



Universidade Federal do ABC

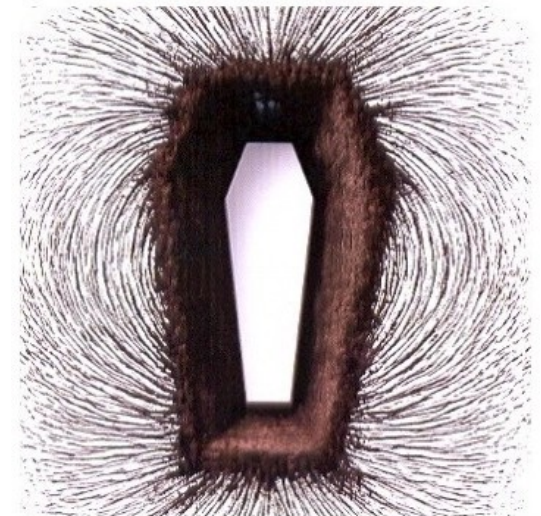
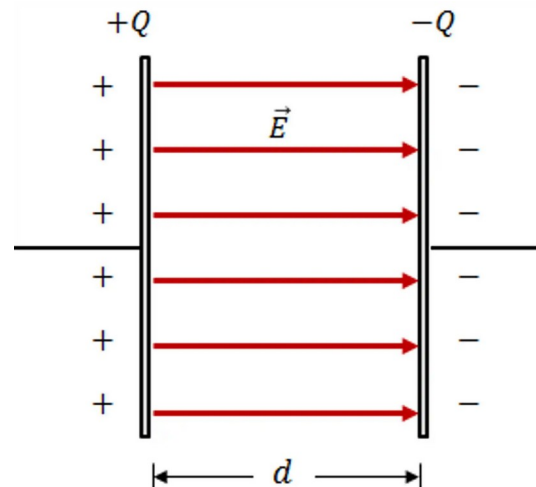
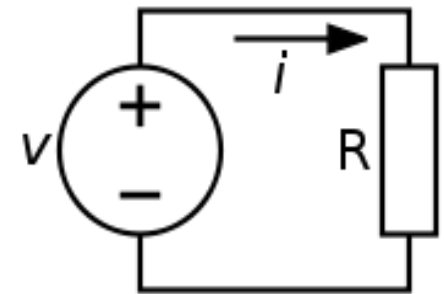
Fenômenos Eletromagnéticos

07. Capacitância, Combinações de capacitores

Prof. Pieter Westera

pieter.westera@ufabc.edu.br

<http://professor.ufabc.edu.br/~pieter.westera/EM.html>



Capacitância

Capacitor

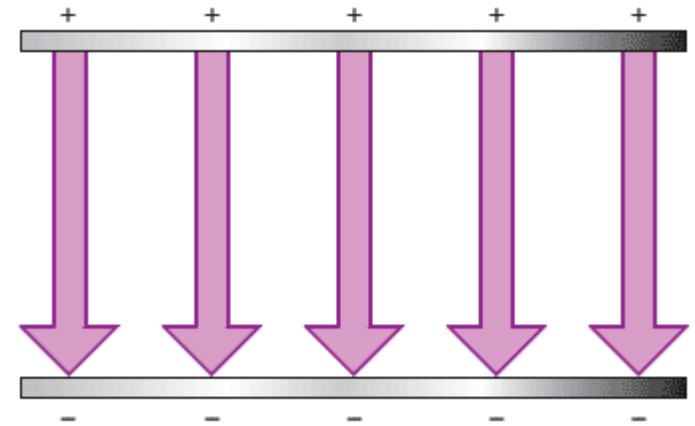
Já conhecemos o **capacitor** de **placas paralelas** como

- **arranjo** para **gerar** um **campo elétrico uniforme**.

Mas capacitores têm **outras funções** também, como

- **armazenar carga e energia**
- **elementos em circuitos elétricos**

e não precisam ter o formato de placas paralelas.



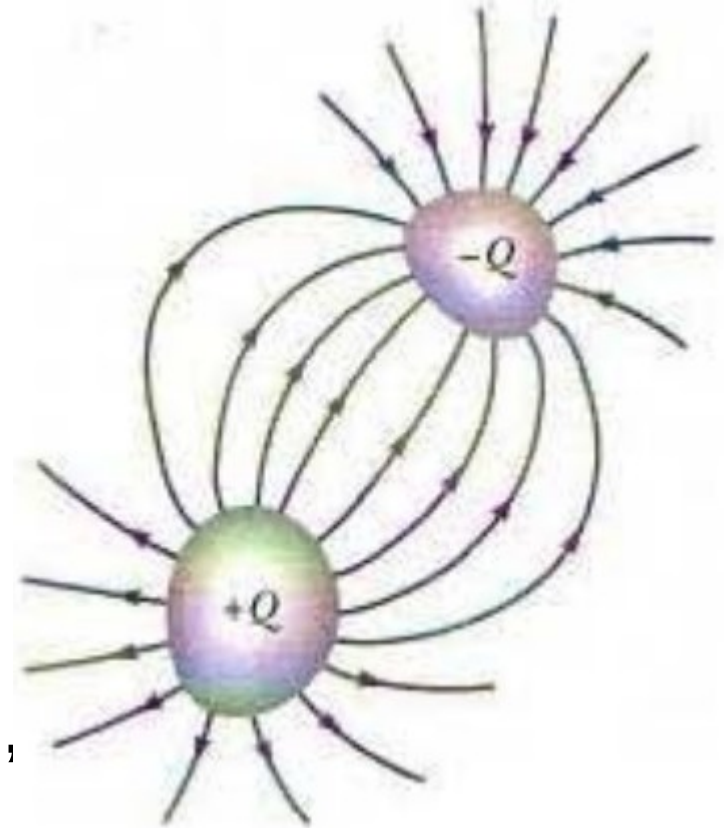
© 2007 Encyclopædia Britannica, Inc.

Capacitância

Capacitor

Em geral, um **capacitor** consiste em **dois condutores**.

Carregando eles com **cargas** de **mesmo módulo** mas **siniais opostos** (por exemplo por meio de uma bateria), Q e $-Q$, e mantendo eles **isolados** um do outro, a **carga** continua **armanezada** neles, e haverá uma **diferença** de **potencial** ΔV entre eles.



Já que ΔV é **proporcional** a Q , a grandeza $Q/\Delta V$ é **constante**, i.e. uma **propriedade** do **capacitor**.

