



Universidade Federal do ABC

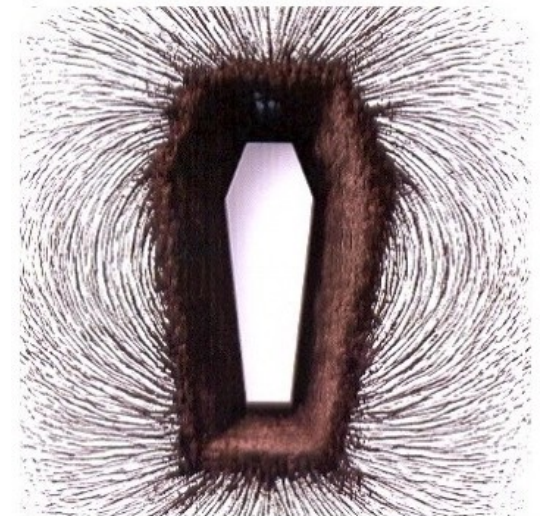
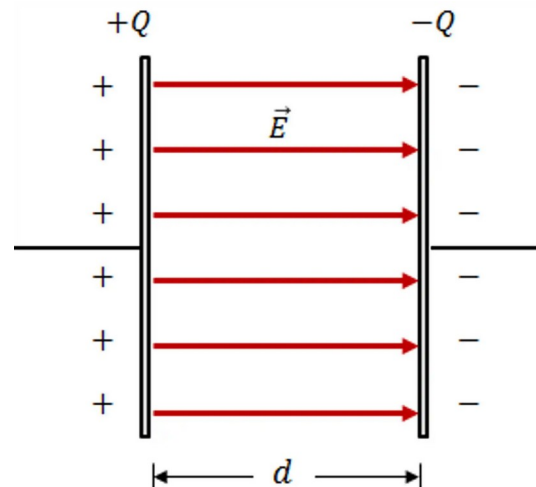
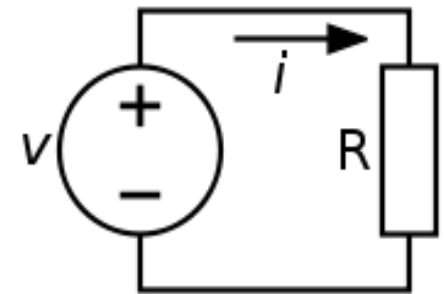
Fenômenos Eletromagnéticos

02. Lei de Coulomb, Campos elétricos, Movimento de partículas carregadas em um campo elétrico uniforme

Prof. Pieter Westera

pieter.westera@ufabc.edu.br

<http://professor.ufabc.edu.br/~pieter.westera/EM.html>

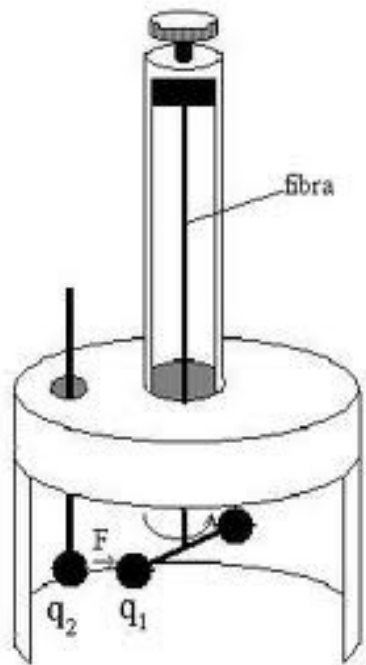


Lei de Coulomb

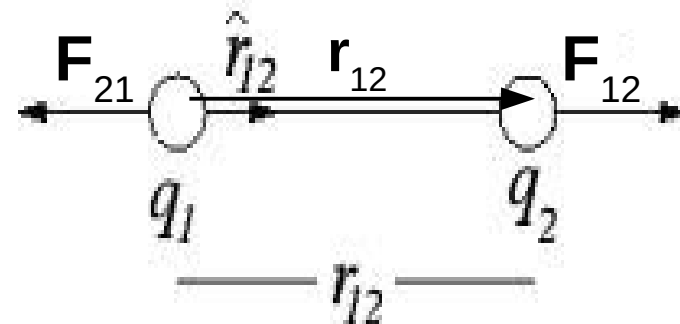
Em 1783, **Coulomb** determinou uma expressão para a **força elétrica** entre corpos carregados no seu experimento com **balança de torção**:



Charles Augustin de Coulomb (1736-1806)



Já que as cargas se atraem ou repelem, a fibra é torcida por um ângulo, que é proporcional à força entre as cargas



A **força eletrostática** é **muito maior** qua a **gravitacional** (por umas 40 ordens de magnitude), tal que esta pode tranquilamente ser ignorada.

Lei de Coulomb

Sendo q_1 e q_2 as duas cargas,
 \mathbf{r}_{12} o vetor apontando da carga 1 pra 2,
com módulo $r_{12} =: r$ e $\hat{\mathbf{r}}_{12}$, o vetor unidade
na mesma direção, $\hat{\mathbf{r}}_{12} := \mathbf{r}_{12} / r_{12}$, então
a força exercida por q_1 em q_2 será:

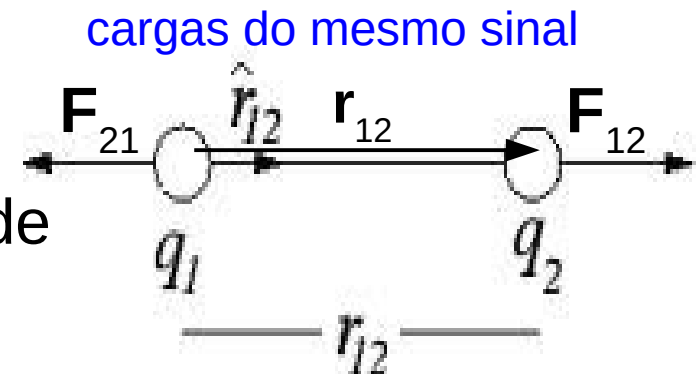
$$\begin{aligned}\mathbf{F}_{12} &= q_1 q_2 \hat{\mathbf{r}}_{12} / 4\pi\epsilon_0 r^2 = k_e q_1 q_2 \hat{\mathbf{r}}_{12} / r^2 \\ &= q_1 q_2 \mathbf{r}_{12} / 4\pi\epsilon_0 r^3 = k_e q_1 q_2 \mathbf{r}_{12} / r^3\end{aligned}$$

(e $\mathbf{F}_{21} = -\mathbf{F}_{12}$), onde

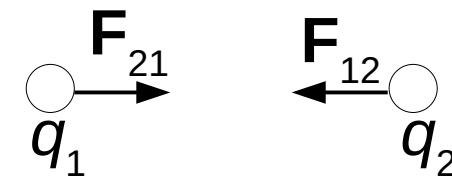
$\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2 =$ permissividade elétrica do vácuo,

$k_e = 1/4\pi\epsilon_0 = 8.988 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2 =$ constante de Coulomb ou de força elétrica ou eletrostática.

=> **inversamente proporcional** ao **quadrado** da **distância**, **atrativa** para **cargas de sinal oposto** e **repulsiva** para cargas do **mesmo sinal** (como deve ser).



cargas de sinal oposto



Lei de Coulomb

Enigma Rápido 19.2

O corpo A tem carga de $+2 \mu\text{C}$ e o corpo B tem carga de $+6 \mu\text{C}$.

Qual afirmação é verdadeira?

$$q_A = +2 \mu\text{C}$$

$$q_B = +6 \mu\text{C}$$

(a) $\mathbf{F}_{AB} = -3\mathbf{F}_{BA}$

(b) $\mathbf{F}_{AB} = -\mathbf{F}_{BA}$

(c) $3\mathbf{F}_{AB} = -\mathbf{F}_{BA}$

Lei de Coulomb

Enigma Rápido 19.2

O corpo A tem carga de $+2 \mu\text{C}$ e o corpo B tem carga de $+6 \mu\text{C}$.

Qual afirmação é verdadeira?



(a) $\mathbf{F}_{AB} = -3\mathbf{F}_{BA}$

(b) $\mathbf{F}_{AB} = -\mathbf{F}_{BA}$

(c) $3\mathbf{F}_{AB} = -\mathbf{F}_{BA}$

Quem sofre mais aceleração por causa desta força depende das massas dos corpos.

Cosmologia Relativística

Exemplo 19.2: O Átomo de Hidrogênio

O **elétron** e o **próton** de um **átomo** de **hidrogênio** são separados (em média) por uma distância de aproximadamente $a_0 = 5.3 \cdot 10^{-11}$ m.

Encontre os valores da **força eletrostática** F_e e da **força gravitacional** F_g que as partículas exercem uma sobre a outra.

Cosmologia Relativística

Exemplo 19.2: O Átomo de Hidrogênio

O **elétron** e o **próton** de um **átomo** de **hidrogênio** são separados (em média) por uma distância de aproximadamente $a_0 = 5.3 \cdot 10^{-11}$ m.

Encontre os valores da **força eletrostática** F_e e da **força gravitacional** F_g que as partículas exercem uma sobre a outra.

$$F_e = k_e \frac{e^2}{r^2} = (8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2) \frac{(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})^2}{(5,3 \times 10^{-11} \text{ m})^2} = 8,2 \times 10^{-8} \text{ N}$$

$$F_g = G \frac{m_e m_p}{r^2} = (6,7 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2) \frac{(9,11 \times 10^{-31} \text{ kg})(1,67 \times 10^{-27} \text{ kg})}{(5,3 \times 10^{-11} \text{ m})^2} = 3,6 \cdot 10^{-47} \text{ N}$$

A razão $F_g/F_e \approx 4 \cdot 10^{-40}$. Assim, a **força gravitacional** entre **partículas atômicas** carregadas é **insignificante** comparada com a **força elétrica**.

Princípio de Superposição

E se há **mais** que **dois** corpos/partículas carregados?

