



Universidade Federal do ABC

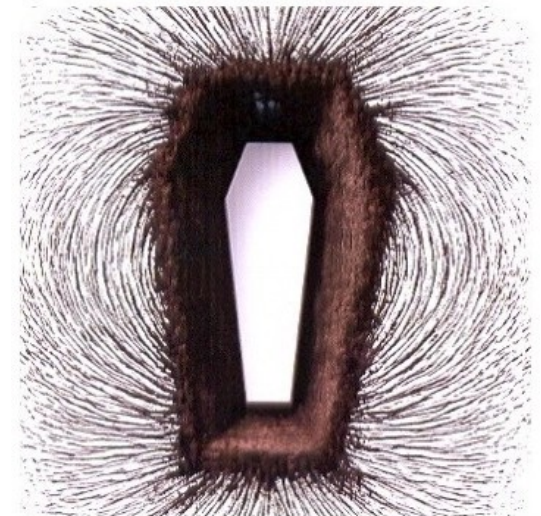
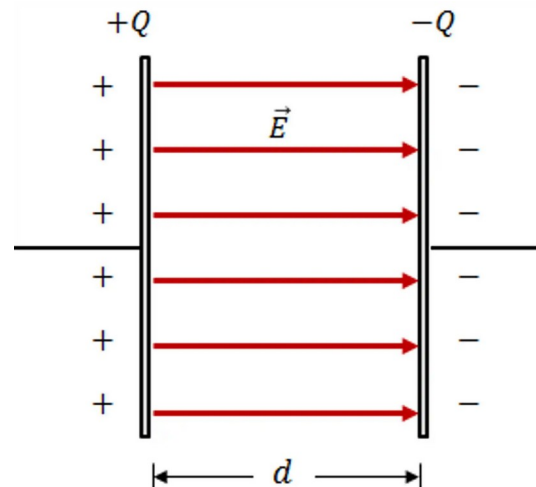
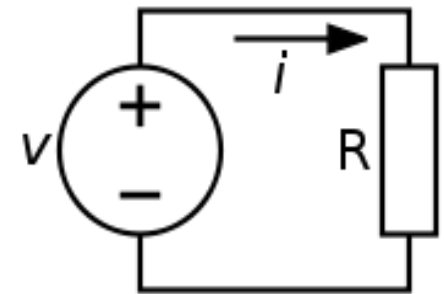
Fenômenos Eletromagnéticos

08. Energia armazenada em um capacitor carregado, Capacitores com dielétricos

Prof. Pieter Westera

pieter.westera@ufabc.edu.br

<http://professor.ufabc.edu.br/~pieter.westera/EM.html>



Energia Acumulada em um Capacitor Carregado

Como mencionado na aula anterior, um **capacitor** com **carga estocada** também tem **energia estocada**.

- **Carregá-lo requer energia** por exemplo de uma bateria.
- **Descarregá-lo libera energia**, p.e. conectando os terminais por um fio condutor, ou o dedo.
Não tente isto com um capacitor de alta voltagem!



Iremos **calcular** a **energia estocada** num **capacitor** com **capacitância** C carregado com **carga** Q , calculando o **trabalho** W necessário para **carregá-lo** do zero até Q .

Energia Acumulada em um Capacitor Carregado

No momento que um capacitor está com **carga q** , a **diferença de potencial** entre os terminais é $\Delta V = q/C$.

Um “**carregamento infinitesimal**” custa

$$dW = \Delta V dq = q/C \cdot dq$$

Durante o **carregamento**, q vai de 0 a Q :

$$\Rightarrow W = \int_0^Q dW = \int_0^Q q/C \cdot dq = Q^2/2C$$

Ou seja, a **energia armazenada** num **capacitor** de **capacitância C** carregado com uma **carga Q** é

$$U = Q^2/2C = \frac{1}{2} Q\Delta V = \frac{1}{2} C(\Delta V)^2$$

Energia Acumulada em um Capacitor Carregado

Exercício

Um capacitor de $3.00 \mu\text{F}$ está conectado a uma bateria de 12 V .

Quanta energia é armazenada no capacitor?

Energia Acumulada em um Capacitor Carregado

Exercício

Um capacitor de $3.00 \mu\text{F}$ está conectado a uma bateria de 12 V .

Quanta energia é armazenada no capacitor?

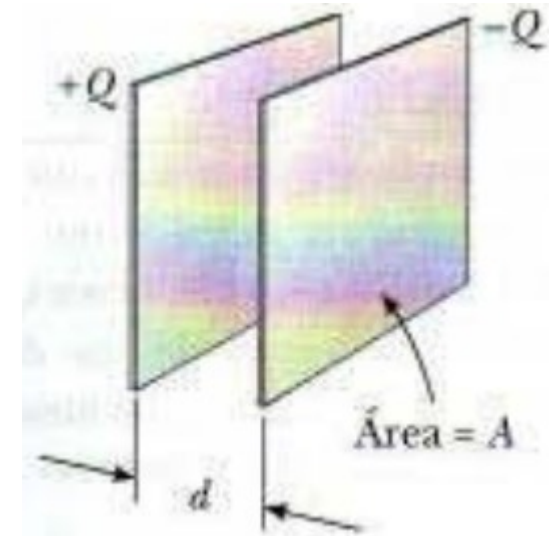
Resposta: $U = \frac{1}{2} C(\Delta V)^2 = 2.2 \cdot 10^{-4} \text{ J}$

Energia Acumulada em um Capacitor Carregado

Densidade de Energia do Campo Elétrico

Num **capacitor** de **placas paralelas**, o **campo elétrico** é aproximadamente:

- $E = \Delta V/d$ no espaço **entre** as **placas**
- 0 fora desta região



Supondo que a **energia** $U = \frac{1}{2} C(\Delta V)^2$ é **armazenado** no **campo elétrico** entre as placas, podemos calcular a **densidade** u desta **energia**:

$$\begin{aligned}u &= U/Ad = Q^2/2CA d = Q\Delta V/2Ad \\ &= C(\Delta V)^2/2Ad = (\epsilon_0 A/d)(Ed)^2/2Ad = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2\end{aligned}$$

Isto vale para **qualquer campo elétrico**!

