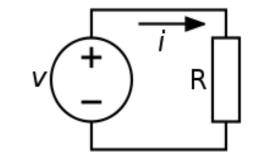


Fenômenos Eletromagnéticos

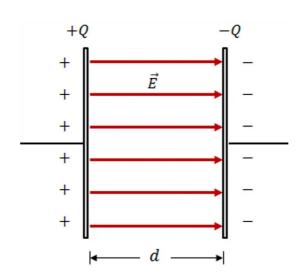
02. Lei de Coulomb, Campos elétricos, Movimento de partículas carregadas em um campo elétrico uniforme

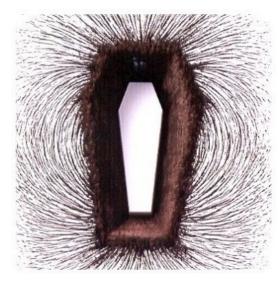
Prof. Pieter Westera pieter.westera@ufabc.edu.br



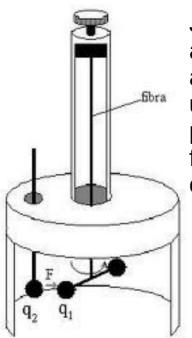
http://professor.ufabc.edu.br/~pieter.westera/EM.html







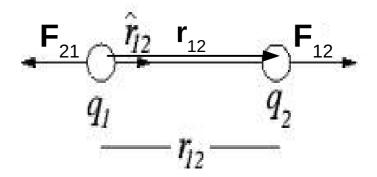
Em 1783, Coulomb determinou uma expressão para a força elétrica entre corpos carregados no seu experimento com balança de torção:



Já que as cargas se atraem ou repelem, a fibra é torcida por um ângulo, que é proporcional à força entre as cargas



Charles Augustin de Coulomb (1736-1806)

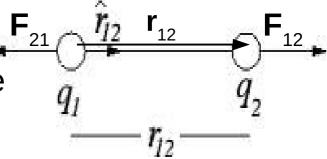


A força eletrostática é muito maior qua a gravitacional (por umas 40 ordens de magnitude), tal que esta pode tranquilamente ser ignorada.

Sendo q_1 e q_2 as duas cargas, \mathbf{r}_{12} o vetor apontando da carga 1 pra 2, com módulo r_{12} =: r e \mathbf{r}_{12} , o vetor unidade na mesma direção, $\mathbf{r}_{12}^2 := \mathbf{r}_{12}/r_{12}$, então a força exercida por q_1 em q_2 será:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{12} &= q_1 q_2 \mathbf{r}_{12}^{2} / 4\pi \epsilon_0 r^2 = k_e q_1 q_2 \mathbf{r}_{12}^{2} / r^2 \\ &= q_1 q_2 \mathbf{r}_{12}^{2} / 4\pi \epsilon_0 r^3 = k_e q_1 q_2 \mathbf{r}_{12}^{2} / r^3 \\ \text{(e } \mathbf{F}_{21}^{2} = -\mathbf{F}_{12}^{2}), \text{ onde} \end{aligned}$$

cargas do mesmo sinal



cargas de sinal oposto

$$q_1$$
 q_2 q_2

 $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2 = \text{permissividade elétrica do vácuo,}$ $k_{\rm p} = 1/4\pi\varepsilon_{\rm o} = 8.988 \cdot 10^9 \, \rm Nm^2/C^2 = constante de Coulomb ou de$ força elétrica ou eletrostática.

=> inversamente proporcional ao quadrado da distância, atrativa para cargas de sinal oposto e repulsiva para cargas do mesmo sinal (como deve ser).

Enigma Rápido 19.2

O corpo A tem carga de +2 μ C e o corpo B tem carga de +6 μ C.

Qual afirmação é verdadeira?

$$q_{A} = +2 \mu C$$
 $q_{B} = +6 \mu C$

(a)
$$\mathbf{F}_{AB} = -3\mathbf{F}_{BA}$$

(b)
$$\mathbf{F}_{AB} = -\mathbf{F}_{BA}$$

(c)
$$3F_{AB} = -F_{BA}$$

Enigma Rápido 19.2

O corpo A tem carga de +2 μ C e o corpo B tem carga de +6 μ C.

Qual afirmação é verdadeira?

(a)
$$\mathbf{F}_{AB} = -3\mathbf{F}_{BA}$$

(b)
$$\mathbf{F}_{AB} = -\mathbf{F}_{BA}$$

(c)
$$3F_{AB} = -F_{BA}$$

Quem sofre mais aceleração por causa desta força depende das massas dos corpos.

Cosmologia Relativística

Exemplo 19.2: O Átomo de Hidrogênio

O elétron e o próton de um átomo de hidrogênio são separados (em média) por uma distância de aproximadamente $a_0 = 5.3 \cdot 10^{-11}$ m.

Encontre os valores da força eletrostática $F_{\rm e}$ e da força gravitacional $F_{\rm g}$ que as partículas exercem uma sobre a outra.

Cosmologia Relativística

Exemplo 19.2: O Átomo de Hidrogênio

O elétron e o próton de um átomo de hidrogênio são separados (em média) por uma distância de aproximadamente $a_0 = 5.3 \cdot 10^{-11}$ m.