A **força** eletrostática **resultante** sobre qualquer partícula é igual à **soma vetorial** das **forças individuais** devidas a **todas** as **outras partículas**:

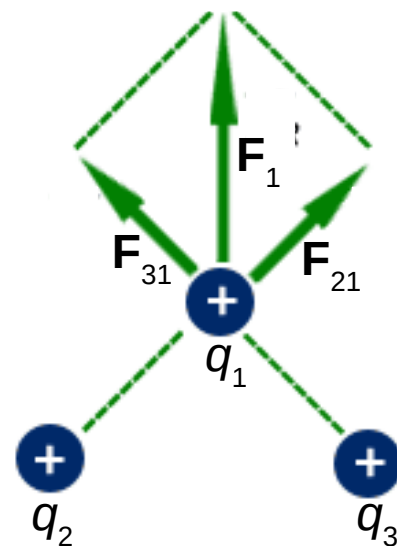
$$\mathbf{F}_i = \sum_{j \neq i} \mathbf{F}_{ji} = \sum_{j \neq i} k_e q_j q_i \hat{\mathbf{r}}_{ji} / r_{ji}^2 = k_e q_i \cdot \sum_{j \neq i} q_j \hat{\mathbf{r}}_{ji} / r_{ji}^2$$

ou $k_e q_i \cdot \sum_{j \neq i} q_j \mathbf{r}_{ji} / r_{ji}^3$

=> **Princípio de Superposição**

Exemplo: 3 cargas, q_1 , q_2 e q_3 como na imagem:

$$\mathbf{F}_1 = \mathbf{F}_{21} + \mathbf{F}_{31} = k_e q_1 \cdot (q_2 \hat{\mathbf{r}}_{21} / r_{21}^2 + q_3 \hat{\mathbf{r}}_{31} / r_{31}^2)$$
$$= k_e q_1 \cdot (q_2 \mathbf{r}_{21} / r_{21}^3 + q_3 \mathbf{r}_{31} / r_{31}^3)$$

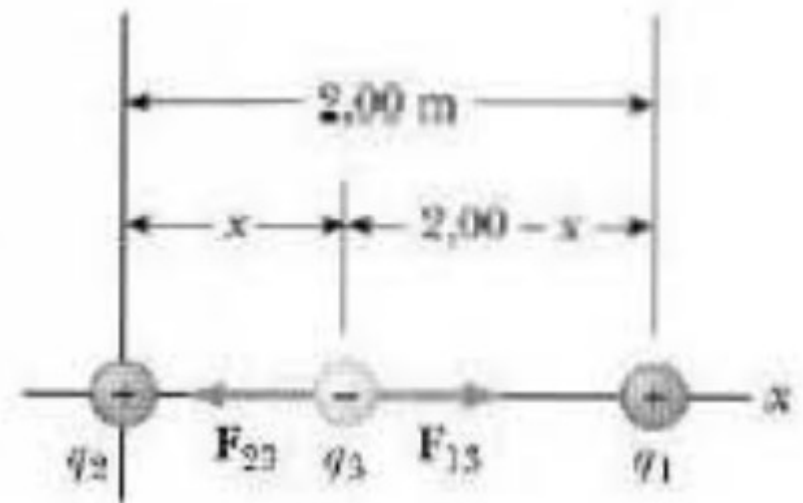


Princípio de Superposição

Exemplo 19.1: Onde a Força Resultante é Nula?

Três **partículas carregadas** encontram-se **ao longo** do **eixo x** como nesta figura. A partícula com carga $q_1 = +15.0 \mu\text{C}$ está em $x = 2.00 \text{ m}$, enquanto a partícula com carga $q_2 = +6.00 \mu\text{C}$ está na origem.

Onde deve ser colocado no eixo x uma **partícula** com carga negativa q_3 de maneira que a **força resultante** sobre ela seja **nula**?



Princípio de Superposição

Exemplo 19.1: Onde a Força Resultante é Nula?

Três **partículas carregadas** encontram-se **ao longo** do **eixo x** como nesta figura. A partícula com carga $q_1 = +15.0 \mu\text{C}$ está em $x = 2.00 \text{ m}$, enquanto a partícula com carga $q_2 = +6.00 \mu\text{C}$ está na origem.

Onde deve ser colocado no eixo x uma **partícula** com carga negativa q_3 de maneira que a **força resultante** sobre ela seja **nula**?

Quadro (involvendo Bhaskara): $x = 0,775 \text{ m}$

Por que a outra solução não é aceitável?

Princípio de Superposição

Distribuição Contínua de Carga

Voltando pro **princípio de sobreposição**:

$$\mathbf{F}_i = \sum_{j \neq i} \mathbf{F}_{ji} = k_e q_i \cdot \sum_{j \neq i} q_j \hat{\mathbf{r}}_{ji} / r_{ji}^2 \text{ ou } k_e q_i \cdot \sum_{j \neq i} q_j \mathbf{r}_{ji} / r_{ji}^3$$

E se as “outras cargas” fossem uma **carga contínua** distribuída sobre um **volume V**?

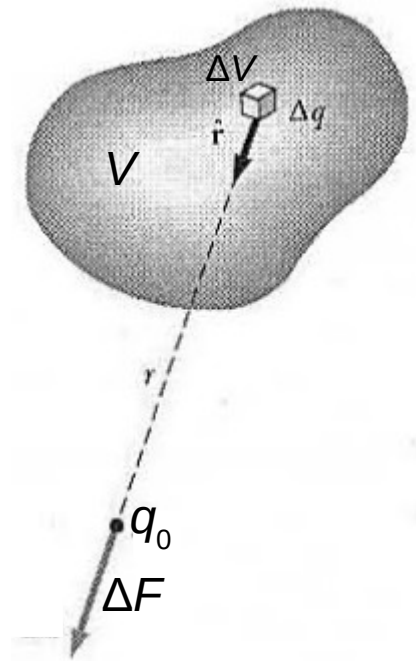
Como será a **força** que esta carga contínua **exerce** sobre uma **carga** q_0 ?

podemos usar a **mesma fórmula**, subdividindo a **carga** distribuída sobre V em “**carguinhas**” Δq_i .

Assim, q_0 faz a papel de q_i na fórmula, e os Δq_i , o das q_j :

$$\mathbf{F} = \sum \Delta \mathbf{F}_i = k_e q_0 \cdot \sum_V \Delta q_i \hat{\mathbf{r}}_i / r_i^2 \text{ ou } k_e q_0 \cdot \sum_V \Delta q_i \mathbf{r}_i / r_i^3,$$

onde \mathbf{r}_i agora é o vetor apontando de Δq_i para q_0 , $\mathbf{r}_i = \mathbf{r}_{q_0} - \mathbf{r}_{\Delta q_i}$



vetores posição
de q_0 e Δq_i

$\mathbf{r}_{q_0} - \mathbf{r}_{\Delta q_i}$

Princípio de Superposição

Distribuição Contínua de Carga

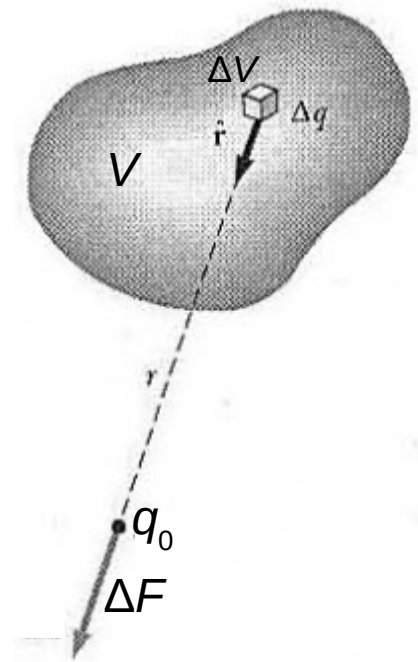
$$\mathbf{F} = \sum \Delta \mathbf{F}_i = k_e q_0 \cdot \sum_V \Delta q_i \frac{\mathbf{r}_i}{r_i^2} \text{ ou } k_e q_0 \cdot \sum_V \Delta q_i \frac{\mathbf{r}_i}{r_i^3},$$

$$\mathbf{r}_i = \mathbf{r}_{q_0} - \mathbf{r}_{\Delta q_i}$$

Idealmente usamos “**carguinhos infinitesimalmente pequenos**” dq ,
i.e. fazemos os “voluminhos” tender a
voluminhos infinitesimalmente pequenos dV .

Assim, a **soma** vira uma **integral**:

$$\mathbf{F} = \int d\mathbf{F} = k_e q_0 \cdot \int_V \frac{\mathbf{r}}{r^2} dq \text{ ou } k_e q_0 \cdot \int_V \frac{\mathbf{r}}{r^3} dV$$



Princípio de Superposição

Distribuição Contínua de Carga

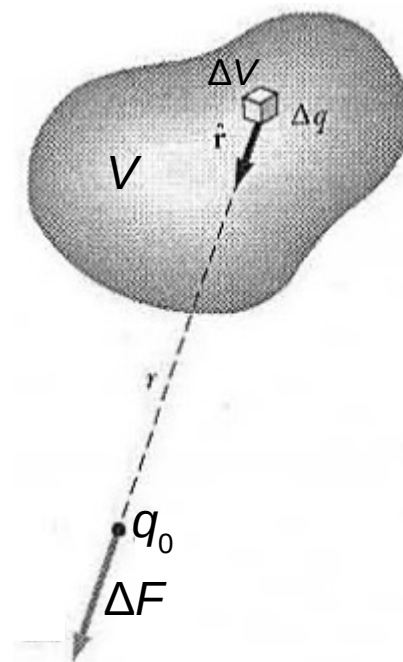
$$\mathbf{F} = \int d\mathbf{F} = k_e q_0 \cdot \int_V \mathbf{r} / r^2 dq \quad \text{ou} \quad k_e q_0 \cdot \int_V \mathbf{r} / r^3 dq$$

Se a carga distribuída sobre V é dada por uma **função densidade de carga** $\rho(\mathbf{r})$, onde ρ é definida como **carga por unidade de volume**:

$$\rho \equiv Q/V, \quad [\rho] = \text{C/m}^3,$$

a “**carguinha**” na posição \mathbf{r} vira $dq = \rho(\mathbf{r})dV$:

$$\mathbf{F} = \int d\mathbf{F} = k_e q_0 \cdot \int_V \rho(\mathbf{r}) \mathbf{r} / r^2 dV \quad \text{ou} \quad k_e q_0 \cdot \int_V \rho(\mathbf{r}) \mathbf{r} / r^3 dV$$



Princípio de Superposição

Distribuição Contínua de Carga

Às vezes a carga é distribuída sobre uma **superfície** A , dada por uma função **densidade de carga por unidade de área** $\sigma(\mathbf{r})$,

$$\sigma \equiv Q/A, \quad [\sigma] = \text{C/m}^2$$

$$\Rightarrow dq = \sigma(\mathbf{r})dA,$$

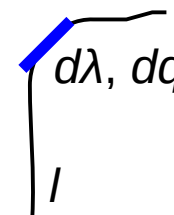
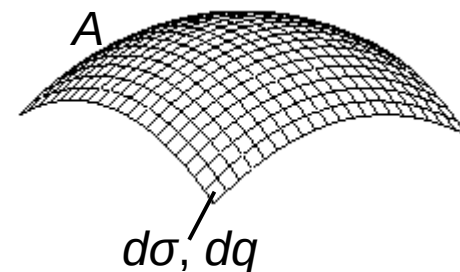
$$\mathbf{F} = \int d\mathbf{F} = k_e q_0 \cdot \int_A \sigma(\mathbf{r}) \mathbf{r}/r^2 dA \quad \text{ou} \quad k_e q_0 \cdot \int_A \sigma(\mathbf{r}) \mathbf{r}/r^3 dA,$$

ou sobre uma **curva** l , dada por uma função **densidade de carga por unidade de comprimento** $\lambda(\mathbf{r})$,

$$\lambda \equiv Q/l, \quad [\lambda] = \text{C/m}$$

$$\Rightarrow dq = \lambda(\mathbf{r})dl,$$

$$\mathbf{F} = \int d\mathbf{F} = k_e q_0 \cdot \int_l \lambda(\mathbf{r}) \mathbf{r}/r^2 dl \quad \text{ou} \quad k_e q_0 \cdot \int_l \lambda(\mathbf{r}) \mathbf{r}/r^3 dl.$$



