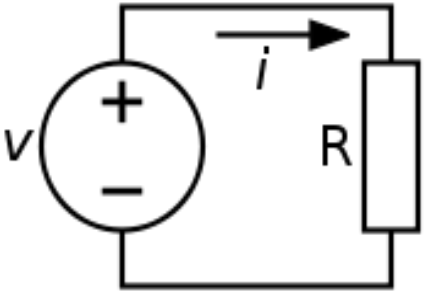
Fenômenos Eletromagnéticos

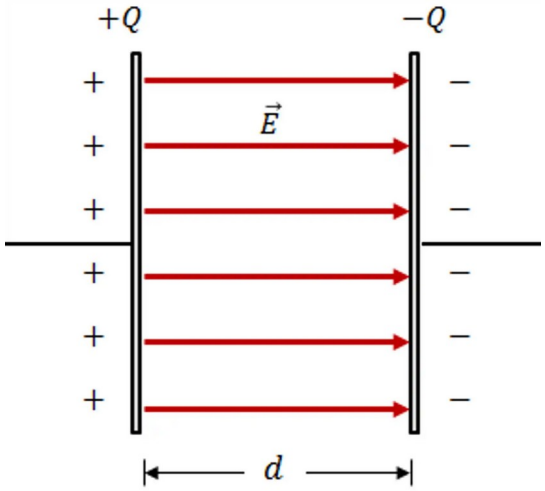
Universidade Federal do ABC

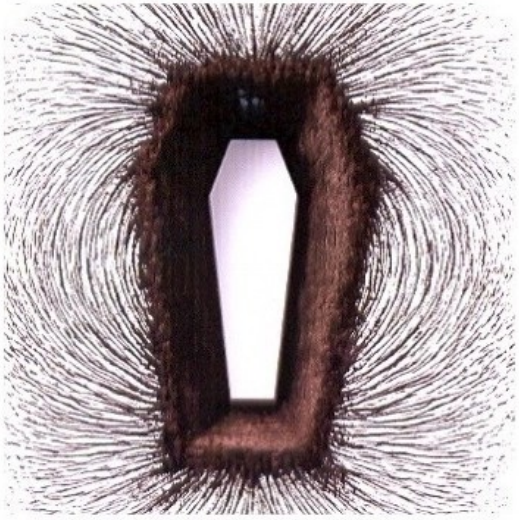
07. Capacitância, Combinações de capacitores

Prof. Pieter Westera
pieter.westera@ufabc.edu.br

http://professor.ufabc.edu.br/~pieter.westera/EM.html





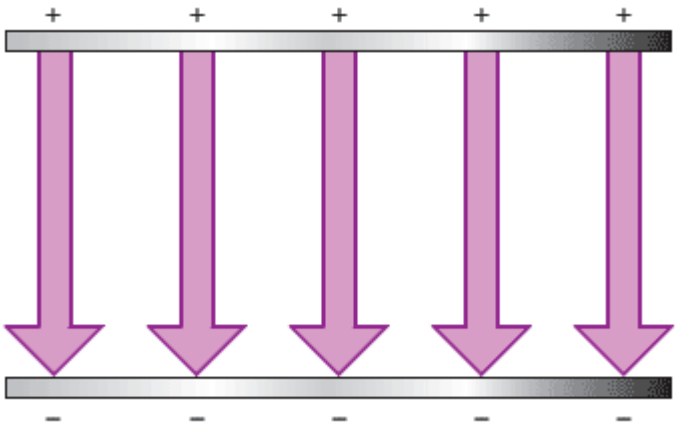


Capacitância

Capacitor

Já conhecemos o capacitor de placas paralelas como

- arranjo para gerar um campo elétrico uniforme.



© 2007 Encyclopædia Britannica, Inc.

Mas capacitores têm outras funções também, como

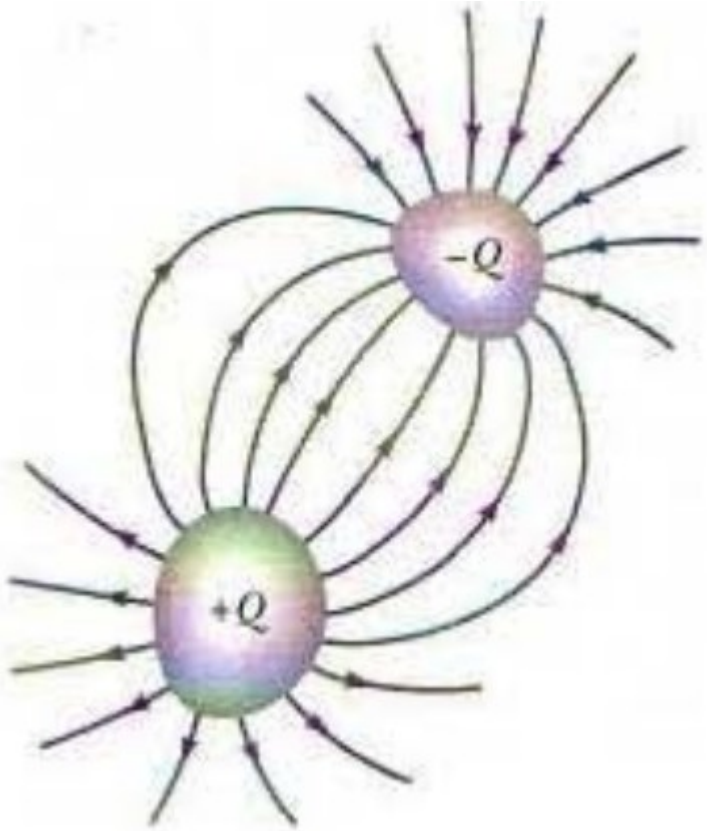
- armazenar carga e energia
- elementos em circuitos elétricos

e não precisam ter o formato de placas paralelas.

Capacitância

Capacitor

Em geral, um capacitor consiste em dois condutores.
Carregando eles com cargas de mesmo módulo mas sinais opostos (por exemplo por meio de uma bateria), Q e $-Q$, e mantendo eles isolados um do outro,
a carga continua armanezada neles,
e haverá uma diferença de potencial ΔV entre eles.



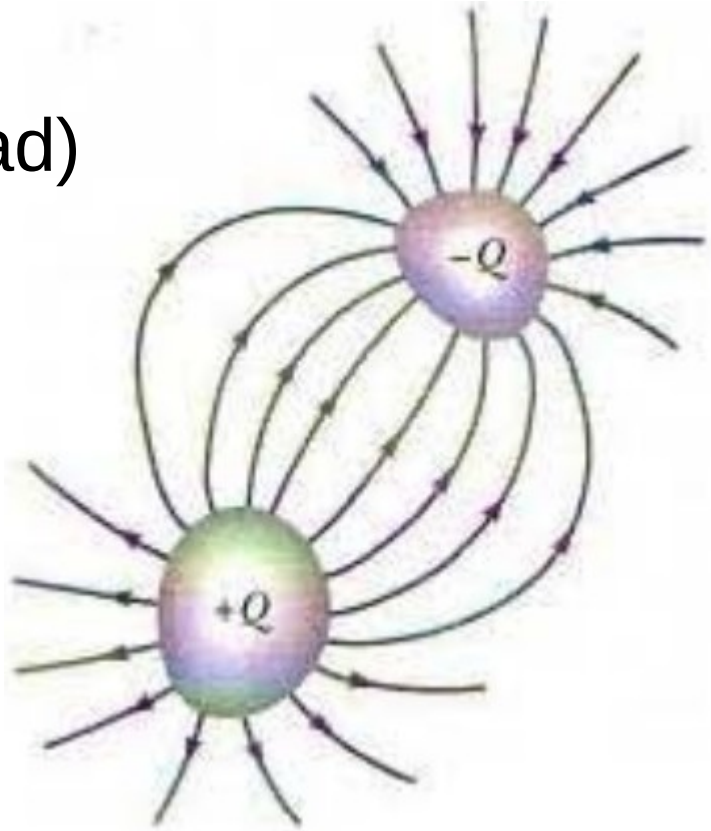
Já que ΔV é proporcional a Q, a grandeza $Q/\Delta V$ é constante, i.e. uma propriedade do capacitor.

