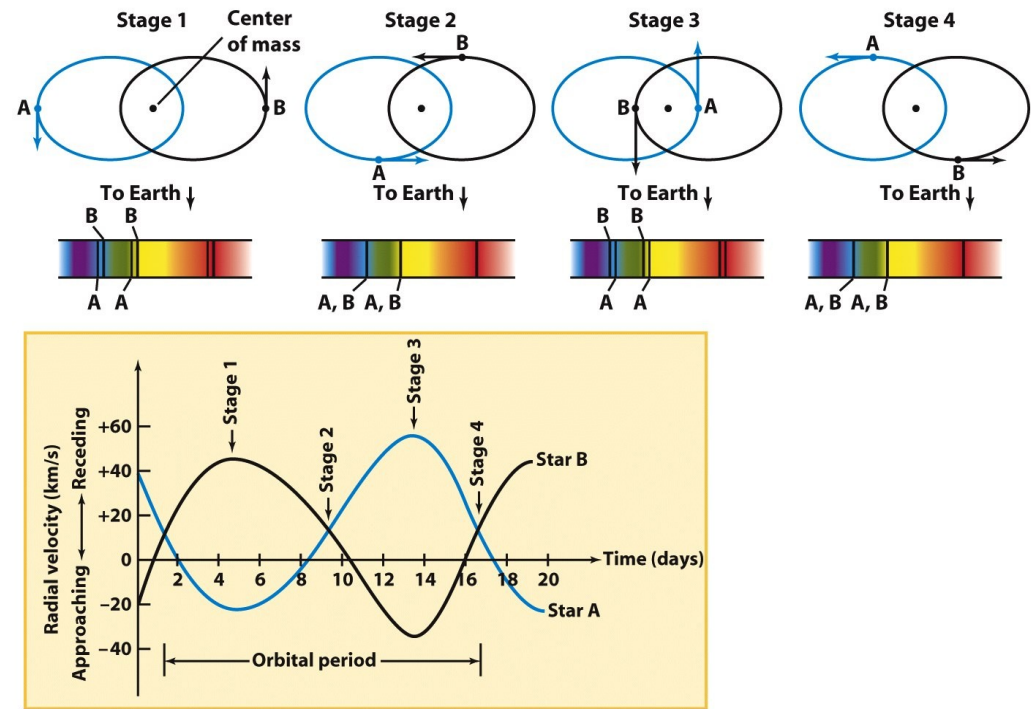
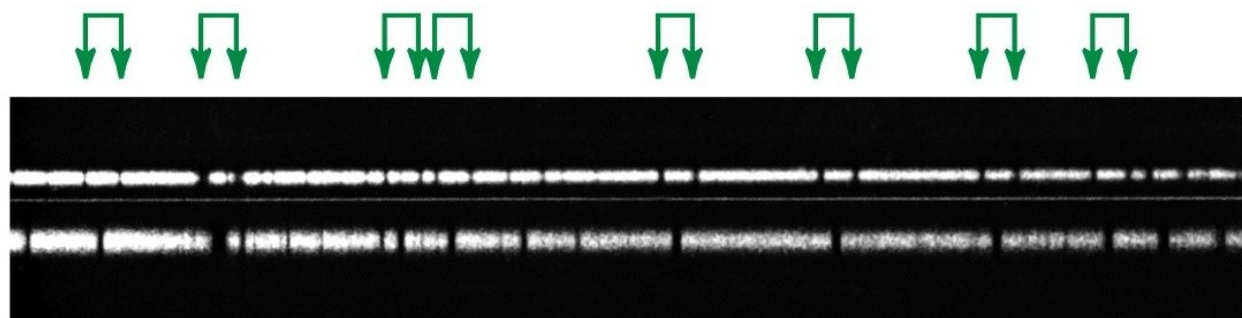


Figure 17-22
Universe, Eighth Edition
© 2008 W. H. Freeman and Company

Estrelas Binárias

Numa **binária não-resolvida** vemos **linhas duplas** no espectro composto.



A **variação no tempo** das **velocidades radiais** nos dá **limites inferiores** para as **massas** das estrelas.

Espectro de uma binária em dois momentos diferentes

Conhecendo a **inclinação** do plano orbital dá pra encontrar as **massas**.

Estrelas Binárias

Quando o sistema binário é exatamente *edge-on* (a linha de visada coincide com o plano orbital) temos uma *binária eclipsante*, e podemos usar o efeito Doppler para calcular as *massas* das estrelas.

Além disso, a *curva de luz* do sistema dá dicas sobre os *tamanhos*.