Campos Elétricos

Olhando pra **força elétrica** “sentida” por uma **carga q_0** em diferentes casos ($\mathbf{r} := \mathbf{r}_{q_0}$ = vetor posição de q_0):

Devido a uma outra carga q_2 :

$$\mathbf{F}_e = k_e q_0 q_2 \hat{\mathbf{r}}_{20} / r_{20}^2 = k_e q_0 q_2 \mathbf{r}_{20} / r_{20}^3 = k_e q_2 \mathbf{r}_{20} / r_{20}^3 \cdot q_0$$

Devido a um conjunto de cargas q_1 a q_N ($\mathbf{r}_i = \mathbf{r} - \mathbf{r}_{qi}$):

$$\mathbf{F}_e = k_e q_0 \cdot \sum_{i=1,N} q_i \hat{\mathbf{r}}_i / r_i^2 = k_e q_0 \cdot \sum_{i=1,N} q_i \mathbf{r}_i / r_i^3 = k_e \sum_{i=1,N} q_i \mathbf{r}_i / r_i^3 \cdot q_0$$

Devido a uma distribuição contínua de carga ($\mathbf{r}' = \mathbf{r} - \mathbf{r}_{dq}$):

$$\mathbf{F}_e = k_e q_0 \cdot \int_V \rho(\mathbf{r}') \mathbf{r}' / r'^3 dV = k_e \cdot \int_V \rho(\mathbf{r}') \mathbf{r}' / r'^3 dV \cdot q_0$$

$$\mathbf{F}_e = k_e q_0 \cdot \int_A \sigma(\mathbf{r}') \mathbf{r}' / r'^3 dA = k_e \cdot \int_A \sigma(\mathbf{r}') \mathbf{r}' / r'^3 dA \cdot q_0$$

$$\mathbf{F}_e = k_e q_0 \cdot \int_l \lambda(\mathbf{r}') \mathbf{r}' / r'^3 dl = k_e \cdot \int_l \lambda(\mathbf{r}') \mathbf{r}' / r'^3 dl \cdot q_0$$

É sempre “**algo**” que **independe** de q_0 , i.e. depende apenas das demais cargas, **multiplicado** por q_0 !

Campos Elétricos

Melhor dito: Aquele “algo” depende da **distribuição** das **demais cargas**, que podemos chamar de **partículas-fonte**, e da **posição** de q_0 em **relação** a esta **distribuição**.

Se conseguimos **determinar** aquele algo, saberemos a **força** sobre **qualquer carga** posicionada na **posição** de q_0 .

É uma grandeza muito útil.

Chamamos ela de **campo elétrico** \mathbf{E} :

$$\mathbf{E} \equiv \mathbf{F}_e / q_0 \quad [E] = \text{N/C}$$

O campo elétrico é uma **função** da **posição** $\mathbf{E} = \mathbf{E}(\mathbf{r})$, e é uma grandeza **vetorial**.

Assim, a **força elétrica** sobre uma **carga** q na **posição** \mathbf{r} é

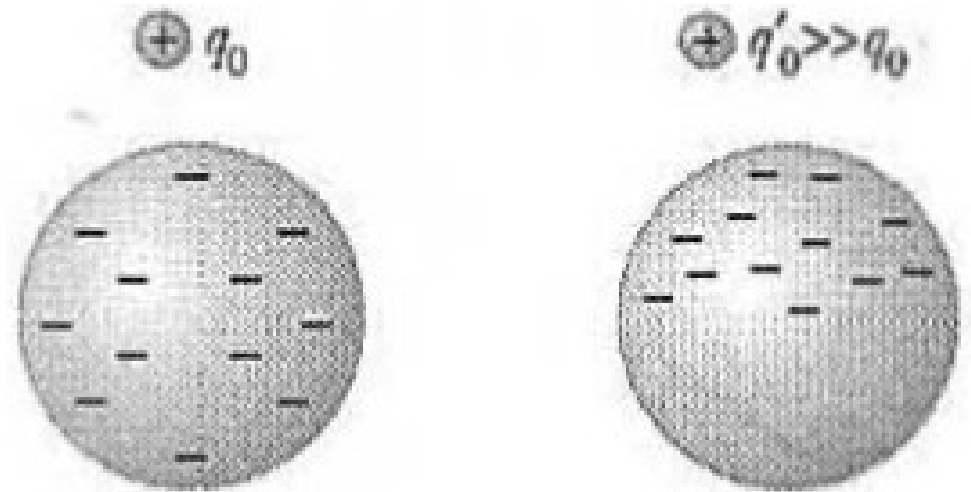
$$\mathbf{F}_e(\mathbf{r}) = q\mathbf{E}(\mathbf{r})$$

(análogo à força gravitacional sobre uma massa m : $\mathbf{F}_g = m\mathbf{g}$)

Campos Elétricos

O campo elétrico $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ pode ser determinado **medindo a força** sobre uma “**carga de prova**” q_0 e **dividindo esta por q_0** ,

!!! Atenção: A **carga de prova** deve ser **pequena**, senão ela pode influenciar a distribuição das demais cargas, e então alterar o campo elétrico devido a estas, como no caso de q_0' no desenho.



Campos Elétricos

... ou **calculando**-o da mesma maneira que calculando a **força elétrica**, mas sem o fator q_0 .

Assim, já conhecemos o **campo** pros casos:

Campo de uma carga q (\mathbf{r} = posição em relação da de q):

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = k_e q \hat{\mathbf{r}} / r^2 = k_e q \mathbf{r} / r^3$$

Devido a um conjunto de cargas q_1 a q_N :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = k_e \cdot \sum_{i=1, N} q_i \hat{\mathbf{r}}_i / r_i^2 = k_e \cdot \sum_{i=1, N} q_i \mathbf{r}_i / r_i^3$$

Devido a uma distribuição contínua de carga:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = k_e \cdot \int_V \hat{\mathbf{r}}' / r'^2 dq = k_e \cdot \int_V \rho(\mathbf{r}') \hat{\mathbf{r}}' / r'^2 dV = k_e \cdot \int_V \rho(\mathbf{r}') \mathbf{r}' / r'^3 dV$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = k_e \cdot \int_V \hat{\mathbf{r}}' / r'^2 dq = k_e \cdot \int_A \sigma(\mathbf{r}') \hat{\mathbf{r}}' / r'^2 dA = k_e \cdot \int_A \sigma(\mathbf{r}') \mathbf{r}' / r'^3 dA$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = k_e \cdot \int_V \hat{\mathbf{r}}' / r'^2 dq = k_e \cdot \int_l \lambda(\mathbf{r}') \hat{\mathbf{r}}' / r'^2 dl = k_e \cdot \int_l \lambda(\mathbf{r}') \mathbf{r}' / r'^3 dl$$

Campos Elétricos

Enigma Rápido 19.3

Uma carga de prova de $+3 \mu\text{C}$ está em um ponto P onde o campo elétrico devido às cargas-fonte é orientado para a direita e tem o módulo de $4 \cdot 10^6 \text{ N/C}$.

Se a carga de prova for substituída por uma de $-3 \mu\text{C}$, o que acontece com o campo elétrico em P ?

Campos Elétricos

Enigma Rápido 19.3

Uma carga de prova de $+3 \mu\text{C}$ está em um ponto P onde o campo elétrico devido às cargas-fonte é orientado para a direita e tem o módulo de $4 \cdot 10^6 \text{ N/C}$.

Se a carga de prova for substituída por uma de $-3 \mu\text{C}$, o que acontece com o campo elétrico em P ?

Nada.

O campo é uma função da posição, e não do valor da carga de prova.

(Mas a força se inverte.)

Campos Elétricos

Enigma Rápido 19.4

Uma **bola** muito pequena de **isopor**, **não carregada**, **revestida de metal**, é suspensa na região entre duas **placas verticais metálicas** na qual existe um **campo elétrico uniforme**.

Se as duas placas forem **carregadas**, uma **positiva** e uma **negativa**, descreva o **movimento** da bola depois que ela for colocada em **contato** com **uma** das **placas**.

Campos Elétricos

Enigma Rápido 19.4

Uma **bola** muito pequena de **isopor**, **não carregada**, **revestida de metal**, é suspensa na região entre duas **placas verticais metálicas** na qual existe um **campo elétrico uniforme**.

Se as duas placas forem **carregadas**, uma **positiva** e uma **negativa**, descreva o **movimento** da bola depois que ela for colocada em **contato** com **uma** das **placas**.

Ela leva carga do mesmo sinal e é atraída na **direção** da **outra placa**, onde ela leva carga desta e é atraída pela primeira placa, etc.

Campos Elétricos

Exercício

Um pedaço de **folha** de **alumínio** de **massa** $5.0 \cdot 10^{-2} \text{ kg}$ é **suspenso** por um fio em um **campo elétrico** orientado **verticalmente** para **cima**.

Se a **carga** na folha for $3.0 \mu\text{C}$, encontre a **intensidade** do **campo** que reduzirá a **zero** a **tensão** no **fio**.

Campos Elétricos

Exercício

Um pedaço de **folha** de **alumínio** de **massa** $5.0 \cdot 10^{-2}$ kg é **suspenso** por um fio em um **campo elétrico** orientado **verticalmente** para **cima**.

Se a **carga** na folha for $3.0 \mu\text{C}$, encontre a **intensidade** do **campo** que reduzirá a **zero** a **tensão** no **fio**.

Quadro: $E = 1.6 \cdot 10^5$ N/C

Campos Elétricos

Exercício

O núcleo de um átomo de hidrogênio, um próton, cria um campo elétrico. A distância média entre o próton e o elétron de um átomo de hidrogênio é aproximadamente $a_0 = 5.3 \cdot 10^{-11} \text{ m}$.

Qual é a magnitude do campo elétrico a essa distância do próton?

Campos Elétricos

Exercício

O núcleo de um átomo de hidrogênio, um próton, cria um campo elétrico. A distância média entre o próton e o elétron de um átomo de hidrogênio é aproximadamente $a_0 = 5.3 \cdot 10^{-11} \text{ m}$.

Qual é a magnitude do campo elétrico a essa distância do próton?