Capacitância

Definimos

$C \equiv Q/\Delta V$ $[C] = C/V = C^2/J = F$ (farad)

como capacitância do capacitor,
Uma grandeza que quantifica
a capacidade dele de armazenar
carga elétrica.



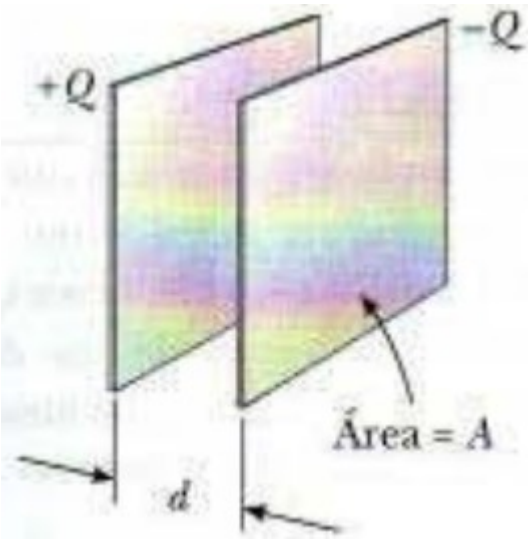
Por definição, C é sempre positiva.

Um farad é uma unidade de
capacitância muito grande.
Tipicamente, capacitores têm
capacitâncias da ordem de pF (picofarad).

Capacitância

O Capacitor de Placas Paralelas

Duas placas com área A na distância d.



Se d é pequena comparada às dimensões das placas, o campo E entre elas é aproximadamente uniforme, segundo aula 4:

$E = \sigma/\epsilon_0 = Q/\epsilon_0 A$

Assim, a diferença de potencial entre as placas é

$\Delta V = Ed = Qd/\epsilon_0 A$

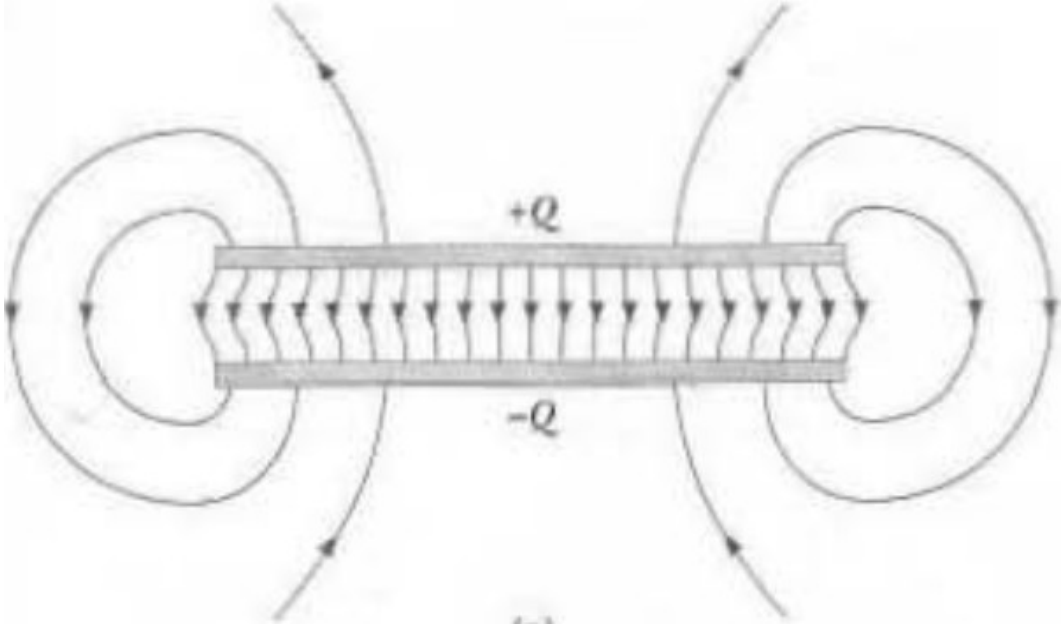
e a capacitância, $C = Q/\Delta V = Q\epsilon_0 A/Qd = \epsilon_0 A/d$,

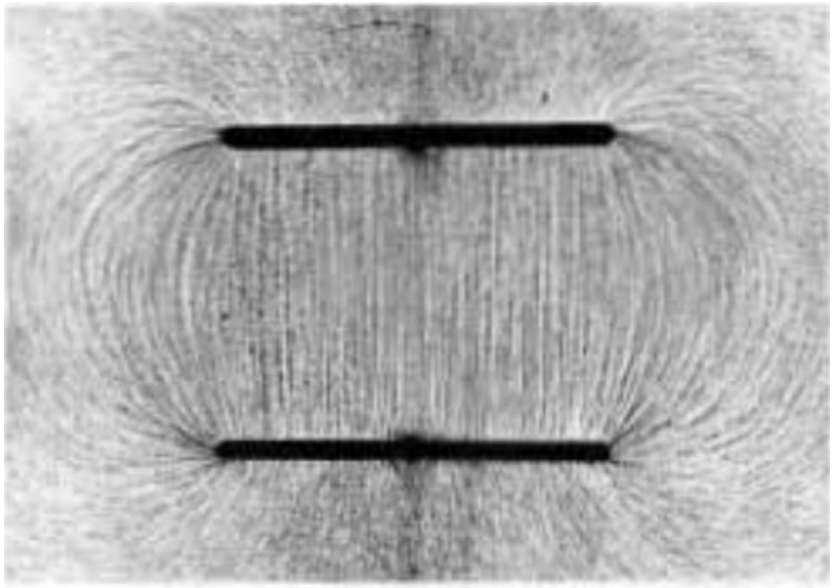
proporcional á área de suas placas e inversamente proporcional à separação delas.

Capacitância

O Capacitor de Placas Paralelas

Pra região entre as placas, o campo elétrico é bem aproximado por um campo uniforme.
Mas perto das bordas nem tanto.





Capacitância

Exemplo 20.7 Capacitor de Placas Paralelas

Um capacitor de placas paralelas tem uma área $A = 2.00 \cdot 10^{-4}$ m² e uma separação entre as placas $d = 1.00$ mm.
Encontre sua capacitância.

Capacitância

Exemplo 20.7 Capacitor de Placas Paralelas

Um capacitor de placas paralelas tem uma área $A = 2.00 \cdot 10^{-4}$ m² e uma separação entre as placas $d = 1.00$ mm.
Encontre sua capacitância.

