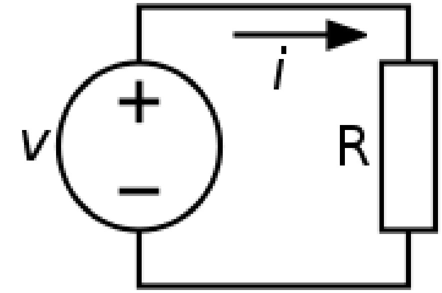
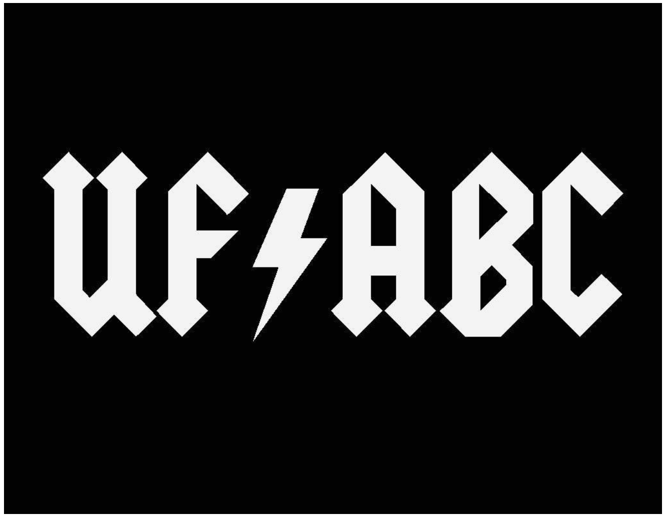
Fenômenos Eletromagnéticos

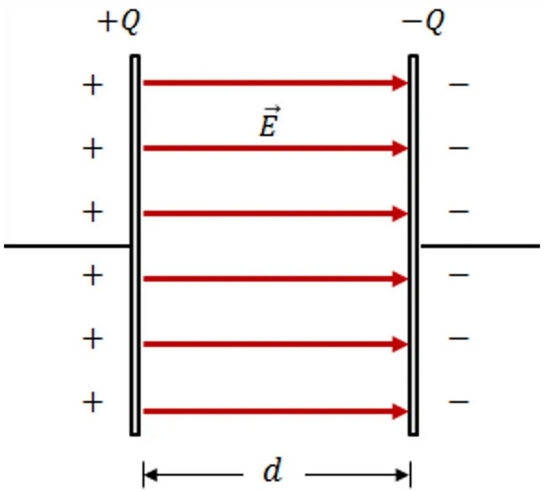
04. Aplicação da lei de Gauss para vários distribuições de cargas, Condutores em equilíbrio eletrostático

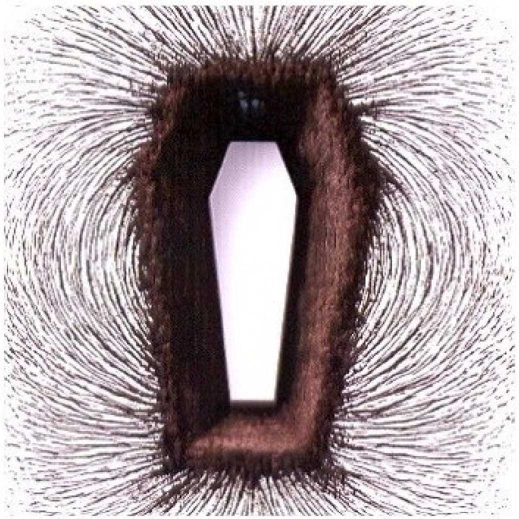
Prof. Pieter Westera
pieter.westera@ufabc.edu.br



http://professor.ufabc.edu.br/~pieter.westera/EM.html







Lembrete:
Lei de Gauss para o Campo Elétrico

O fluxo resultante através de qualquer superfície fechada é:

$$\Phi_E = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = q_{in}/\varepsilon_0$$

onde q_{in} representa a carga líquida no interior da superfície.

Johann Carl Friedrich Gauss (1777-1955)

Esta Lei pode ser útil para calcular o campo elétrico, especialmente em situações com cargas distribuidas de maneira simétrica.

Campo Elétrico devido a uma Carga Pontual

Lei de Gauss: Já que **E** ∥ *d***A**

$\Phi_E = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \oint E\, dA = q/\varepsilon_0$

Por simetria, *E* é constante sobre toda a superfície:

$\oint E\, dA = E \oint dA = E(4\pi r^2) = q/\varepsilon_0$

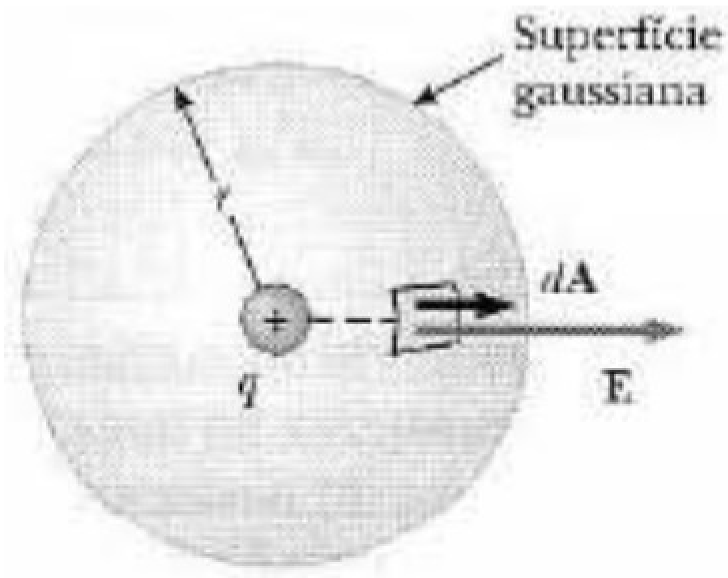
$\Rightarrow E = q/4\pi\varepsilon_0 r^2 = k_e q/r^2$

radial para fora caso $q > 0$

para dentro caso $q < 0$

ou seja, $\mathbf{E} = k_e q\hat{\mathbf{r}}/r^2 = k_e q\mathbf{r}/r^3$

Já sabíamos.