Quadro: $E = 5.1 \cdot 10^{11} \text{ N/C}$

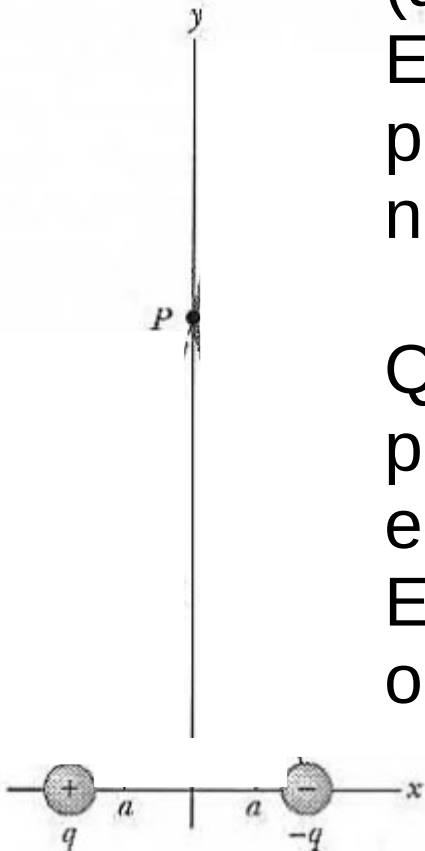
Campos Elétricos

Exemplo 19.3: Campo Elétrico de um Dipolo

Dipolo elétrico: Par de **cargas opostas** de **mesmo módulo** ($q, -q$) **separadas** por uma **distância** (aqui $2a$). Escolhemos como eixo x o eixo que passa pelas duas cargas, com a origem no ponto no meio entre elas.

Queremos determinar o **campo elétrico** num ponto P no **plano de simetria** entre as cargas em **função** da **distância** da origem.

Escolhendo como eixo y o eixo que passa pela origem e o ponto P , esta distância é justamente a coordenada y do ponto P .



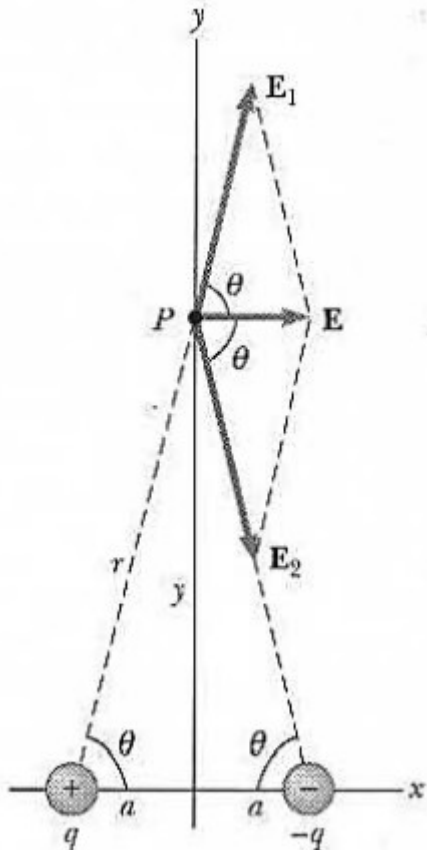
Campos Elétricos

Exemplo 19.3: Campo Elétrico de um Dipolo

Quadro:

Obtemos

$$\mathbf{E} = k_e \frac{2qa}{(y^2 + a^2)^{3/2}} \text{ na direção } +x$$



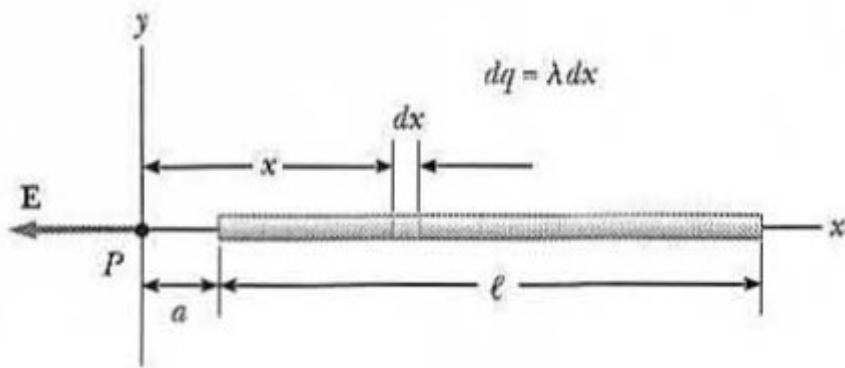
Para $y \gg a$ (**longe** do dipolo), isto tende a $2k_e qa/y^3$

O **campo** de um **dipolo** cai com o **cu**bo da **distância**!

Falaremos mais sobre dipolos elétricos mais pra frente.

Campos Elétricos

Exemplo 19.4: Campo Elétrico devido a uma Haste Carregada



Quadro:

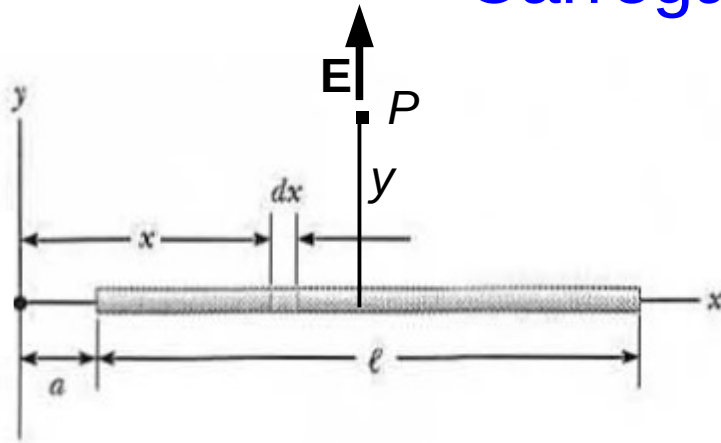
Para pontos na linha da haste:

$$E = \frac{k_e Q}{a(\ell + a)}$$

Caso $a \gg \ell$: $E \approx k_e Q/a^2$ tende ao campo de uma carga pontual

Campos Elétricos

Exemplo 19.4: Campo Elétrico devido a uma Haste Carregada



Sem dedução
(envolve uma integral chata):

Para pontos no plano
perpendicular à haste:

$$E = k_e Q / (y \cdot \sqrt{y^2 + l^2/4})$$

Caso $y \gg l$: $E \approx k_e Q / y^2$ tende ao campo de uma **carga pontual**

caso $y \ll l$ (a haste parece como “uma linha de carga infinita”):

$$E \approx 2k_e Q / (y \cdot l) = 2k_e \lambda / y \propto 1/y !$$

Campos Elétricos

Exemplo 19.5: Campo Elétrico de um Anél de Carga Uniforme

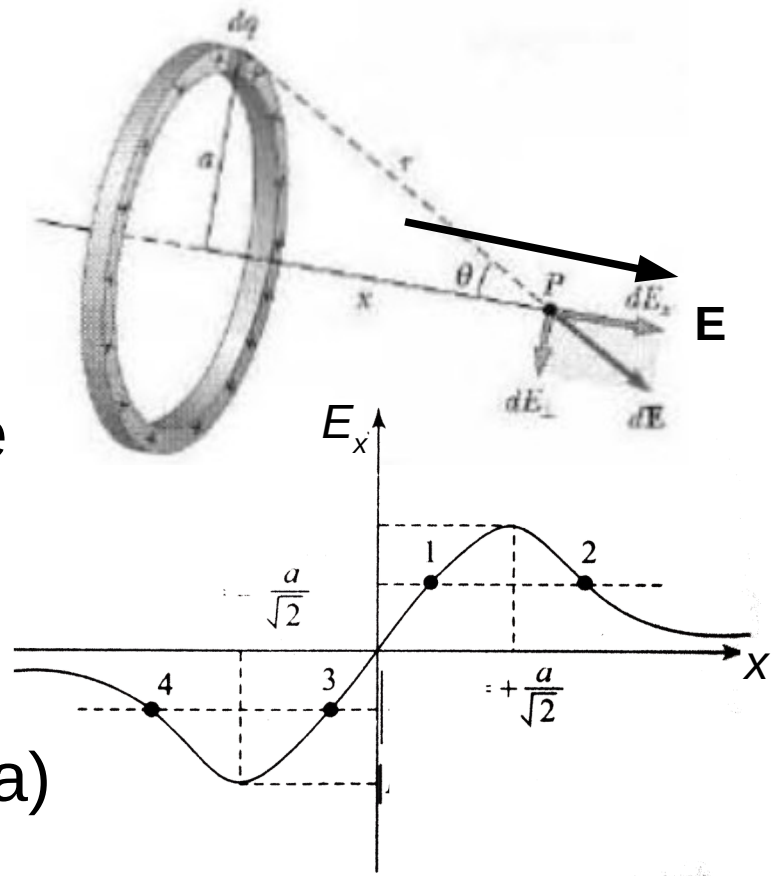
Quadro:

$$E = \frac{k_e x}{(x^2 + a^2)^{3/2}} Q$$

caso $x \gg a$: $E \approx k_e Q/x^2$ como sempre

caso $x \ll a$: $E \approx k_e Qx/a^3 \propto x$

caso $x = 0$: $E = 0$ (lógico pela simetria)



Campos Elétricos

Campo Elétrico de um Disco de Carga Uniforme

Sem dedução (outra integral chata):

$$E = 2k_e Q/R^2 \cdot (1 - x/\sqrt{x^2+R^2})$$

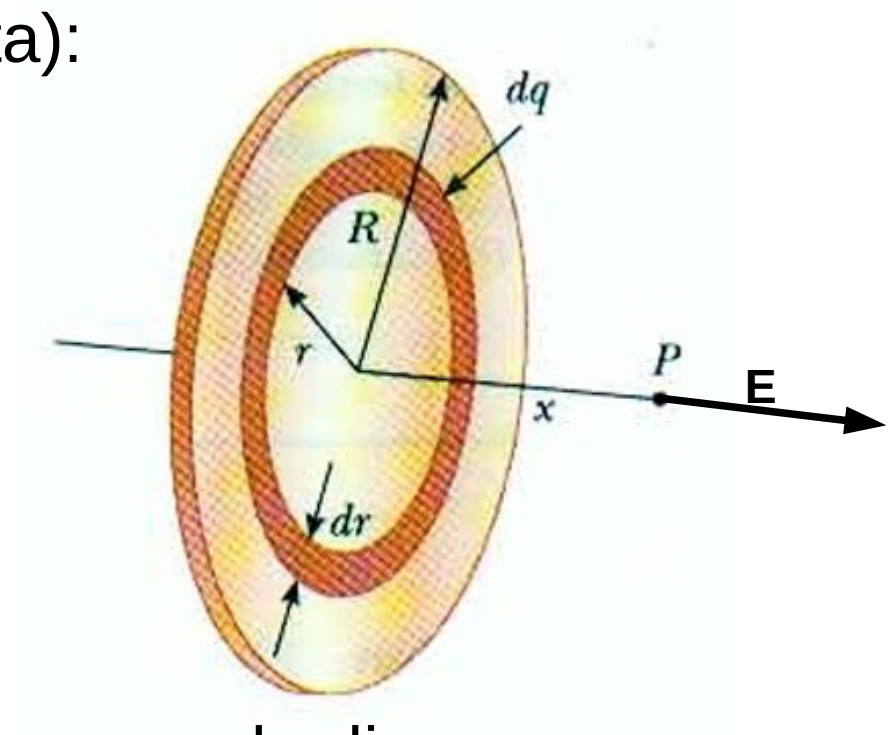
caso $x \gg R$: $E \approx k_e Q/x^2$

caso $x \ll R$ (“placa infinita”):

$$E \approx 2\pi k_e \sigma = k_e \sigma / 2\epsilon_0 = \text{const.}$$

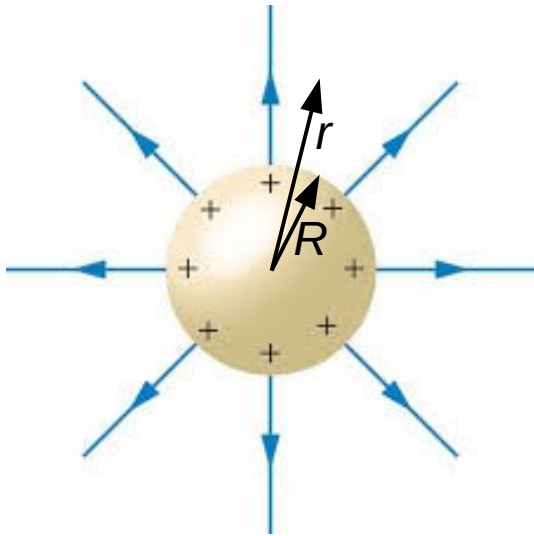
onde $\sigma = Q/\pi R^2$ é a densidade de carga do disco

O **campo** de um **plano** infinito (ou finito mas muito perto dele) **carregado uniformemente** é **constante**!