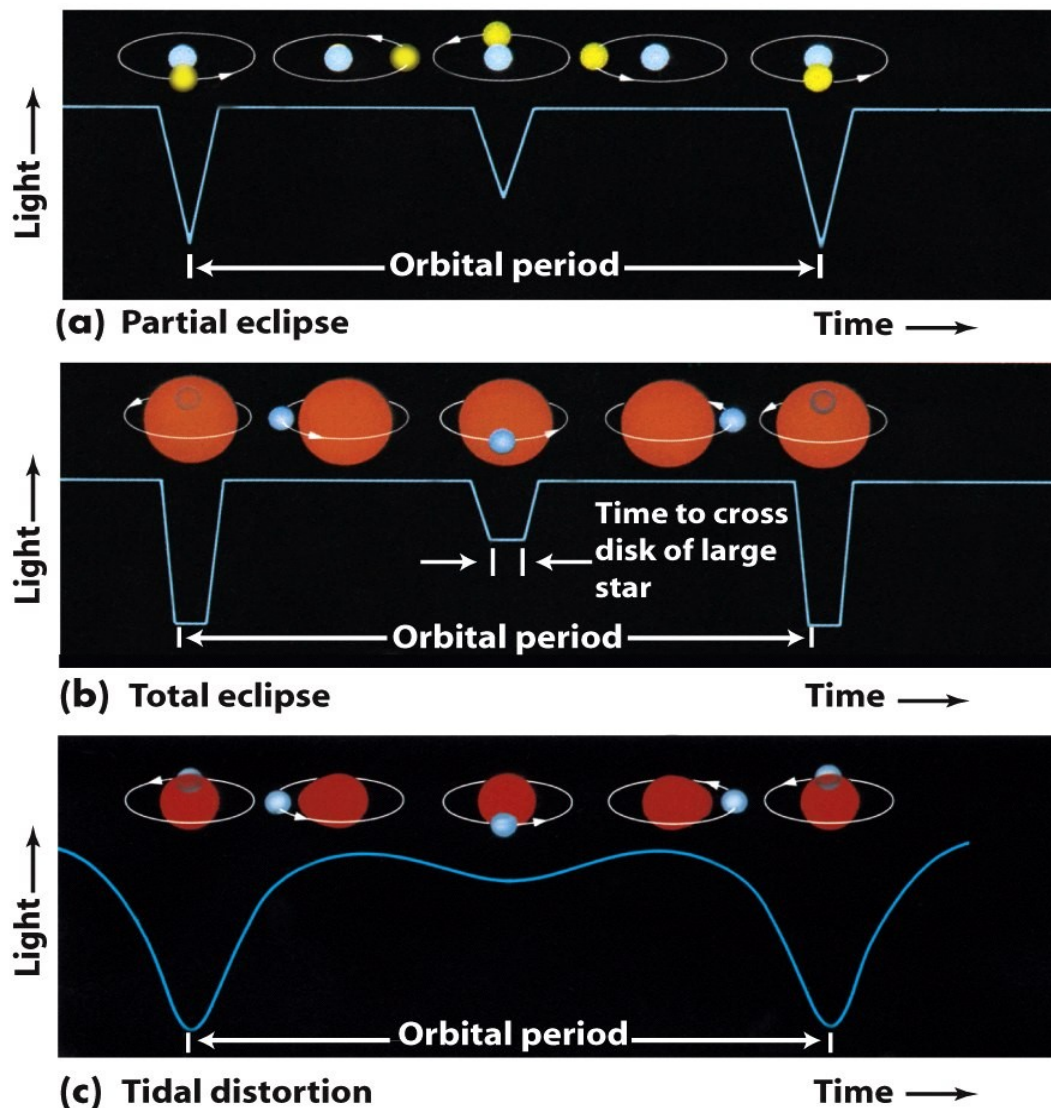
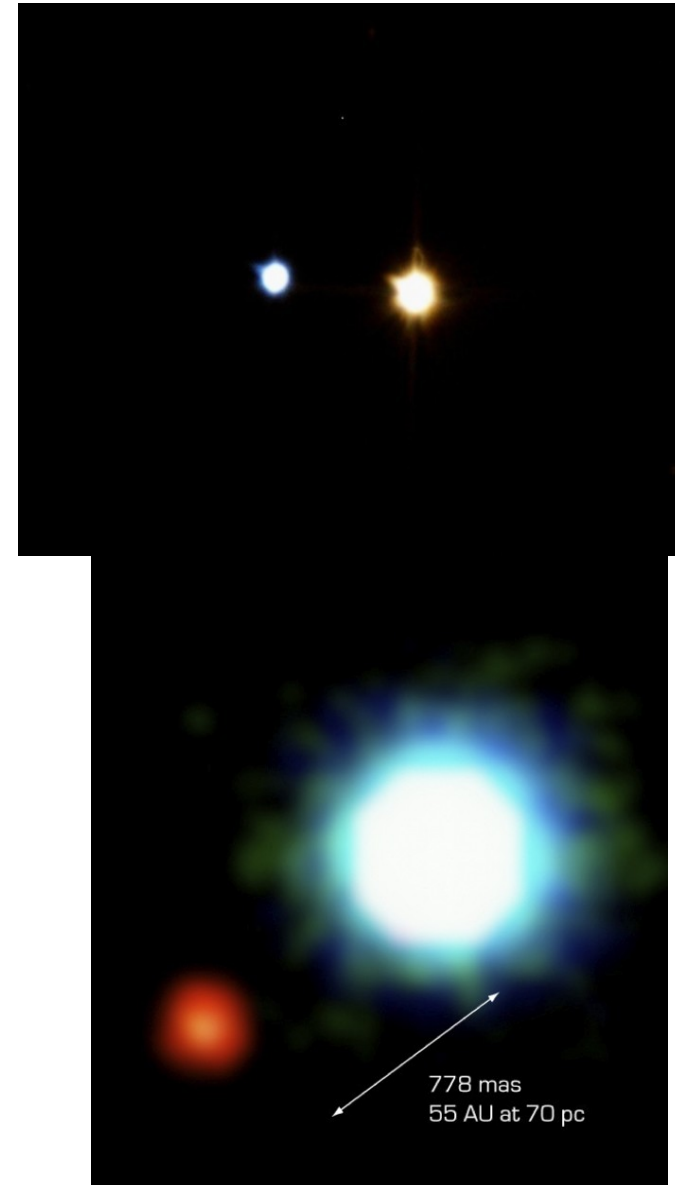