Encontre os valores da força eletrostática $F_{\rm e}$ e da força gravitacional $F_{\rm g}$ que as partículas exercem uma sobre a outra.

$$F_e = k_e \frac{e^2}{r^2} = (8.99 \times 10^9 \,\mathrm{N \cdot m^2/C^2}) \, \frac{(1.60 \times 10^{-19} \,\mathrm{C})^2}{(5.3 \times 10^{-11} \,\mathrm{m})^2} = 8.2 \times 10^{-8} \,\mathrm{N}$$

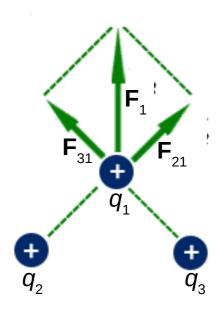
$$F_{\rm g} = G \frac{m_e m_p}{r^2} = (6.7 \times 10^{-11} \,\mathrm{N \cdot m^2/kg^2}) \frac{(9.11 \times 10^{-31} \,\mathrm{kg}) \,(1.67 \times 10^{-27} \,\mathrm{kg})}{(5.3 \times 10^{-11} \,\mathrm{m})^2} = 3.6 \cdot 10^{-47} \,\mathrm{N}$$

A razão $F_g/F_e \approx 4 \cdot 10^{-40}$. Assim, a força gravitacional entre partículas atômicas carregadas é insignificante comparada com a força elétrica.

E se há mais que dois corpos/partículas carregados?

A força eletrostática resultante sobre qualquer partícula é igual à soma vetorial das forças individuais devidas a todas as outras partículas:

$$\mathbf{F}_{i} = \sum_{j \neq i} \mathbf{F}_{ji} = \sum_{j \neq i} k_{e} q_{j} q_{i} \mathbf{r}_{ji}^{2} / r_{ji}^{2} = k_{e} q_{i} \cdot \sum_{j \neq i} q_{j} \mathbf{r}_{ji}^{2} / r_{ji}^{2}$$
ou $k_{e} q_{i} \cdot \sum_{j \neq i} q_{j} \mathbf{r}_{ji}^{2} / r_{ji}^{3}$



=> Princípio de Superposição

Exemplo: 3 cargas, q_1 , q_2 e q_3 como na imagem:

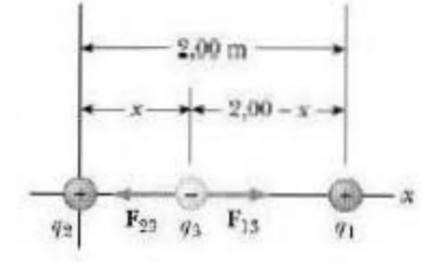
$$\mathbf{F}_{1} = \mathbf{F}_{21} + \mathbf{F}_{31} = k_{e} q_{1} \cdot (q_{2} \mathbf{r}_{21}^{2} / r_{21}^{2} + q_{3} \mathbf{r}_{31}^{2} / r_{31}^{2})$$
$$= k_{e} q_{1} \cdot (q_{2} \mathbf{r}_{21}^{2} / r_{21}^{3} + q_{3} \mathbf{r}_{31}^{2} / r_{31}^{3})$$

Exemplo 19.1: Onde a Força Resultante é Nula?

Três partículas carregadas encontram-se ao longo do eixo x como nesta figura. A partícula com carga $q_1 = +15.0 \mu C$ está em x = 2.00 m, enquanto a partícula com carga $q_2 = +6.00 \mu C$ está na origem.

Onde deve ser colocado no eixo x uma partícula com carga negativa q_3 de maneira que a força resultante sobre ela seja

nula?



Exemplo 19.1: Onde a Força Resultante é Nula?

Três partículas carregadas encontram-se ao longo do eixo x como nesta figura. A partícula com carga q_1 = +15.0 μ C está em x = 2.00 m, enquanto a partícula com carga q_2 = +6.00 μ C está na origem.

Onde deve ser colocado no eixo x uma partícula com carga negativa q_3 de maneira que a força resultante sobre ela seja nula?

Quadro (involvendo Bhaskara): x = 0.775 m

Por que a outra solução não é aceitável?

Distribuição Contínua de Carga

Voltando pro princípio de sobreposição:

$$\mathbf{F}_{i} = \sum_{j \neq i} \mathbf{F}_{ji} = k_{e} q_{i} \cdot \sum_{j \neq i} q_{j} \mathbf{r}_{ji}^{2} / r_{ji}^{2} \text{ ou } k_{e} q_{i} \cdot \sum_{j \neq i} q_{j} \mathbf{r}_{ji}^{3} / r_{ji}^{3}$$

E se as "outras cargas" fossem uma carga contínua distribuída sobre um volume V? Como será a força que esta carga contínua exerce sobre uma carga q_0 ?

podemos usar a mesma fórmula, subdividindo a carga distribuida sobre V em "carguinhas" Δq_i .

Assim, q_0 faz a papel de q_i na fórmula, e os Δq_i , o das q_i :

$$\mathbf{F} = \sum \Delta \mathbf{F}_i = k_e q_0 \cdot \sum_V \Delta q_i \mathbf{r}_i^2 \mathbf{r}_i^2 \text{ ou } k_e q_0 \cdot \sum_V \Delta q_i \mathbf{r}_i^2 \mathbf{r}_i^3, \qquad \text{vetores posição de } q_0 \in \Delta q_i \mathbf{r}_i^3, \qquad \text{de } q_0 \in \Delta q_i \mathbf{r}_i^3, \qquad \text{de } q_0 \in \Delta q_i \mathbf{r}_i^3$$
 onde \mathbf{r}_i agora é o vetor apontando de Δq_i para q_0 , $\mathbf{r}_i = \mathbf{r}_{q0} - \mathbf{r}_{\Delta qi}$.