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d} = (8{,}85 \times 10^{-12}\ \mathrm{C^2/N \cdot m^2}) \left(\frac{2{,}00 \times 10^{-4}\ \mathrm{m^2}}{1{,}00 \times 10^{-3}\ \mathrm{m}} \right)$$

$$= 1{,}77 \times 10^{-12}\ \mathrm{F} = \boxed{1{,}77\ \mathrm{pF}}$$

Capacitância

Exercício

$A = 2.00 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2$, $d = 1.00$ mm, $C = 1.77$ pF

Se a separação entre as placas for aumentada para 3.00 mm, encontre a capacitância.

Capacitância

Exercício

$A = 2.00 \cdot 10^{-4}$ m², $d = 1.00$ mm, $C = 1.77$ pF

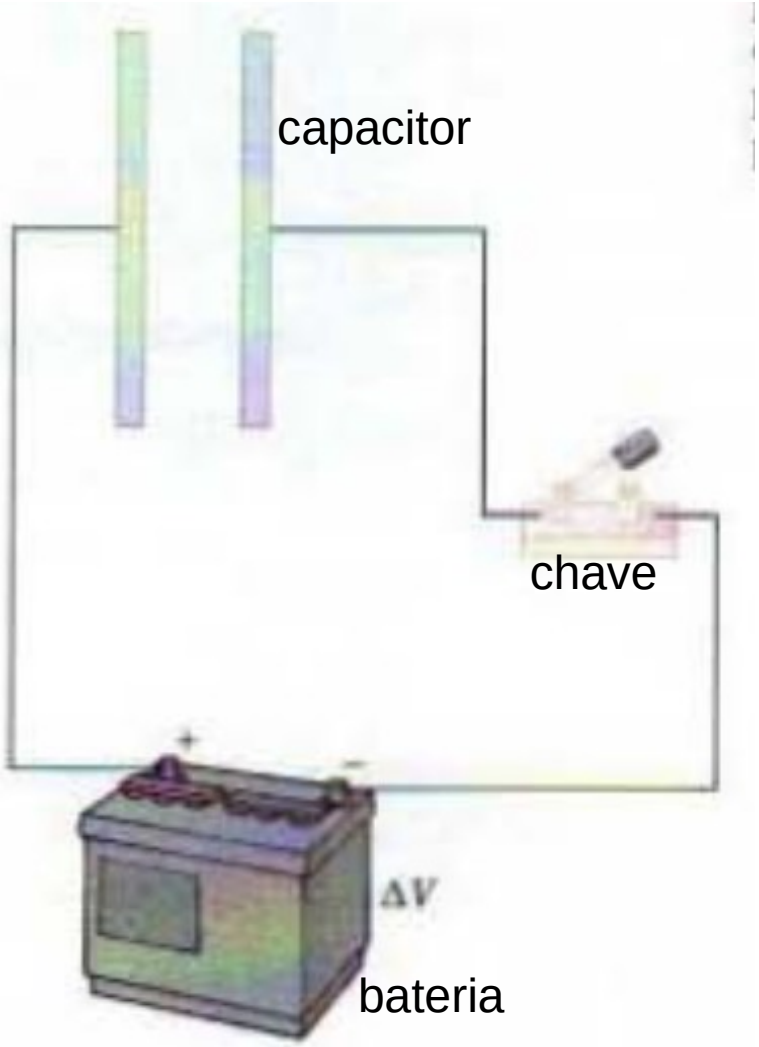
Se a separação entre as placas for aumentada para 3.00 mm, encontre a capacitância.

$C = 0.590$ pF
(um terço do valor para 1.00 mm)

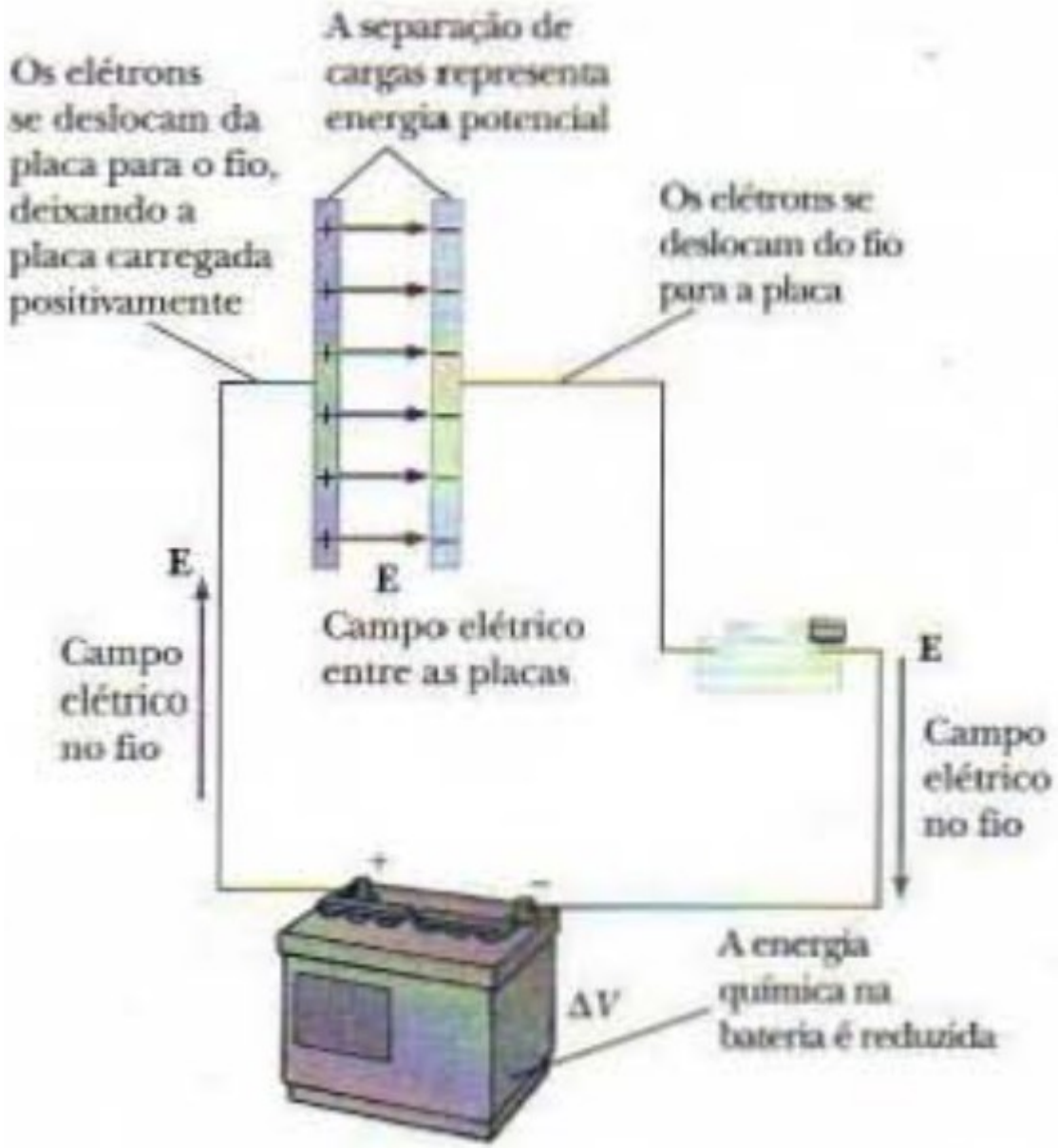
Capacitância

Enquanto armazena carga, um capacitor também armezena energia.