Capacitância

Definimos

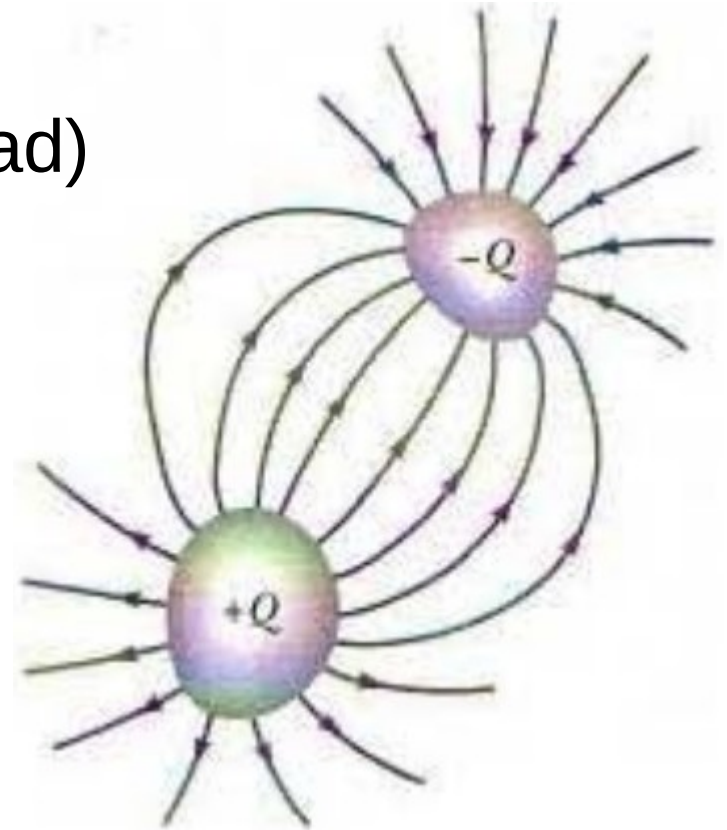
$$C \equiv Q/\Delta V \quad [C] = C/V = C^2/J = F \text{ (farad)}$$

como **capacitância** do **capacitor**,
Uma grandeza que quantifica
a **capacidade** dele de **armazenar**
carga elétrica.

Por definição, C é sempre **positiva**.

Um farad é uma unidade de
capacitância muito grande.

Tipicamente, capacitores têm
capacitâncias da ordem de pF (picofarad).



Capacitância

O Capacitor de Placas Paralelas

Duas placas com área A na distância d .

Se d é pequena comparada às dimensões das placas, o campo E entre elas é aproximadamente uniforme, segundo aula 4:

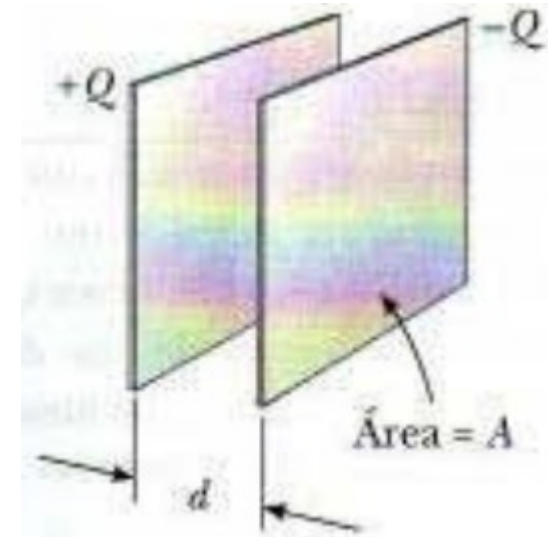
$$E = \sigma/\epsilon_0 = Q/\epsilon_0 A$$

Assim, a diferença de potencial entre as placas é

$$\Delta V = Ed = Qd/\epsilon_0 A$$

e a capacitância, $C = Q/\Delta V = Q\epsilon_0 A/Qd = \epsilon_0 A/d$,

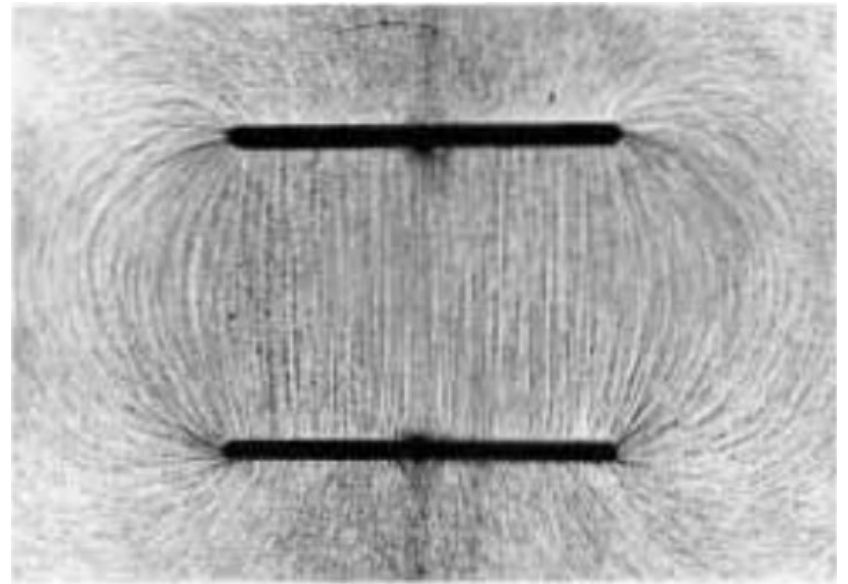
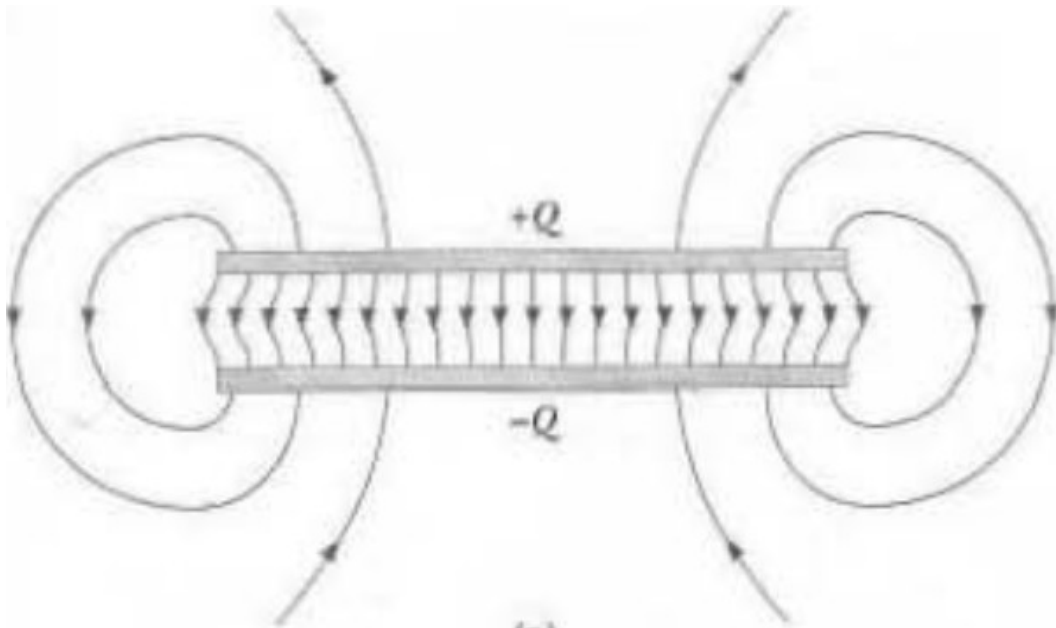
proporcional à área de suas placas e inversamente proporcional à separação delas.