Campos Elétricos

Campo Elétrico de uma Casca Esférica de Carga



Sem dedução:

$$E = \begin{cases} 0 & r < R \\ k_e Q / r^2 & r > R \end{cases}$$

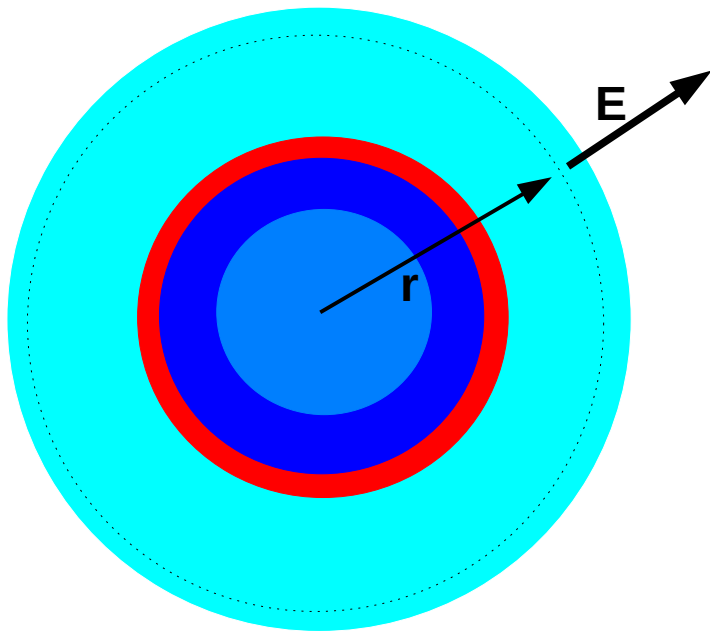
O campo é igual ao de uma **carga pontual** em pontos do lado **exterior** da casca, e **nulo** em pontos no **interior** da casca.

=> **teorema das cascas esféricas**

Existe um teorema equivalente pro **campo gravitacional** de **cascas** de **densidade** (de **massa**) **constante**.

Campos Elétricos

Campo Elétrico de uma Distribuição Esfericamente Simétrica de Carga

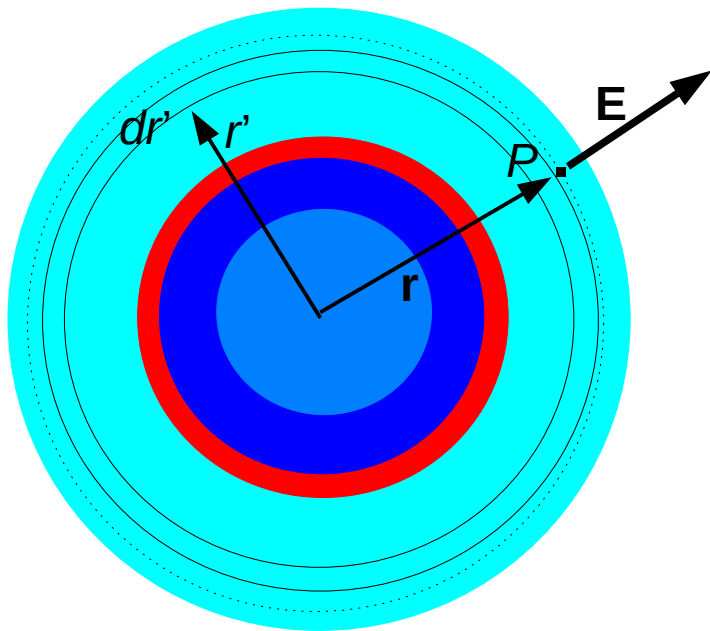


Isto é, a **densidade** de **carga** é uma **função apenas** da **distância** até o **centro** da distribuição, r' , $\rho = \rho(r')$.

Queremos conhecer o campo na distância r do centro.

Campos Elétricos

Campo Elétrico de uma Distribuição Esfericamente Simétrica de Carga



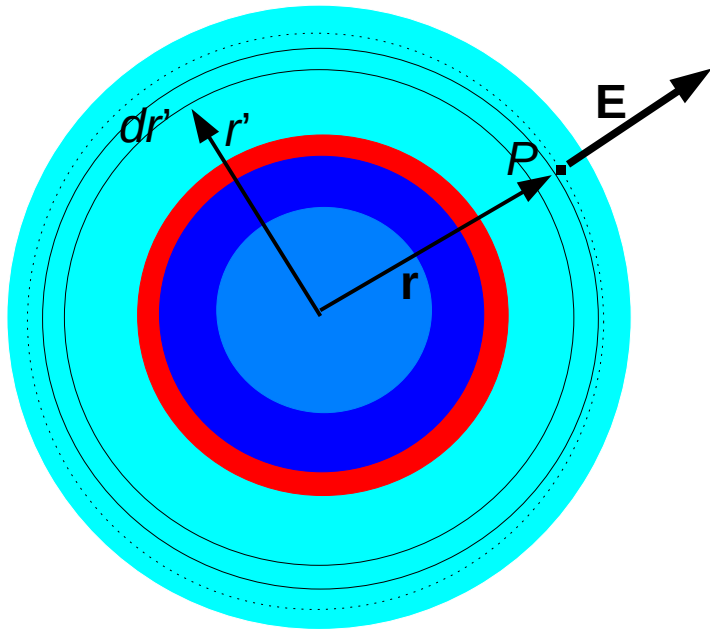
Subdividindo a carga em **casquinhas concêntricas** de espessura dr' , podemos usar o **teorema das cascas esféricas**:

- As casquinhas com $r' < r$, isto é, que se encontram no **interior** da casquinha que passa pelo ponto P , contribuem da **mesma maneira** que uma **carga pontual** do **mesmo valor** situada no **centro** da distribuição.

- As com $r' > r$, que se encontram no **exterior** da casquinha passando por P , **não contribuem**.

Campos Elétricos

Campo Elétrico de uma Distribuição Esfericamente Simétrica de Carga



=> O **campo** equivale àquele gerado por uma **carga pontual** do valor de **toda a carga contida** dentro da **esfera** com **raio r** , q_{in} (ou q_r):

$$E = k_e q_{in} / r^2, \text{ onde } q_{in} = \int_0^r dq \\ = \int_0^r \rho(r') dV(r') = \int_0^r \rho(r') 4\pi r'^2 dr'$$

!!! Casquinhas com **carga positiva** contribuem com um componente

”**para fora**”, e casquinhas com carga **negativa**, ”**para dentro**”.

Para este resultado também existe um equivalente gravitacional.

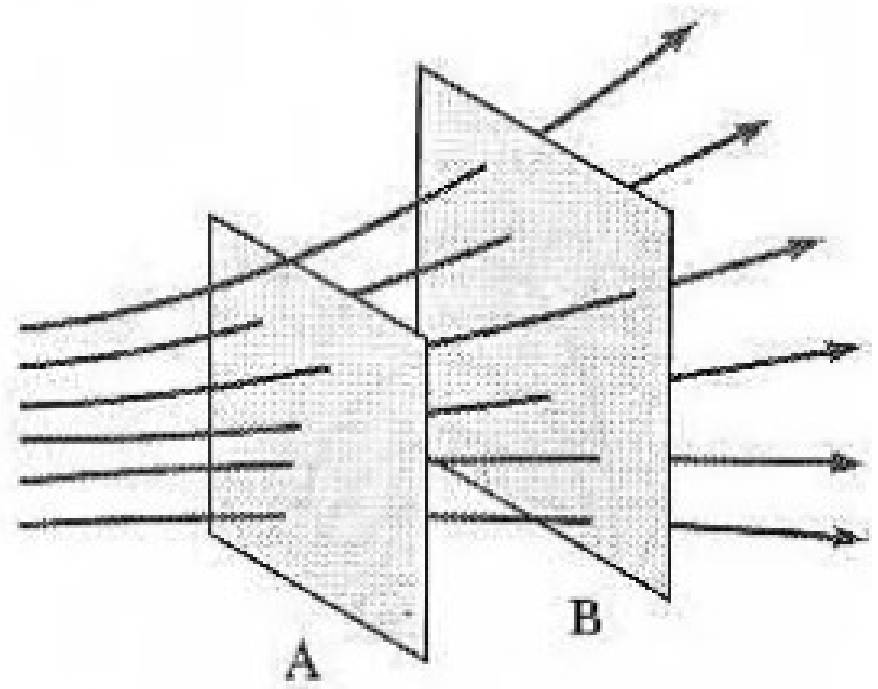
Linhas de Campo Elétrico

Uma **representação pictórica** para **visualizar padrões** do campo.

Linhas, que "**seguem**" o **campo**,
i.e. em **cada ponto** da linha,
o **campo E** é **tangente** à linha.

Onde as linhas são **mais próximas** uma da outra,
i.e. onde a **densidade** de **linhas** é **alta**, o **campo** é mais **forte**.

A densidade de linhas atravessando a superfície A é mais alta que a atravessando B
=> o campo é mais forte na região de A.



Linhas de Campo Elétrico

Linhas de campo **não** se **cruzam** (já que no ponto de cruzamento, o campo teria dois valores).

!!! Linhas de campo **não** são **trajetórias** de partículas. Elas **não** apontam na **direção** do **movimento**, i. e. da **velocidade**, de partículas carregadas, mas na direção da **força elétrica** agindo sobre elas.

