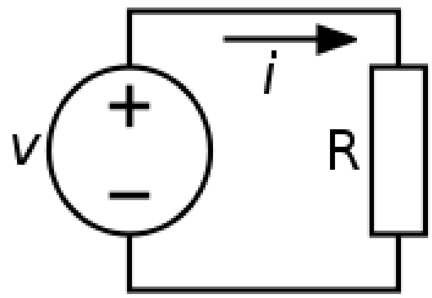
Universidade Federal do ABC

Fenômenos Eletromagnéticos

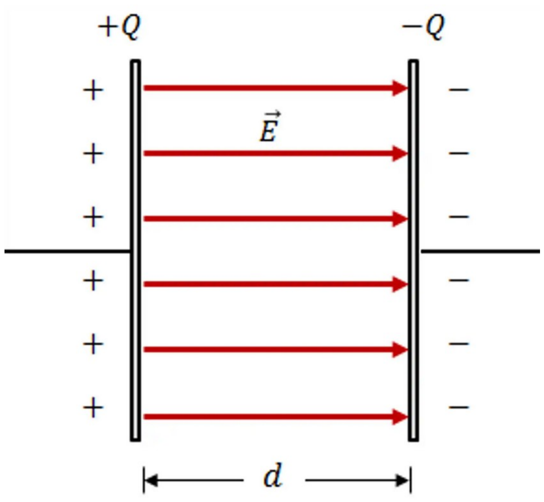
05. Potencial elétrico e diferença de potencial, Potencial elétrico e energia potencial gerados por cargas pontuais

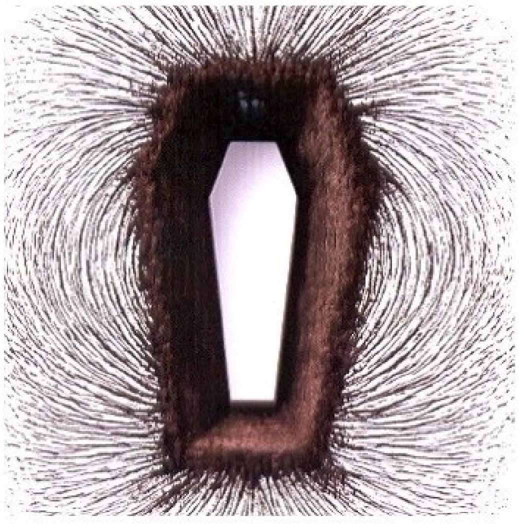
Prof. Pieter Westera

pieter.westera@ufabc.edu.br



http://professor.ufabc.edu.br/~pieter.westera/EM.html





Diferença de Potencial e Potencial Elétrico

Aulas anteriores:

Força elétrica numa partícula com carga q_0 colocada num campo elétrico $\mathbf{E}$:

$\mathbf{F}_e = q_0\mathbf{E}$

Trabalho realizado pelo campo sobre a carga se deslocando pelo trechinho $d\mathbf{s}$:

$dW = \mathbf{F}_e \cdot d\mathbf{s} = q_0\mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$ (· é o produto escalar)

=> a força eletrostática pode ser associada a uma energia potencial U, que varia neste deslocamento por

$dU = -dW = -q_0\mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$

Diferença de Potencial e Potencial Elétrico

=> Para um deslocamento finito de *A* a *B*, a variação da energia potencial do sistema campo-carga é

$$\Delta U = U_B - U_A = -q_0 \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s},$$

onde a integral é uma integral da trajetória ou de linha.

Já que o valor desta integral não depende do caminho tomado de *A* a *B*, a força eletrostática é uma força conservativa.

Já conhecemos várias forças conservativas em Fenômenos Mecânicos (gravidade, massa-mola, ...).

Diferença de Potencial e Potencial Elétrico

Enigma Rápido 20.1

Se a trajetória entre *A* e *B* não faz nenhuma diferença, por que simplesmente não utilizamos a expressão

$\Delta U = -q_0 E d$,

onde *d* é a distância em linha reta entre *A* e *B*?

Diferença de Potencial e Potencial Elétrico

Enigma Rápido 20.1

Se a trajetória entre A e B não faz nenhuma diferença, por que simplesmente não utilizamos a expressão
$\Delta U = -q_0 E d$,
onde d é a distância em linha reta entre A e B?

Por que normalmente Ed não dá mesmo valor que $\int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$ (Só se **E** for uniforme, e **d** na direção de **E**)

Diferença de Potencial e Potencial Elétrico

$\Delta U = U_B - U_A = -q_0 \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$

A energia por unidade de carga de q_0, U/q_0, independe de q_0, e definimos como potencial elétrico (ou simplesmente potencial):

$V \equiv U/q_0$ $[V]$ = J/C = Nm/C =: V (Volt),

uma grandeza escalar, função da posição, que nos diz que uma carga q encontrando-se lá, tem energia potencial elétrica qV, similar a como o campo elétrico nos dá a força eletrostática sobre uma carga q, $q\mathbf{E}$.

Diferença de Potencial e Potencial Elétrico

Diferença de potencial entre A e B:

$\Delta V = V_B - V_A = \Delta U/q_0 = -\int_A^B \mathbf{E}\cdot d\mathbf{s}$

A diferença de potencial elétrico é o negativo da integral de linha do campo elétrico, igual como a diferença de energia potencial é o negativo da integral de linha da força.

Esta equação só define diferenças de potencial. Ainda podemos escolher o ponto zero. Se escolhemos um ponto P_0 como ponto zero, o potencial num ponto P será

$V_P = V_{P_0} + \Delta V = 0 -\int_{P_0}^{P} \mathbf{E}\cdot d\mathbf{s} = -\int_{P_0}^{P} \mathbf{E}\cdot d\mathbf{s}$

Frequentemente, o ponto zero é escolhido no infinito:

$V_P = -\int_{\infty}^{P} \mathbf{E}\cdot d\mathbf{s}$

Diferença de Potencial e Potencial Elétrico

Já que $\Delta V = -\int_A^B \mathbf{E}\cdot d\mathbf{s}$

o campo elétrico pode ser interpretado como (o negativo d)a taxa de variação do potencial no espaço, isto é, do gradiente do potencial (igual como a força é o gradiente negativo da energia potencial).

Por isto, o campo elétrico é frequentemente dado em V/m em lugar de N/C (mas as duas são iguais).