Energia Acumulada em um Capacitor Carregado

Pensando a Física 20.3

Você **carrega** um **capacitor** e então o **separa** da **bateria**. O capacitor consiste em **placas móveis** grandes, com ar entre elas. Você **separa** um pouco **mais** as **placas**.

O que acontece à **carga** no capacitor?

E à **diferença de potencial**?

E à **energia armazenada** no capacitor?

E à **capacitância**?

E ao **campo elétrico** entre as placas?

Algum **trabalho** é feito ao se separar as placas?

Energia Acumulada em um Capacitor Carregado

Pensando a Física 20.3

A **carga não muda.**

A **capacitância** $C = \epsilon_0 A/d$ **diminui**

=> A **diferença de potencial**

$$\Delta V = Q/C = Q/(\epsilon_0 A/d) = Qd/\epsilon_0 A \text{ **umenta**}$$

=> O **campo elétrico** entre as placas

$$E = \Delta V / d = Q/\epsilon_0 A \text{ **não muda**}$$

=> A **energia armazenada**

$$U = Q^2/2C = Q^2/2(\epsilon_0 A/d) = Q^2 d/2\epsilon_0 A \text{ **umenta**}$$

=> Sim, **trabalho é feito,**

o que é lógico, já que as placas se atraem.

Energia Acumulada em um Capacitor Carregado

Exercício

Um capacitor de placas paralelas é carregado e, então, desconectado de uma bateria.

De quanto muda a energia armazenada (aumentando ou diminuindo) quando a distância entre as placas é dobrada?

Energia Acumulada em um Capacitor Carregado

Exercício

Um capacitor de placas paralelas é carregado e, então, desconectado de uma bateria.

De quanto muda a energia armazenada (aumentando ou diminuindo) quando a distância entre as placas é dobrada?

Resposta: A energia armazenada dobra.

Energia Acumulada em um Capacitor Carregado

Enigma Rápido 20.8

Suponha que você tem **três capacitores** e uma **bateria**. **Como** você deve **conectar** os **capacitores** e a **bateria** para que os **capacitores** armazenem o **máximo** de **energia** possível?

Energia Acumulada em um Capacitor Carregado

Enigma Rápido 20.8

Suponha que você tem **três capacitores** e uma **bateria**. **Como** você deve **conectar** os **capacitores** e a **bateria** para que os **capacitores** armazenem o **máximo** de **energia** possível?

Em paralelo.

Assim, **cada capacitor** tem uma **diferença de potencial** de ΔV

=> uma **energia armazenada** de $\frac{1}{2} C_i (\Delta V)^2$

Em **série**, cada capacitor teria uma diferença de potencial de **apenas uma parte de ΔV** .

Argumentando com a **capacitância equivalente**, em paralelo esta é $C_{eq} > C_i \forall i$, e em série, $C_{eq} < C_i \forall i$.

Energia Acumulada em um Capacitor Carregado

Exemplo 20.9 Reconectando Dois Capacitores Carregados

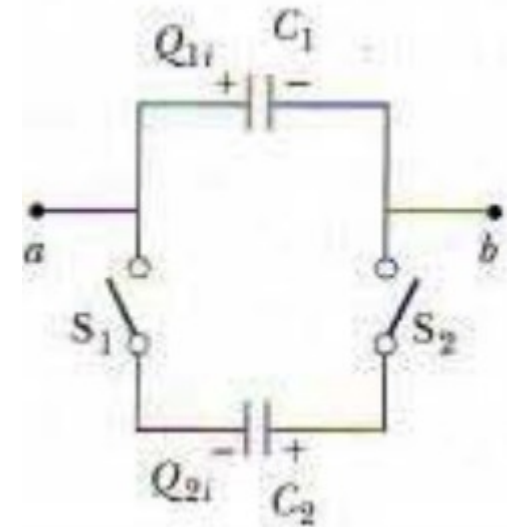
Dois **capacitores** com **capacitâncias** C_1 e C_2 (onde $C_1 > C_2$) estão **carregados** à **mesma diferença de potencial** ΔV_i .

Os capacitores carregados são **separados** como mostrado na figura.

As **chaves** S_1 e S_2 são, então, **fechadas**.

(a) Encontre a **diferença de potencial** ΔV_f entre a e b **após** as **chaves** serem **fechadas**.

(b) Encontre a **energia total armazenada** nos **capacitores** **antes** e **depois** de as **chaves** serem **fechadas**, e a **razão** entre a **energia final** e a **energia inicial**.



Energia Acumulada em um Capacitor Carregado

Exemplo 20.9 Reconectando Dois Capacitores Carregados

Quadro:

$$(a) \Delta V_{1f} = \Delta V_{2f} = \Delta V_f = Q/(C_1 + C_2)$$

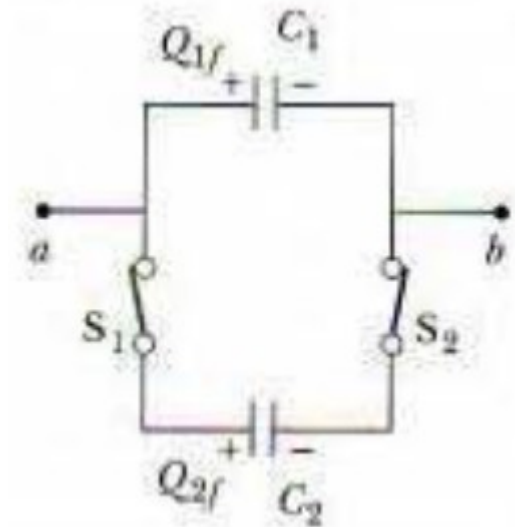
$$(b) U_i = \frac{1}{2} (C_1 + C_2)(\Delta V_i)^2$$

$$U_f = \frac{1}{2} Q^2/(C_1 + C_2)$$

$$= \frac{1}{2} (C_1 - C_2)^2(\Delta V_i)^2/(C_1 + C_2)$$

$$U_f/U_i = [(C_1 - C_2)/(C_1 + C_2)]^2$$

A **energia diminuiu**, por que parte foi **irradiada** para fora por **radiação eletromagnética** (vide aulas pelo final da disciplina).