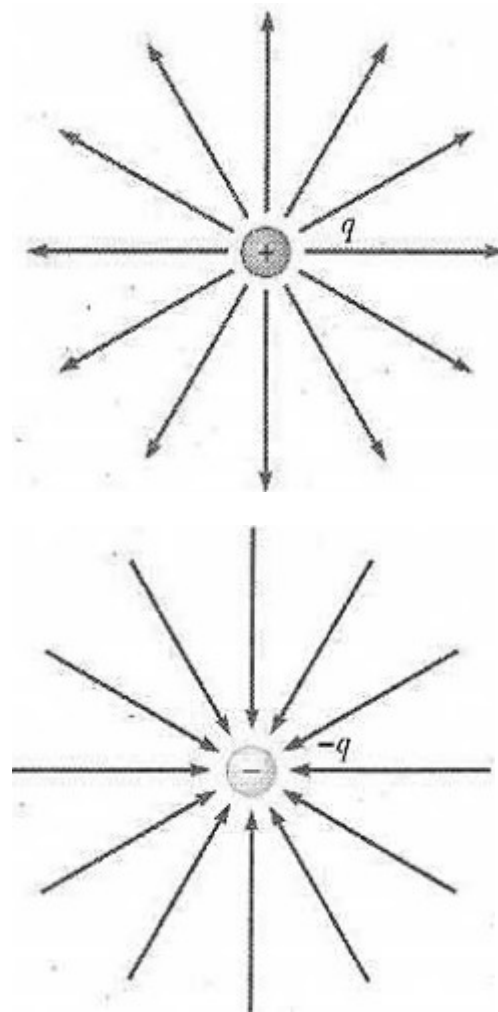
Se for a única força agindo, isto também é a **direção** da **aceleração** da partícula, mas **não** da **velocidade**.

Linhas de Campo Elétrico

Linhas de campo de uma carga pontual

O campo é **mais forte perto da carga** (Já sabíamos, já que o campo de uma carga pontual é $k_e q/r^2$)

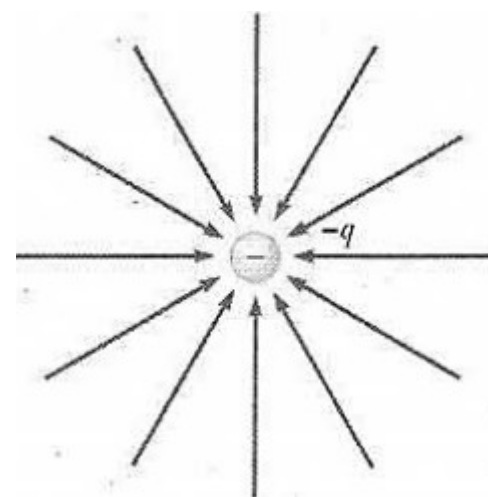
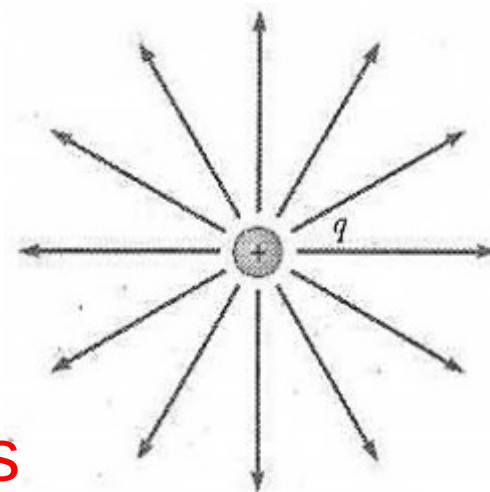
- **Linhas de campo** **começam em cargas positivas** e **terminam em cargas negativas**, ou seja, **apontam para fora de cargas positivas** e na **direção de cargas negativas**.



Linhas de Campo Elétrico

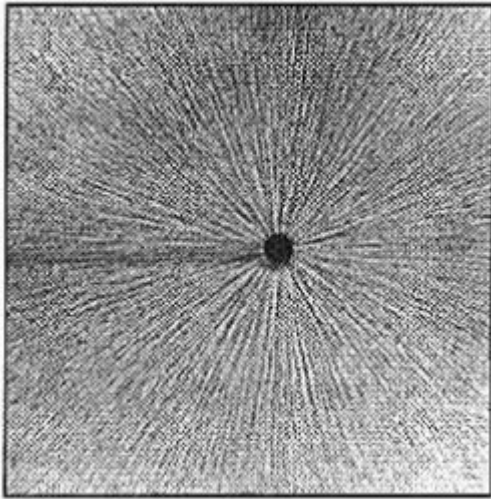
Linhas de campo de uma carga pontual

- Se há um **excesso** de **cargas positivas** (se a **carga total é positiva**), haverá **linhas** que vão "**até o infinito**".
- Se há um **excesso** de **cargas negativas** (se a **carga total é negativa**), haverá linhas que vêm "**do infinito**".



Linhas de Campo Elétrico

Visualizar Linhas de Campo



Uma maneira de **visualizar linhas de campo elétrico** é por pequenos **filamentos de fibra suspensos em óleo**.

Estes são **polarizados** e se **alinham** com o **campo** elétrico, aqui gerado por um pequeno condutor carregado no centro.

Linhas de Campo Elétrico

Enigma rápido 19.5

Em **tempo bom**, ocorre um **campo elétrico** na **superfície** da **Terra**, apontando **para baixo** em direção ao solo.
Qual é o **sinal** da **carga elétrica** no **solo** em tempo bom?

Linhas de Campo Elétrico

Enigma rápido 19.5

Em **tempo bom**, ocorre um **campo elétrico** na **superfície** da **Terra**, apontando **para baixo** em direção ao solo.
Qual é o **sinal** da **carga elétrica** no **solo** em tempo bom?

negativo

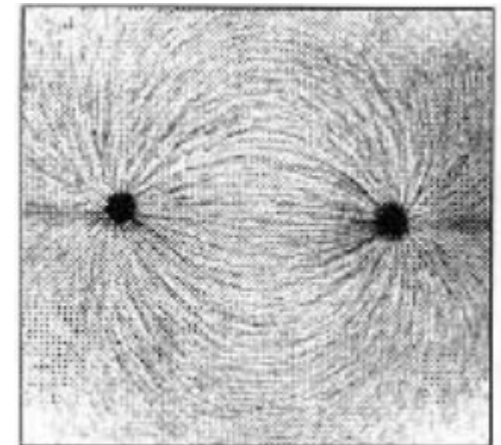
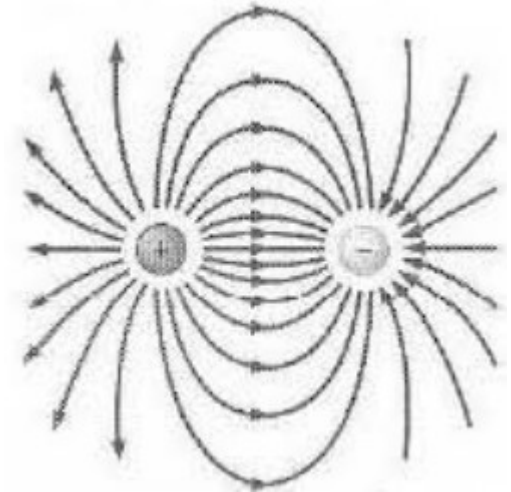
Linhas de Campo Elétrico

Linhas de campo de um dipolo elétrico

Perto de uma das cargas, o campo devido a esta domina, e o campo parece com o de uma carga pontual (radial saindo ou entrando na carga).

Em outras posições, ambas as cargas contribuem significativamente.

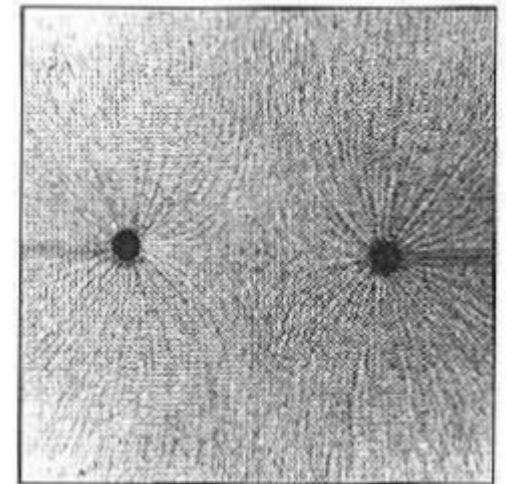
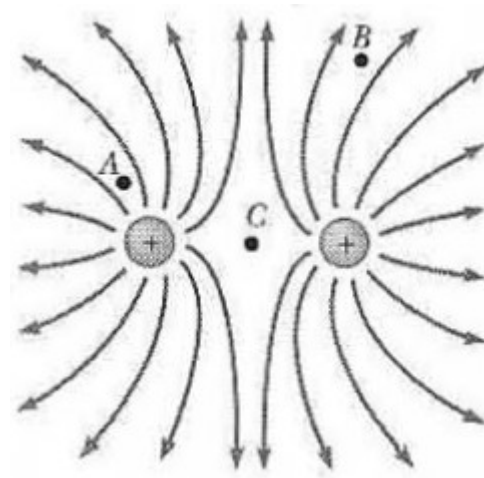
No plano entre as cargas, ele está paralelo à linha que vai da carga positiva pra negativa, como já tínhamos visto no exemplo 19.3.



Linhas de Campo Elétrico

Linhas de campo de duas cargas (positivas) iguais

- Novamente, perto de uma das cargas, o campo é praticamente o de uma carga pontual.

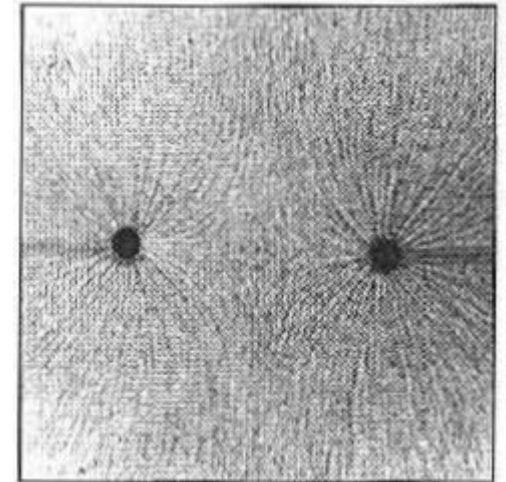
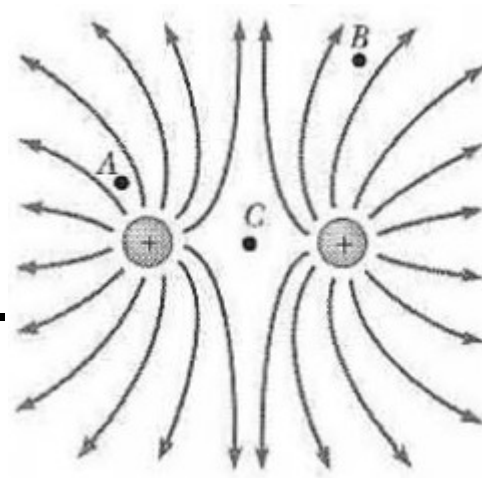


- Na distância, se assemelha ao de uma carga pontual de $2q$.