Em geral, as linhas de campo elétrico sempre apontam na direção de diminuição do potencial elétrico.

Mais sobre isto na próxima aula.

Diferença de Potencial e Potencial Elétrico

O Elétron-Volt

Baseado nestes conceitos dá para definir uma unidade de energia frequentemente usada na física das partículas e outras áreas:

Um elétron-volt (eV) é a energia cinética ganha por uma partícula com uma carga de, em módulo, uma carga elementar (por exemplo, um elétron), quando acelerada por uma diferença de potencial de um volt:

$1\ \text{eV} = 1\ \text{e} \cdot 1\ \text{V} = 1.602 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 1\ \text{J/C} = 1.602 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$

Diferença de Potencial e Potencial Elétrico

Pensando a Física 20.1

Suponha que os cientistas decidissem medir energias pequenas em próton-volt em vez de elétron-volt.
Que diferença isso faria?

Diferença de Potencial e Potencial Elétrico

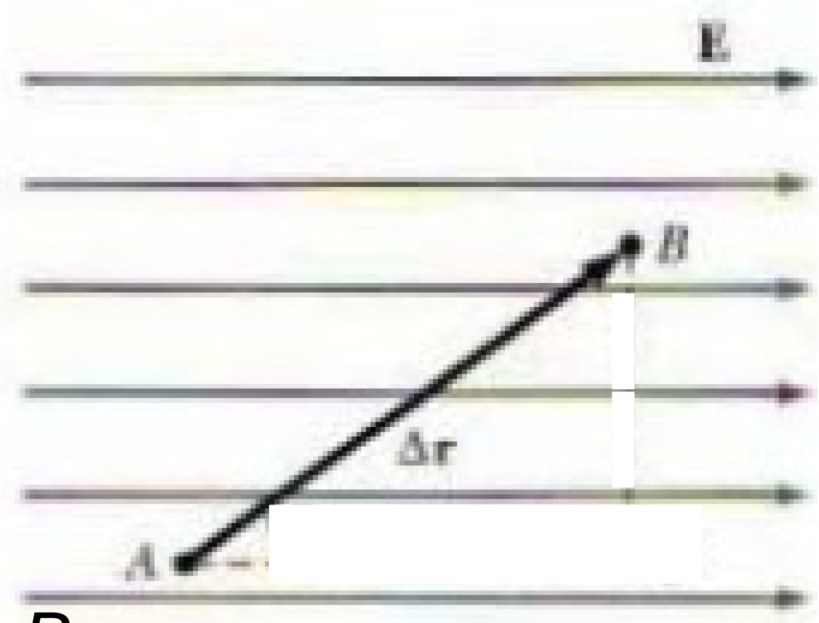
Pensando a Física 20.1

Suponha que os cientistas decidissem medir energias pequenas em próton-volt em vez de elétron-volt.
Que diferença isso faria?

Nenhuma, já que a carga do próton tabém é uma carga elementar em módulo.

Diferença de Potencial em um Campo Elétrico Uniforme

Em um campo elétrico uniforme, a integral para calcular a diferença de potencial é muito fácil de calcular:



$$\Delta V = V_B - V_A = -\int_A^B \mathbf{E}\cdot d\mathbf{s}$$
$$= -\mathbf{E}\cdot\int_A^B d\mathbf{s} = -\mathbf{E}\cdot\Delta\mathbf{r},$$

onde $\Delta\mathbf{r}$ é o vetor que vai de *A* a *B*,
$\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A$ ($\mathbf{r}_B$ e $\mathbf{r}_A$ sendo os vetores posição de *A* e *B*).

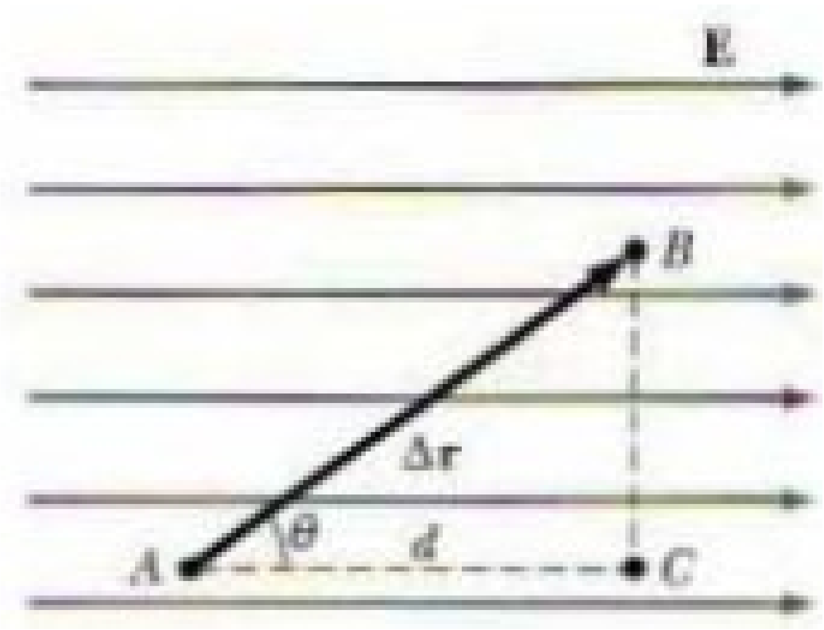
A diferença de energia potencial de uma carga q_0 deslocando-se de *A* a *B* será:

$$\Delta U = q_0\Delta V = -q_0\mathbf{E}\cdot\Delta\mathbf{r}$$

Diferença de Potencial em um Campo Elétrico Uniforme

$\Delta V = V_B - V_A = -\mathbf{E}\cdot\Delta\mathbf{r}$,

$\Delta U = -q_0\mathbf{E}\cdot\Delta\mathbf{r}$

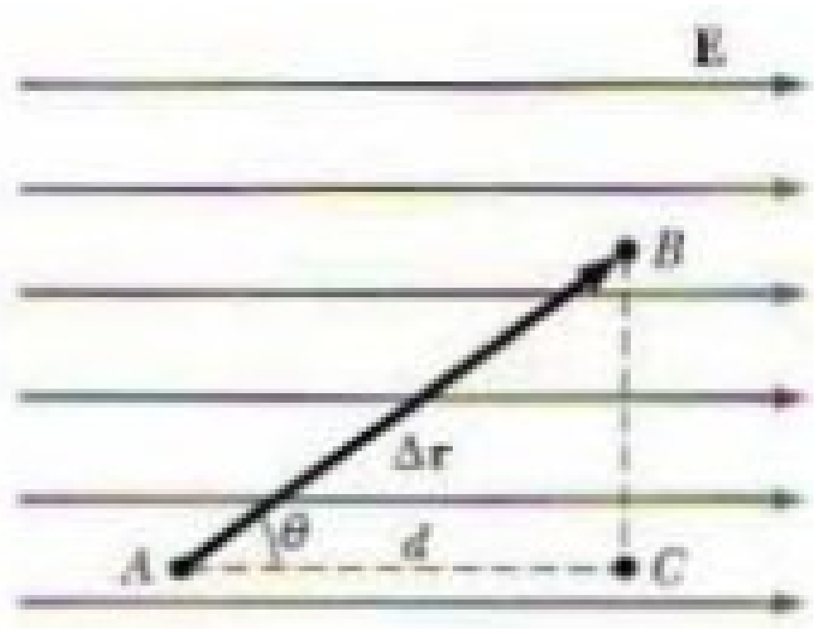


Mas $\mathbf{E}\cdot\Delta\mathbf{r} = E\Delta r \cos\theta = Ed$,
onde d é o componente de $\Delta\mathbf{r}$ paralelo a **E**, ou seja,
a diferença entre as posições de A e B no componente ‖ **E**,
algo como uma “altura eletrostática” (negativa).

$\Rightarrow \Delta V = -Ed$, $\quad \Delta U = -q_0 Ed$

Diferença de Potencial em um Campo Elétrico Uniforme

$\Delta V = -Ed$, $\Delta U = -q_0 Ed$



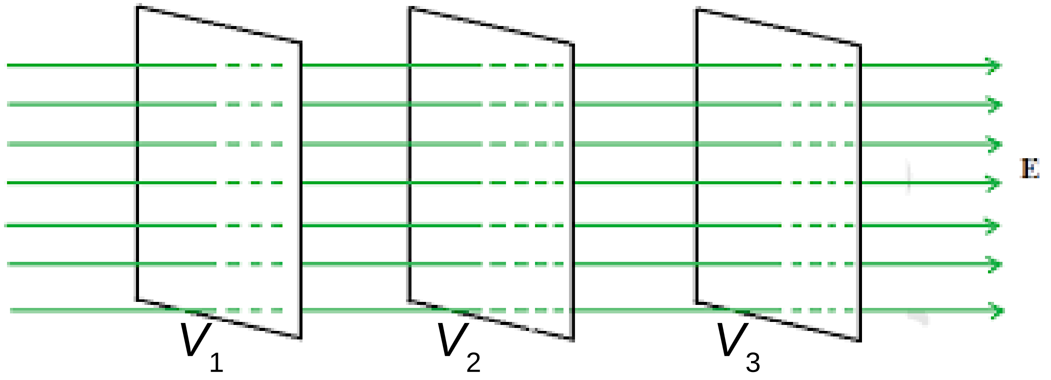
Quando uma carga positiva "sobe contra o campo elétrico", ele, ou o sistema campo-carga, ganha energia potencial elétrico (igual como uma massa ganha energia potencial gravitacional quando sobe contra o campo gravitacional).

Uma carga negativa ganha energia potencial quando se desloca na direção do campo (contra a força).

Na ausência de outras forças, uma carga que ganha energia potencial perde energia cinética (é freiado), e uma que que perde *U*, ganha *K* (é acelerada).

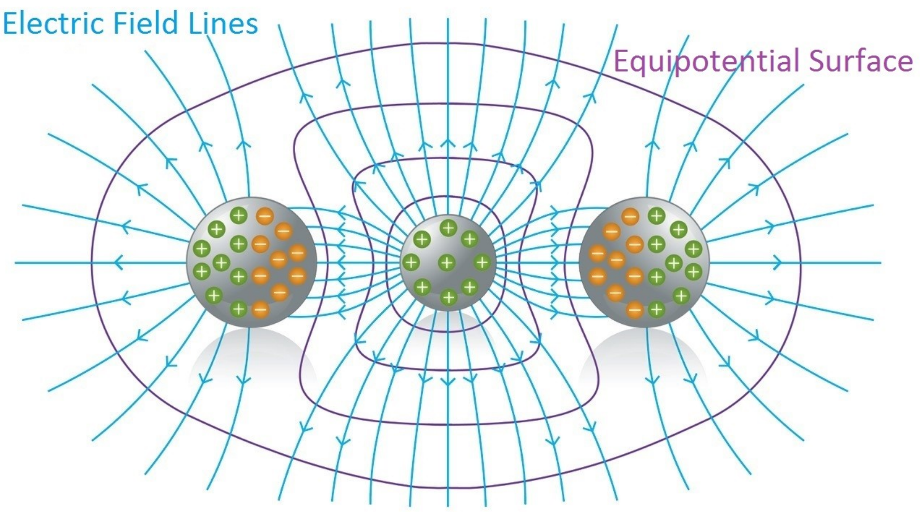
Potencial em um Campo Elétrico Uniforme

Assim, todos os pontos em um plano perpendicular a **E** têm o mesmo potencial, e podemos chamá-los de planos equipotenciais.



Potencial Elétrico

Se o campo não for uniforme, os conjuntos de pontos com o mesmo potencial serão superfícies curvas, que chamamos de superfícies equipotenciais.



Já que deslocando-se dentro de uma destas por um trechinho $d\mathbf{s}$ o potencial não muda, $\mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$ tem que ser zero. => $\mathbf{E} \perp d\mathbf{s}$

=> Superfícies equipotenciais são perpendiculares às linhas de campo, em todos os pontos.

Não é realizado trabalho movendo cargas ao longo de superfícies equipotenciais.

Potencial em um Campo Elétrico Uniforme

Enigma Rápido 20.2

Se um elétron é liberado de repouso em um campo elétrico uniforme, a energia potencial elétrica do sistema campo-carga aumenta, diminui ou permanece a mesma?