Capacitores com Dielétricos

Dielétrico: Material **não condutor** (borracha, vidro, papel encerrado, ...), caracterizado por uma **constante adimensional** $\kappa \geq 1$, denominado **constante dielétrica do material**.

Colocando um **dielétrico entre** os **terminais** de um **capacitor**, a **capacitância** dele **aumenta** por um **fator** κ :

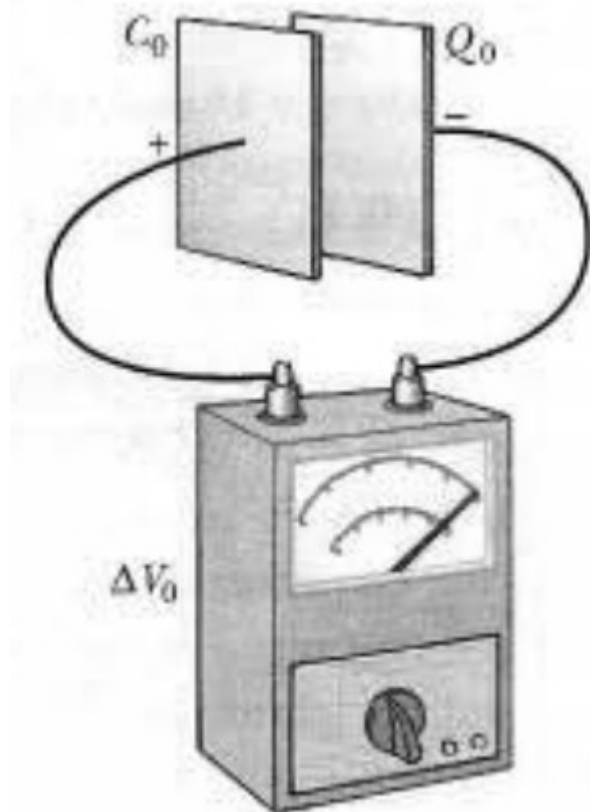
$$C = \kappa C_0,$$

onde C_0 é a **capacitância** que teria o **mesmo capacitor**, tivesse **vácuo** (ou ar) **entre** os **terminais**.

Além disso o dielétrico fornece **sustentação mecânica** entre os terminais.

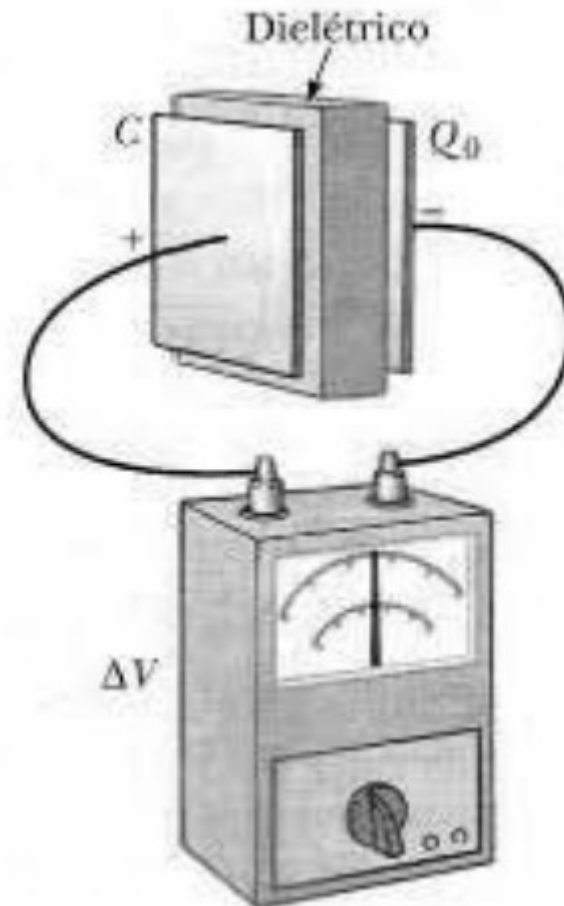
Capacitores com Dielétricos

Inserindo um dielétrico num capacitor carregado com carga Q_0



Sem dielétrico

$$\Delta V_0 = Q_0 / C_0$$



com dielétrico

$$\Delta V = Q_0 / C = Q_0 / \kappa C_0 = \Delta V_0 / \kappa$$

Capacitores com Dielétricos

$$C = \kappa C_0$$

=> Capacitor de placas paralelas: $C = \kappa \epsilon_0 A/d$

=> Diminuindo a distância entre as placas, dá para aumentar a capacitância de um capacitor.

Porém, há um limite: A partir de um certo valor de campo elétrico, começam a ocorrer descargas através dele.

Este campo elétrico máximo é chamado rigidez dielétrica.

Pra maioria dos materiais, a rigidez dielétrica é maior que a do ar, tal que um dielétrico não aumenta apenas a capacitância, mas também a voltagem máxima de operação do capacitor.