Capacitância

O Capacitor de Placas Paralelas

Pra **região entre** as **placas**, o **campo elétrico** é bem aproximado por um **campo uniforme**.
Mas perto das bordas nem tanto.



Capacitância

Exemplo 20.7 Capacitor de Placas Paralelas

Um capacitor de placas paralelas tem uma área $A = 2.00 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$ e uma separação entre as placas $d = 1.00 \text{ mm}$.
Encontre sua capacitância.

Capacitância

Exemplo 20.7 Capacitor de Placas Paralelas

Um capacitor de placas paralelas tem uma área $A = 2.00 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$ e uma separação entre as placas $d = 1.00 \text{ mm}$.

Encontre sua capacitância.

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d} = (8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2) \left(\frac{2,00 \times 10^{-4} \text{ m}^2}{1,00 \times 10^{-3} \text{ m}} \right)$$
$$= 1,77 \times 10^{-12} \text{ F} = 1,77 \text{ pF}$$

Capacitância

Exercício

$$A = 2.00 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2, \quad d = 1.00 \text{ mm}, \quad C = 1.77 \text{ pF}$$

Se a **separação** entre as placas for **aumentada** para 3.00 mm, encontre a **capacitância**.

Capacitância

Exercício

$$A = 2.00 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2, \quad d = 1.00 \text{ mm}, \quad C = 1.77 \text{ pF}$$

Se a **separação** entre as placas for **aumentada** para 3.00 mm, encontre a **capacitância**.

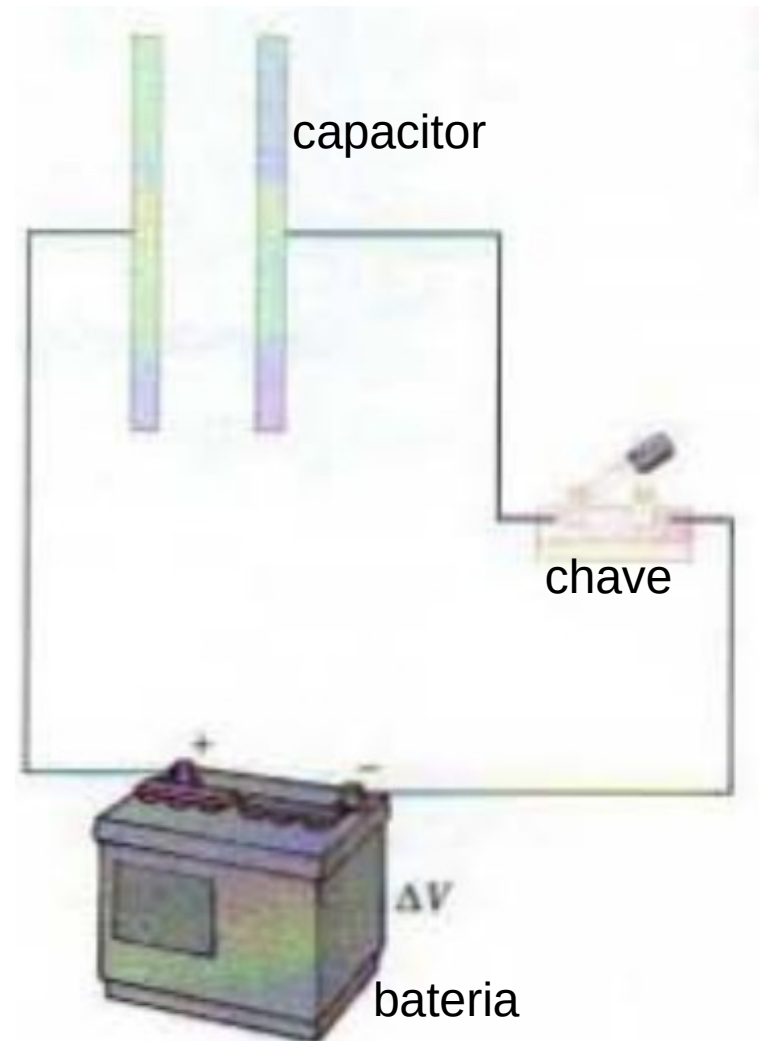
$$C = 0.590 \text{ pF}$$

(um terço do valor para 1.00 mm)