(Vide mais pra frente nesta disciplina)



Capacitância



Capacitância

Enigma Rápido 20.7

Por que é perigoso tocar nos terminais de um capacitor de alta-tensão, mesmo depois de ser desconectada a fonte de tensão que o carregou?
O que pode ser feito para tornar o capacitor seguro de ser tocado depois que a fonte de tensão for removida?

Capacitância

Enigma Rápido 20.7

Por que é perigoso tocar nos terminais de um capacitor de alta-tensão, mesmo depois de ser desconectada a fonte de tensão que o carregou?
O que pode ser feito para tornar o capacitor seguro de ser tocado depois que a fonte de tensão for removida?

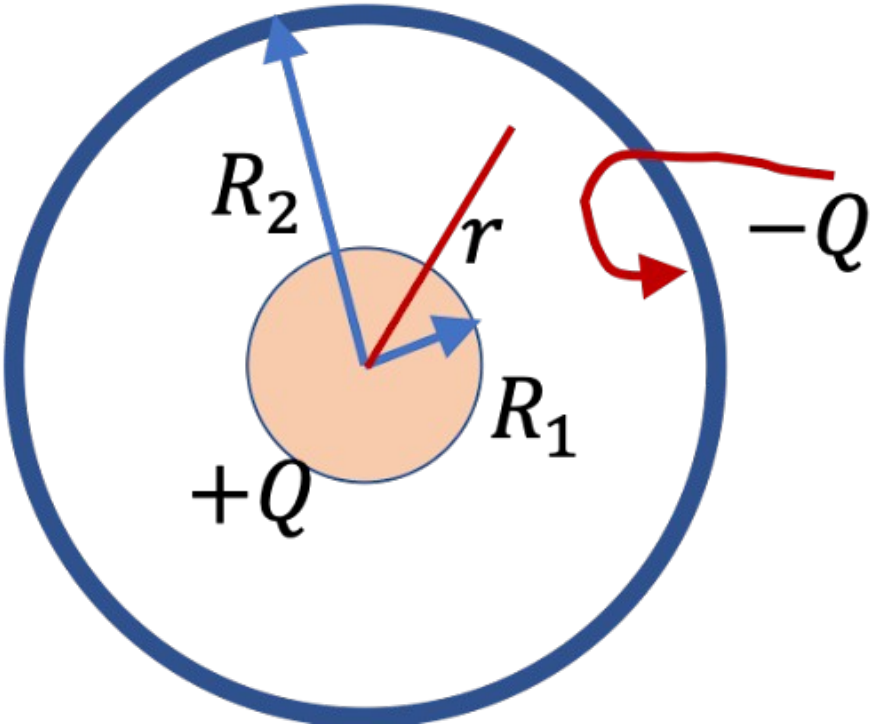
A carga possivelmente permanece nos terminais, e com esta, a (alta) diferença de potencial também.
Pode “desarmá”-lo descarregando ele, por exemplo conectando os terminais por um fio condutor
(sem encostar neste).

Capacitância

O Capacitor Esférico

Consiste de uma esfera interna e uma casca oca esferica com raios R_1 e R_2.

Carregados com Q e $-Q$:



Potencial na esfera interna:
$V_1 = k_e Q/R_1$

Na externa (pela lei de Gauss, a carga nesta casca não influencia): $V_2 = k_e Q/R_2$

$\Rightarrow \Delta V = k_e Q(1/R_1 - 1/R_2) = k_e Q(R_2 - R_1)/R_1 R_2$

$\Rightarrow C = Q/\Delta V = 1/k_e \cdot R_1 R_2/(R_2 - R_1) = 4\pi\epsilon_0 \cdot R_1 R_2/(R_2 - R_1)$

Capacitância

O Capacitor Cilíndrico

Dois cilindros concêntricos com raios a e b e comprimento(s) l, como num cabo coaxial.
Carregando eles por Q e $-Q$
=> carga por unidade de comprimento do cilindro interior: $\lambda = Q/l$

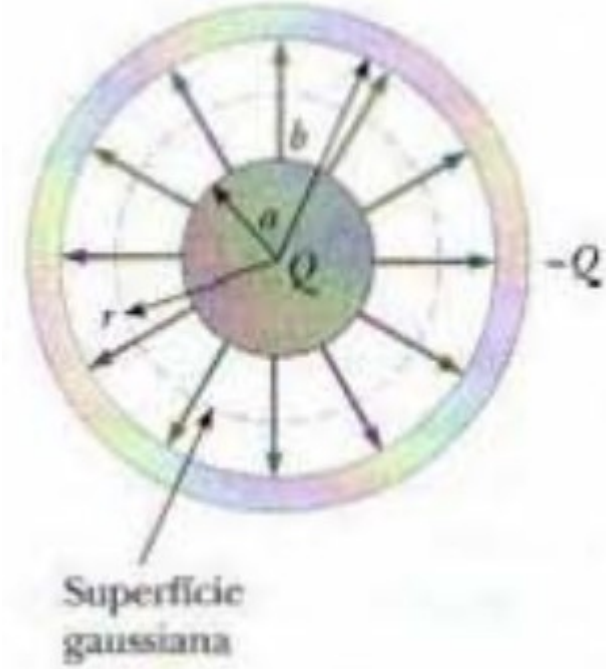
$$\Delta V = V_b - V_a = -\int_a^b \mathbf{E}\cdot d\mathbf{s} = -\int_a^b E\, dr$$

$$E = 2k_e\lambda/r \quad = -2k_e\lambda\int_a^b dr/r = -2k_e\lambda \ln(b/a)$$

(aula 4)

$$\Rightarrow C = Q/|\Delta V| = \lambda l/|\Delta V| = l/(2k_e \ln(b/a))$$

$$= 2\pi\epsilon_0 l / \ln(b/a)$$



Capacitância

O Capacitor Cilíndrico

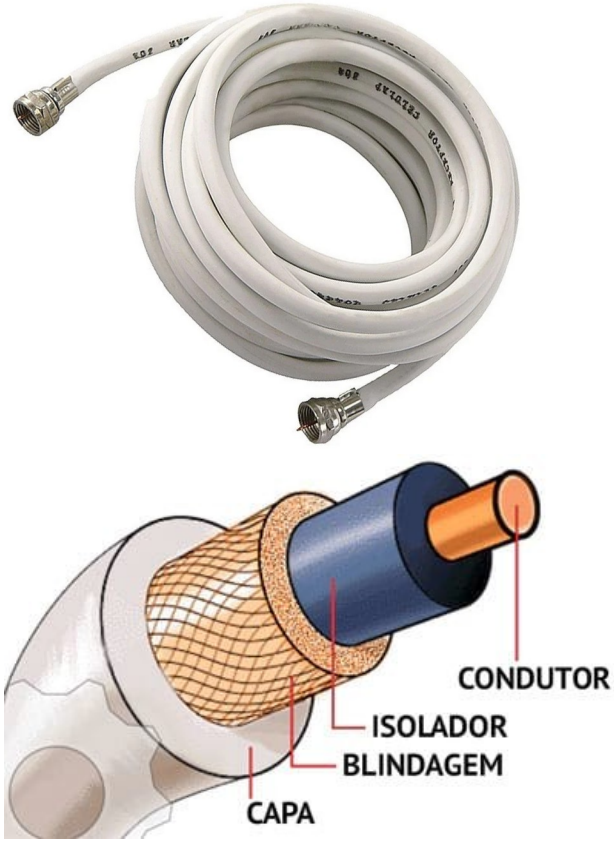
$C = l/(2k_e \ln(b/a))$

$\quad = 2\pi\epsilon_0 l / \ln(b/a)$

Capacitância por unidade de comprimento de um cabo coaxial (usado para transmitir sinais elétricos sem interferência de campos externos, o condutor externo serve como ”caixa de Faraday” pro interno):

$C/l = 1/(2k_e \ln(b/a))$

$\quad = 2\pi\epsilon_0 / \ln(b/a)$



Capacitância

Capacitores

Alguns capacitores comerciais.