Distribuição de Carga com Simetria Esférica

$\Phi_E = \oint \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A} = \oint E\, dA = q_{in}/\varepsilon_0$

Simetria:

$\oint E\, dA = E \oint dA = E(4\pi r^2) = q_{in}/\varepsilon_0$

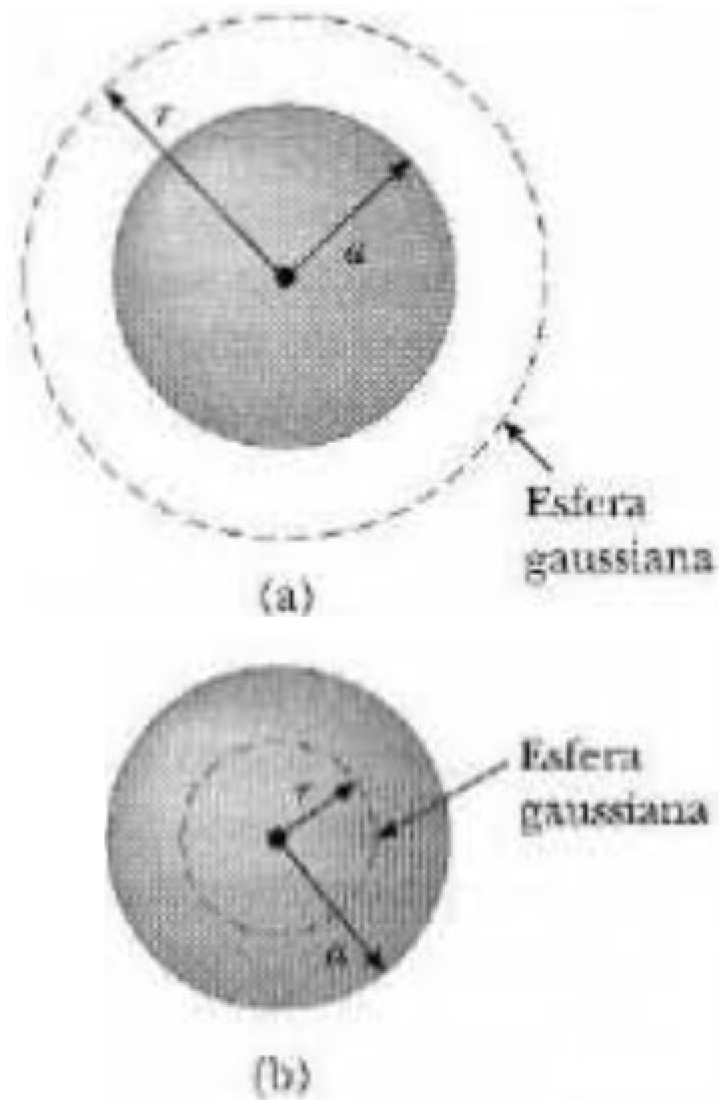
$\Rightarrow E = q_{in}/4\pi\varepsilon_0 r^2 = k_e q_{in}/r^2$

radial para fora caso $q_{in} > 0$

para dentro caso $q_{in} < 0$

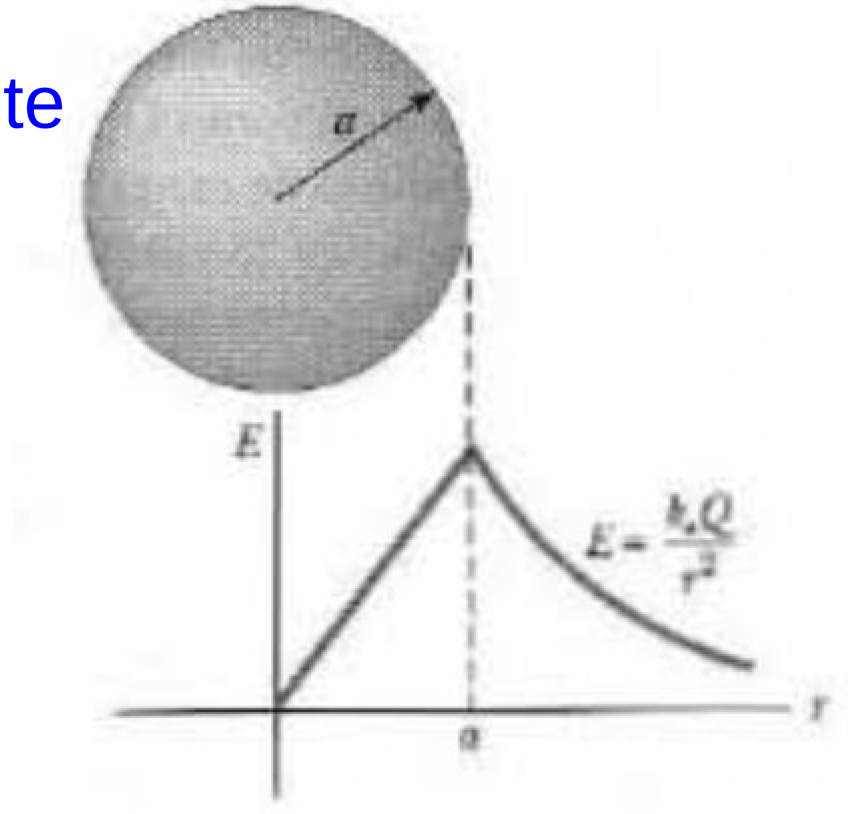
ou seja, $\mathbf{E} = k_e q_{in} \hat{\mathbf{r}} / r^2 = k_e q_{in} \mathbf{r} / r^3$