Figure 17-24
Universe, Eighth Edition
© 2008 W. H. Freeman and Company

Estrelas Binárias

Às vezes, **métodos** de determinação da massas/órbitas podem ser **combinados**.

Os mesmos métodos também são usados para detectar **exoplanetas**, planetas fora do Sistema Solar.



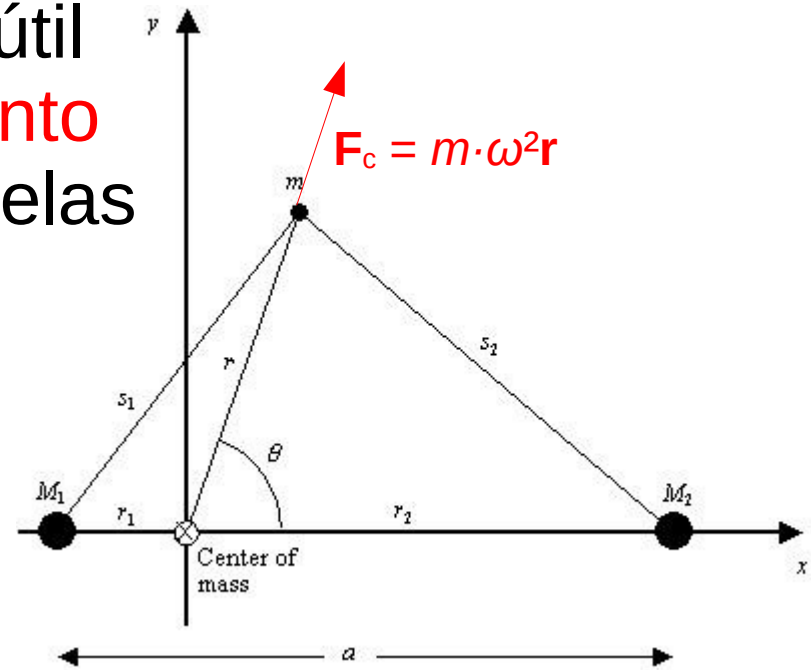
Estrelas Binárias

Tratando de Binárias pode ser útil usar **coordenadas** que **giram junto** com as estrelas, tal que as estrelas ficam paradas neste sistema.

! Não é um sistema inercial !

A **energia potencial** de uma massa de teste m ganha um termo extra U_c , devido à "força centrífuga" \mathbf{F}_c (na verdade uma força de inércia ou pseudoforça): $U_c = -\int \mathbf{F}_c \cdot d\mathbf{r} = -\frac{1}{2} \cdot m \cdot \omega^2 r^2$

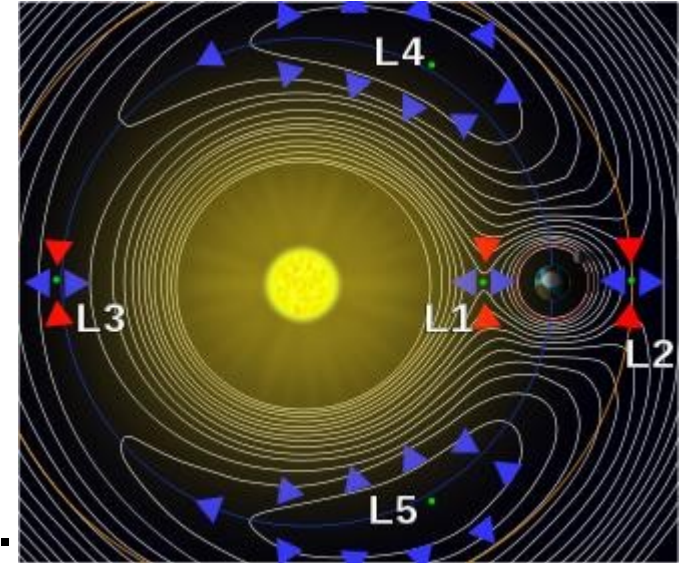
=> Energia Potencial de m : $U = -G(M_1 m/s_1 + M_2 m/s_2) - \frac{1}{2} \cdot m \cdot \omega^2 r^2$
e seu potencial $\Phi = U/m = -G(M_1/s_1 + M_2/s_2) - \frac{1}{2} \cdot \omega^2 r^2$



Pontos Lagrangianos

Os pontos, naqueles $\text{grad}(\Phi) = 0$ são chamados **pontos lagrangianos**.

São pontos de **equilíbrio**, q. d. uma massa pequena encontrando-se em um destes pontos (e girando junto com o sistema binário) **permanece** lá.