Combinações de Capacitores

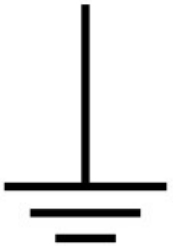
Diagramas de Circuito

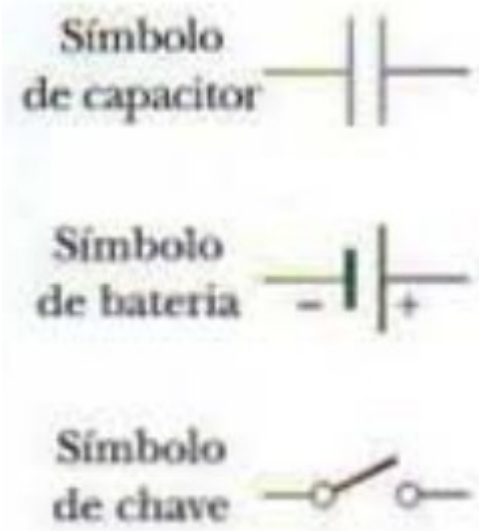
Diagrama esquemático de um arranjo de elementos eletrônicos.

Os elementos são simbolizados por símbolos como os ao lado, e as conexões entre eles por fios condutores, por linhas sólidas.

Em seguida, determinamos a capacitância de combinações de capacitores, a capacitância equivalente.

Símbolo de Terra, atteragem

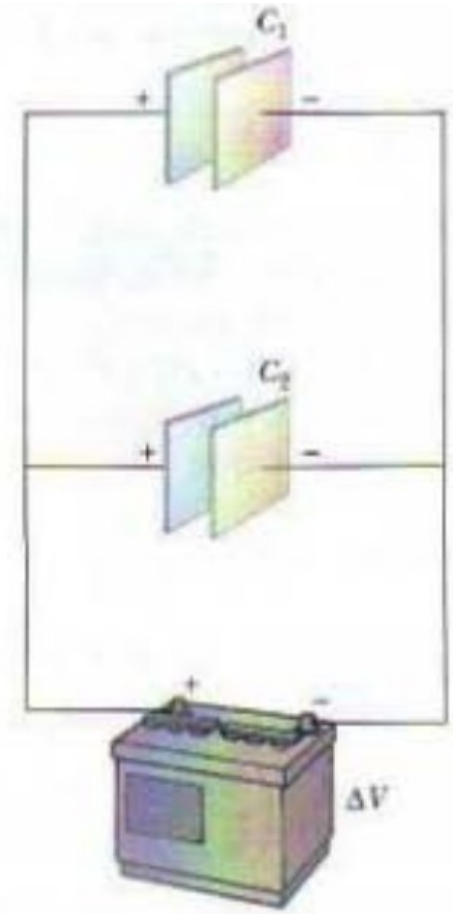




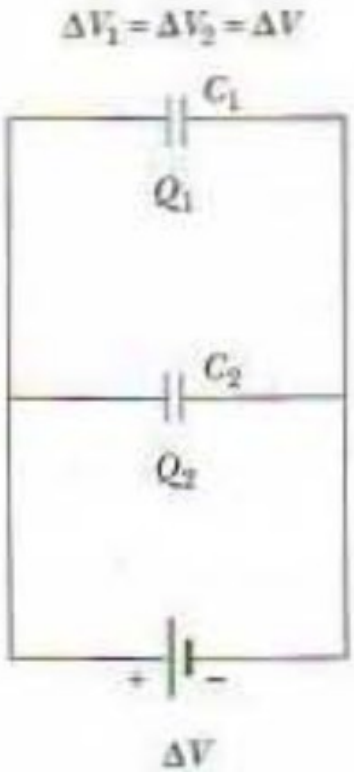
Combinações de Capacitores

Combinação em Paralelo

Circuito



Diagrama



Os terminais dos capacitores C_1 e C_2 estão conectados

=> no mesmo potencial

=> $\Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V$

Carga nos capacitores C_1 e C_2:

$Q_1 = C_1 \Delta V, \quad Q_2 = C_2 \Delta V$

=> Capacitância equivalente

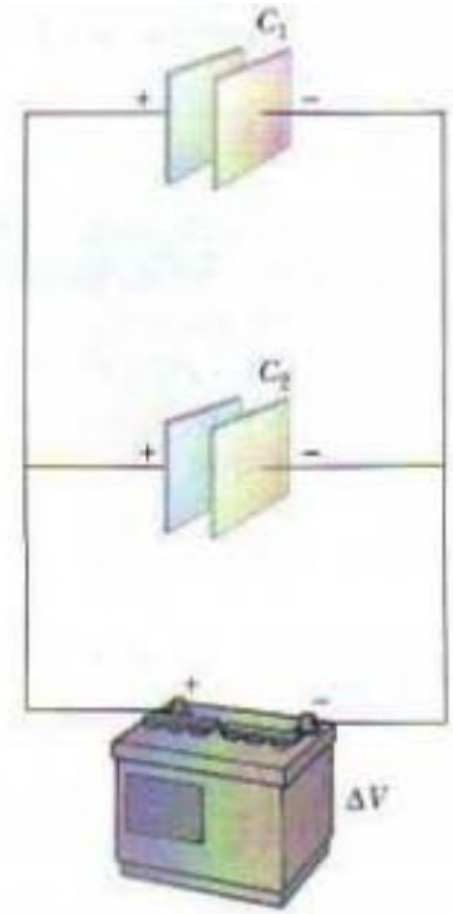
$C_{eq} = (Q_1 + Q_2)/\Delta V$

$= (C_1 \Delta V + C_2 \Delta V)/\Delta V = C_1 + C_2$

Combinações de Capacitores

Combinação em Paralelo

Circuito



Diagrama

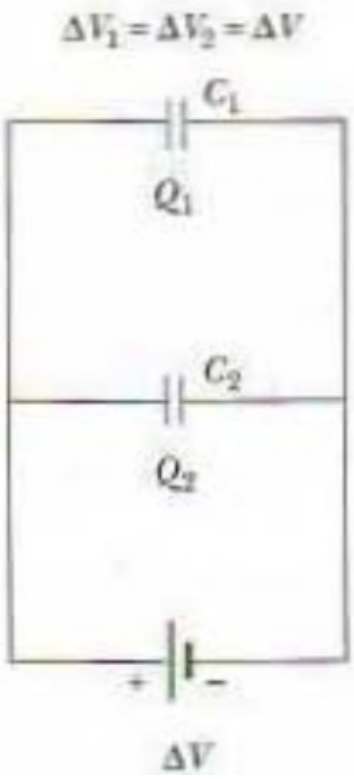


Diagrama Simplificado

A capacitância equivalente de capacitores ligados em paralelo é a soma das capacitâncias individuais.