Também já sabíamos.



Distribuição de Carga com Simetria Esférica

Caso específico:
Bola carregada homogeneamente



Densidade de carga da bola:
$\rho = Q/V = 3Q/4\pi a^3$

$r < a$: $q_{in} = 4\pi r^3/3 \cdot \rho = Q\, r^3/a^3$
$\Rightarrow E = q_{in}/4\pi\varepsilon_0 r^2 = Qr/4\pi\varepsilon_0 a^3$
$= k_e Q/a^3 \cdot r \propto r$

$r > a$: $q_{in} = Q$
$\Rightarrow E = Q/4\pi\varepsilon_0 r^2 = k_e Q/r^2$
O mesmo campo que geraria uma carga pontual Q situada no centro da bola.

Distribuição com Simetria Cilíndrica

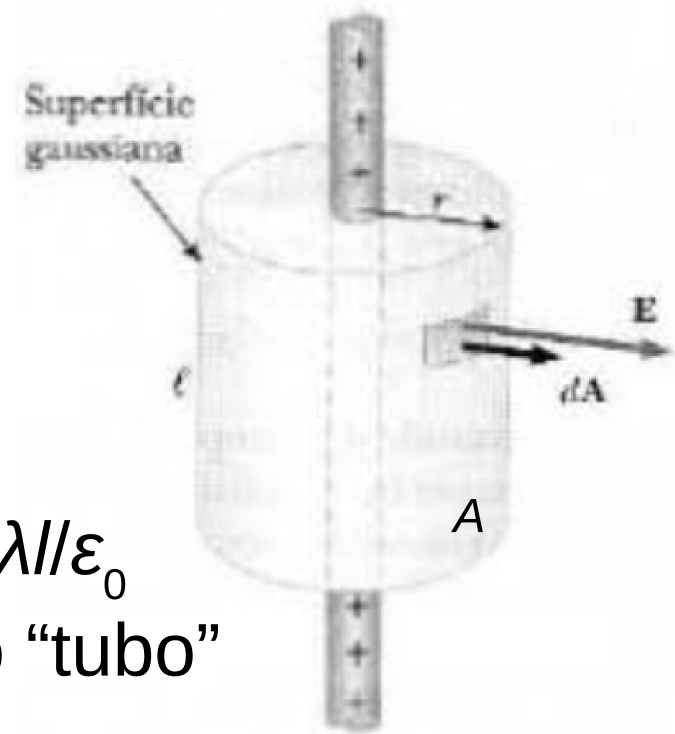
Linha “infinita” de carga

Densidade linear de carga λ:

$$\Phi_E = \oint \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A} = q_{in}/\varepsilon_0 = \lambda l/\varepsilon_0$$

$$\oint \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A} = \overbrace{0 + 0}^{\text{“tampas”}} + \int_{A^*} E\, dA = E\cdot 2\pi r l = \lambda l/\varepsilon_0$$

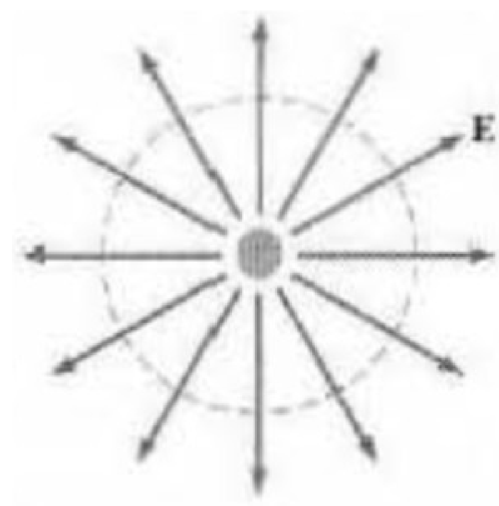
*onde A é a parte curva do cilindro, o “tubo”