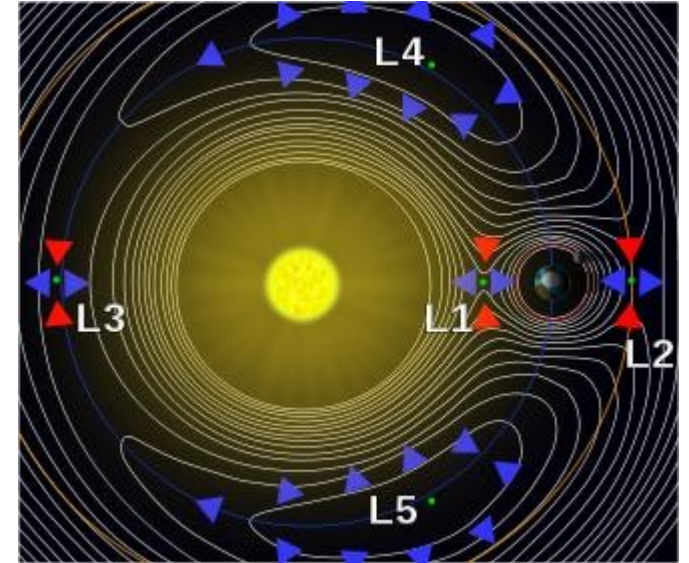


Em outras palavras: Os pontos lagrangianos são posições nas quais a **força gravitacional** exercida pelas **duas massas** M_1 e M_2 sobre uma pequena massa m **igual** a **força centrípeta** necessária para que m se mova **com o sistema**.

Pontos Lagrangianos

São **cinco** pontos, todos no **plano orbital** das estrelas:

L_1 , L_2 e L_3 no eixo M_1 - M_2 ,
em todos os três a massa fica em **equilíbrio instável**, e
 L_4 e L_5 , onde o equilíbrio é **estável**.

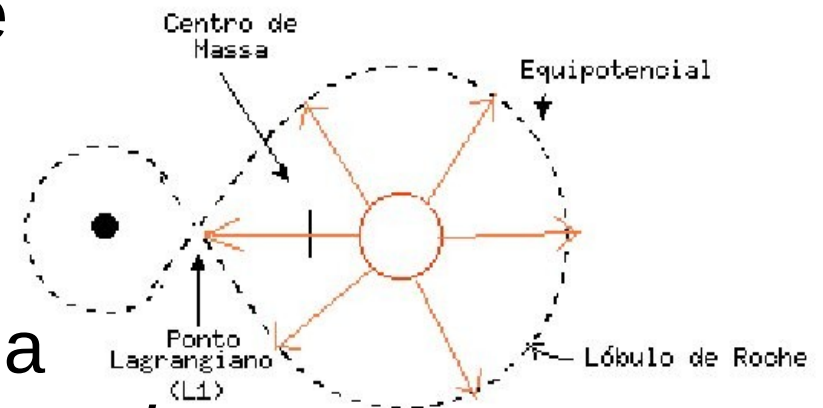
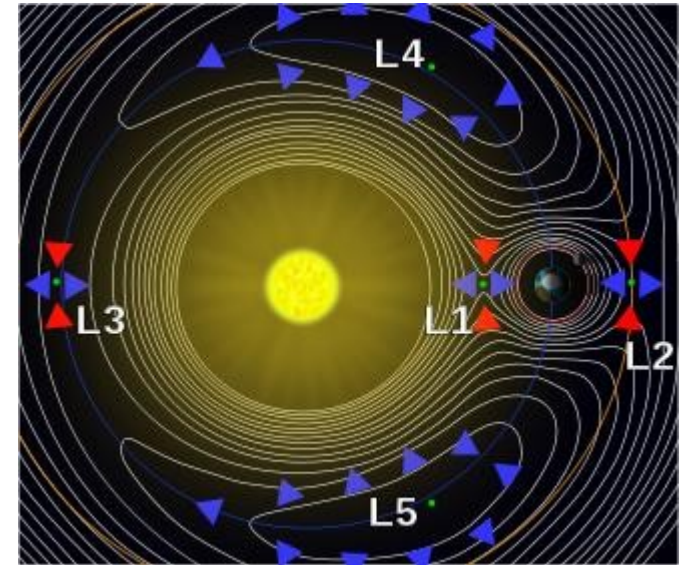


Exemplos: Os Asteróides Troianos se encontram nos pontos L_4 e L_5 do sistema Sol-Júpiter;
O telescópio espacial *James Webb Space Telescope* (JWST) está operando em L_2 do sistema Sol-Terra.

Pontos Lagrangianos

O fato de que L_1 é um ponto de **equilíbrio instável** quer dizer, que uma **pequena perturbação** numa massa encontrando-se lá, faz esta "**cair**" rumo M_1 ou rumo M_2 .