Distribuição Contínua de Carga

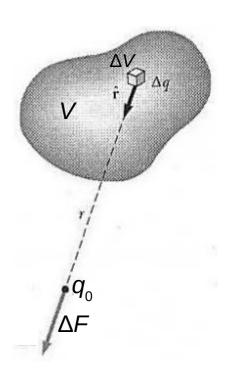
$$\mathbf{F} = \sum \Delta \mathbf{F}_{i} = k_{e} q_{0} \cdot \sum_{V} \Delta q_{i} \mathbf{r}_{i} / r_{i}^{2} \text{ ou } k_{e} q_{0} \cdot \sum_{V} \Delta q_{i} \mathbf{r}_{i} / r_{i}^{3},$$

$$\mathbf{r}_{i} = \mathbf{r}_{q0} - \mathbf{r}_{\Delta qi}.$$

Idealmente usamos "carguinhos infinitesimalmente pequenos" dq, i.e. fazemos os "voluminhos" tender a voluminhos infinitesimalmente pequenos dV.



$$\mathbf{F} = \int d\mathbf{F} = k_{e} q_{0} \cdot \int_{V} \mathbf{r} \, r^{2} \, dq \text{ ou } k_{e} q_{0} \cdot \int_{V} \mathbf{r} / r^{3} \, dq$$



Distribuição Contínua de Carga

$$\mathbf{F} = \int d\mathbf{F} = k_{e} q_{0} \cdot \int_{V} \mathbf{r} \, \mathcal{T}^{2} \, dq \text{ ou } k_{e} q_{0} \cdot \int_{V} \mathbf{r} / r^{3} \, dq$$

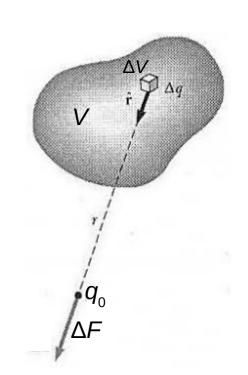
Se a carga distribuida sobre V é dada por uma função densidade de carga $\rho(\mathbf{r})$,

onde ρ é definida como carga por unidade de volume:

$$\rho \equiv Q/V$$
, $[\rho] = C/m^3$,

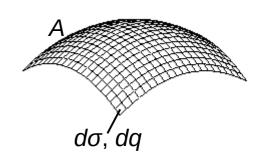
a "carguinha" na posição r vira $dq = \rho(\mathbf{r})dV$:

$$\mathbf{F} = \int d\mathbf{F} = k_e q_0 \cdot \int_V \rho(\mathbf{r}) \, \mathbf{r} \, \mathcal{T}^2 \, dV \text{ ou } k_e q_0 \cdot \int_V \rho(\mathbf{r}) \, \mathbf{r} / r^3 \, dV$$



Distribuição Contínua de Carga

Às vezes a carga é distribuida sobre uma superfície A, dada por uma função densidade de carga por unidade de área $\sigma(\mathbf{r})$,



$$\sigma \equiv Q/A$$
, $[\sigma] = C/m^2$

$$=> dq = \sigma(\mathbf{r})dA$$
,

$$\mathbf{F} = \int d\mathbf{F} = k_{e} q_{0} \cdot \int_{A} \sigma(\mathbf{r}) \mathbf{r} r^{2} dA \text{ ou } k_{e} q_{0} \cdot \int_{A} \sigma(\mathbf{r}) \mathbf{r} r^{3} dA,$$

ou sobre uma curva l, dada por uma função densidade de carga por unidade de comprimento $\lambda(\mathbf{r})$,

$$\lambda \equiv Q/I$$
, $[\sigma] = C/m$

$$=> dq = \lambda(\mathbf{r})dl$$
,

$$\mathbf{F} = \int d\mathbf{F} = k_{e} q_{o} \cdot \int_{I} \lambda(\mathbf{r}) \, \mathbf{r} \, \mathcal{T}^{2} \, dl \text{ ou } k_{e} q_{o} \cdot \int_{I} \lambda(\mathbf{r}) \, \mathbf{r} / r^{3} \, dl.$$

Olhando pra força elétrica "sentida" por uma carga q_0 em diferentes casos ($\mathbf{r} := \mathbf{r}_{00} = \text{vetor posição de } q_0$):

Devido a uma outra carga q_2 :

$$\mathbf{F}_{e} = k_{e} q_{0} q_{2} \mathbf{r}_{20}^{2} / r_{20}^{2} = k_{e} q_{0} q_{2} \mathbf{r}_{20}^{2} / r_{20}^{3} = k_{e} q_{2} \mathbf{r}_{20}^{2} / r_{20}^{3} \cdot q_{0}^{2}$$

Devido a um conjunto de cargas q_1 a q_N ($\mathbf{r}_i = \mathbf{r} - \mathbf{r}_{qi}$):

$$\mathbf{F}_{e} = k_{e} q_{0} \cdot \sum_{i=1,N} q_{i} \mathbf{r}^{2} / r_{i}^{2} = k_{e} q_{0} \cdot \sum_{i=1,N} q_{i} \mathbf{r}_{i} / r_{i}^{3} = k_{e} \sum_{i=1,N} q_{i} \mathbf{r}_{i} / r_{i}^{3} \cdot q_{0}$$

Devido a uma distribuição contínua de carga ($\mathbf{r}' = \mathbf{r} - \mathbf{r}_{dq}$):

$$\mathbf{F}_{e} = k_{e} q_{0} \cdot \int_{V} \rho(\mathbf{r}') \mathbf{r}' / r'^{3} dV = k_{e} \cdot \int_{V} \rho(\mathbf{r}') \mathbf{r}' / r'^{3} dV \cdot q_{0}$$

$$\mathbf{F}_{e} = k_{e} q_{0} \cdot \int_{A} \sigma(\mathbf{r}') \mathbf{r}' / r'^{3} dA = k_{e} \cdot \int_{A} \sigma(\mathbf{r}') \mathbf{r}' / r'^{3} dA \cdot q_{0}$$

$$\mathbf{F}_{e} = k_{e} q_{o} \cdot \int_{I} \lambda(\mathbf{r}') \mathbf{r}' / r'^{3} dl = k_{e} \cdot \int_{I} \lambda(\mathbf{r}') \mathbf{r}' / r'^{3} dl \cdot q_{o}$$

É sempre "algo" que independe de q_0 , i.e. depende apenas das demais cargas, multiplicado por q_0 !

Melhor dito: Aquele "algo" depende da distribuição das demais cargas, que podemos chamar de partículas-fonte, e da posição de q_0 em relação a esta distribuição.