=> $E = \lambda/2\pi\varepsilon_0 r = 2k_e\lambda/r \propto r^{-1}$

radial para fora caso $\lambda > 0$

para dentro caso $\lambda < 0$



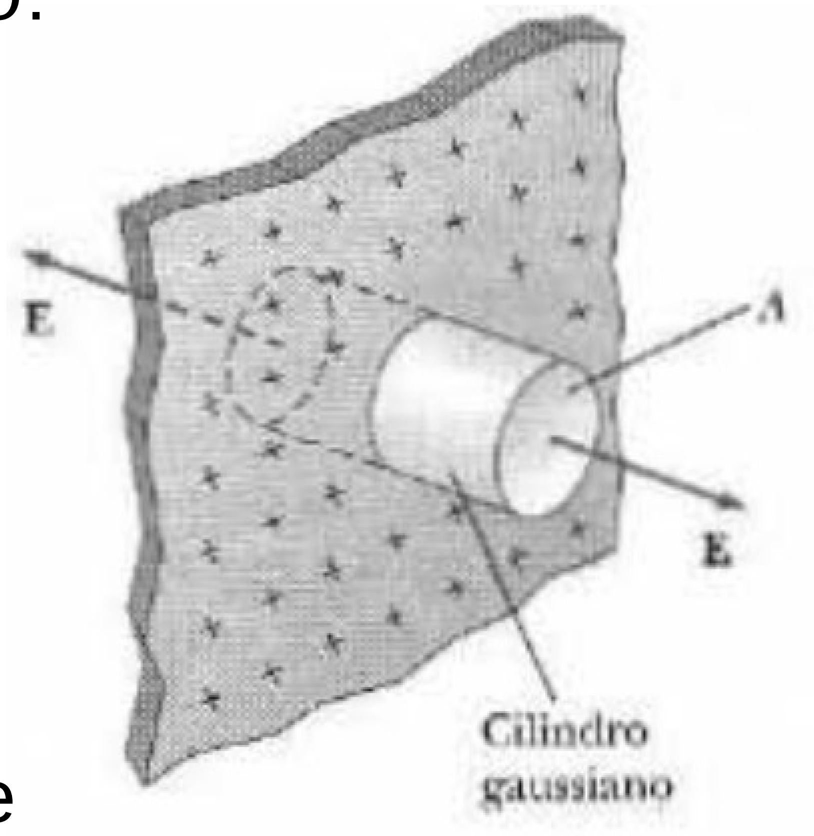
Vide resultado da aula 2,
com $\lambda = Q/l$ e $r = y$

Plano Carregado Homogeneamente

Densidade superficial de carga σ:

$$\Phi_E = \oint \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A} = 0 + EA + EA$$
$$= q_{in}/\varepsilon_0 = \sigma A/\varepsilon_0$$

=> $E = \sigma/2\varepsilon_0$ constante!



Mesmo resultado que na 2ª aula.

É uma boa aproximação perto de uma superfície carregada.

Condutores em Equilíbrio Eletrostático

Aula 1: Um condutor é um material, naquele cargas (elétrons) podem se movimentar livremente.

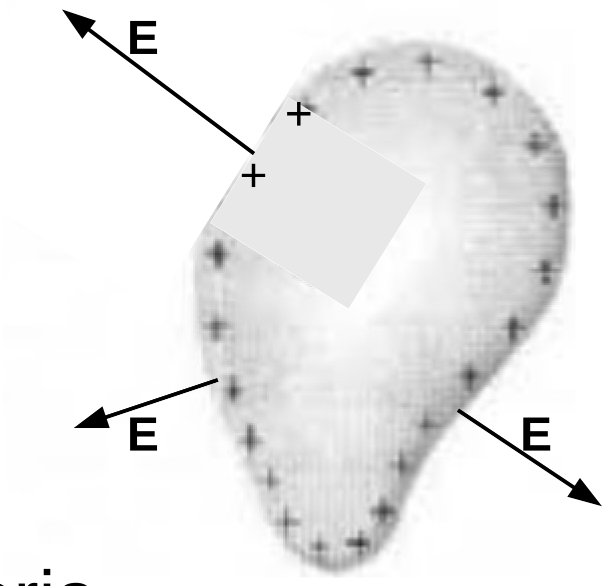
Equilíbrio eletrostático: Toda carga está em equilíbrio, i.e. a força resultante nela é nula.

Condutor isolado (nenhuma carga pode entrar ou sair)

- O campo em qualquer ponto no interior é zero, senão, os elétrons encontrando-se lá estariam submetidos a uma força, e se deslocariam.

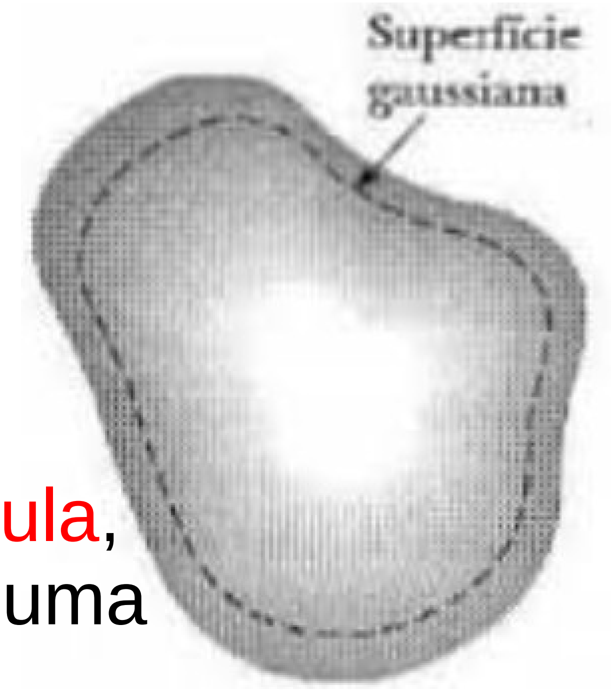
Condutores em Equilíbrio Eletrostático

- Se o condutor tiver uma carga líquida, a carga em excesso fica inteiramente sobre a superfície, distribuída tal, que o campo no interior é zero, e no exterior, perpendicular á superfície, pois se tivesse um componente paralelo à superfície, ia causar movimento das cargas pela superfície e o corpo não estaria em equilíbrio eletrostático.