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 + \ldots$$

Assim, C_{eq} é maior que qualquer das capacitâncias individuais.

Combinações de Capacitores

Exercício

Dois capacitores, com capacitâncias C_1 = 5.0 μF e C_2 = 12 μF, estão conectados em paralelo e a combinação resultando está conectada a uma bateria de 9.0 V.
Qual é
(a) o valor da capacitância equivalente da combinação?
(b) a diferença de potencial em cada capacitor e
(c) a carga armazenada em cada capacitor?

Combinações de Capacitores

Exercício

Dois capacitores, com capacitâncias C_1 = 5.0 μF e C_2 = 12 μF, estão conectados em paralelo e a combinação resultando está conectada a uma bateria de 9.0 V.
Qual é
(a) o valor da capacitância equivalente da combinação?
(b) a diferença de potencial em cada capacitor e
(c) a carga armazenada em cada capacitor?

solução

(a) $C_{eq} = C_1 + C_2 = (5.0 + 12)\ \mu F = 17\ \mu F$

(b) $\Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V = 9.0\ V$

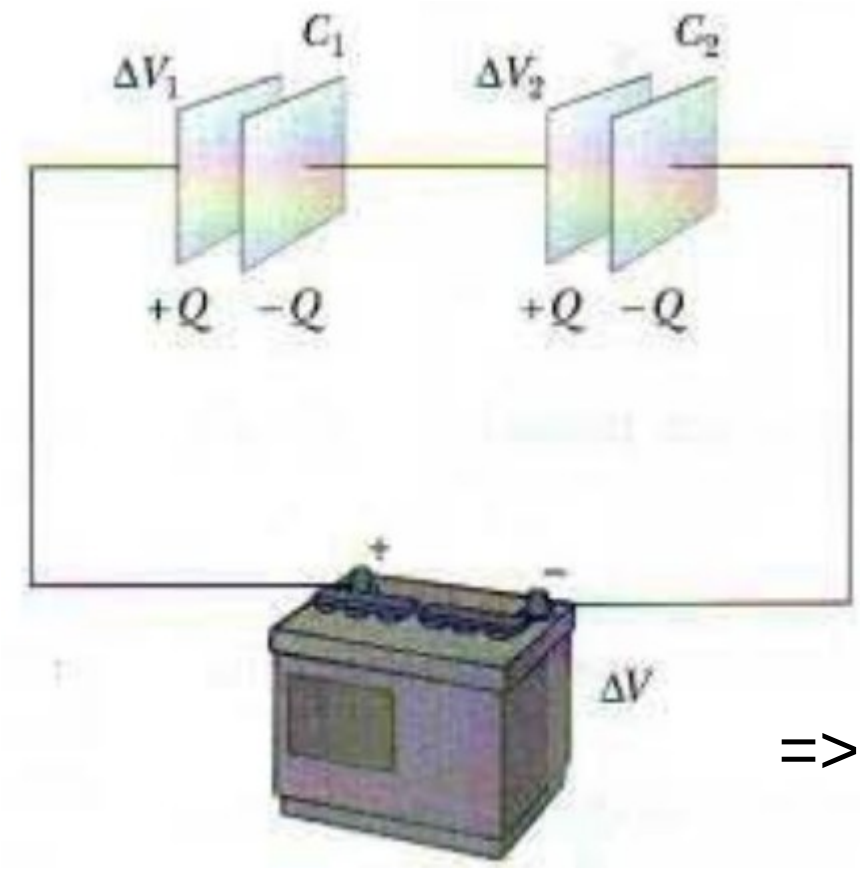
(c) $Q_1 = C_1 \Delta V = 5.0 \cdot 9.0\ \mu FV = 45\ \mu C$,

$Q_2 = C_2 \Delta V = 12 \cdot 9.0\ \mu FV = 108\ \mu C$

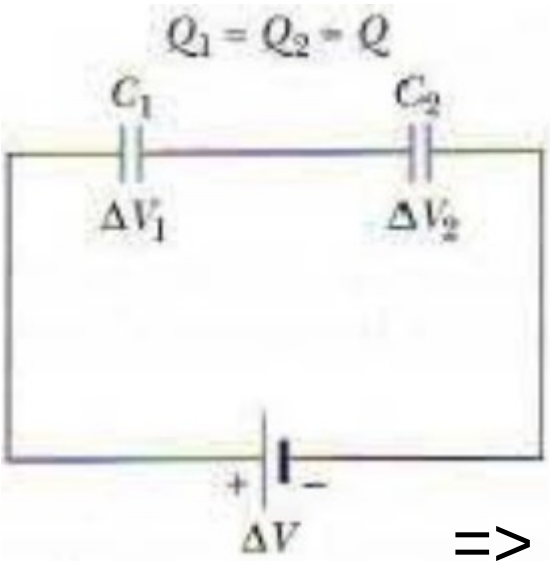
Combinações de Capacitores

Combinação em Série

Circuito



Diagrama



Cargas:

$Q_1 = Q_2 = Q$

Difs. de pot.

$\Delta V_1 = Q_1/C_1$

$= Q/C_1$

$\Delta V_2 = Q/C_2$

$\Rightarrow \Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2$

$= Q/C_1 + Q/C_2$

$\Rightarrow 1/C_{eq} = \Delta V/Q = (Q/C_1 + Q/C_2)/Q$

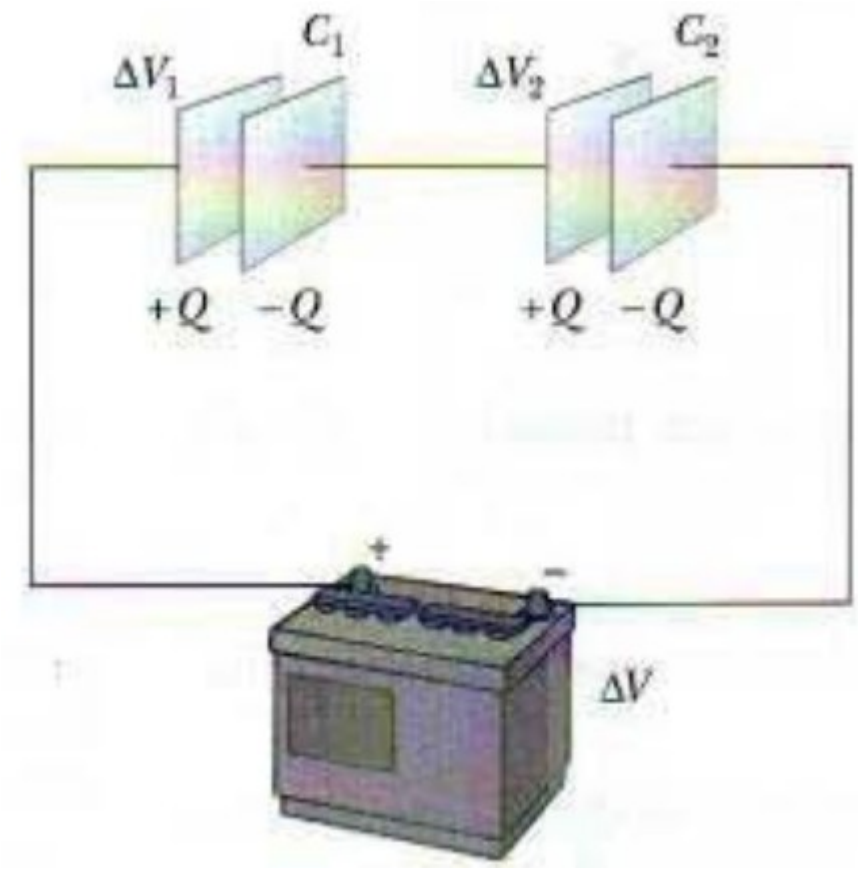
$= 1/C_1 + 1/C_2$

(ou $C_{eq} = (C_1 + C_2)/C_1C_2$)