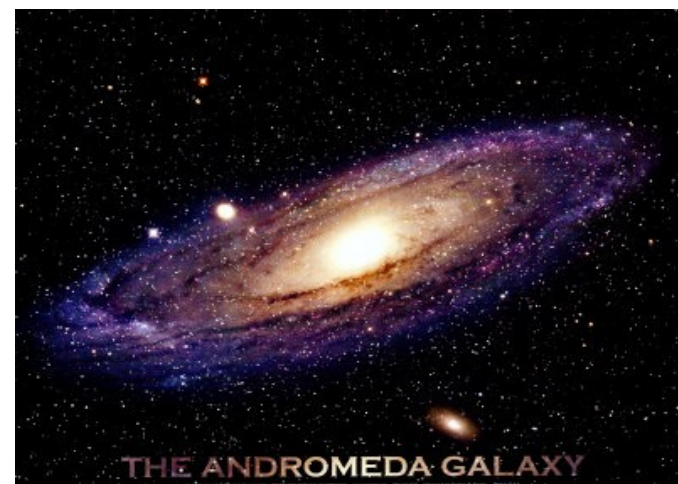
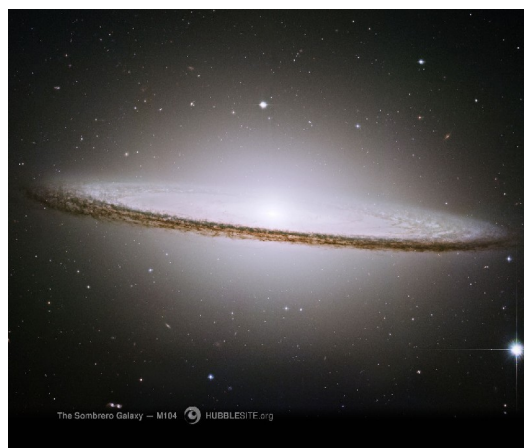
A **superfície equipotencial** que passa por L_1 é chamada **Lóbulo de Roche**. Quando uma estrela expande até **encher** sua parte do Lóbulo de Roche (caso chamado binário semi-destacado), ela pode **transferir material** pra outra estrela através do **ponto lagrangiano interno** L_1 .



Galáxias

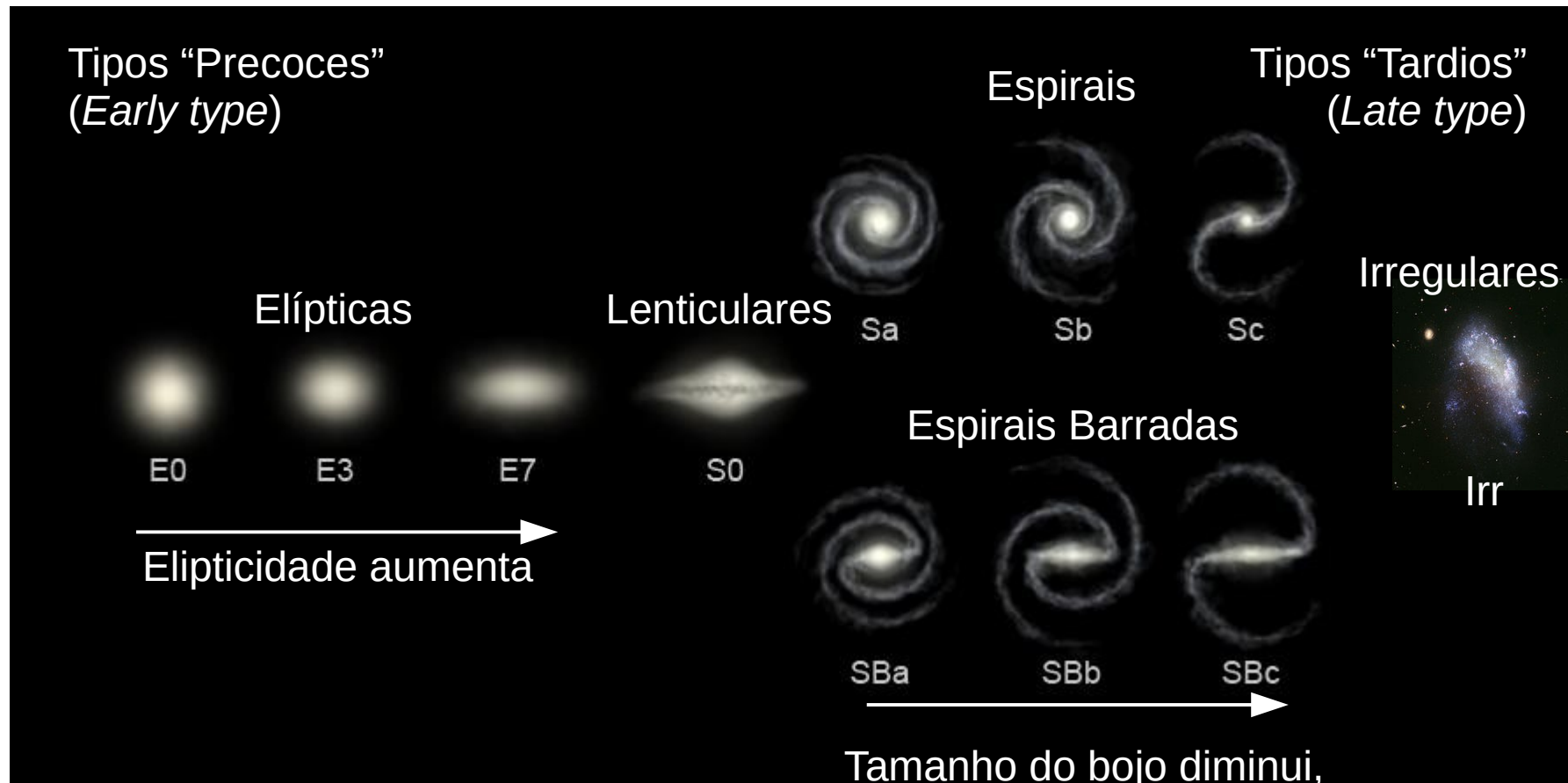
Galáxias são conjuntos de 10^7 a 10^{14} **estrelas**, outros **corpos celestes** (planetas, anãs marrons, estágios finais de estrelas, ...), **gás**, **poeira**, talvez um **Buraco Negro Supermaciço** e **Matéria Escura**, similares à Via Láctea.