Esta distribuição da carga acontece dentro de nanossegundos.

Condutores em Equilíbrio Eletrostático

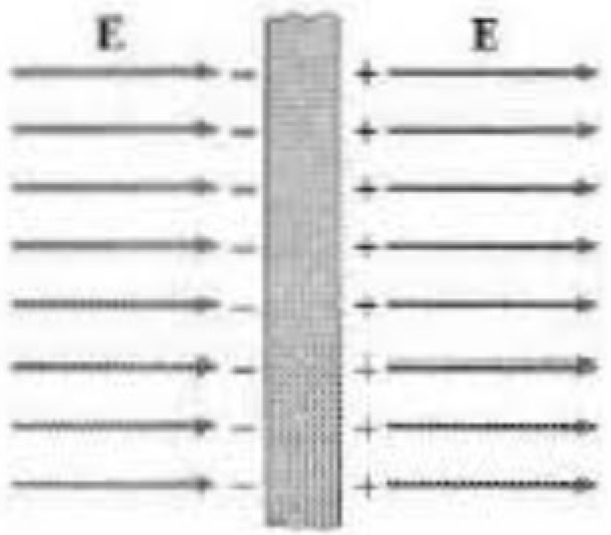


Podemos usar a lei de Gauss para mostrar isto:

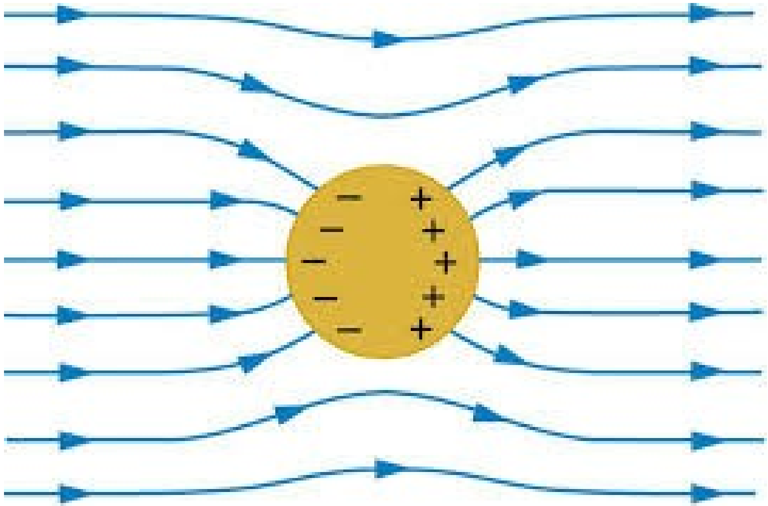
A carga total no interior de qualquer superfície fechada localizada inteiramente no interior tem que ser nula, senão teria um campo elétrico em alguma parte da superfície, e o condutor não estaria em equilíbrio eletrostático.
Isto só é possível, se a densidade de carga é zero no interior inteiro.
=> Qualquer carga líquida deve se encontrar na superfície.

Condutores em Equilíbrio Eletrostático

- Se houver um campo externo,
as cargas livres do condutor
se distribuirão de tal maneira
na superfície, que o campo no
interior é zero,
i.e. o campo gerado pelas cargas
na superfície anula o campo externo.

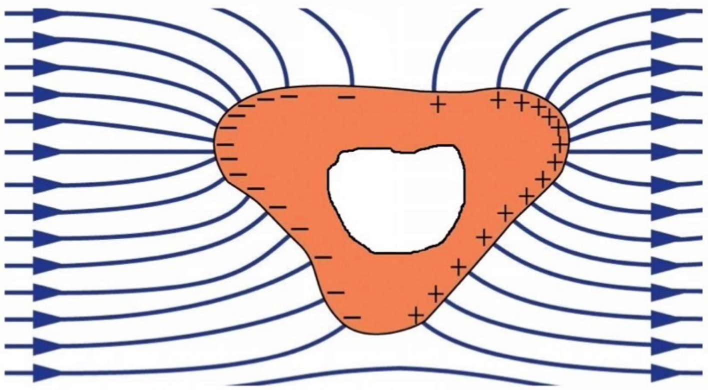


No processo, a distribuição
de carga no condutor pode
alterar o campo externo.

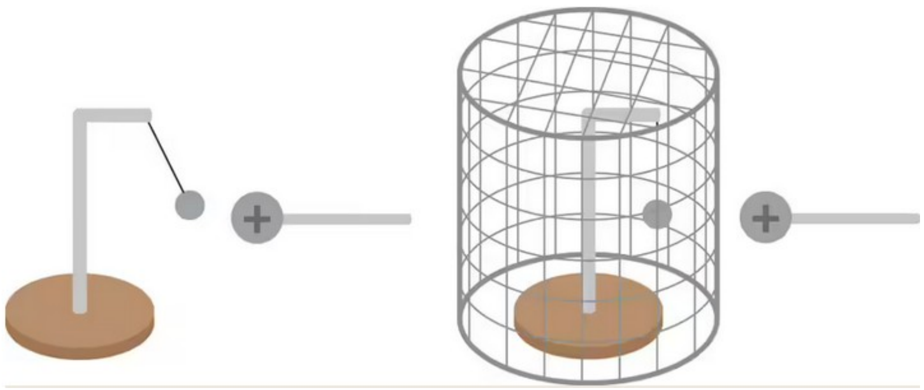


Condutores em Equilíbrio Eletrostático

- Se tiver uma cavidade no condutor, resp., se o condutor é uma casca fechada em torno de ar, vácuo ou outro isolante, o campo no interior da cavidade também será zero.