Capacitores com Dielétricos

Alguns valores de constante dielétrica e rigidez dielétrica

TABELA 20.1		Constante Dielétrica e Rigidez Dielétrica de Diversos Materiais à Temperatura Ambiente	
Material	Constante Dielétrica κ	Rigidez Dielétrica ^a (V/m)	
Vácuo	1,00000	—	
Ar (seco)	1,00059	3×10^6	
Baquelita	4,9	24×10^6	
Quartzo fundido	3,78	8×10^6	
Vidro pirex	5,6	14×10^6	
Poliestireno	2,56	24×10^6	
Teflon	2,1	60×10^6	
Borracha de neopreno	6,7	12×10^6	
Náilon	3,4	14×10^6	
Papel	3,7	16×10^6	
Titanato de estrôncio	233	8×10^6	
Água	80	—	
Óleo de silicone	2,5	15×10^6	

^a A rigidez dielétrica é igual ao campo elétrico máximo que pode existir em um dielétrico sem provocar rompimento dielétrico.

Capacitores com Dielétricos

Enigma Rápido 20.10

Um capacitor de placas paralelas completamente carregado permanece conectado a uma bateria enquanto você desliza um dielétrico entre as placas. As seguintes grandezas aumentam, diminuem ou permanecem as mesmas?

- (a) C ;
- (b) Q ;
- (c) E entre as placas;
- (d) ΔV ;
- (e) energia armazenada no capacitor.

Capacitores com Dielétricos

Enigma Rápido 20.10

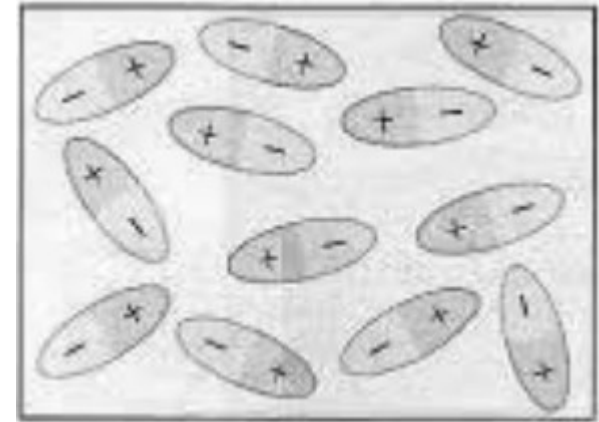
Um capacitor de placas paralelas completamente carregado permanece conectado a uma bateria enquanto você desliza um dielétrico entre as placas. As seguintes grandezas aumentam, diminuem ou permanecem as mesmas?

- (a) $C (= \kappa C_0)$ aumenta;
- (b) $Q (= C\Delta V = \kappa C_0\Delta V)$ aumenta;
- (c) $E (= \Delta V/d)$ entre as placas permanece o mesmo;
- (d) ΔV permanece a mesma;
- (e) $U (= \frac{1}{2} C(\Delta V)^2 = \frac{1}{2} \kappa C_0(\Delta V)^2)$ aumenta.

Capacitores com Dielétricos

Como o dielétrico reduz a diferença de potencial, resp., o campo elétrico?

Sem campo elétrico, as moléculas do dielétrico estão **polarizadas/ orientadas** de maneira **aleatória**.



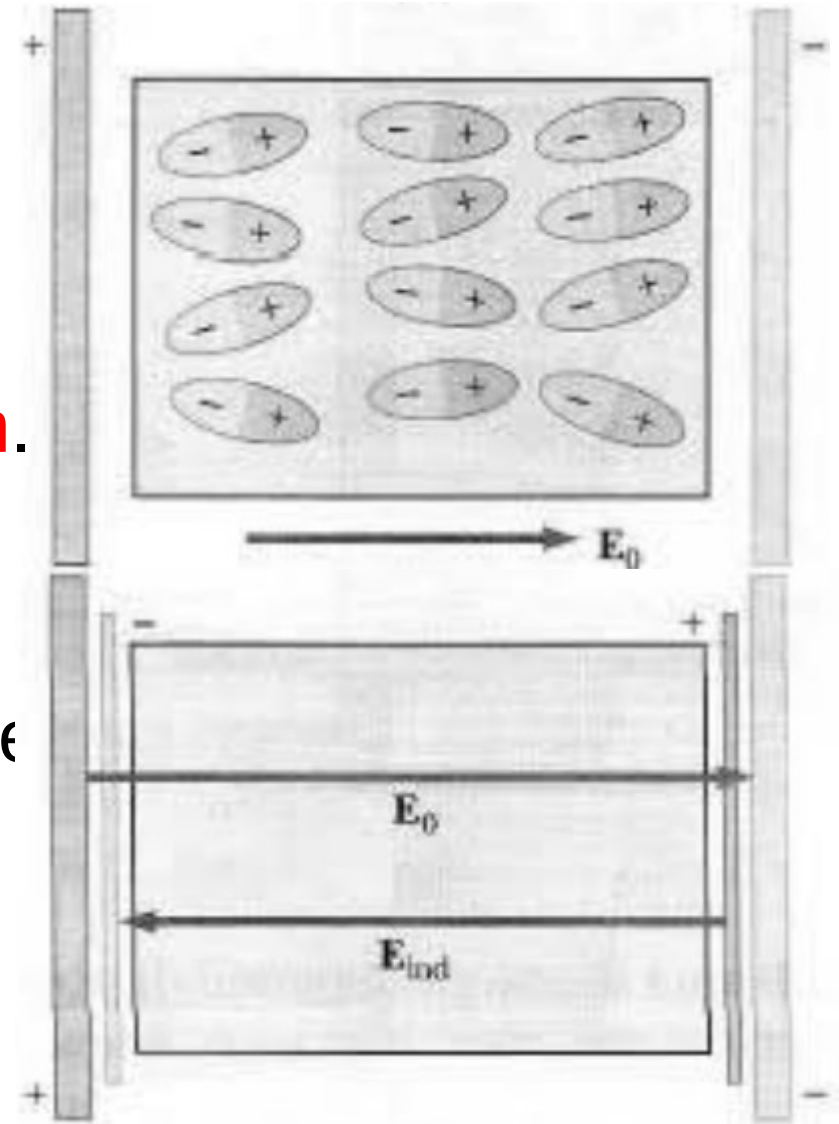
Capacitores com Dielétricos

Como o dielétrico reduz a diferença de potencial, resp., o campo elétrico?