Se conseguimos determinar aquele algo, saberemos a força sobre qualquer carga posicionada na posição de $q_{\scriptscriptstyle 0}$.

É uma grandeza muito útil.

Chamamos ela de campo elétrico E:

$$\mathbf{E} \equiv \mathbf{F}_{e}/q_{0}$$
 $[E] = N/C$

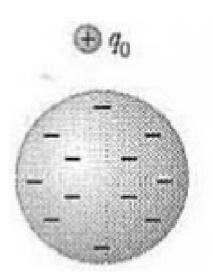
O campo elétrico é uma função da posição E = E(r), e é uma grandeza vetorial.

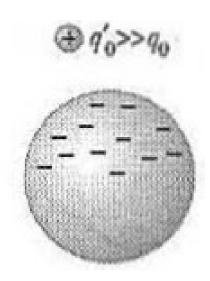
Assim, a força elétrica sobre uma carga q na posição r é $\mathbf{F}_{e}(\mathbf{r}) = q\mathbf{E}(\mathbf{r})$

(análogo à força gravitacional sobre uma massa m: $\mathbf{F}_{q} = m\mathbf{g}$)

O campo elétrico $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ pode ser determinado medindo a força sobre uma "carga de prova" q_0 e dividindo esta por q_0 ,

!!! Atenção: A carga de prova deve ser pequena, senão ela pode influenciar a distribuição das demais cargas, e então alterar o campo elétrico devido a estas, como no caso de q_0 ' no desenho.





... ou calculando-o da mesma maneira que calculando a força elétrica, mas sem o fator q_0 .

Assim, já conhecemos o campo pros casos:

Campo de uma carga q (\mathbf{r} = posição em relação da de q):

$$E(r) = k_e q r^{1} / r^{2} = k_e q r / r^{3}$$

Devido a um conjunto de cargas q_1 a q_N :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = k_e \cdot \sum_{i=1,N} q_i \mathbf{r}^2 / r_i^2 = k_e \cdot \sum_{i=1,N} q_i \mathbf{r}_i / r_i^3$$

Devido a uma distribuição contínua de carga:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}) &= k_{e} \cdot \int_{V} \mathbf{r}' \, \hat{r}'^{2} \, dq = k_{e} \cdot \int_{V} \rho(\mathbf{r}') \, \mathbf{r}' \, \hat{r}'^{2} \, dV = k_{e} \cdot \int_{V} \rho(\mathbf{r}') \, \mathbf{r}' \, \hat{r}'^{3} \, dV \\ \mathbf{E}(\mathbf{r}) &= k_{e} \cdot \int_{V} \mathbf{r}' \, \hat{r}'^{2} \, dq = k_{e} \cdot \int_{A} \sigma(\mathbf{r}') \, \mathbf{r}' \, \hat{r}'^{2} \, dA = k_{e} \cdot \int_{A} \sigma(\mathbf{r}') \, \mathbf{r}' \, \hat{r}'^{3} \, dA \\ \mathbf{E}(\mathbf{r}) &= k_{e} \cdot \int_{V} \mathbf{r}' \, \hat{r}'^{2} \, dq = k_{e} \cdot \int_{A} \lambda(\mathbf{r}') \, \mathbf{r}' \, \hat{r}'^{2} \, dl = k_{e} \cdot \int_{A} \lambda(\mathbf{r}') \, \mathbf{r}' \, \hat{r}'^{3} \, dl \end{aligned}$$

Enigma Rápido 19.3

Uma carga de prova de +3 µC está em um ponto P onde o campo elétrico devido às cargas-fonte é orientado para a direita e tem o módulo de 4·10⁶ N/C.

Se a carga de prova por substituida por uma de -3 μ C, o que acontece com o campo elétrico em P?

Enigma Rápido 19.3

Uma carga de prova de $+3 \mu C$ está em um ponto P onde o campo elétrico devido às cargas-fonte é orientado para a direita e tem o módulo de 4.10^6 N/C.

Se a carga de prova por substituida por uma de -3 μ C, o que acontece com o campo elétrico em P?

Nada.

O campo é uma função da posição, e não do valor da carga de prova.

(Mas a força se inverte.)

Enigma Rápido 19.4

Uma bola muito pequena de isopor, não carregada, revestida de metal, é suspensa na região entre duas placas verticais metálicas na qual existe um campo elétrico uniforme. Se as duas placas forem carregadas, uma positiva e uma negativa, descreva o movimento da bola depois que ela for colocada em contato com uma das placas.

Enigma Rápido 19.4

Uma bola muito pequena de isopor, não carregada, revestida de metal, é suspensa na região entre duas placas verticais metálicas na qual existe um campo elétrico uniforme. Se as duas placas forem carregadas, uma positiva e uma negativa, descreva o movimento da bola depois que ela for colocada em contato com uma das placas.

Ela leva carga do mesmo sinal e é atraída na direção da outra placa, onde ela leva carga desta e é atraida pela primeira placa, etc.

Exercício

Um pedaço de folha de alumínio de massa 5.0·10⁻² kg é suspenso por um fio em um campo elétrico orientado verticalmente para cima.

Se a carga na folha for 3.0 µC, encontre a intensidade do campo que reduzirá a zero a tensão no fio.

Exercício

Um pedaço de folha de alumínio de massa 5.0·10⁻² kg é suspenso por um fio em um campo elétrico orientado verticalmente para cima.

Se a carga na folha for 3.0 µC, encontre a intensidade do campo que reduzirá a zero a tensão no fio.

Quadro: $E = 1.6 \cdot 10^5 \text{ N/C}$

Exercício

O núcleo de um átomo de hidrogênio, um próton, cria um campo elétrico. A distância média entre o próton e o elétron de um átomo e hidrogênio é aproximadamente $a_0 = 5.3 \cdot 10^{-11}$ m. Qual é a magnitude do campo elétrico a essa distância do próton?