Ou seja, uma caixa fechada protege o interior de campos elétricos externos.
=> Caixa de Faraday

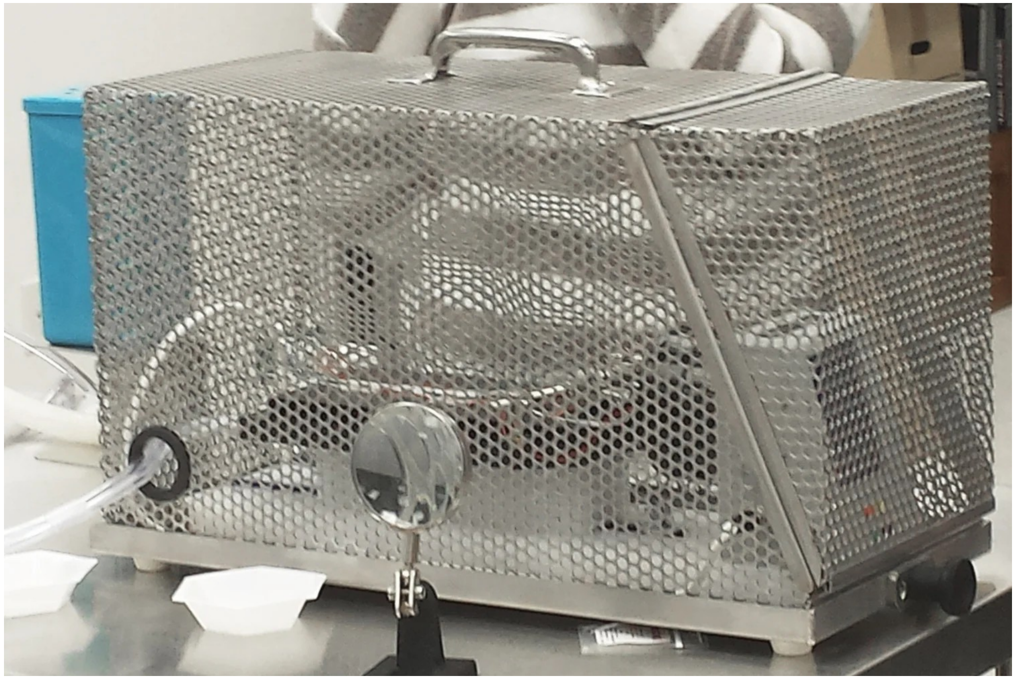


Isto funciona até, se a caixa não é perfeitamente fechada, mas mais como uma jaula.

Condutores em Equilíbrio Eletrostático

Caixa de Faraday

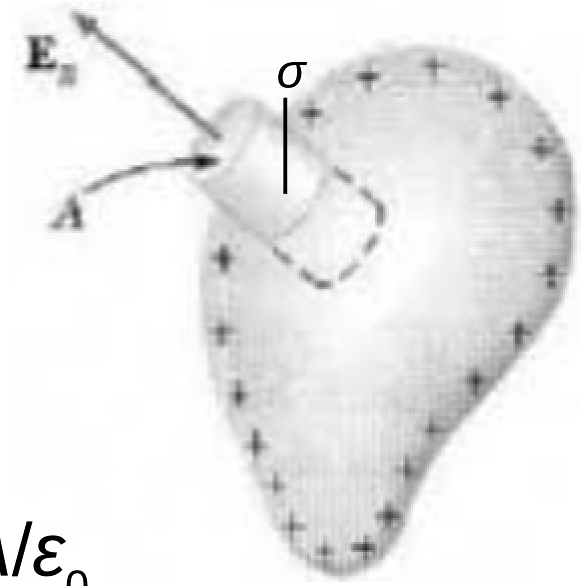
Caixas de Faraday blindam seu interior de campos elétricos externos, o que pode ser aproveitado para
- Experimentos com medidas altamente sensíveis
- Segurança



Condutores em Equilíbrio Eletrostático

Quanto é o campo no exterior, perto da superfície?

Seja σ a densidade superficial de carga na parte da superfície do condutor próxima ao ponto de interesse:



Lei de Gauss:

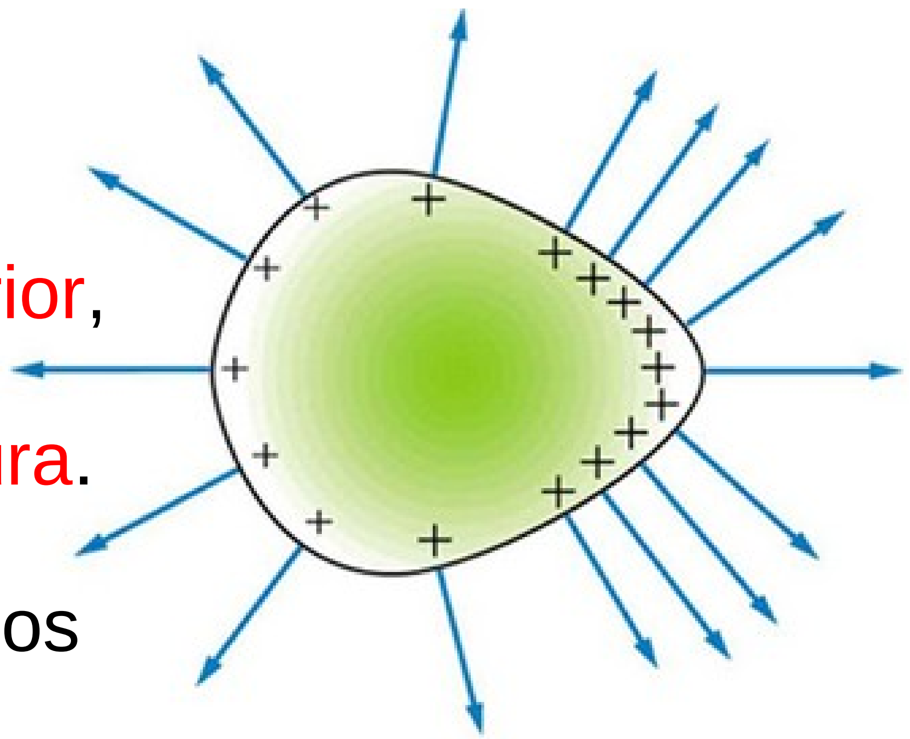
$$\Phi_E = \oint \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A} = \overset{\text{tubo}}{0} + \overset{\text{tampa interna}}{0} + EA = q_{in}/\varepsilon_0 = \sigma A/\varepsilon_0$$

$$\Rightarrow E = \sigma/\varepsilon_0$$

O dobro do valor perto de um disco “infinito”
(o lado “de trás” contribui como segundo disco “infinito”)

Condutores em Equilíbrio Eletrostático

Se o condutor tiver uma
superfície irregular,
a densidade de cargas,
e portanto, o campo no exterior,
é maior em partes da
superfície com maior curvatura.

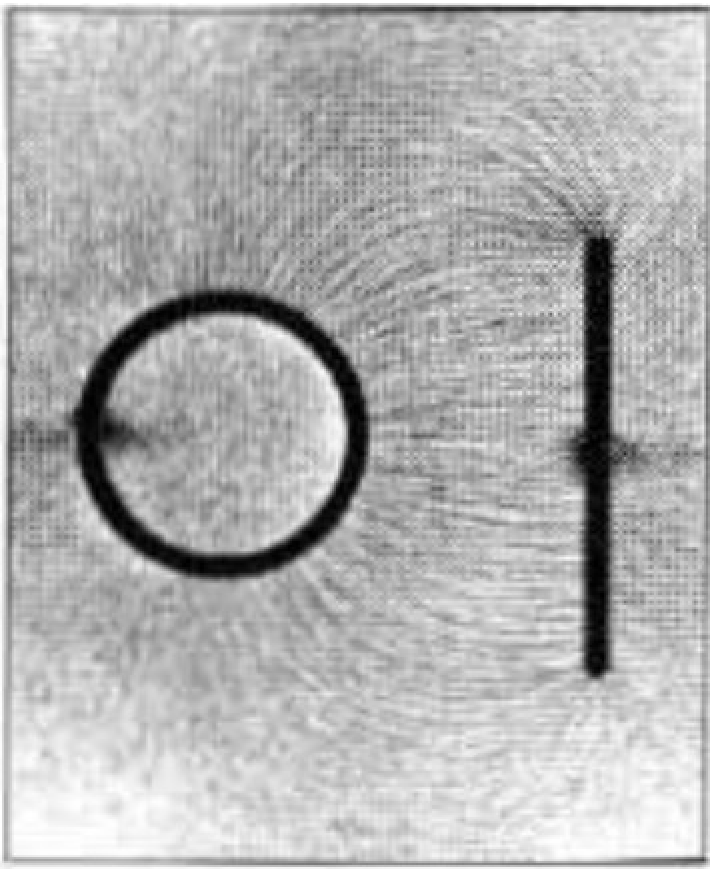


Para entender isto, precisamos
de conceitos que serão
apresentados mais pra frente nesta disciplina.

Condutores em Equilíbrio Eletrostático

Campo gerado por uma placa
e um cilindro de cargas opostas,
visualizado por pedaços de fibra
em óleo:

- O campo é perpendicular
  às superfícies
- O campo é nulo no interior
  do cilindro, “caixa de Faraday”

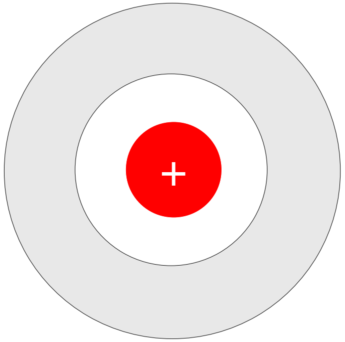


confirmando o apresentado
nesta aula.

Condutores em Equilíbrio Eletrostático

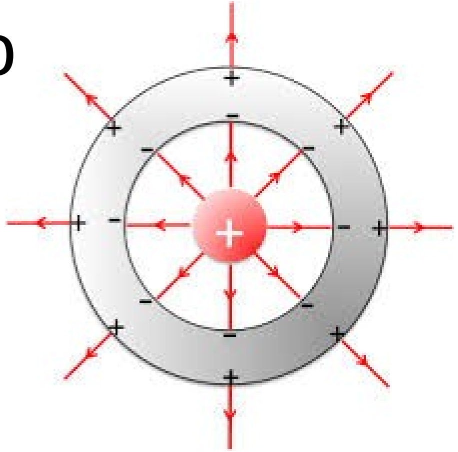
Pensando a Física 19.3

Suponha que uma carga pontual $+Q$ está no vácuo. Cercamos a carga com uma casca esférica condutora de modo que a carga esteja no centro da casca.
Que efeito isso tem nas linhas de campo que partem da carga?