Aplicando um **campo elétrico** E_0 , as **moléculas** se **alinham** (parcialmente) com o **campo**, i.e., seus **momentos dipolo** se **alinham**.

O efeito somado é um **campo induzido** E_{ind} **contraoponda** se ao **campo externo**, como se houvesse placas adicionais nas extremidades do dielétrico.

=> O **campo resultante** é **menor** que E_0 .



Capacitores com Dielétricos

Pensando a Física 20.4

Considere um capacitor de placas paralelas com um material dielétrico entre as placas.

A capacitância é maior em um dia frio ou em um dia quente?

Capacitores com Dielétricos

Pensando a Física 20.4

Considere um capacitor de placas paralelas com um material dielétrico entre as placas.

A capacitância é maior em um dia frio ou em um dia quente?

Em um dia frio, quando as moléculas do dielétrico vibram menos e se alinham melhor com campos elétricos.

Capacitores com Dielétricos

Tipos de Capacitores

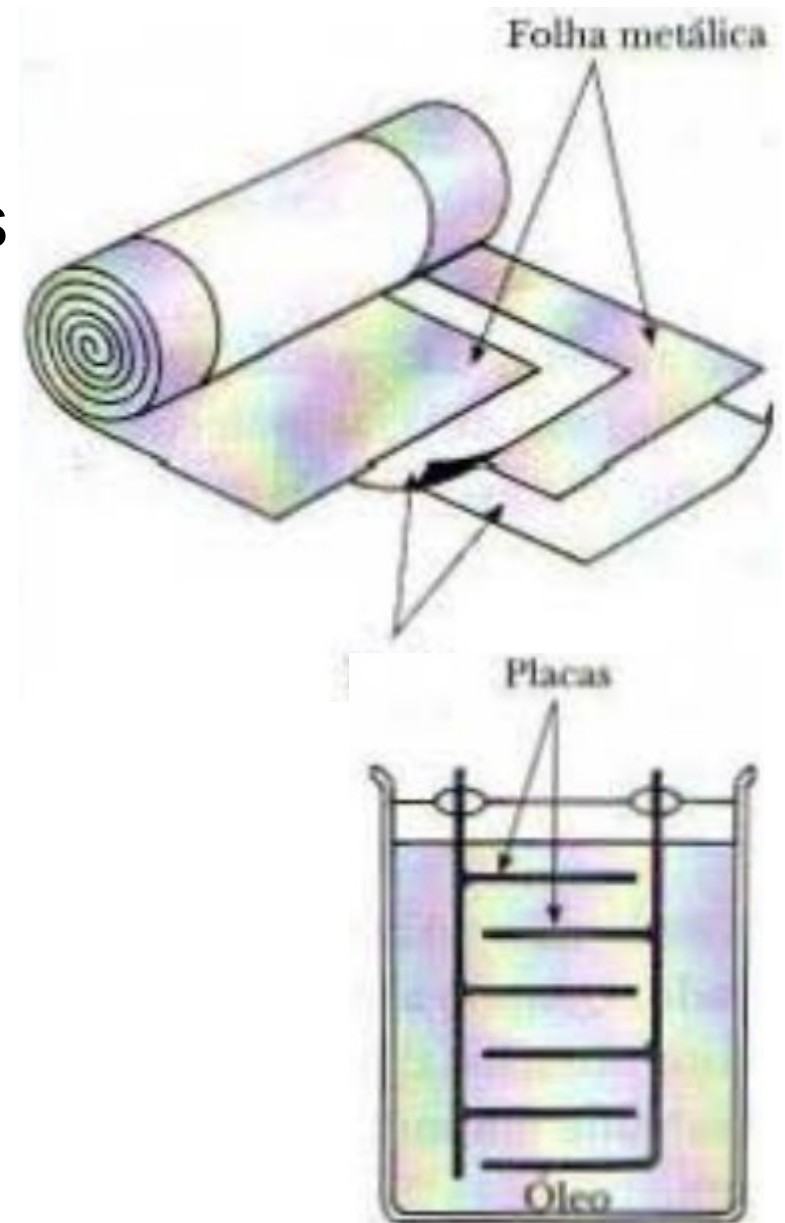
Dielétricos usados em capacitores comerciais incluem

papel revestido de **parafina**,
óleo de **silicone**,
materias **cerâmicos**,

...

Capacitores **variáveis**
(tipicamente 10-500 pF)
contêm uma **placa móvel**,

...



Capacitores com Dielétricos

Tipos de Capacitores

Em **capacitores eletrolíticos**, uma das “placas” é uma **solução eletrolítica** (ou simplesmente **eletrólito**).

Na aplicação de uma **voltagem** de polarização certa **entre metal** e **eletrólito**, se forma uma fina camada de **óxido de metal**, que funciona como **dielétrico**.

Já que esta é muito fina, a **capacitância** pode ser **muito grande**.