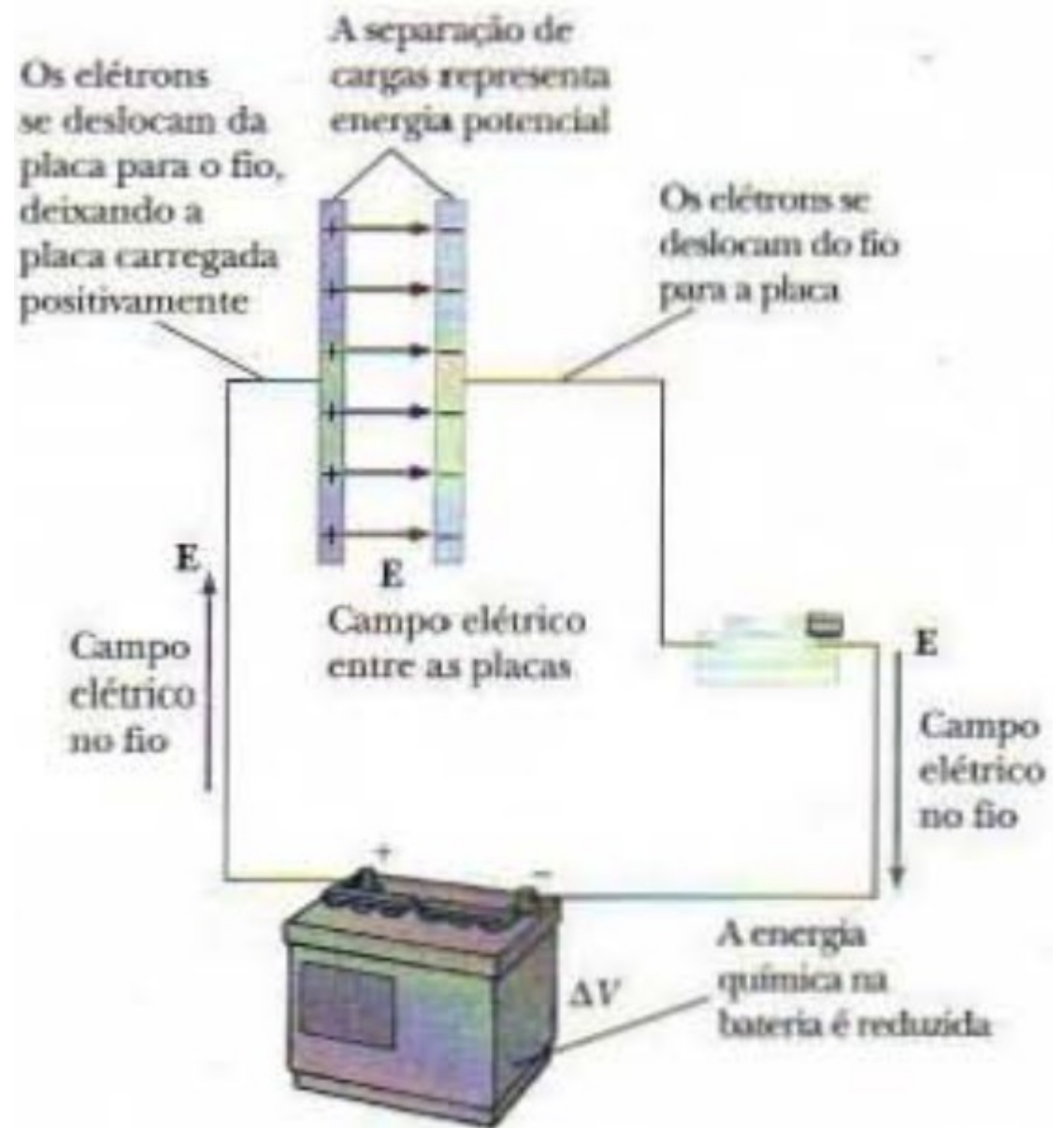
Capacitância

Enquanto **armazena carga**,
um **capacitor** também
armazena energia.

(Vide mais pra frente
nesta disciplina)



Capacitância



Capacitância

Enigma Rápido 20.7

Por que é **perigoso tocar** nos **terminais** de um **capacitor** de **alta-tensão**, mesmo depois de ser **desconectada** a **fonte** de **tensão** que o **carregou**?

O que pode ser feito para tornar o capacitor **seguro** de ser **tocado** depois que a **fonte** de **tensão** for **removida**?

Capacitância

Enigma Rápido 20.7

Por que é **perigoso tocar** nos **terminais** de um **capacitor** de **alta-tensão**, mesmo depois de ser **desconectada** a **fonte** de **tensão** que o **carregou**?

O que pode ser feito para tornar o capacitor **seguro** de ser **tocado** depois que a **fonte** de **tensão** for **removida**?

A **carga** possivelmente **permanece** nos terminais, e com esta, a (alta) **diferença de potencial** também.

Pode “desarmá”-lo **descarregando** ele, por exemplo **conectando** os **terminais** por um fio **condutor** (sem encostar neste).

Capacitância

O Capacitor Esférico

Consiste de uma **esfera interna** e uma **casca oca esférica** com **raios** R_1 e R_2 .

Carregados com Q e $-Q$:

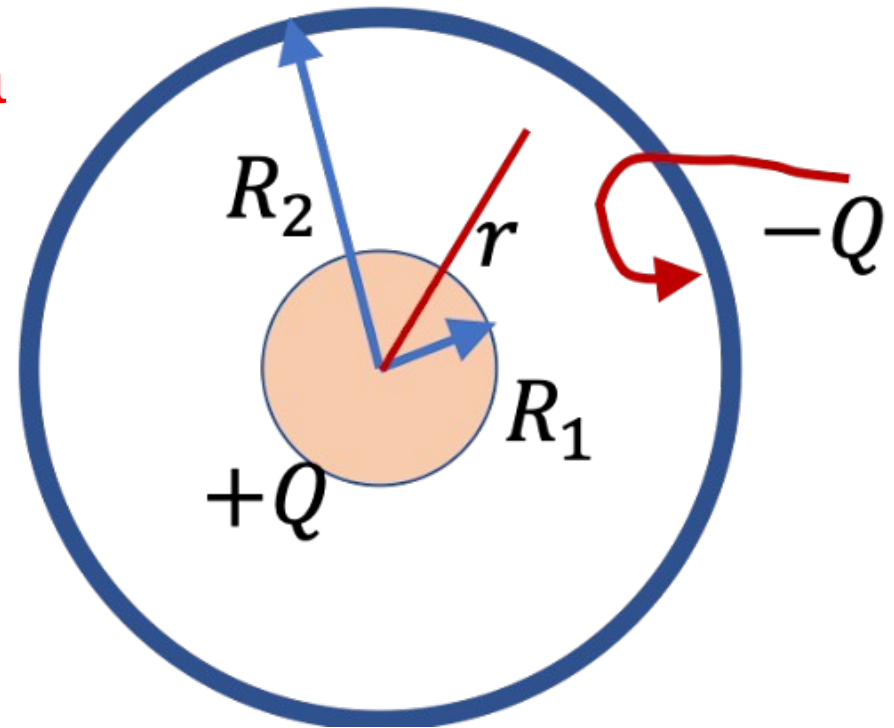
Potencial na **esfera interna**:

$$V_1 = k_e Q / R_1$$

Na **externa** (pela lei de Gauss, a carga nesta esfera não influencia): $V_2 = k_e Q / R_2$

$$\Rightarrow \Delta V = k_e Q (1/R_1 - 1/R_2) = k_e Q (R_2 - R_1) / R_1 R_2$$

$$\Rightarrow C = Q / \Delta V = 1/k_e \cdot R_1 R_2 / (R_2 - R_1) = 4\pi\epsilon_0 \cdot R_1 R_2 / (R_2 - R_1)$$



Capacitância

O Capacitor Cilíndrico

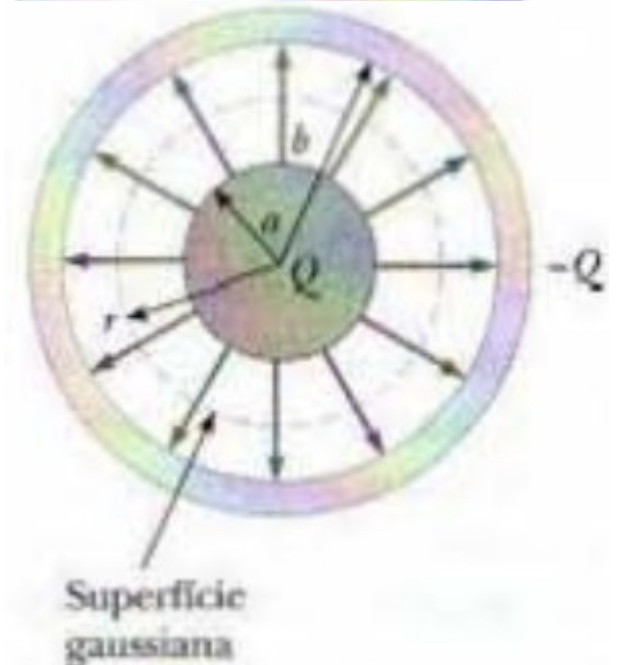
Dois cilindros concêntricos com raios a e b e comprimento(s) l , como num cabo coaxial.