Combinações de Capacitores

Combinação em Série

Circuito



Diagrama

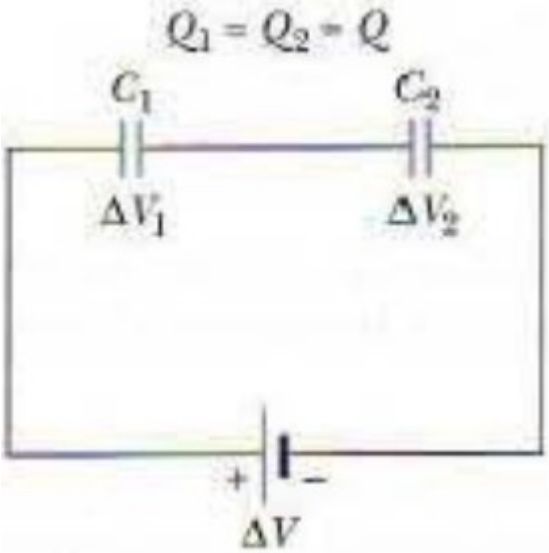
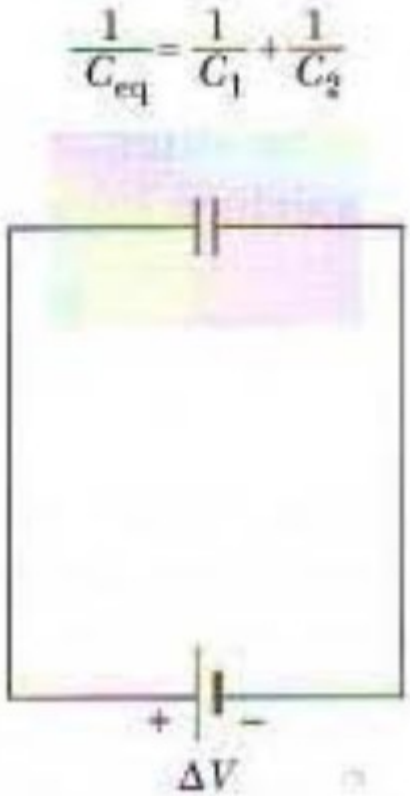


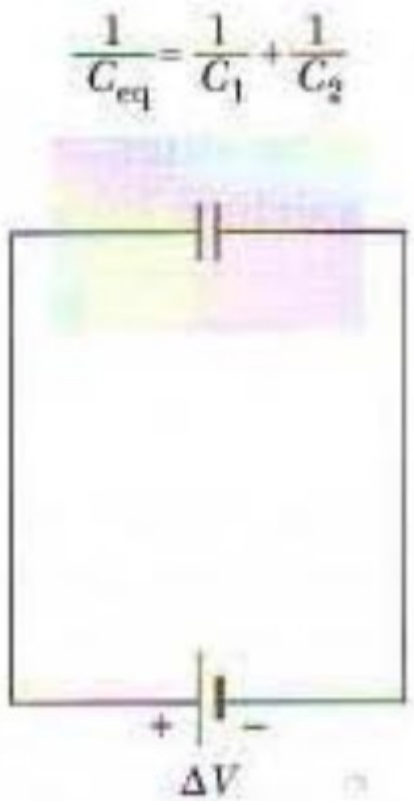
Diagrama Simplificado



Combinações de Capacitores

Combinação em Série

Diagrama Simplificado



O inverso da capacitância equivalente de capacitores ligados em série é a soma dos inversos das capacitâncias individuais.

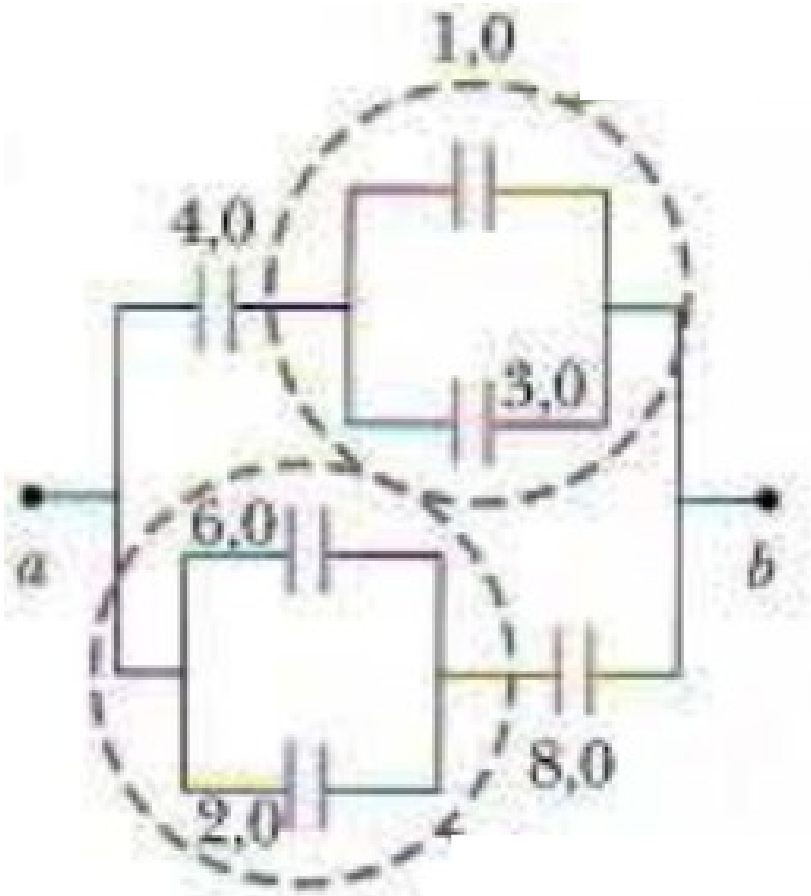
$$1/C_{eq} = 1/C_1 + 1/C_2 + 1/C_3 + \ldots$$

Assim, C_{eq} é menor que qualquer das capacitâncias individuais.