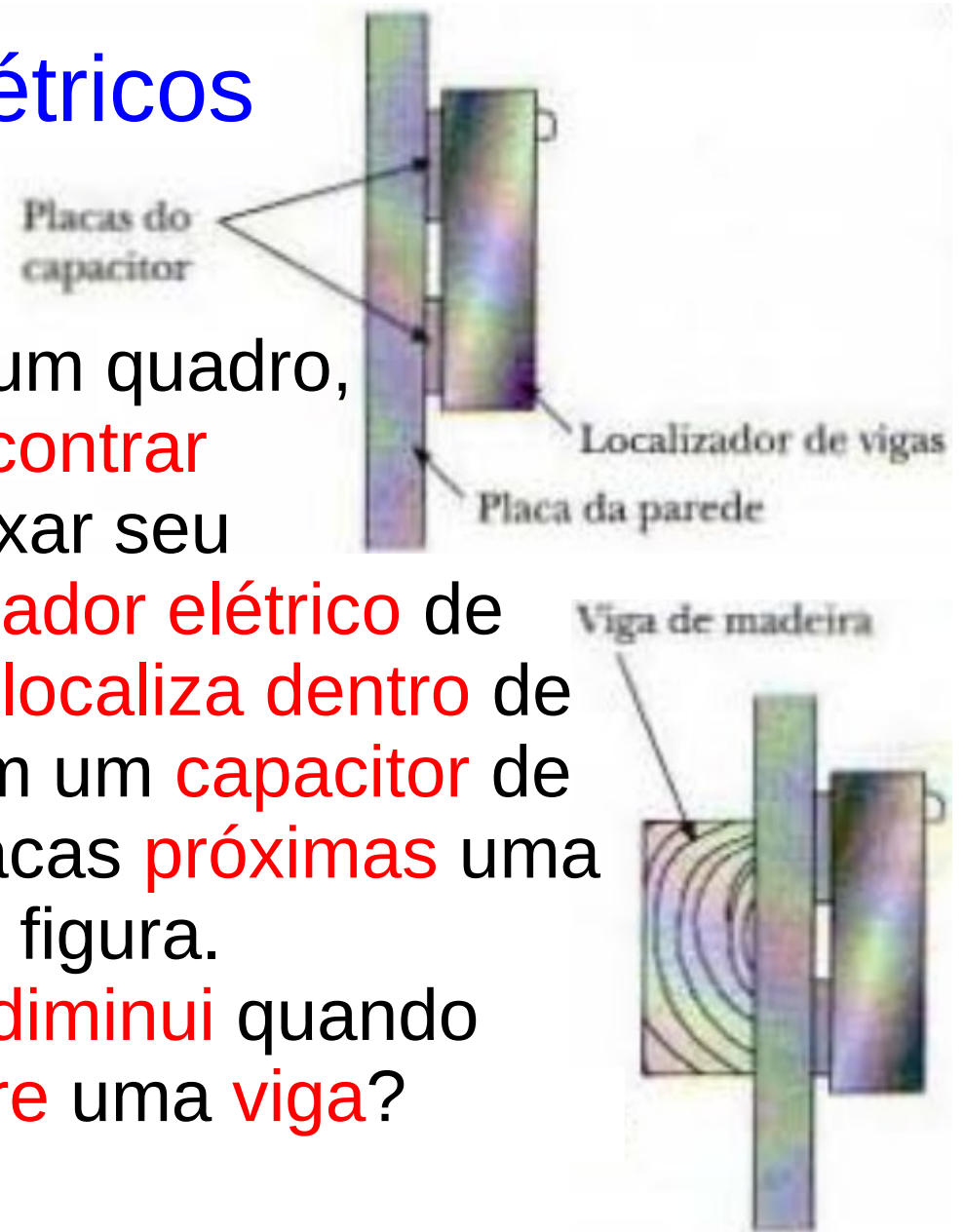


Capacitores com Dielétricos

Enigma Rápido 20.9

Se você já tentou pendurar um quadro, sabe que pode ser difícil **encontrar** uma **viga** de **madeira** para fixar seu prego ou parafuso. O **localizador elétrico** de **vigas** de uma carpinteiro as **localiza dentro** de uma **parede**. Ele consiste em um **capacitor** de **placas paralelas**, com as placas **próximas** uma da outra, como mostrado na figura.

A **capacitância aumenta** ou **diminui** quando o dispositivo é passado **sobre** uma **viga**?