Carregando eles por Q e $-Q$
 \Rightarrow carga por unidade de comprimento do cilindro interior: $\lambda = Q/l$

$$\Delta V = V_b - V_a = -\int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\int_a^b E dr$$
$$E = 2k_e \lambda / r \Rightarrow -2k_e \lambda \int_a^b dr/r = -2k_e \lambda \ln(b/a)$$

(aula 4)

$$\Rightarrow C = Q/|\Delta V| = \lambda l/|\Delta V| = l/(2k_e \ln(b/a))$$
$$= 2\pi\epsilon_0 l / \ln(b/a)$$



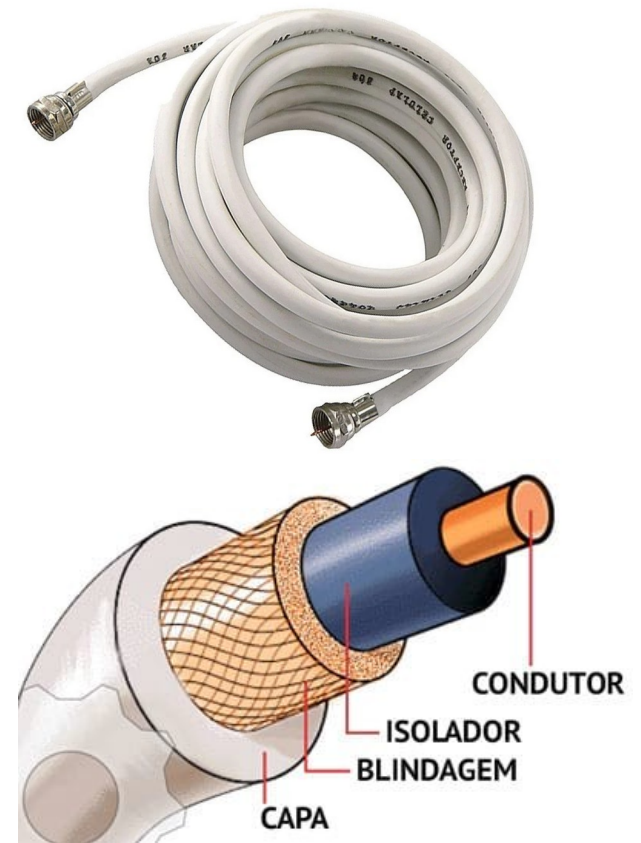
Capacitância

O Capacitor Cilíndrico

$$C = l / (2k_e \ln(b/a))$$
$$= 2\pi\epsilon_0 l / \ln(b/a)$$

Capacitância por **unidade** de **comprimento** de um **cabo coaxial** (usado para transmitir sinais elétricos sem interferência de campos externos, o condutor externo serve como "caixa de Faraday" pro interno):

$$C/l = 1 / (2k_e \ln(b/a))$$
$$= 2\pi\epsilon_0 / \ln(b/a)$$



Capacitância

Capacitores

Alguns **capacitores comerciais**.



Combinações de Capacitores

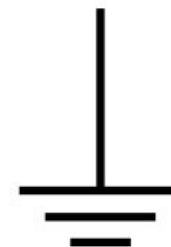
Diagramas de Circuito

Diagrama esquemático de um arranjo de elementos eletrônicos.

Os elementos são simbolizados por símbolos como os ao lado, e as conexões entre eles por fios condutores, por linhas sólidas.

Em seguida, determinamos a capacitância de combinações de capacitores, a capacitância equivalente.

Símbolo de Terra, aterragem



Símbolo de capacitor



Símbolo de bateria



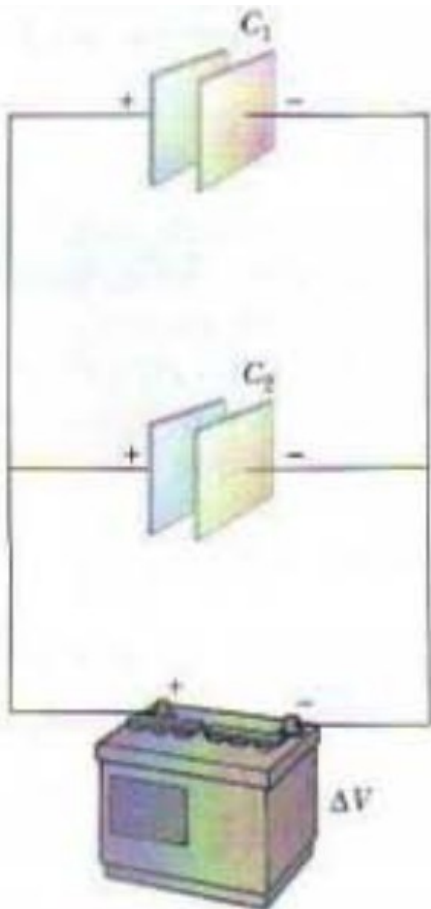
Símbolo de chave



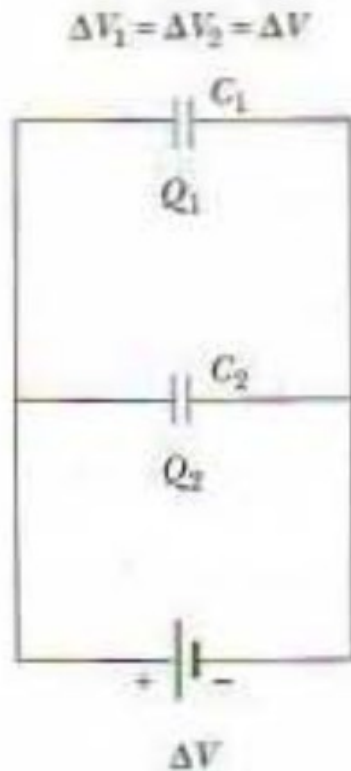
Combinações de Capacitores

Combinação em Paralelo

Circuito



Diagrama



Os **terminais** dos **capacitores** C_1 e C_2 estão **conectados**

\Rightarrow no **mesmo potencial**

$\Rightarrow \Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V$

Carga nos **capacitores** C_1 e C_2 :