Potencial em um Campo Elétrico Uniforme

Enigma Rápido 20.2

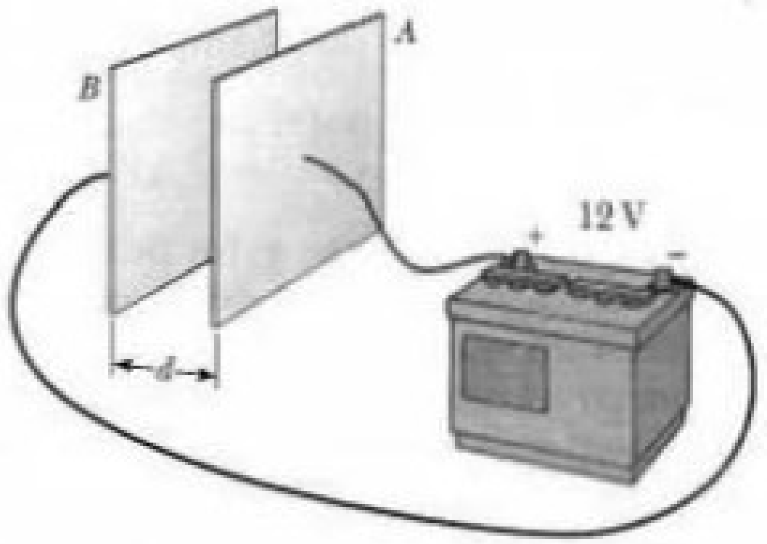
Se um elétron é liberado de repouso em um campo elétrico uniforme, a energia potencial elétrica do sistema campo-carga aumenta, diminui ou permanece a mesma?

Diminui (já que a energia cinética do elétron aumenta)

Potencial em um Campo Elétrico Uniforme

Exemplo 20.1 O Campo Elétrico entre duas Placas Paralelas de Cargas Opostas

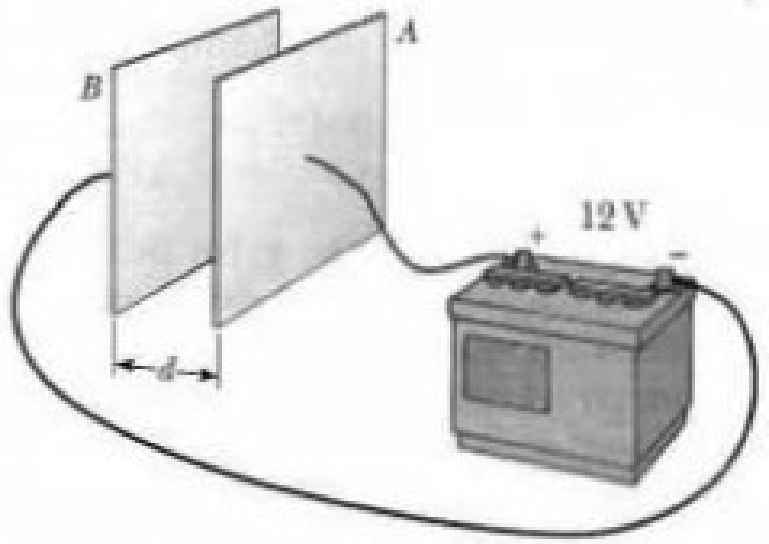
Uma bateria de 12 V é conectada entre duas placas paralelas como na figura. A distância entre as placas é de d = 0.30 cm e se pressupõe que o campo elétrico seja uniforme.
Encontre a magnitude do campo elétrico entre as duas placas.



Potencial em um Campo Elétrico Uniforme

Exemplo 20.1 O Campo Elétrico entre duas Placas Paralelas de Cargas Opostas

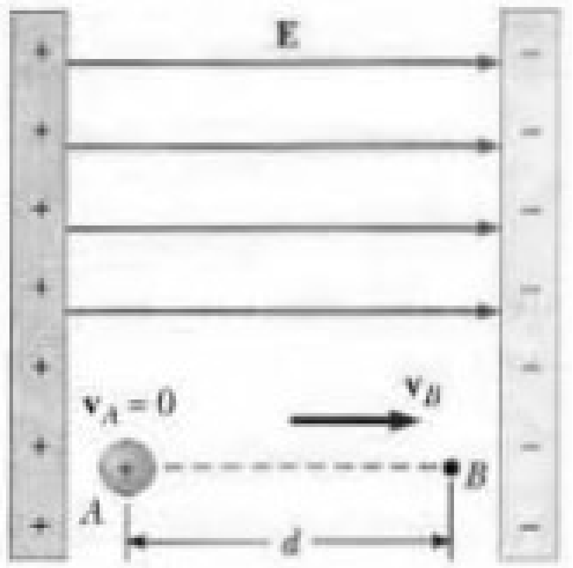
Uma bateria de 12 V é conectada entre duas placas paralelas como na figura. A distância entre as placas é de d = 0.30 cm e se pressupõe que o campo elétrico seja uniforme.
Encontre a magnitude do campo elétrico entre as duas placas.



Solução: $E = \Delta V/d$ = 12 V / 0.03 m = $4.0 \cdot 10^3$ V/m

Potencial em um Campo Elétrico Uniforme

Exemplo 20.2 Movimento de um Próton em um Campo Elétrico Uniforme



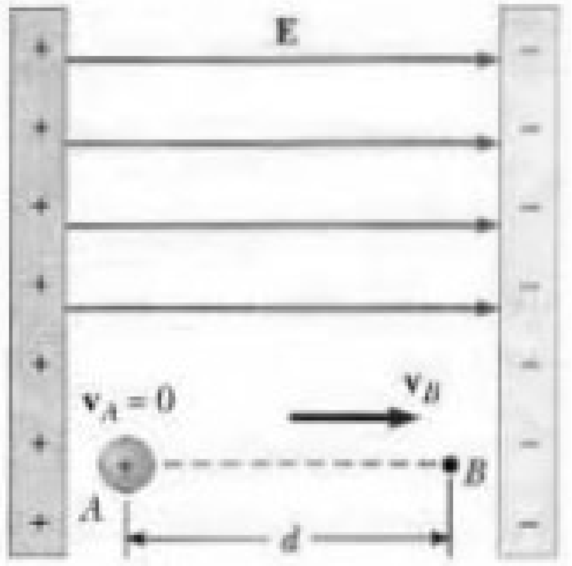
Um próton é liberado de repouso em um campo elétrico uniforme de magnitude $8.0 \cdot 10^4$ V/m dirigido ao longo do eixo *x* positivo. O próton realiza um deslocamento por d = 0,50 m na direção de **E**.