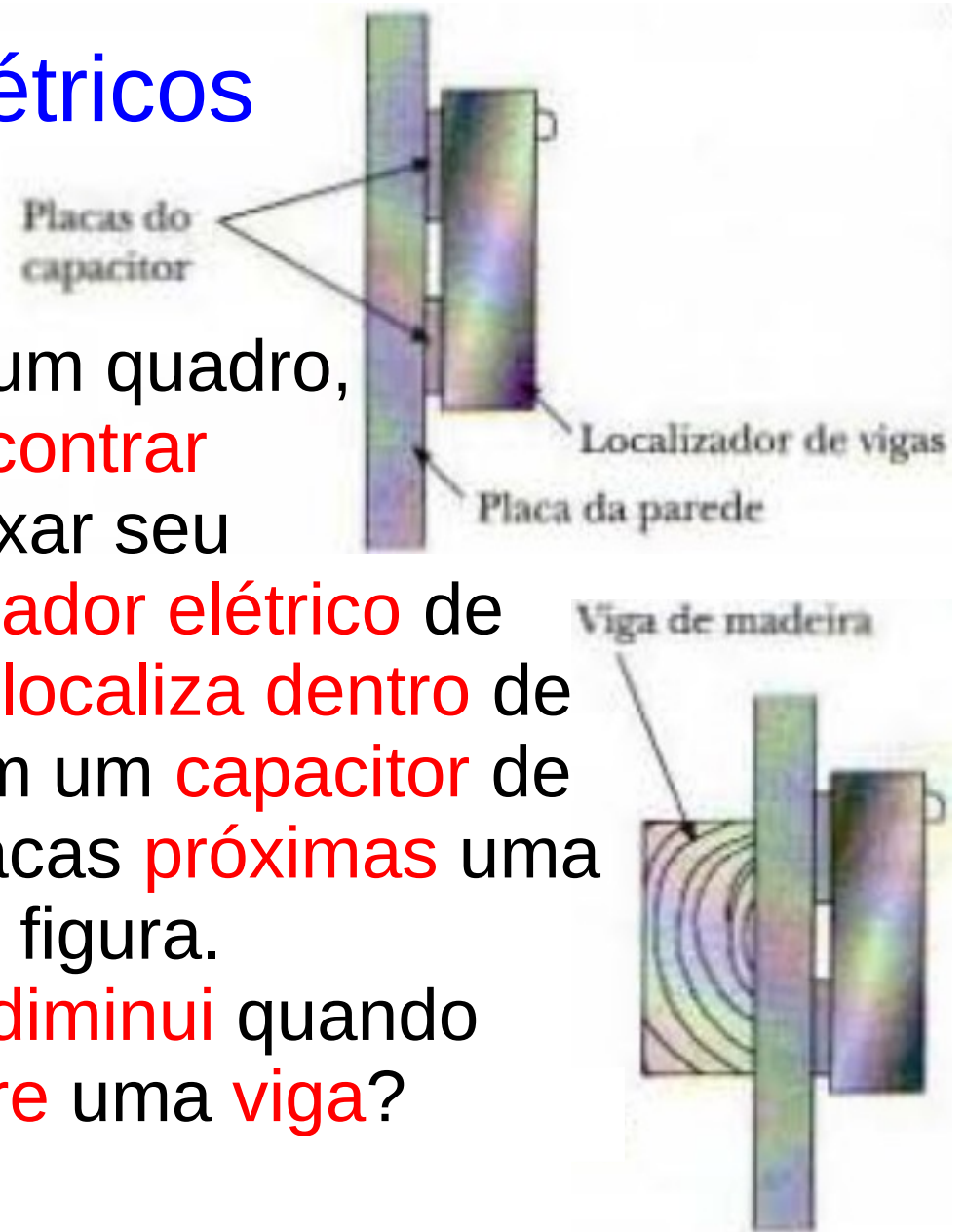
Capacitores com Dielétricos

Enigma Rápido 20.9

Se você já tentou pendurar um quadro, sabe que pode ser difícil **encontrar** uma **viga** de **madeira** para fixar seu prego ou parafuso. O **localizador elétrico** de **vigas** de uma carpinteiro as **localiza dentro** de uma **parede**. Ele consiste em um **capacitor** de **placas paralelas**, com as placas **próximas** uma da outra, como mostrado na figura.

A **capacitância aumenta** ou **diminui** quando o dispositivo é passado **sobre** uma **viga**?

Aumenta



Capacitores com Dielétricos

Exemplo 20.10 Um Capacitor Preenchido com Papel

Um capacitor de placas paralelas tem placas com dimensões $2.0 \text{ cm} \times 3.0 \text{ cm}$ separadas por uma folha de papel de 1.0 mm de espessura.

(a) Descubra a capacitância desse dispositivo.

(b) Qual é a carga máxima que pode ser colocada no capacitor?

Exercício: Qual é a energia máxima que pode ser armazenada no capacitor?

Capacitores com Dielétricos

Exemplo 20.10 Um Capacitor Preenchido com Papel

Um capacitor de placas paralelas tem placas com dimensões $2.0 \text{ cm} \times 3.0 \text{ cm}$ separadas por uma folha de papel de 1.0 mm de espessura.

(a) Descubra a capacitância desse dispositivo.

(b) Qual é a carga máxima que pode ser colocada no capacitor?

Exercício: Qual é a energia máxima que pode ser armazenada no capacitor?

$$(a) C = \kappa \epsilon_0 A/d = \kappa \epsilon_0 ab/d = 20 \text{ pF}$$

$$(b) Q_{\text{max}} = C \Delta V_{\text{max}} = C E_{\text{max}} d = 0.32 \text{ } \mu\text{C}$$

$$\text{Exercício: } U_{\text{max}} = Q_{\text{max}}^2 / 2C = 2.5 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

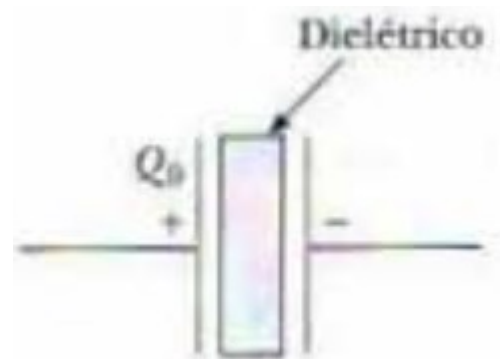
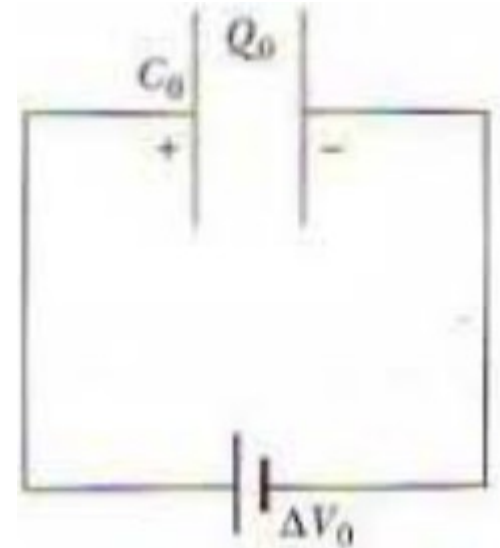
Capacitores com Dielétricos

Exemplo 20.11 Energia Armazenada Antes e Depois

Um capacitor de placas paralelas é carregado por uma bateria até uma carga Q_0 , como na figura superior.

A bateria então é removida e uma placa de um material com uma constante dielétrica κ é introduzida entre as placas, como na figura inferior.

Encontre a energia armazenada no capacitor antes e depois de o dielétrico ser introduzido.