$$Q_1 = C_1 \Delta V, \quad Q_2 = C_2 \Delta V$$

\Rightarrow **Capacitância equivalente**

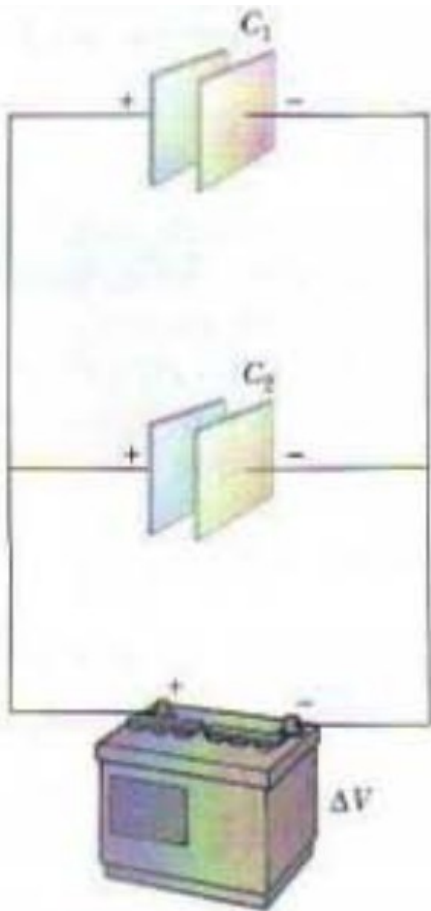
$$C_{\text{eq}} = (Q_1 + Q_2) / \Delta V$$

$$= (C_1 \Delta V + C_2 \Delta V) / \Delta V = C_1 + C_2$$

Combinações de Capacitores

Combinação em Paralelo

Circuito



Diagrama

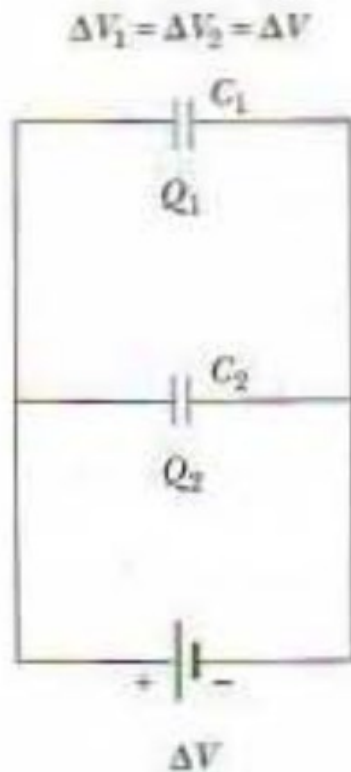


Diagrama Simplificado



A **capacitância equivalente** de **capacitores ligados em paralelo** é a **soma das capacitâncias individuais**.

Assim, C_{eq} é **maior** que qualquer das **capacitâncias individuais**.

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 + \dots$$

Combinações de Capacitores

Exercício

Dois **capacitores**, com **capacitâncias** $C_1 = 5.0 \mu\text{F}$ e $C_2 = 12 \mu\text{F}$, estão **conectados** em **paralelo** e a combinação resultando está conectada a uma **bateria** de 9.0 V.

Qual é

- (a) o valor da **capacitância equivalente** da combinação?
- (b) a **diferença de potencial** em **cada capacitor** e
- (c) a **carga** armazenada em **cada capacitor**?

Combinações de Capacitores

Exercício

Dois **capacitores**, com **capacitâncias** $C_1 = 5.0 \mu\text{F}$ e $C_2 = 12 \mu\text{F}$, estão **conectados** em **paralelo** e a combinação resultando está conectada a uma **bateria** de 9.0 V .

Qual é

- (a) o valor da **capacitância equivalente** da combinação?
- (b) a **diferença de potencial** em **cada capacitor** e
- (c) a **carga** armazenada em **cada capacitor**?

solução

$$(a) C_{\text{eq}} = C_1 + C_2 = (5.0 + 12) \mu\text{F} = 17 \mu\text{F}$$

$$(b) \Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V = 9.0 \text{ V}$$

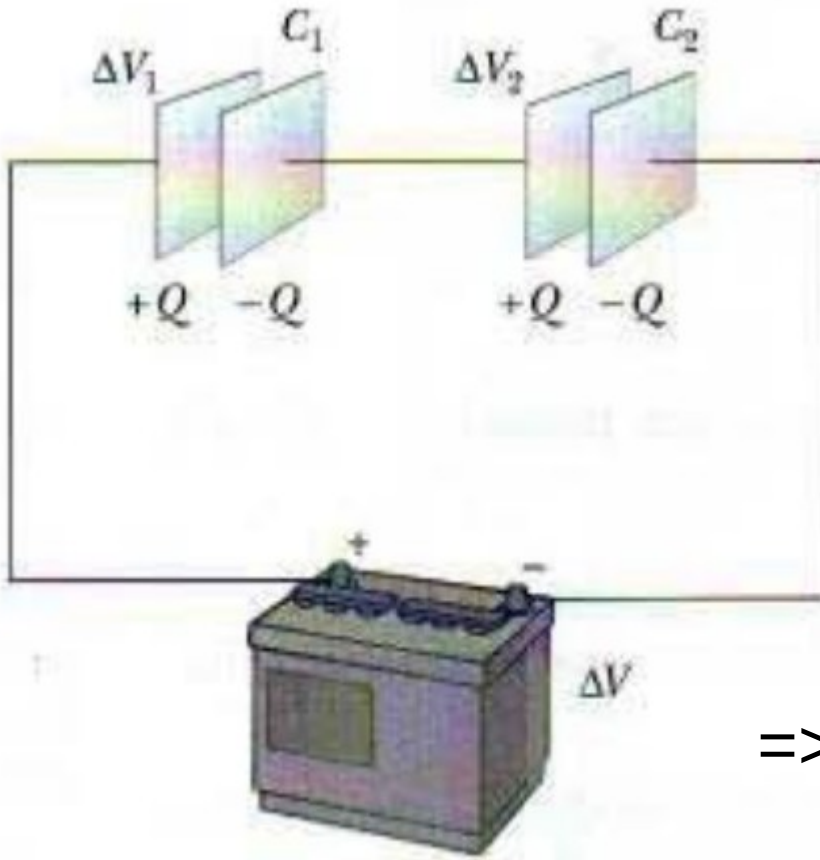
$$(c) Q_1 = C_1 \Delta V = 5.0 \cdot 9.0 \mu\text{FV} = 45 \mu\text{C},$$

$$Q_2 = C_2 \Delta V = 12 \cdot 9.0 \mu\text{FV} = 108 \mu\text{C}$$

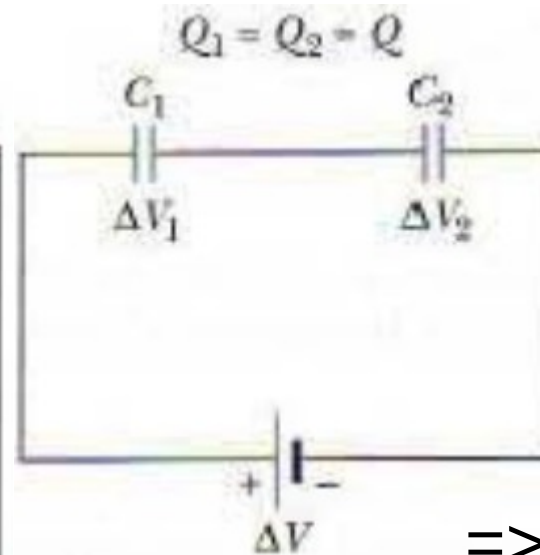
Combinações de Capacitores

Combinação em Série

Circuito



Diagrama



Cargas:

$$Q_1 = Q_2 = Q$$

Difs. de pot.