Combinações de Capacitores

Exemplo 20.8 Capacitância Equivalente

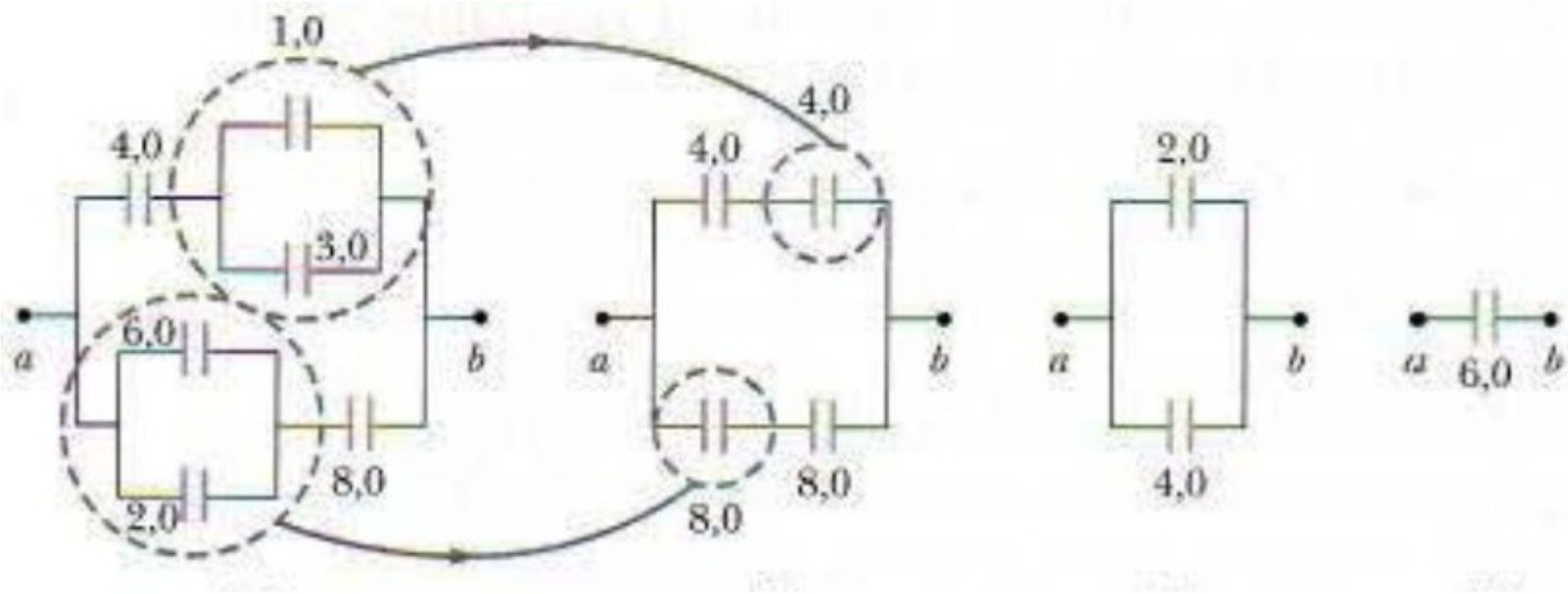
Encontre a capacitância equivalente entre *a* e *b* para a combinação mostrada nesta figura.
Todas as capacitâncias estão em microfarads.



Combinações de Capacitores

Exemplo 20.8 Capacitância Equivalente

Solução



C_{eq} = 6.0 μF

Combinações de Capacitores

Exercício

Considere três capacitores com capacitâncias de 3.0 μF, 6.0 μF e 12 μF.
Encontre sua capacitância equivalente se eles forem conectados
(a) em paralelo e
(b) em série.

Combinações de Capacitores

Exercício

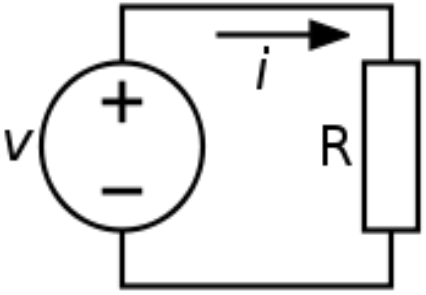
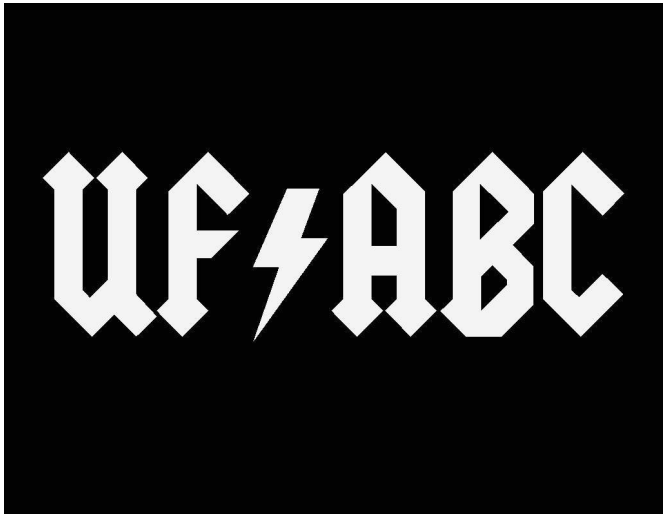
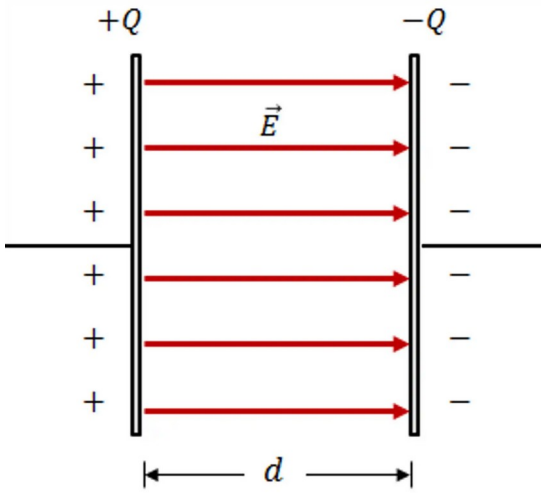
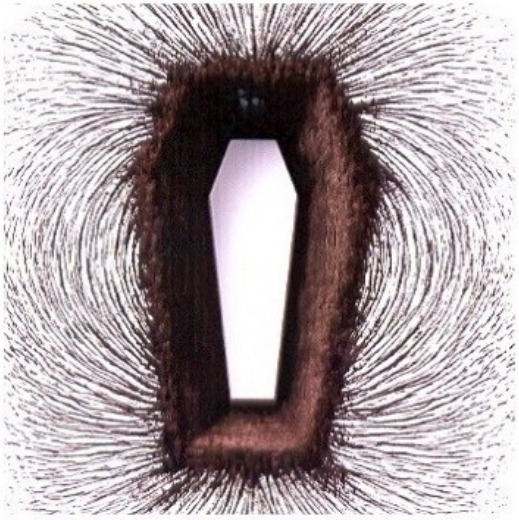
Considere três capacitores com capacitâncias de 3.0 μF, 6.0 μF e 12 μF.
Encontre sua capacitância equivalente se eles forem conectados
(a) em paralelo e
(b) em série.

solução

(a) $C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 = 21\ \mu F$

(b) $C_{eq} = (1/C_1 + 1/C_2 + 1/C_3)^{-1} = 12/7\ \mu F = 1.7\ \mu F$

Fenômenos Eletromagnéticos

Universidade Federal do ABC

FIM PRA HOJE