Exercício

O núcleo de um átomo de hidrogênio, um próton, cria um campo elétrico. A distância média entre o próton e o elétron de um átomo e hidrogênio é aproximadamente $a_0 = 5.3 \cdot 10^{-11}$ m. Qual é a magnitude do campo elétrico a essa distância do próton?

Quadro: $E = 5.1 \cdot 10^{11} \text{ N/C}$

Exemplo 19.3: Campo Elétrico de um Dipolo

Dipolo elétrico: Par de cargas opostas de mesmo módulo

(q, -q) separadas por uma distância (aqui 2a). Escolhemos como eixo x o eixo que passa pelas duas cargas, com a origem no ponto no meio entre elas.

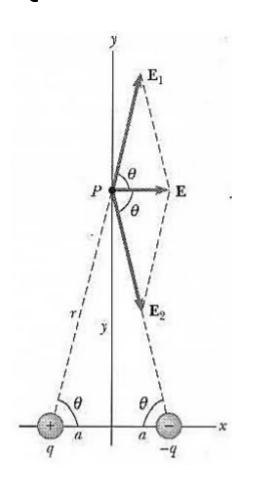
Queremos determinar o campo elétrico num ponto *P* no plano de simetria entre as cargas em função da distância da origem.

Escolhendo como eixo y o eixo que passa pela origem e o ponto P, esta distância é justamente a coordenada y do ponto P.

Exemplo 19.3: Campo Elétrico de um Dipolo

Quadro:

Obtemos



$$= k_x \frac{2qa}{(y^2 + a^2)^{5/2}}$$

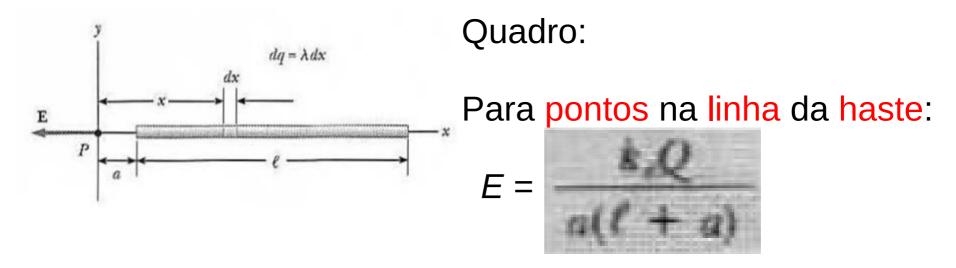
na direção +x

Para $y \gg a$ (longe do dipolo), isto tende a $2k_e qaly^3$

O campo de um dipolo cai com o cubo da distância!

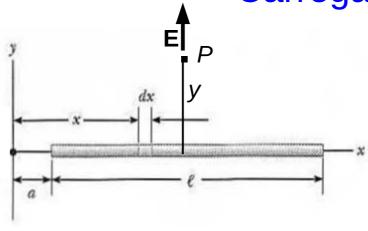
Falaremos mais sobre dipolos elétricos mais pra frente.

Exemplo 19.4: Campo Elétrico devido a uma Haste Carregada



Caso $a \gg \ell$: $E \approx k_e Q/a^2$ tende ao campo de uma carga pontual

Exemplo 19.4: Campo Elétrico devido a uma Haste Carregada



Sem dedução (envolve uma integral chata):

Para pontos no plano perpendicular à haste:

$$E = k_{\rm e} Q/(y \cdot \sqrt{y^2 + \ell^2/4})$$

Caso $y \gg \ell$: $E \approx k_e Q/y^2$ tende ao campo de uma carga pontual

caso $y \ll \ell$ (a haste parece como "uma linha de carga infinita"):

$$E \approx 2k_{\rm e}Q/(y\cdot\ell) = 2k_{\rm e}\lambda/y \propto 1/y$$
!

Exemplo 19.5: Campo Elétrico de um Anél de Carga Uniforme

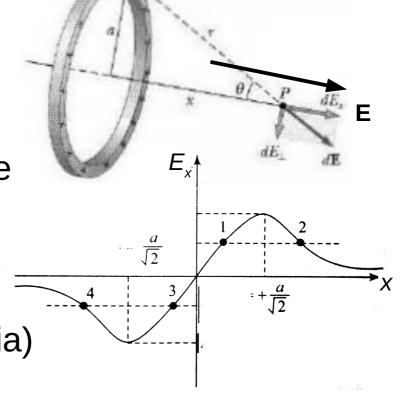
Quadro:

$$E = \frac{k_e x}{(x^2 + a^2)^{3/2}} Q$$

caso $x \gg a$: $E \approx k_e Q/x^2$ como sempre

caso $x \ll a$: $E \approx k_e Qx/a^3 \propto x$

caso x = 0: E = 0 (lógico pela simetria)



Campo Elétrico de um Disco de Carga Uniforme

Sem dedução (outra integral chata):

$$E = 2k_{\rm e}Q/R^2 \cdot (1 - x/\sqrt{x^2 + R^2})$$

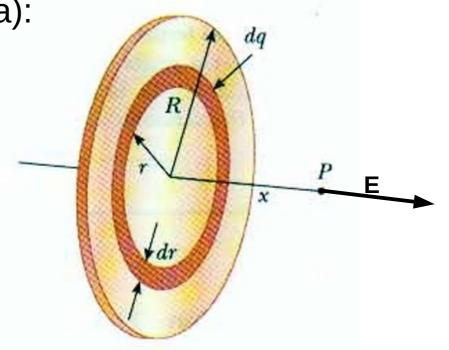
caso $x \gg R$: $E \approx k_e Q/x^2$

caso $x \ll R$ ("placa infinita"):

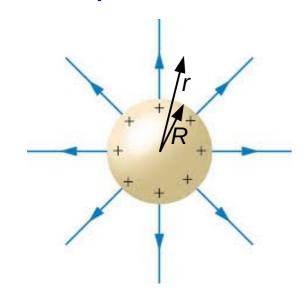
$$E \approx 2\pi k_{\rm p} \sigma = k_{\rm p} \sigma/2\epsilon_{\rm o} = {\rm const.}$$

onde $\sigma = Q/\pi R^2$ é a densidade de carga do disco

O campo de um plano infinito (ou finito mas muito perto dele) carregado uniformemente é constante!