$$\Delta V_1 = Q_1 / C_1 \\ = Q / C_1$$

$$\Delta V_2 = Q / C_2$$

$$\Rightarrow \Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2 \\ = Q / C_1 + Q / C_2$$

$$\Rightarrow 1 / C_{eq} = \Delta V / Q = (Q / C_1 + Q / C_2) / Q \\ = 1 / C_1 + 1 / C_2$$

$$(ou C_{eq} = (C_1 + C_2) / C_1 C_2)$$

Combinações de Capacitores

Combinação em Série

Circuito

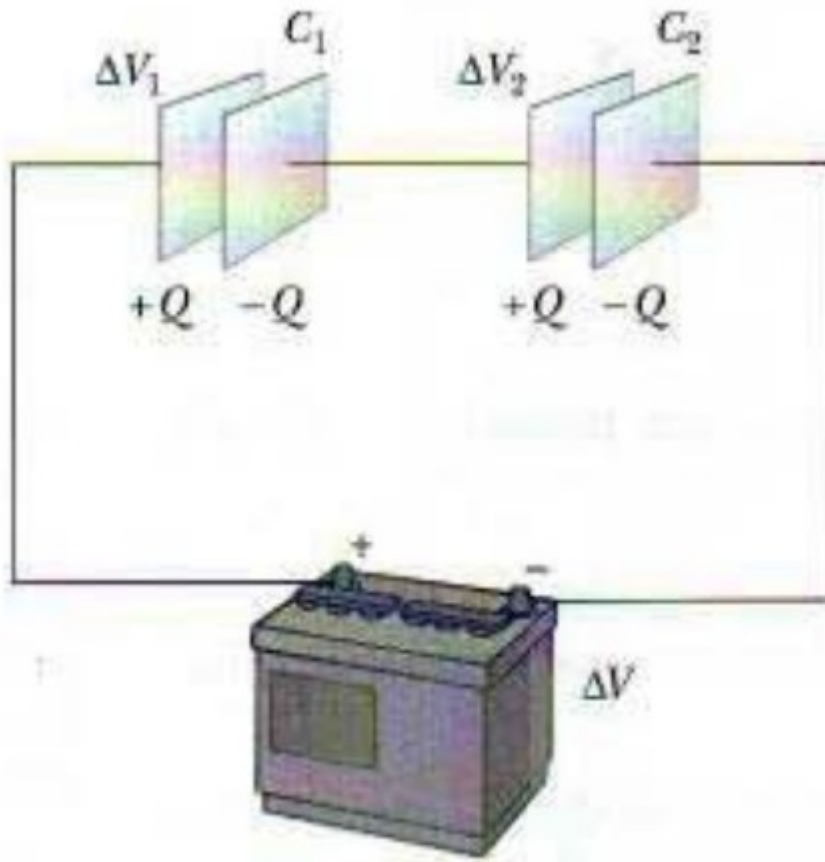
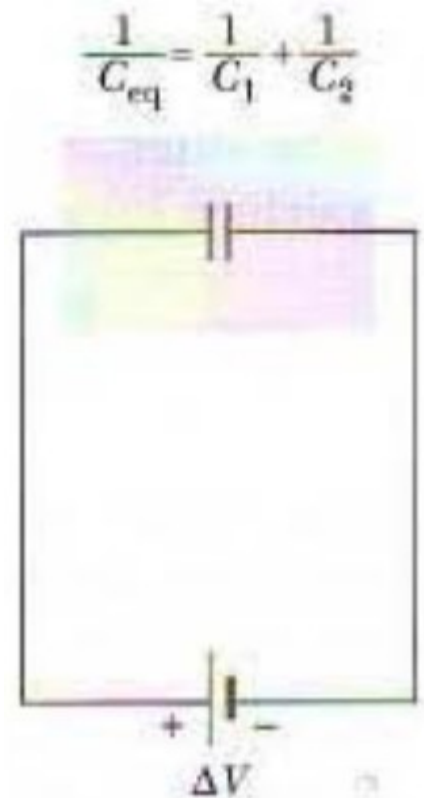
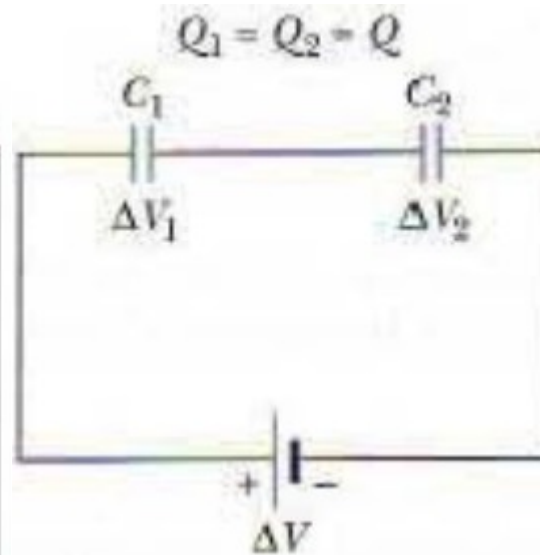


Diagrama Diagrama Simplificado



Combinações de Capacitores

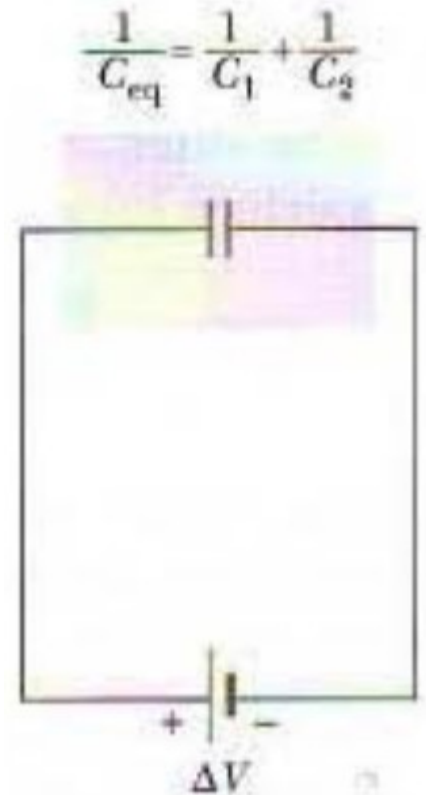
Combinação em Série

O **inverso** da **capacitância equivalente** de **capacitores** ligados em **série** é a **soma dos inversos** das **capacitâncias individuais**.

$$1/C_{eq} = 1/C_1 + 1/C_2 + 1/C_3 + \dots$$

Assim, C_{eq} é **menor** que qualquer das **capacitâncias individuais**.