Condutores em Equilíbrio Eletrostático

Pensando a Física 19.3



Suponha que uma carga pontual +*Q* está no vácuo. Cercamos a carga com uma casca esférica condutora de modo que a carga esteja no centro da casca.
Que efeito isso tem nas linhas de campo que partem da carga?

- Uma carga de -*Q* se acumula no interior,
- e uma de +*Q* no exterior da casca.

=> Entre carga pontual e casca surge um campo para fora (igual como se a casca não estivesse lá)

- No interior da casca, o campo será nulo
- fora da casca o campo será para fora (também igual como se a casca não estivesse lá).

O Campo Elétrico Atmosférico

Em Tempo Bom

Por vários processos, como raios cósmicos, decaimento radioativo na superfície da Terra e relâmpagos, há uma carga negativa distribuída pela superfície da Terra, de $Q = -5 \cdot 10^5$ C.
O mesmo montante, mas positivo se encontra na atmosfera.

Isto dá uma densidade superficial de carga de

$$\overline{\sigma} = Q/A = Q/4\pi r^2 = -5 \cdot 10^5/4\pi(6.37 \cdot 10^6)^2 \text{ C/m}^2$$
$$= \sim 10^{-9} \text{ C/m}^2,$$

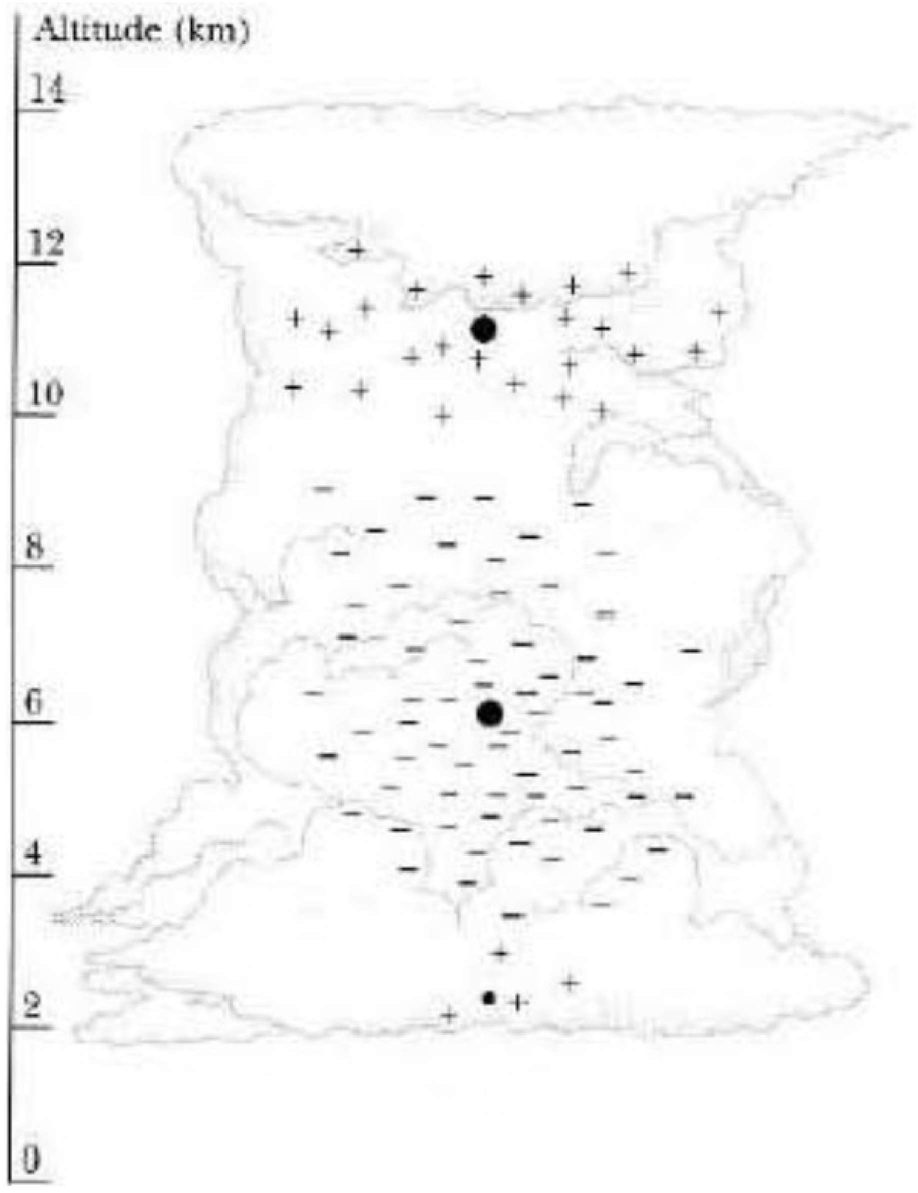
o que causa um campo elétrico para baixo de

$$\overline{E} = \overline{\sigma}/\varepsilon_0 = 10^{-9}/8.65 \cdot 10^{-12} \text{ CNm}^2/\text{m}^2\text{C}^2 = \sim 100 \text{ N/C}$$

O Campo Elétrico Atmosférico

Durante Tempestades

A distribuição de carga
fica mais complicada,
e podem surgir campos
da ordem de 25 000 N/C.



Fenômenos Eletromagnéticos

FIM PRA HOJE