Linhas de Campo Elétrico

Enigma rápido 19.6

Classifique as **magnitudes** do **campo** elétrico nos **pontos A, B e C** da figura, com o **maior** valor **primeiro**.

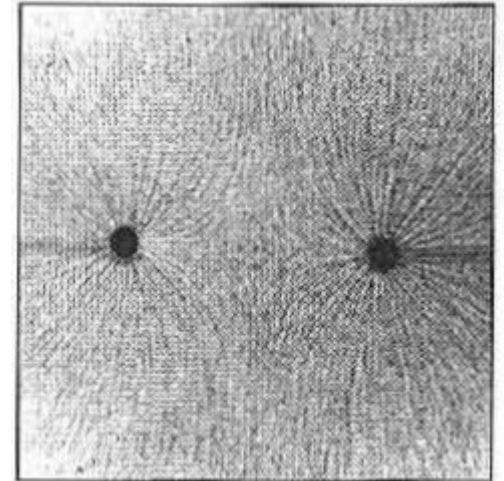
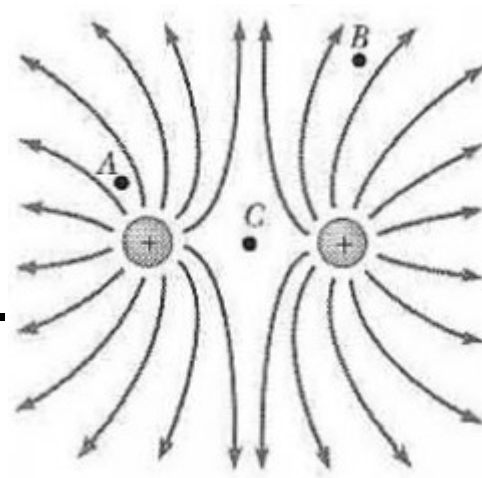


Linhas de Campo Elétrico

Enigma rápido 19.6

Classifique as magnitudes do campo elétrico nos pontos A , B e C da figura, com o maior valor primeiro.

$$E(A) > E(B) > E(C)$$



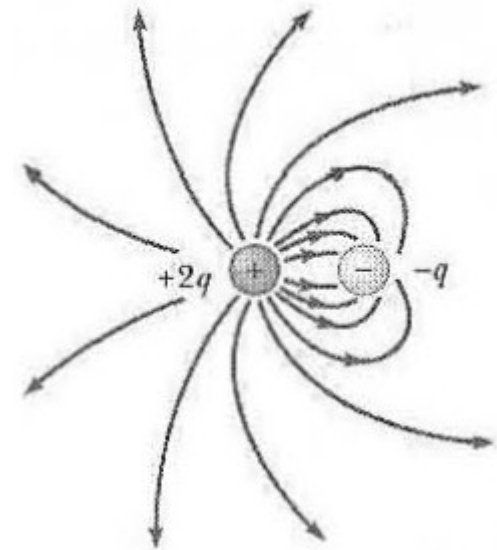
Linhas de Campo Elétrico

Linhas de campo de duas cargas de sinais opostos e com módulos diferentes

Algumas linhas “nascem” na carga $+2q$ e terminam na $-q$.

Pela carga total positiva, há linhas que “vão pro infinito”.

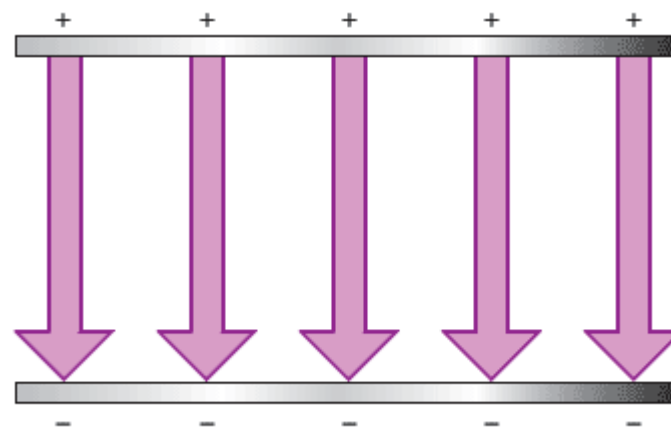
Na distância, o campo se assemelha ao de uma carga pontual de $+2q + -q = +1q$.



Campo Elétrico Uniforme

Em **todas** as **posições**, o **campo E** é o **mesmo** (mesmo módulo e mesma direção)

Isto é aproximadamente realizado na região **entre** duas **placas paralelas carregadas** (normalmente com cargas do mesmo módulo e sinais opostos), arranjo chamada **capacitor de placas paralelas**.



© 2007 Encyclopædia Britannica, Inc.

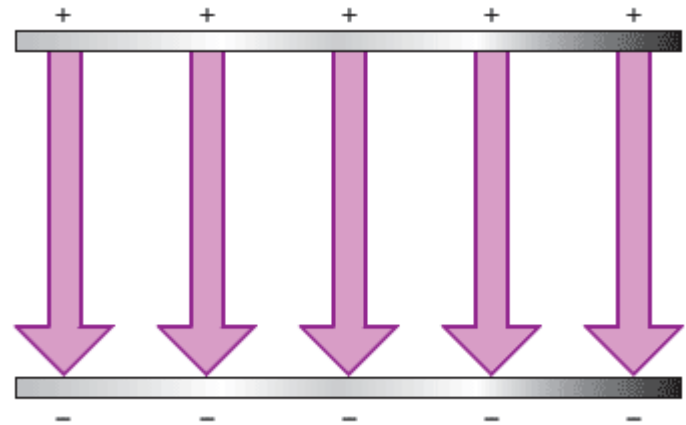
Aprenderemos mais sobre capacitores mais pra frente nesta disciplina.

Movimento de Partículas Carregadas em um Campo Elétrico Uniforme

Neste caso, a **força** também é **igual** em **todos** os **pontos** da trajetória da partícula, já que

$$\mathbf{F}_e = q\mathbf{E},$$

onde q é a carga da partícula



© 2007 Encyclopædia Britannica, Inc.

Movimento de Partículas Carregadas em um Campo Elétrico Uniforme

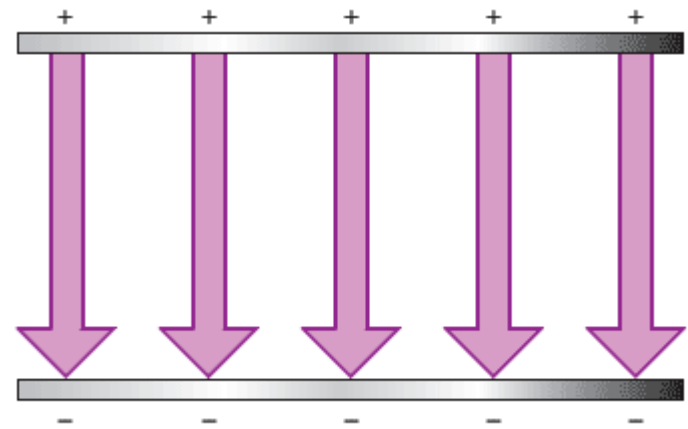
Pela **segunda lei** de **Newton**, se as **demaís forças** agindo sobre a partícula são **desprezíveis**:

$$\mathbf{a} = \mathbf{F}_e/m = q\mathbf{E}/m = q/m \cdot \mathbf{E} = \text{const.}$$

=> movimento com **aceleração constante**

(similar ao movimento de uma massa no campo gravitacional perto da superfície da Terra, onde $\mathbf{a} = \mathbf{F}_g/m = mg/m = \mathbf{g}$)

Este movimento conhecemos bem de **Fenômenos Mecânicos**, e podemos usar as **mesmas fórmulas**, substituindo \mathbf{a} (ou \mathbf{g}) por $q/m \cdot \mathbf{E}$.



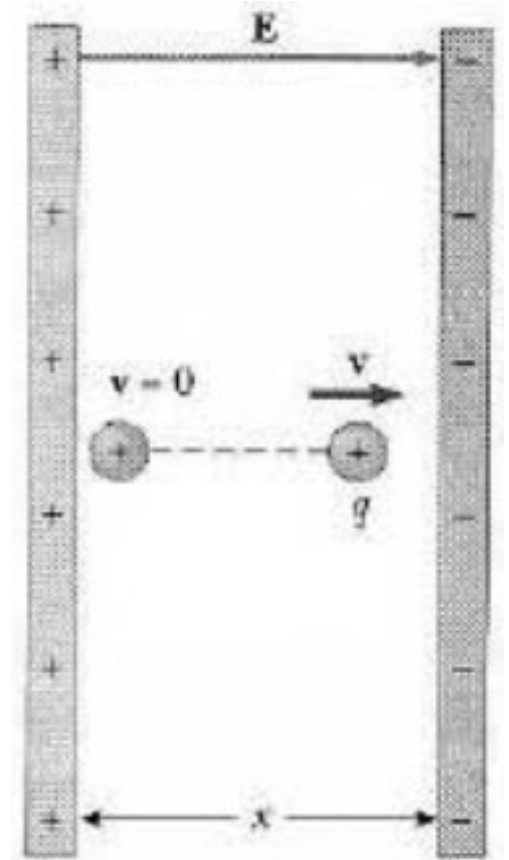
© 2007 Encyclopædia Britannica, Inc.

Movimento de Partículas Carregadas em um Campo Elétrico Uniforme

Exemplo 19.6: Uma Carga Positiva Acelerada

Uma **partícula** com **carga positiva** q e massa m é **liberada do repouso** em um **campo elétrico uniforme** \mathbf{E} orientado ao longo do eixo x como na figura.

Descreva seu **movimento**.



Movimento de Partículas Carregadas em um Campo Elétrico Uniforme

Exemplo 19.6: Uma Carga Positiva Acelerada

Uma **partícula** com **carga positiva** q e massa m é **liberada do repouso** em um **campo elétrico uniforme** \mathbf{E} orientado ao longo do eixo x como na figura.

Descreva seu **movimento**.