Diagrama Simplificado



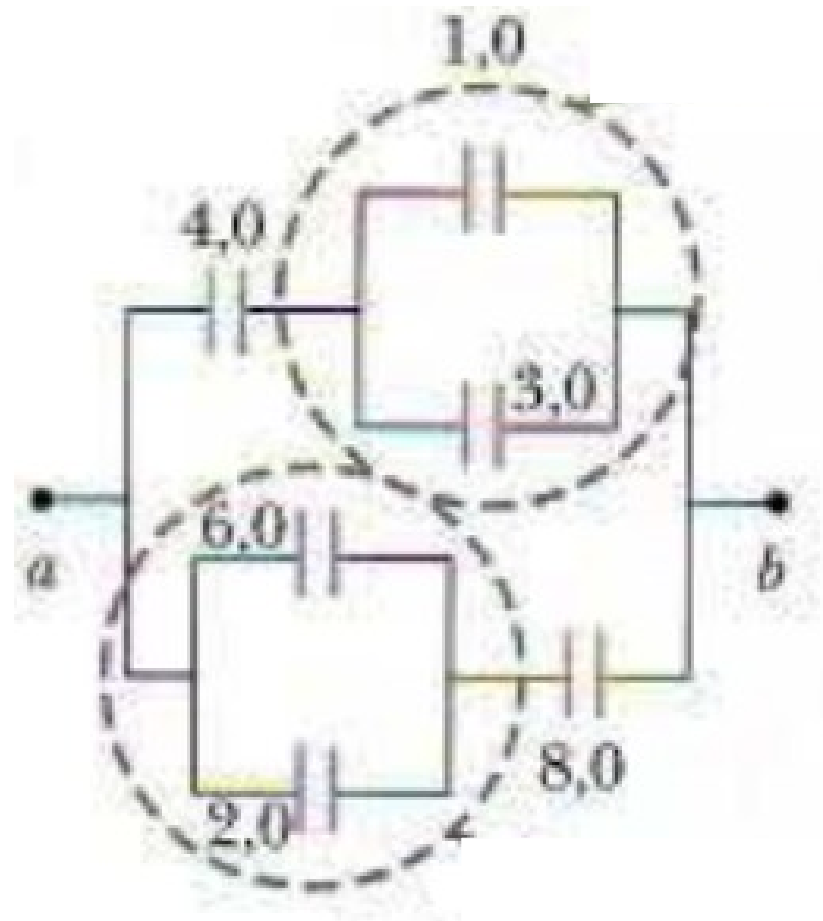
$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

Combinações de Capacitores

Exemplo 20.8 Capacitância Equivalente

Encontre a **capacitância equivalente** entre a e b para a **combinação** mostrada nesta figura.

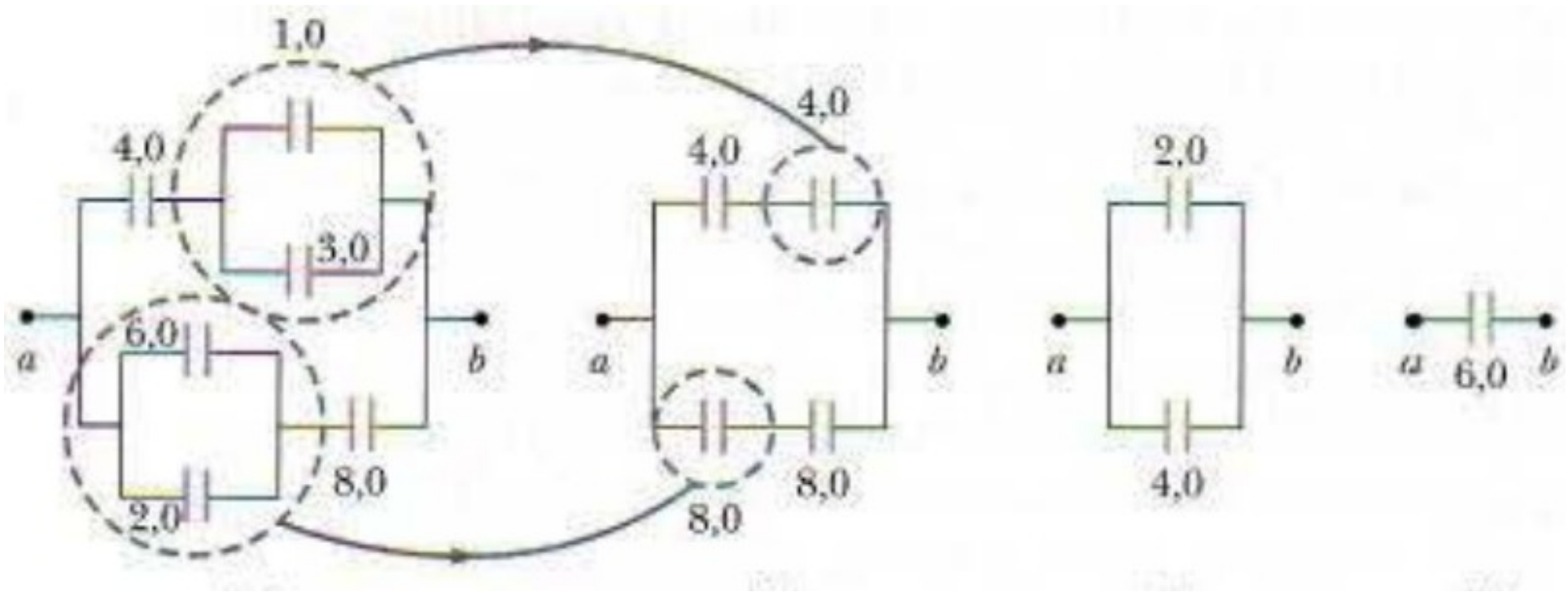
Todas as capacitâncias estão em microfarads.



Combinações de Capacitores

Exemplo 20.8 Capacitância Equivalente

Solução



$$C_{eq} = 6.0 \mu\text{F}$$

Combinações de Capacitores

Exercício

Considere **três capacitores** com **capacitâncias** de $3.0 \mu\text{F}$, $6.0 \mu\text{F}$ e $12 \mu\text{F}$.

Encontre sua **capacitância equivalente** se eles forem **conectados**

(a) em **paralelo** e

(b) em **série**.

Combinações de Capacitores

Exercício

Considere **três capacitores** com **capacitâncias** de $3.0 \mu\text{F}$, $6.0 \mu\text{F}$ e $12 \mu\text{F}$.

Encontre sua **capacitância equivalente** se eles forem **conectados**

(a) em **paralelo** e

(b) em **série**.

solução

$$(a) C_{\text{eq}} = C_1 + C_2 + C_3 = 21 \mu\text{F}$$

$$(b) C_{\text{eq}} = (1/C_1 + 1/C_2 + 1/C_3)^{-1} = 12/7 \mu\text{F} = 1.7 \mu\text{F}$$



Universidade Federal do ABC

Fenômenos Eletromagnéticos

FIM PRA HOJE