(a) Encontre a variação no potencial elétrico entre os pontos *A* e *B*.

(b) Encontre a variação na energia potencial do sistema campo-carga para esse deslocamento.

Potencial em um Campo Elétrico Uniforme

Exemplo 20.2 Movimento de um Próton em um Campo Elétrico Uniforme



Um próton é liberado de repouso em um campo elétrico uniforme de magnitude $8.0 \cdot 10^4$ V/m dirigido ao longo do eixo *x* positivo. O próton realiza um deslocamento por d = 0,50 m na direção de **E**.

(a) $\Delta V = -Ed = -(8.0 \cdot 10^4 \text{ V/m})(0{,}50 \text{ m}) = -4.0 \cdot 10^4 \text{ V}$

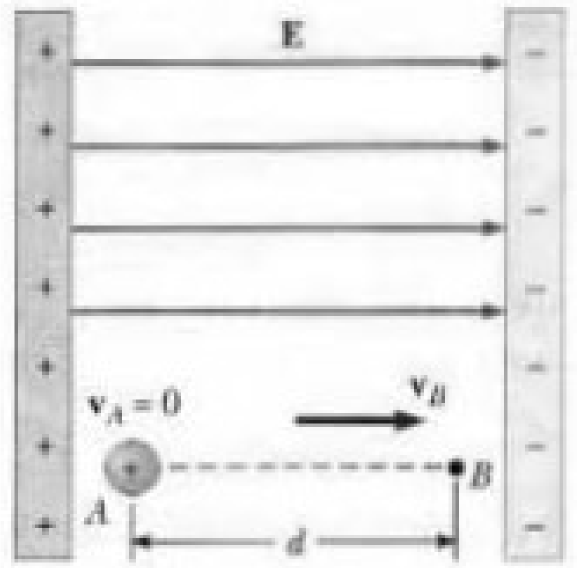
(b) $\Delta U = q\Delta V = (1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C})(-4.0 \cdot 10^4 \text{ V}) = -6.4 \cdot 10^{-15} \text{ J}$

Potencial em um Campo Elétrico Uniforme

Exercício

$\Delta U = -6.4 \cdot 10^{-15}$ J

Aplique o princípio da conservação de energia para encontrar a velocidade do próton depois que ele se deslocou 0.50 m, partindo do repouso.

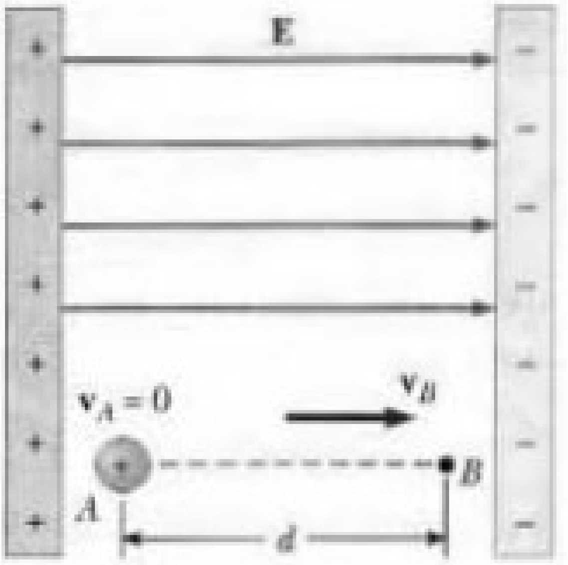


Potencial em um Campo Elétrico Uniforme

Exercício

ΔU = -6.4·10^{-15} J

Aplique o princípio da conservação de energia para encontrar a velocidade do próton depois que ele se deslocou 0.50 m, partindo do repouso.



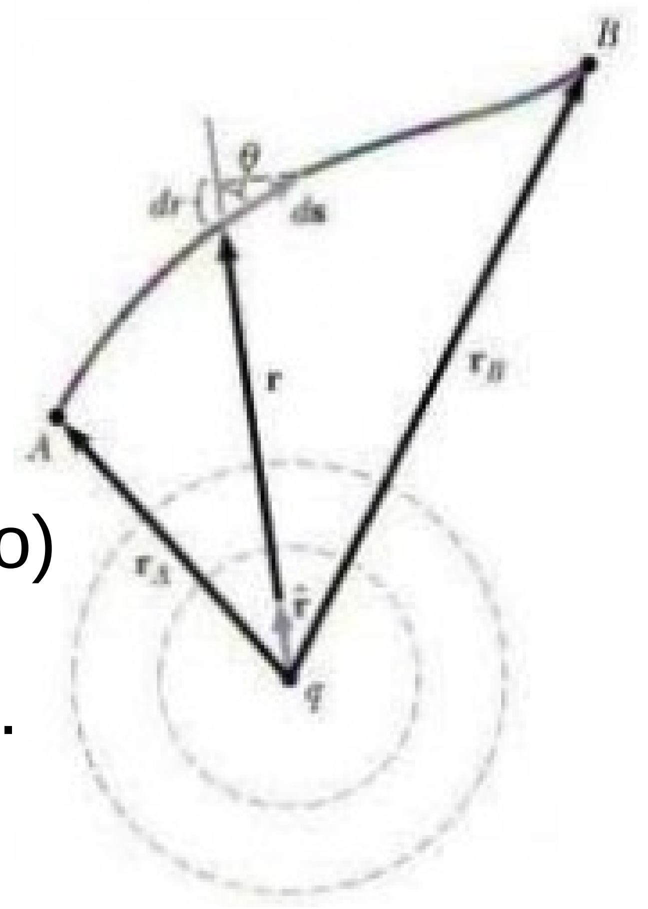
Quadro: 2.8·10^6 m/s

Potencial Elétrico de Cargas Pontuais

Como será o potencial $V(\mathbf{r})$ devido a uma carga pontual q?