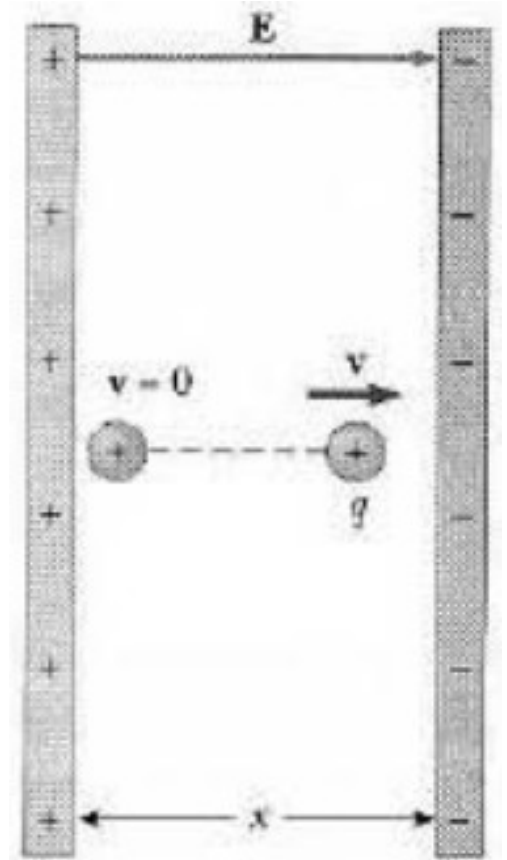
FeMec:

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 = \frac{qE}{2m} \cdot t^2$$

$$v(t) = v_0 + at = \frac{qE}{m} \cdot t$$

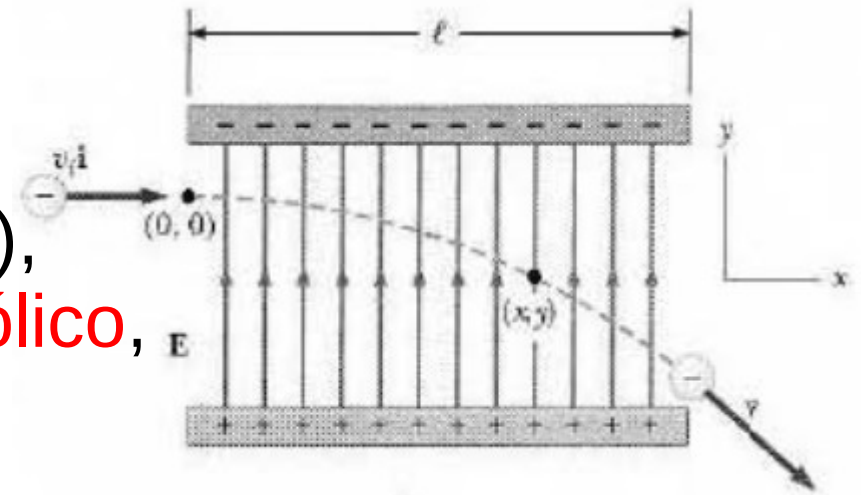
$$v(t)^2 = v_0^2 + 2a(x(t) - x_0) = \frac{2qE}{m} \cdot x(t)$$

$$\text{Energia cinética: } K(t) = \frac{1}{2}mv^2 = qEx(t)$$



Movimento de Partículas Carregadas em um Campo Elétrico Uniforme

Se o movimento da partícula também tem um componente perpendicular ao campo, este é constante (já que não há aceleração na direção \perp campo), e teremos um movimento parabólico, de novo, igual como a trajetória de uma massa na campo gravitacional perto da superfície da Terra.



Movimento de Partículas Carregadas em um Campo Elétrico Uniforme

Exemplo 19.7 Um Elétron Acelerado

Um **elétron** entra na região de um **campo elétrico uniforme** como na figura, com $v_i = 3.00 \cdot 10^6$ m/s e $E = 200$ N/C.

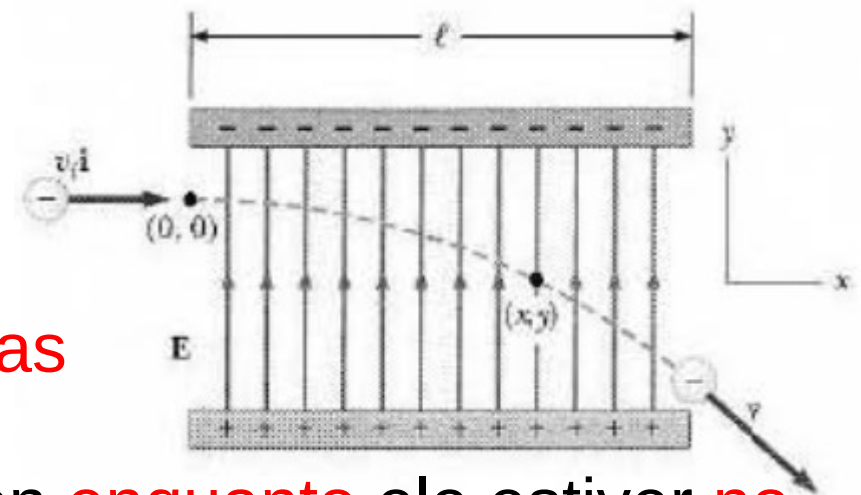
O **comprimento horizontal** das **placas** é $l = 0.100$ m.

(a) Encontre a **aceleração** do elétron **enquanto** ele estiver **no campo** elétrico.

(b) Descubra o **tempo** que leva para o elétron **atravessar** o campo.

(c) Qual é o **deslocamento vertical** Δy do elétron **enquanto** está **no campo**?

Exercício: Descubra a **velocidade** do elétron quando ele **sai** do **campo**.



Movimento de Partículas Carregadas em um Campo Elétrico Uniforme

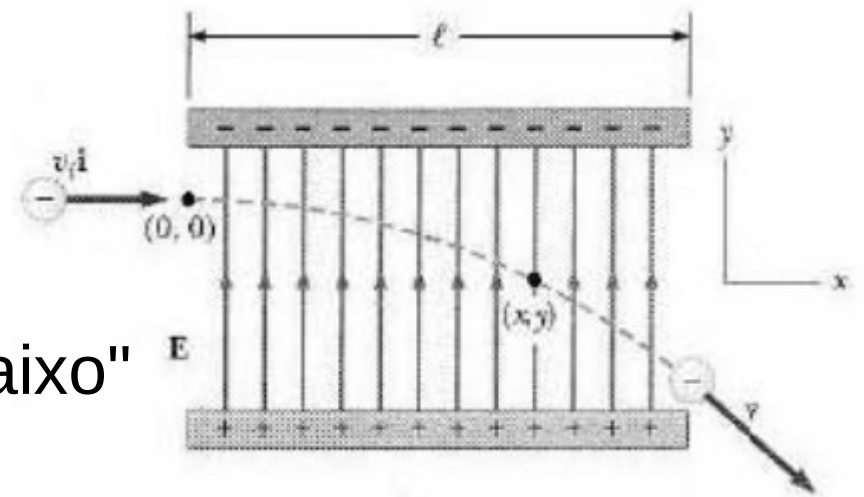
Exemplo 19.7 Um Elétron Acelerado

(a) Encontre a **aceleração** do elétron **enquanto** ele estiver **no campo** elétrico.

quadro: $a = -3.51 \cdot 10^{13} \mathbf{j} \text{ m/s}^2$
 $= 3.51 \cdot 10^{13} \text{ m/s}^2$ "para baixo"

(b) Descubra o **tempo** que leva para o elétron **atravessar** o campo.

quadro: $\Delta t = 3.33 \cdot 10^{-8} \text{ s}$



Movimento de Partículas Carregadas em um Campo Elétrico Uniforme

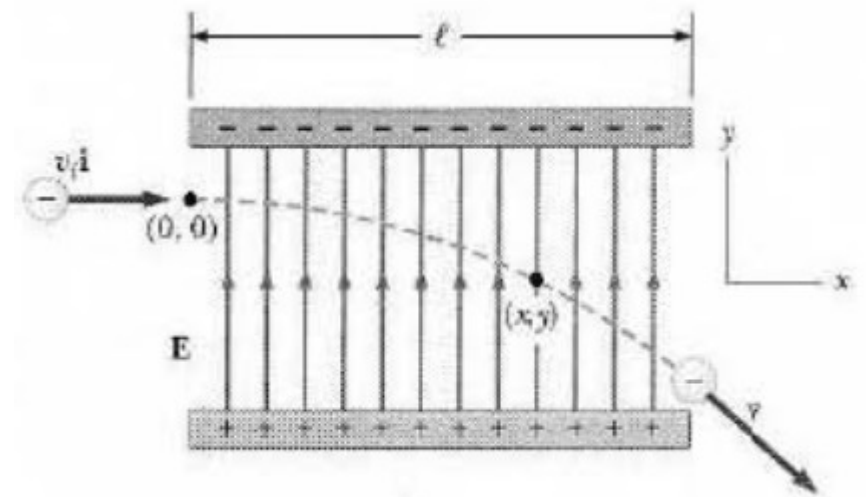
Exemplo 19.7 Um Elétron Acelerado

(c) Qual é o **deslocamento vertical Δy** do elétron **enquanto está no campo?**

quadro: $\Delta y = -1,95 \text{ cm}$,
i.e., 1,95 cm para baixo

Exercício: Descubra a **velocidade** do elétron quando ele **sai do campo**.

quadro: $v = 3.22 \cdot 10^6 \text{ m/s}$



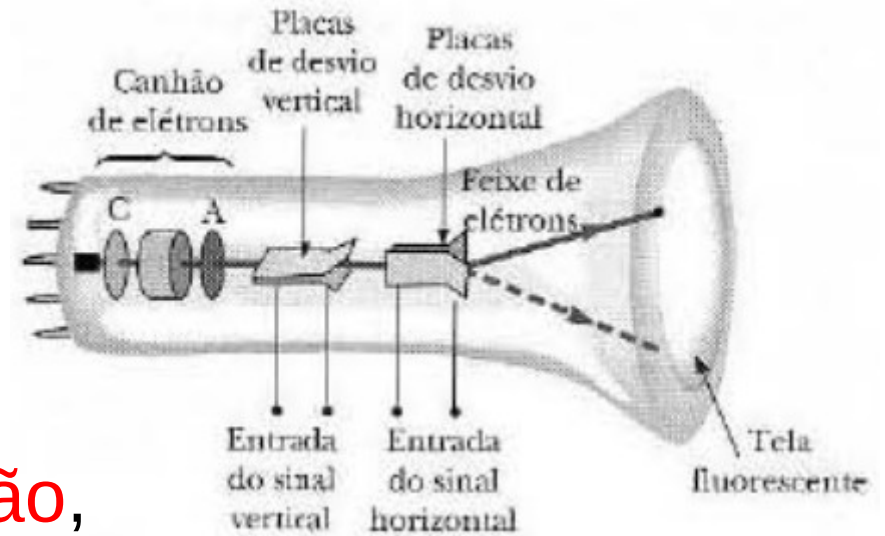
O Tubo de Raios Catódicos (TRC)

Contém **dois capacitadores de placas paralelas**, um gerando um **campo horizontal** e o outro, um **campo vertical**

Variando os dois campos, consegue-se manipular a **direção**, naquela os **elétrons saem** do arranjo.

Colocando uma **tela fluorescente** como na figura, os **elétrons** produzem um **ponto brilhante** lá, onde eles batem na **tela** (determinado pelos dois campos).

Se encontra, por exemplo em **osciloscópios**, sistemas de **radar**, **televisões** de tubo e **monitores** de computadores.





Universidade Federal do ABC

Fenômenos Eletromagnéticos

FIM PRA HOJE