Campo Elétrico de uma Casca Esférica de Carga



Sem dedução:

$$E = 0 r < R$$

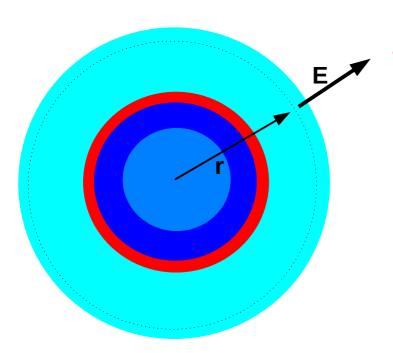
$$k_e Q/r^2 r > R$$

O campo é igual ao de uma carga pontual em pontos do lado exterior da casca, e nulo em pontos no interior da casca.

=> teorema das cascas esféricas

Existe um teorema equivalente pro campo gravitacional de cascas de densidade (de massa) constante.

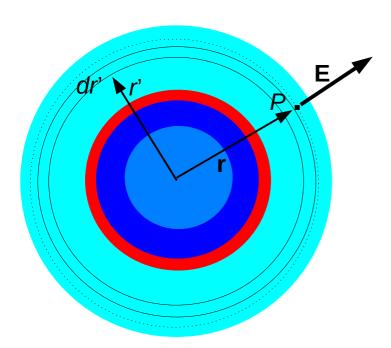
Campo Elétrico de uma Distribuição Esfericamente Simétrica de Carga



Isto é, a densidade de carga é uma função apenas da distância até o centro da distribuição, r', $\rho = \rho(r')$.

Queremos conhecer o campo na distância *r* do centro.

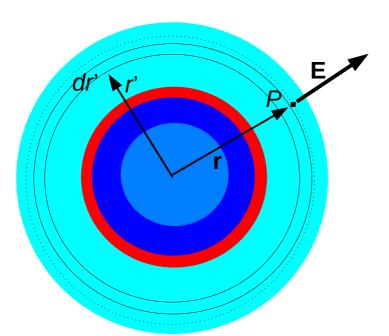
Campo Elétrico de uma Distribuição Esfericamente Simétrica de Carga



Subdividindo a carga em casquinhas concêntricas de espessura *dr*', podemos usar o teorema das cascas esféricas:

- As casquinhas com r' < r, isto é, que se encontram no interior da casquinha que passa pelo ponto P, contribuem da mesma maneira que uma carga pontual do mesmo valor situada no centro da distribuição.
- As com r' > r, que se encontram no exterior da casquinha passando por P, não contribuem.

Campo Elétrico de uma Distribuição Esfericamente Simétrica de Carga



=> O campo equivale àquele gerado por uma carga pontual do valor de toda a carga contida dentro da esfera com raio r, q_{in} (ou q_r):

$$E = k_e q_{in}/r^2$$
, onde $q_{in} = \int_0^r dq$
= $\int_0^r \rho(r') dV(r') = \int_0^r \rho(r') 4\pi r'^2 dr'$

!!! Casquinhas com carga positiva contribuem com um componente

"para fora", e casquinhas com carga negativa, "para dentro".

Para este resultado também existe um equivalente gravitacional.

Uma representação pictórica para visualizar padrões do campo.

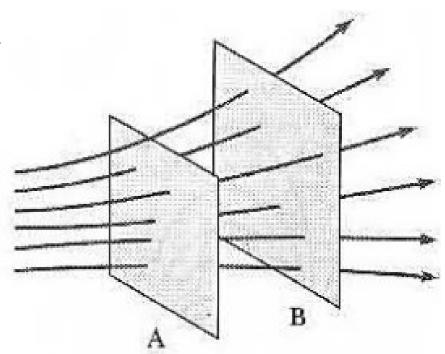
Linhas, que "seguem" o campo, i.e. em cada ponto da linha, o campo E é tangente à linha.

Onde as linhas são mais próximas uma da outra,

i.e. onde a densidade de linhas é alta, o campo é mais forte.

A densidade de linhas atravessando a superfície A é mais alta que a atravessando B

=> o campo é mais forte na região de A.



Linhas de campo não se cruzam (já que no ponto de cruzamento, o campo teria dois valores).

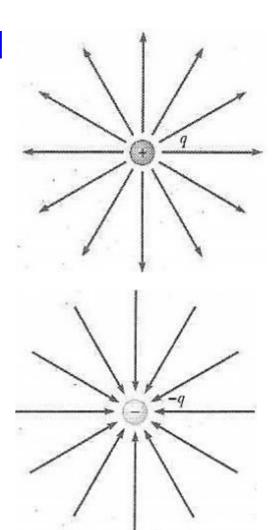
!!! Linhas de campo não são trajetórias de partículas. Elas não apontam na direção do movimento, i. e. da velocidade, de partículas carregadas, mas na direção da força elétrica agindo sobre elas.

Se for a única força agindo, isto também é a direção da aceleração da partícula, mas não da velocidade.

Linhas de campo de uma carga pontual

O campo é mais forte perto da carga (Já sabíamos, já que o campo de uma carga pontual é $k_{\rm e}q/r^2$)

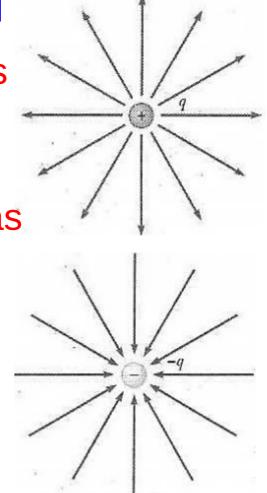
- Linhas de campo começam em cargas positivas e terminam em cargas negativas, ou seja, apontam para fora de cargas positivas e na direção de cargas negativas.