Colocando a origem do sistema de coordenadas na posição da carga:

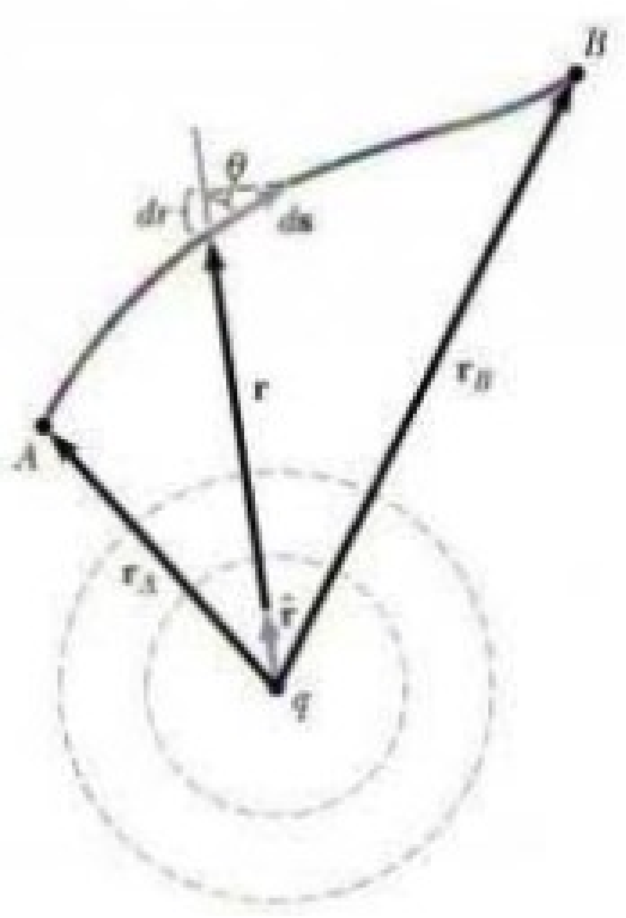
=> $\mathbf{E} \parallel \mathbf{r}$ (ou anti-$\parallel$, caso q é negativo)
=> $\mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = E dr$,
onde dr é o componente radial de $d\mathbf{s}$.



$$\Rightarrow V_B - V_A = -\int_A^B \mathbf{E}\cdot d\mathbf{s} = -\int_A^B E dr$$
$$= -\int_A^B k_e q/r^2 \, dr = -k_e q \int_A^B dr/r^2$$
$$= -k_e q \, [-1/r]_A^B = k_e q(1/r_B - 1/r_A)$$

Potencial Elétrico de Cargas Pontuais

=> A diferença de potencial entre 2 pontos depende apenas das coordenadas radiais, i.e. da distância até a carga *q*, deles.



=> o próprio potencial depende apenas da distância até a carga *q*, i.e. é esfericamente simétrico.

=> As superfícies equipotenciais são esferas concêntricas centradas em *q* (Óbvio, já que têm que ser perpendiculares às linhas de campo, que são radiais).

Potencial Elétrico de Cargas Pontuais

Escolhendo o ponto *A* numa distância infinita e tomando ele como ponto zero do potencial, obtemos:

$$V_B = V_A + k_e q(1/r_B - 1/r_A) = 0 + k_e q(1/r_B - 1/\infty) = k_e q/r_B$$

Resumindo:

O potencial elétrico devido a uma carga pontual a qualquer distância *r* da carga é:

$$V(\mathbf{r}) = V(r) = k_e q/r$$

Potencial Elétrico de Cargas Pontuais

E devido a um conjunto de cargas pontuais q_i?

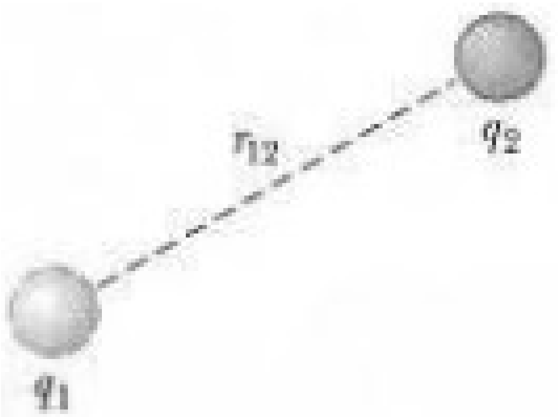
Assim como para o campo elétrico, o princípio da superposição também vale pro potencial (já que a integral de uma soma é igual à soma das integrais):

=> $V = k_e \Sigma_i \, q_i / r_i$,
onde r_i é a distância até a carga q_i.

(Analógicamente, o potencial devido a uma distribuição contínua de carga é $k_e \int dq/r$, mas voltaremos nisso na próxima aula)

Energia Potencial Elétrica de Cargas Pontuais

Colocando duas cargas q_1 e q_2 em uma distância r_{12} uma da outra, o potencial devido a q_1 na posição de q_2 será:



$V_1 = k_e\, q_1/r_{12}$,

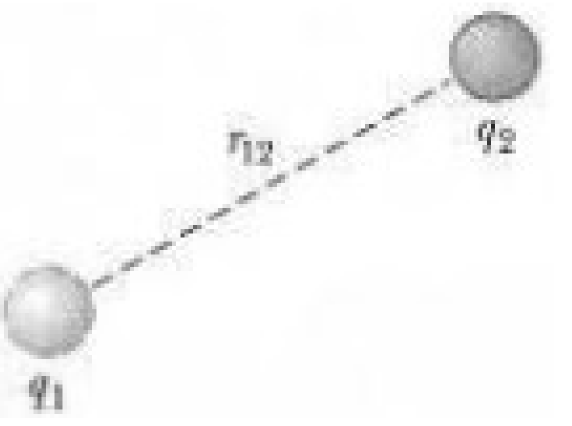
e a energia potencial de q_2:

$U = q_2V_1 = k_e\, q_1q_2/r_{12}$

De maneira análoga, a energia potencial de q_1 devido a q_2 tem o mesmo valor, e podemos interpretar este como a energia potencial elétrica devido à interação q_1 <=> q_2

Energia Potencial Elétrica de Cargas Pontuais

$U = k_e\, q_1 q_2 / r_{12}$



U é positiva para cargas do mesmo sinal e negativa para cargas de sinal oposto.