A palavra vem do **grego galaxias** (γαλαξίας), "leitoso", em uma referência à **Via Láctea**.



A Sequência de Hubble

1926, Hubble: Sistema de **Classificação morfológica** de galáxias



Tamanho do bojo diminui,
Ângulo de abertura dos braços
espirais aumenta

Galáxias Espirais

Em **galáxias espirais** (incl. na Via Láctea) boa parte das **estrelas** e do gás gira em torno do centro com a **mesma velocidade**.

Velocidades máximas médias para amostras de galáxias do tipo:

$$S_a: \langle V_{\max} \rangle = 299 \text{ km/s}$$

$$S_b: \langle V_{\max} \rangle = 222 \text{ km/s} \sim V_{\max, VL} \sim V_{\odot}$$

$$S_c: \langle V_{\max} \rangle = 175 \text{ km/s}$$

=> Provavelmente é preciso de **momento angular** para formar **braços espirais** regulares.

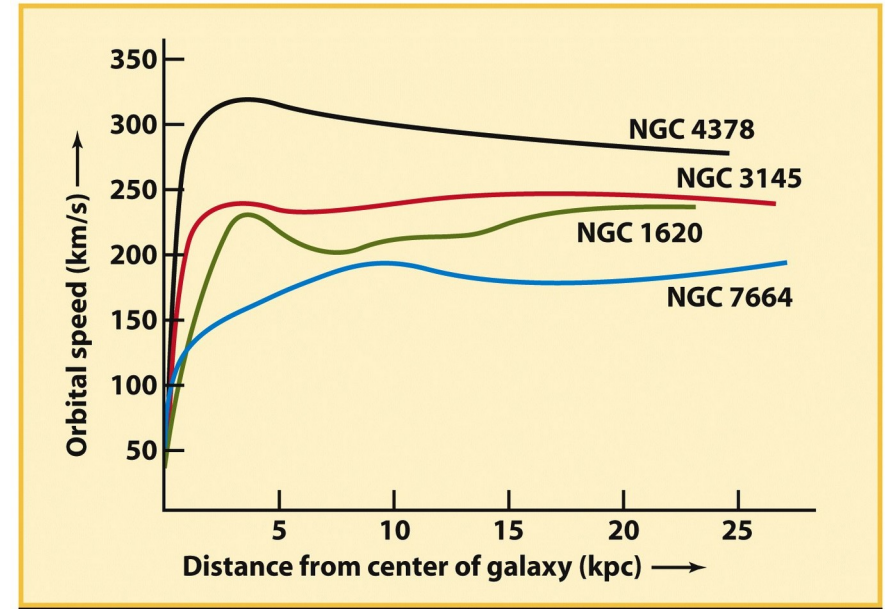


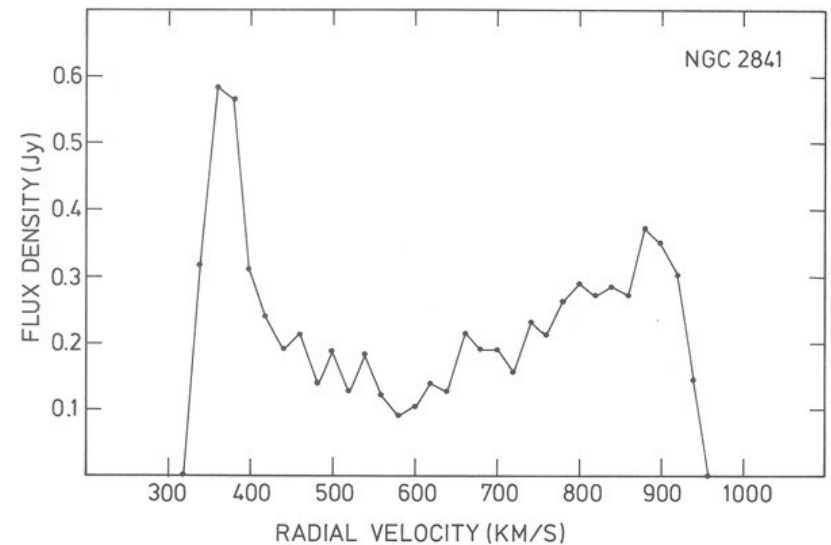
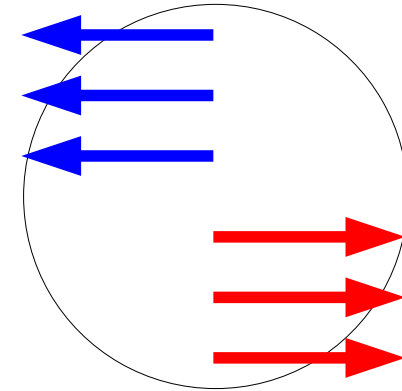
Figure 24-29
Universe, Eighth Edition
© 2008 W.H. Freeman and Company

Curvas de rotação (velocidade das estrelas vs. as suas distâncias galacto-cêntricas) de algumas galáxias espirais.