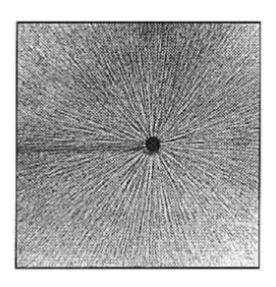
Linhas de campo de uma carga pontual

- Se há um excesso de cargas positivas (se a carga total é positiva), haverá linhas que vão "até o infinito".

- Se há um excesso de cargas negativas (se a carga total é negativa), haverá linhas que vêm "do infinito".



Visualizar Linhas de Campo



Uma maneira de visualizar linhas de campo elétrico é por pequenos filamentos de fibra suspensos em óleo. Estes são polarizados e se alinham com o campo elétrico, aqui gerado por um pequeno condutor carregado no centro.

Enigma rápido 19.5

Em tempo bom, ocorre um campo elétrico na superfície da Terra, apontando para baixo em direção ao solo. Qual é o sinal da carga elétrica no solo em tempo bom?

Enigma rápido 19.5

Em tempo bom, ocorre um campo elétrico na superfície da Terra, apontando para baixo em direção ao solo. Qual é o sinal da carga elétrica no solo em tempo bom?

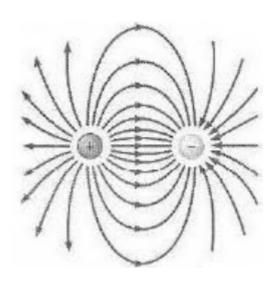
negativo

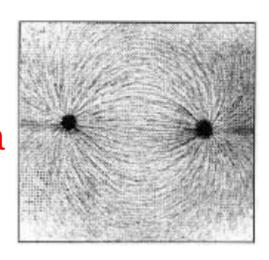
Linhas de campo de um dipolo elétrico

Perto de uma das cargas, o campo devido a esta domina, e o campo parece com o de uma carga pontual (radial saindo ou entrando na carga).

Em outras posições, ambas as cargas contribuem significativamente.

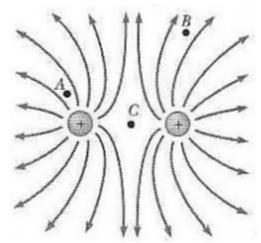
No plano entre as cargas, ele está paralelo à linha que vai da carga positiva pra negativa, como já tinhamos visto ne exemplo 19.3.

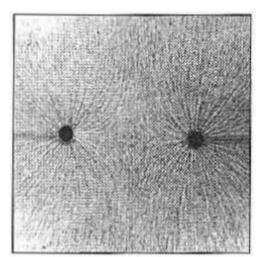




Linhas de campo de duas cargas (positivas) iguais

 Novamente, perto de uma das cargas,
 o campo é praticamente
 o de uma carga pontual.

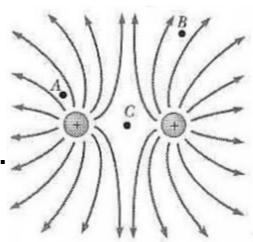


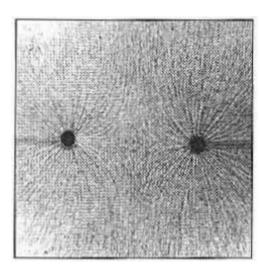


- Na distância, se assemelha ao de uma carga pontual de 2*q*.

Enigma rápido 19.6

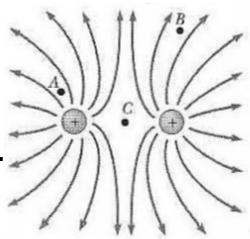
Classifique as magnitudes do campo elétrico nos pontos A, B e C da figura, com o maior valor primeiro.

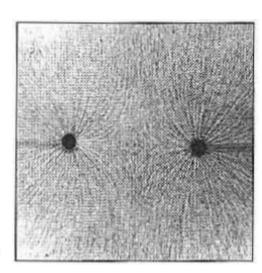




Enigma rápido 19.6

Classifique as magnitudes do campo elétrico nos pontos A, B e C da figura, com o maior valor primeiro.





Linhas de campo de duas cargas de sinais opostas e com módulos diferentes

Algumas linhas "nascem" na carga +2q e terminam na -q.

Pela carga total positiva, há linhas que "vão pro infinito".

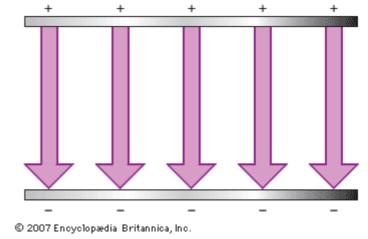


Campo Elétrico Uniforme

Em todas as posições, o campo E é o mesmo (mesmo

módulo e mesma direção)

Isto é aproximadamente realizado na região entre duas placas paralelas carregadas (normalmente com cargas do mesmo módulo e sinais opostos), arranio chamada canacitor de plac



arranjo chamada capacitor de placas paralelas.

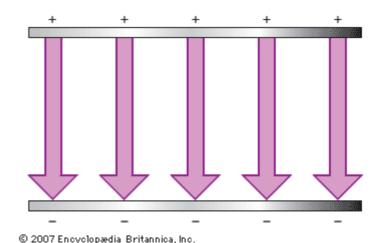
Aprenderemos mais sobre capacitores mais pra frente nesta diciplina.