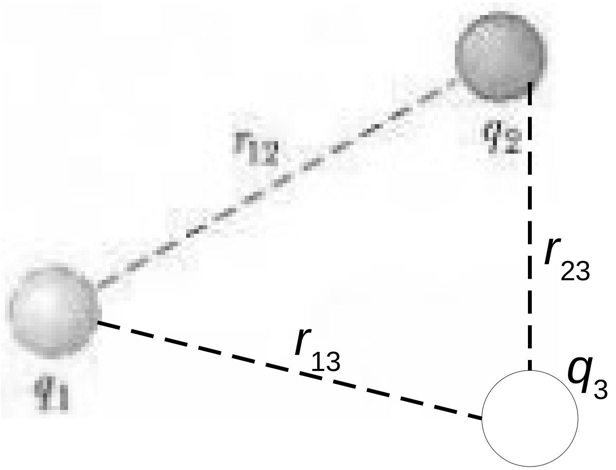
Isto, por que:

- Colocar duas cargas do mesmo sinal no estado "energia potencial elétrico zero" (colocá-las numa distância infinita) libera energia (já que elas se repelem), e

- para colocar duas cargas de sinal oposto no estado energia potencial elétrico zero, se tem que investir energia (já que elas se atraem).

Energia Potencial Elétrica de Cargas Pontuais

Se o sistema consiste em mais de duas partículas carregadas, a energia potencial pode ser obtida calculando-se *U* para cada par de cargas e somando os termos algebricamente:



etc.

$$U_{tot} = \tfrac{1}{2}\Sigma_{i \neq j}\, U_{ij} = \tfrac{1}{2} k_e \Sigma_{i \neq j}\, q_i q_j / r_{ij}$$
$$= \Sigma_{j > i}\, U_{ij} = k_e \Sigma_{j > i}\, q_i q_j / r_{ij}$$

Energia Potencial Elétrica

Enigma Rápido 20.3

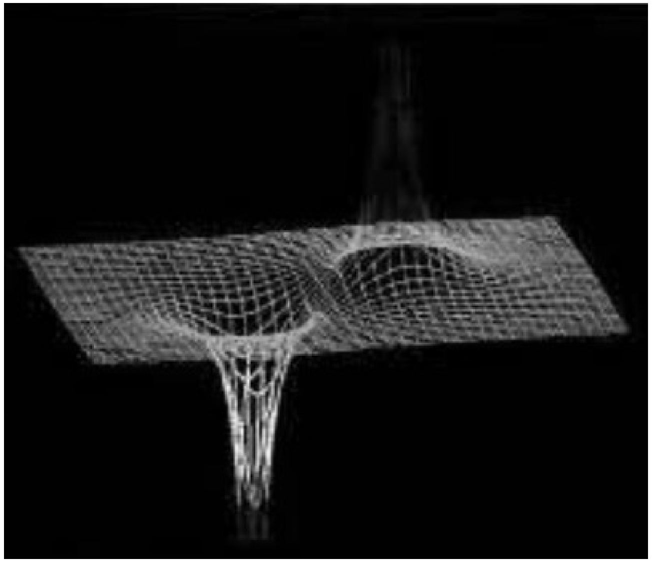
Se o potencial elétrico em algum ponto é zero, você pode concluir que não existe nenhuma carga na vizinhança deste ponto?

Energia Potencial Elétrica

Enigma Rápido 20.3

Se o potencial elétrico em algum ponto é zero, você pode concluir que não existe nenhuma carga na vizinhança deste ponto?

Não. poderia ter cargas de sinais opostos por perto, tal que o potencial devido a elas se cancela como neste exemplo do campo de um dipolo elétrico (ao contrário do potencial gravitacional, que é negativo em qualquer posição, sempre que haja alguma massa para gerar o potencial).



Energia Potencial Elétrica

Enigma Rápido 20.4

Um balão esférico contém uma partícula positivamente carregada em seu centro.
Quando o balão é inflado para um volume maior enquanto a partícula carregada permanece no centro, o que muda?

(a) O potencial elétrico na superfície do balão,

(b) a magnitude do campo elétrico na superfície do balão,

(c) o fluxo elétrico através do balão.

Energia Potencial Elétrica

Enigma Rápido 20.4

Um balão esférico contém uma partícula positivamente carregada em seu centro.
Quando o balão é inflado para um volume maior enquanto a partícula carregada permanece no centro, o que muda?

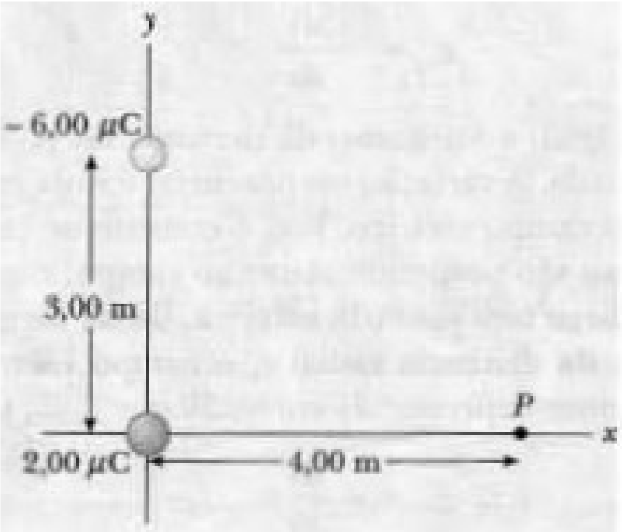
(a) O potencial elétrico na superfície do balão,

(b) a magnitude do campo elétrico na superfície do balão,

(c) o fluxo elétrico através do balão.

Potencial Elétrico de Cargas Pontuais

Exemplo 20.3 O Potencial Devido a Duas Cargas Pontuais

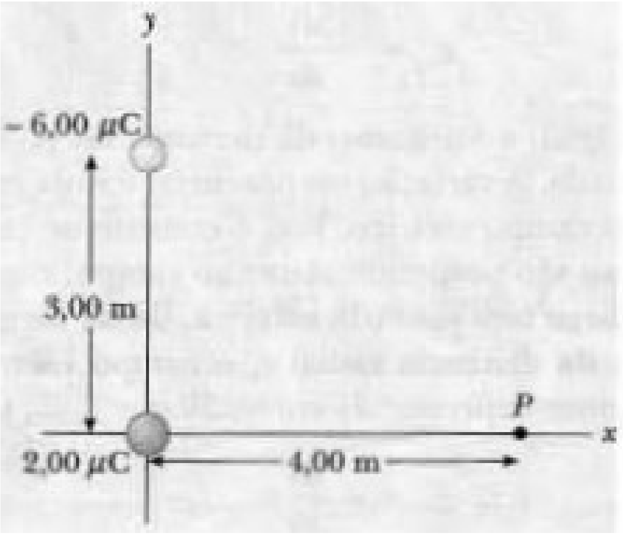


Uma carga pontual de 2.00 μC está localizada na origem e uma segunda carga pontual de -6.00 μC está situada no eixo *y* na posição (0, 3.00) m, como na figura.