Galáxias Espirais Espirais e Irregulares

O grande montante de **gás** e **estrelas aproximando-se** a nós, e **afastando-se** de nós com a **mesma velocidade**, V_{\max} , causa um **pico duplo** no perfil de uma **linha espectral** no espectro **integrado** (medida sobre toda a galáxia).

=> Medindo só o **perfil** de uma **linha** do espectro **integrado** nos dá V_{\max} .



Perfil da linha de 21 cm em NGC 2841

Galáxias Espirais

A Relação Tully-Fisher

Quanto **maior** é a **luminosidade** L_B de uma galáxia espiral, tanto **maior** é v_{\max} , já que a **massa** é **maior**.

Esta relação, chamada **relação Tully-Fisher** é especialmente bem definida **separando** as galáxias por **tipo** de **Hubble**:

$$M_B = -9.95 \cdot \log_{10} v_{\max} [\text{km/s}] + 3.15 \text{ (para galáxias tipo Sa)}$$

$$M_B = -10.2 \cdot \log_{10} v_{\max} [\text{km/s}] + 2.71 \text{ (Sb)}$$

$$M_B = -11.0 \cdot \log_{10} v_{\max} [\text{km/s}] + 3.31 \text{ (Sc)}$$

=> **medindo** v_{\max} (pelo perfil de uma linha espectral) de uma **galáxia espiral** de tipo morfológico conhecido, conseguimos determinar a **luminosidade** (vela padrão) e, medindo m_B , a sua **distância**.

(Exercício: Mostre, que a inclinação de ~ -10 significa, que $L_B \sim \text{prop. } v_{\max}^{-4}$)

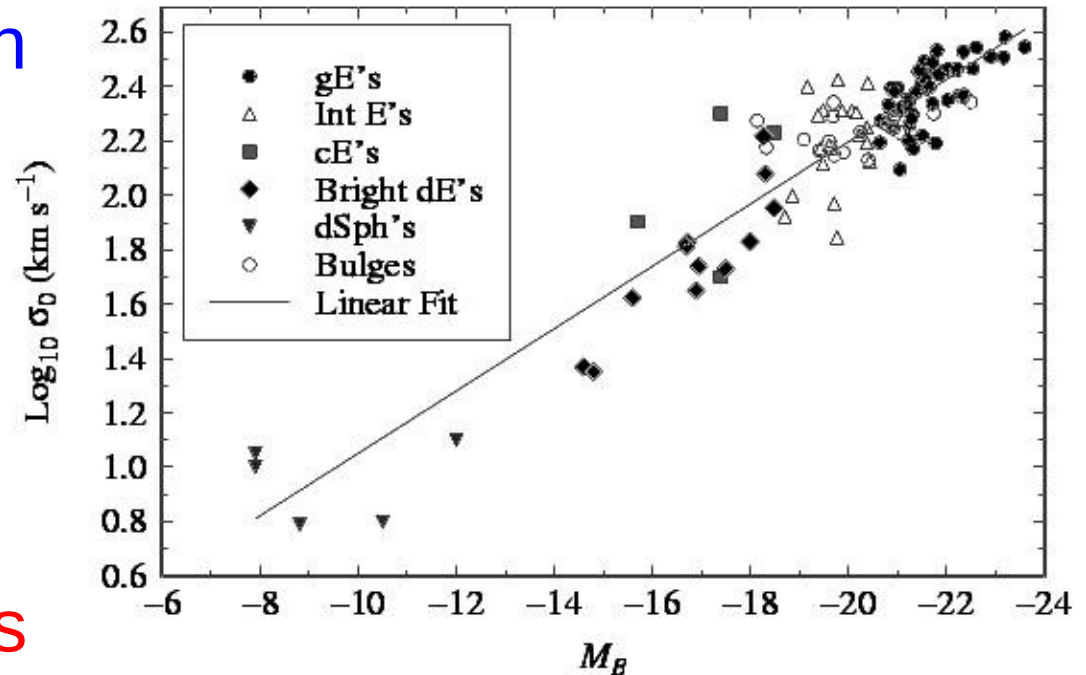
Galáxias Elípticas

A Relação Faber-Jackson

É o **equivalente** à relação **Tully-Fisher** (quanto maior v_{\max} , tanto maior L) para **elípticas**, só que as estrelas em elípticas têm **distribuições de velocidades** (e, então perfis de linhas espectrais) em forma de **sino**, com **dispersão de velocidades** σ_0 .

$\Rightarrow L \text{ prop. } \sigma_0^4$, ou $\log_{10} \sigma_0 = 0.1 \cdot M_B + \text{const.}$

A relação Faber-Jackson também serve para medir **distâncias** até galáxias elípticas (serve como vela padrão).