Neste caso, a força também é igual em todos os pontos

da trajetória da partícula, já que

$$F_e = qE$$

onde q é a carga da partícula



Pela segunda lei de Newton, se as demais forças agindo sobre a partícula são desprezíveis

$$\mathbf{a} = \mathbf{F}_{e}/m = q\mathbf{E}/m = q/m \cdot \mathbf{E} = \text{const.}$$

=> movimento com aceleração constante (similar ao movimento de uma

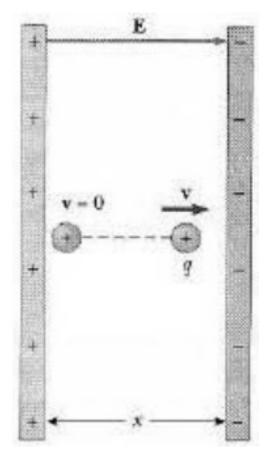
massa no campo gravitacional perto da superfície da Terra, onde $\mathbf{a} = \mathbf{F}_{q}/m = m\mathbf{g}/m = \mathbf{g}$)

Este movimento conhecemos bem de Fenômenos Mecânicos, e podemos usar as mesmas fórmulas, substituindo \mathbf{a} (ou \mathbf{g}) por $q/m \cdot \mathbf{E}$.

Exemplo 19.6: Uma Carga Positiva Acelerada

Uma partícula com carga positiva *q* e massa *m* é liberada do repouso em um campo elétrico uniforme **E** orientado ao longo do eixo *x* como na figura.

Descreva seu movimento.



Exemplo 19.6: Uma Carga Positiva Acelerada

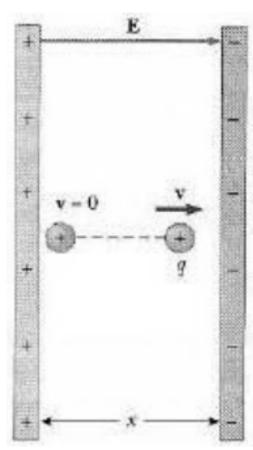
Uma partícula com carga positiva *q* e massa *m* é liberada do repouso em um campo elétrico uniforme **E** orientado ao longo do eixo *x* como na figura.

Descreva seu movimento.

FeMec:

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 = qE/2m \cdot t^2$$

 $v(t) = v_0 + at = qE/m \cdot t$
 $v(t)^2 = v_0^2 + 2a(x(t) - x_0) = 2qE/m \cdot x(t)$
Energia cinética: $K(t) = \frac{1}{2}mv^2 = qEx(t)$



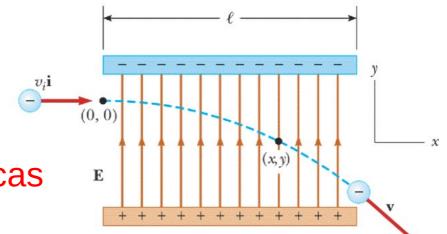
Se o movimento da partícula também tem um componente perpendicular ao campo, este é constante (já que não há aceleração na direção \bot campo), e teremos um movimento parabólico, e teremos um movimento parabólico, de novo, igual como a trajetória de uma massa na campo gravitacional perto da superfície da Terra.

Exemplo 19.7 Um Elétron Acelerado

Um elétron entra na região de um campo elétrico uniforme como na figura, com $v_i = 3.00 \cdot 10^6$ m/s

e E = 200 N/C.

O comprimento horizontal das placas é I = 0.100 m.



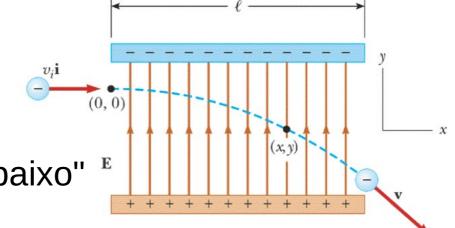
- (a) Encontre a aceleração do elétron enquanto ele estiver no campo elétrico.
- (b) Descubra o tempo que leva para o elétron atravessar o campo.
- (c) Qual é o deslocamento vertical Δy do elétron enquanto está no campo?

Exercício: Descubra a velocidade do elétron quando ele sai do campo.

Exemplo 19.7 Um Elétron Acelerado

(a) Encontre a aceleração do elétron enquanto ele estiver no campo elétrico.

quadro: $a = -3.51 \cdot 10^{13} \text{ j m/s}^2$ = $3.51 \cdot 10^{13} \text{ m/s}^2$ "para baixo" ^E



(b) Descubra o tempo que leva para o elétron atravessar o campo.

quadro: $\Delta t = 3.33 \cdot 10^{-8} \text{ s}$

Exemplo 19.7 Um Elétron Acelerado

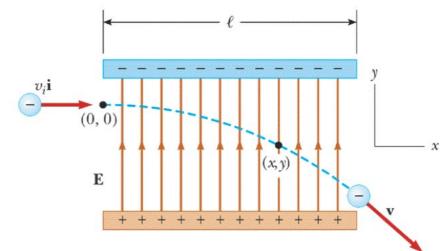
(c) Qual é o deslocamento vertical Δy do elétron enquanto está no campo?

quadro: $\Delta y = -1,95$ cm,

i.e., 1,95 cm para baixo

Exercício: Descubra a velocidade do elétron quando ele sai do campo.

quadro: $v = 3.22 \cdot 10^6 \text{ m/s}^2$



O Tubo de Raios Catódicos (TRC)

Contém dois capacitadores de placas paralelas, um gerando um campo horizontal e o outro, um campo vertical

Variando os dois campos, consegue-se manipular a direção, naquela os elétrons saem do arranjo.

Colocando uma tela fluorescente como na figura, os elétrons produzem um ponto brilhante lá, onde eles batem na tela (determinado pelos dois campos).

Feixe de

Tela

Se encontra, por exemplo em osciloscópios, sistemas de radar, televisões de tubo e monitores de computadores.



Fenômenos Eletromagnéticos

FIM PRA HOJE