(a) Encontre o potencial elétrico total devido a essas cargas no ponto *P*, cujas coordenadas são (4.00, 0) m.

Potencial Elétrico de Cargas Pontuais

Exemplo 20.3 O Potencial Devido a Duas Cargas Pontuais



Uma carga pontual de 2.00 μC está localizada na origem e uma segunda carga pontual de -6.00 μC está situada no eixo *y* na posição (0, 3.00) m, como na figura.

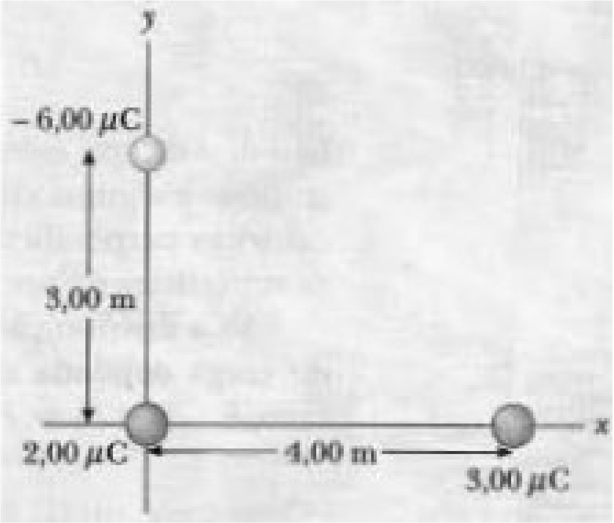
(a) Encontre o potencial elétrico total devido a essas cargas no ponto *P*, cujas coordenadas são (4.00, 0) m.

Quadro: $V_P = -6.29 \cdot 10^3$ V

Potencial Elétrico de Cargas Pontuais

Exemplo 20.3 O Potencial Devido a Duas Cargas Pontuais

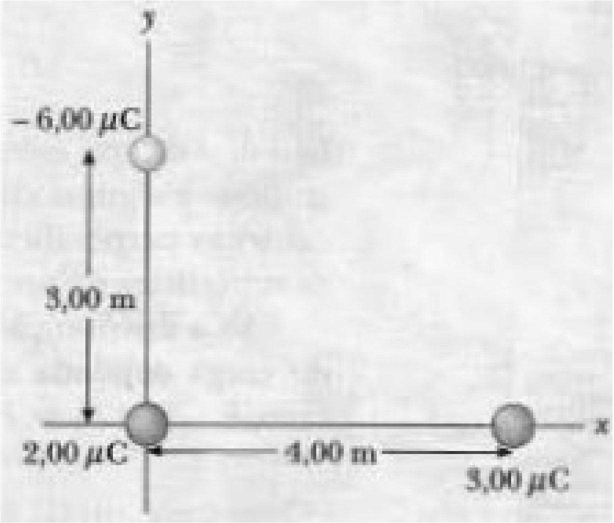
(b) Quanto trabalho é necessário para trazer uma carga pontual de 3.00 μC do infinito até o ponto *P*?



Potencial Elétrico de Cargas Pontuais

Exemplo 20.3 O Potencial Devido a Duas Cargas Pontuais

(b) Quanto trabalho é necessário para trazer uma carga pontual de 3.00 μC do infinito até o ponto *P*?

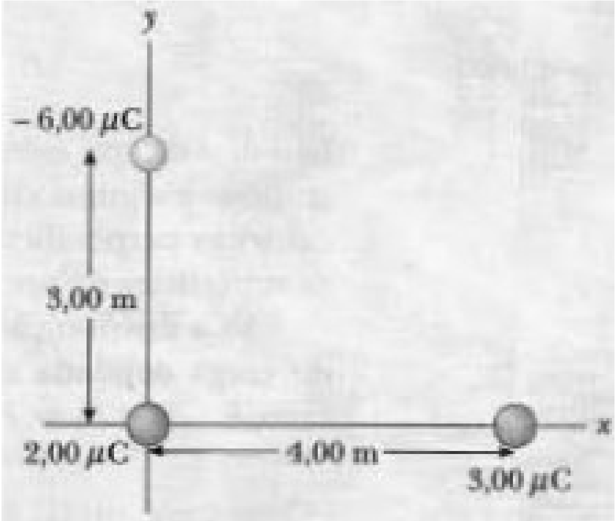


Quadro: $W = -18.9 \cdot 10^{-3}$ J

Potencial Elétrico de Cargas Pontuais

Exercício

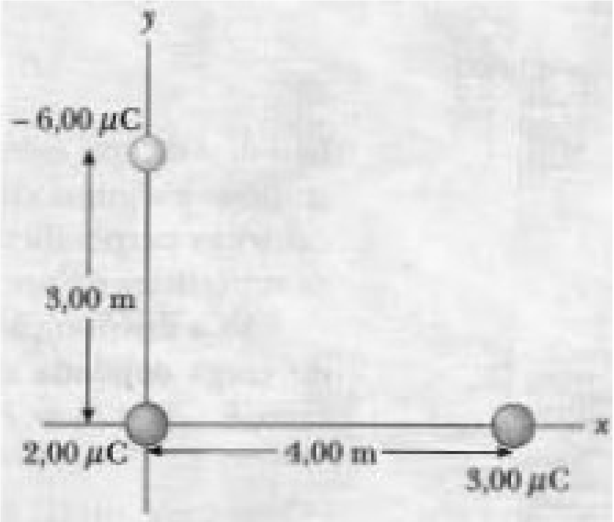
Encontre a energia potencial total do sistema de cargas com a configuração mostrada na figura.



Potencial Elétrico de Cargas Pontuais

Exercício

Encontre a energia potencial total do sistema de cargas com a configuração mostrada na figura.



Quadro: U_{tot} = -5.48·10^{-2} J

Universidade Federal do ABC

Fenômenos Eletromagnéticos

FIM PRA HOJE