A Correção K

Voltando ao *redshift*.

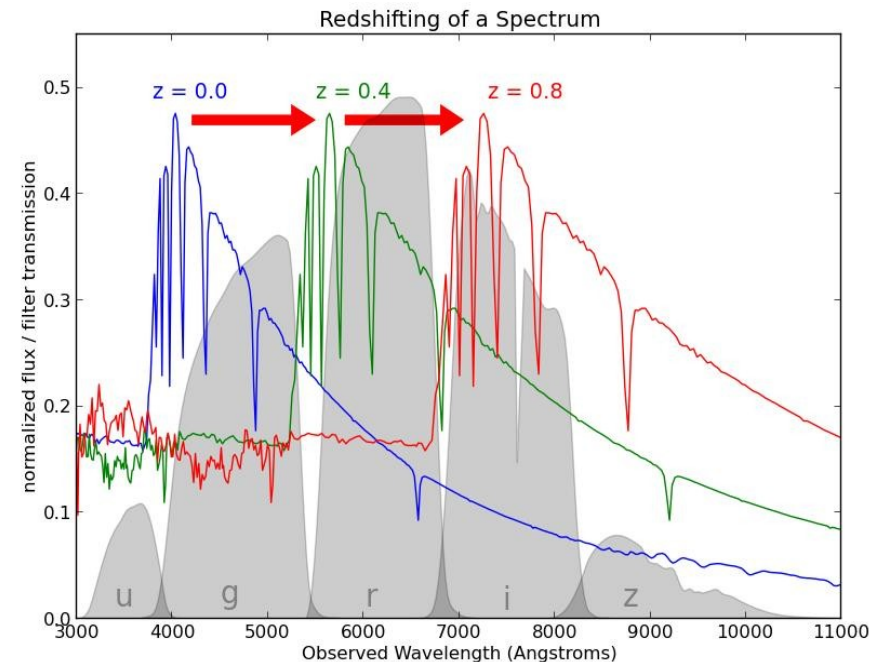
Quando se faz **observações fotométricas** de uma galáxia distante, o *redshift* coloca uma **parte diferente do espectro** da galáxia, de **comprimento de onda menor**, numa dada **banda X**, do que se a galáxia fosse observada com *redshift zero*.

Temos que aplicar uma **correção** chamada **correção K**:

$$M_X = m_X - (m - M) - K_X$$

onde m_X e M_X são as **magnitudes aparente** e **absoluta** na banda X, e $(m - M)$ é o **módulo de distância** (de luminosidade).

! Alguns definem a correção K com o sinal oposto.



O espectro de uma galáxia modelo em três *redshifts* diferentes. Sobreposto: as funções de transmissão de 5 bandas do sistema fotométrico do Sloan

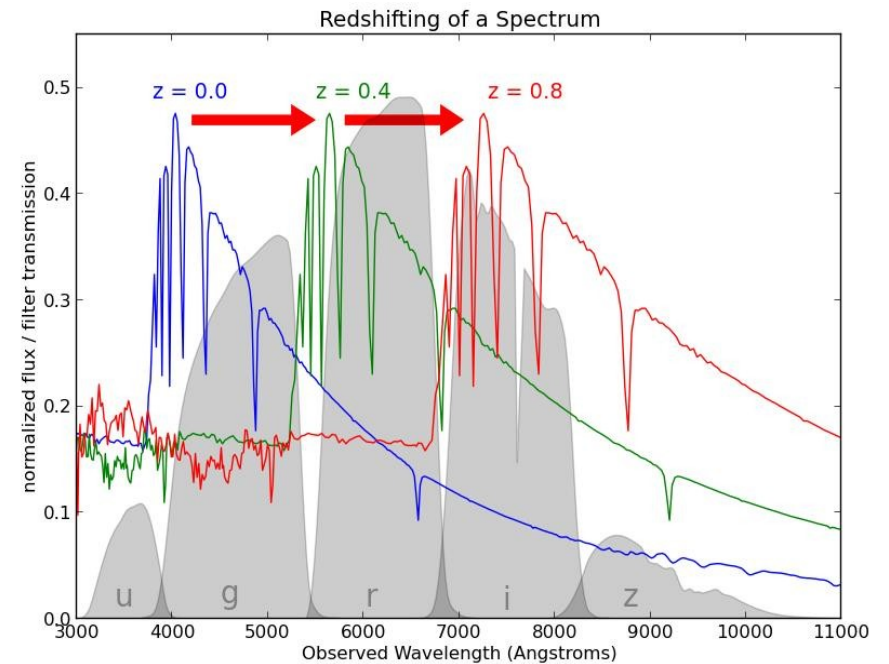
A Expansão do Universo

A Correção K

A correção K depende do **redshift** e da **banda X**, mas também do **espectro** da galáxia.

=> Algum **conhecimento** sobre o objeto observado é **necessário** para estimar a correção K.

Uma saída é observar usando um **filtro** que corresponde à **faixa espectral** de **interesse redshiftado**.



O espectro de uma galáxia modelo em três *redshifts* diferentes. Sobreposto: as funções de transmissão de 5 bandas do sistema fotométrico do Sloan



Universidade Federal do ABC

Introdução à Cosmologia

FIM PRA HOJE