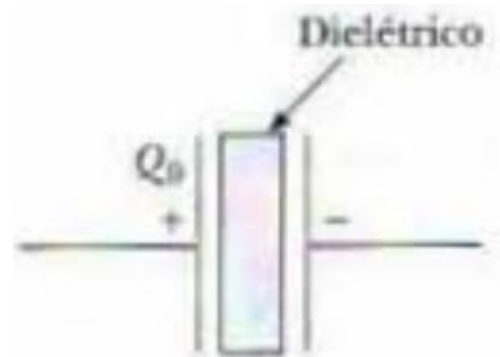
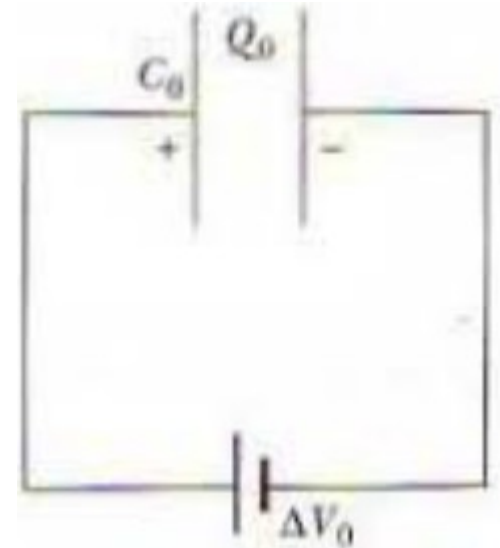
Capacitores com Dielétricos

Exemplo 20.11 Energia Armazenada Antes e Depois

Antes: $U_0 = Q_0^2/2C_0$

Depois: $U = Q_0^2/2C = Q_0^2/2kC_0 = U_0/k$

A energia diminuiu!

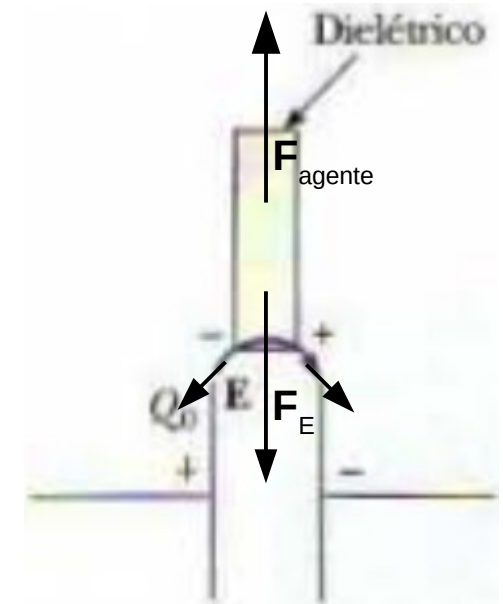


Capacitores com Dielétricos

Exemplo 20.11 Energia Armazenada Antes e Depois

Para onde foi a energia?

Transferida pro **agente** que **inseriu** o **dielétrico** entre as placas.
Esta **freiou** a placa, que teria sido **puxada** e **acelerada** para **entre** as placas (e além).



Capacitores com Dielétricos

Exercício

Suponha que a **capacitância** na **ausência** de um **dielétrico** seja 8.50 pF e o **capacitor** esteja **carregado** a uma **diferença de potencial** de 12.0 V.

Se a **bateria** for **desconectada** e uma **placa** de **poliestireno** ($\kappa = 2.56$) for **introduzida** entre as placas, calcule a **diferença de energia** $U_0 - U$.

Capacitores com Dielétricos

Exercício

Suponha que a **capacitância** na **ausência** de um **dielétrico** seja 8.50 pF e o **capacitor** esteja **carregado** a uma **diferença de potencial** de 12.0 V.

Se a **bateria** for **desconectada** e uma **placa** de **poliestireno** ($\kappa = 2.56$) for **introduzida** entre as placas, calcule a **diferença de energia** $U_0 - U$.

Resposta:
$$U_0 - U = U_0 - U_0/\kappa = (1-1/\kappa)U_0$$
$$= \frac{1}{2}(1-1/\kappa)C_0(\Delta V)^2 = 373 \text{ pJ}$$

Capacitores com Dielétricos

Exercício

- (a) Quanta **carga** pode ser colocada em um **capacitor** com **ar** entre as placas antes que haja o **rompimento dielétrico**, se a **área** de cada uma das placas for de 5.00 cm^2 ?
- (b) Encontre a **carga máxima** se for utilizada **poliestireno** entre as placas em vez de ar.

Capacitores com Dielétricos

Exercício

- (a) Quanta **carga** pode ser colocada em um **capacitor** com **ar** entre as placas antes que haja o **rompimento dielétrico**, se a **área** de cada uma das placas for de 5.00 cm^2 ?
- (b) Encontre a **carga máxima** se for utilizada **poliestireno** entre as placas em vez de ar.

Resposta:

$$(a) Q_{\max,0} = A\sigma_{\max,0} = AE_{\max,0}\epsilon_0 = 13.3 \text{ nC}$$

$$(b) Q_{\max} = AE_{\max}k\epsilon_0 = 272 \text{ nC}$$

A Atmosfera como um Capacitor

Aula 4: Na **Terra**, há **carga negativa** no **chão**, e **carga positiva** na **atmosfera**, em média uns $h = 5$ km acima do chão.

Assim, podemos ver a **Terra** com **atmosfera** como um **capacitor esférico** com **capacitância** (aula 7)

$$\begin{aligned}C &= 4\pi\epsilon_0 \cdot R_1 R_2 / (R_2 - R_1) \\ &= 4\pi\epsilon_0 \cdot R_T (R_T + h) / h \\ &= 0.9 \text{ F},\end{aligned}$$

onde R_T é o raio da Terra.



A Atmosfera como um Capacitor

Exercício

Vamos modelar a Terra e uma camada de nuvens 800 m acima da Terra como as “placas” de um capacitor.

Calcula a capacitância se a camada de nuvens tem uma área de 1.0 km^2 .

Se um campo elétrico de magnitude $3.0 \cdot 10^6 \text{ N/C}$ faz o ar se romper e conduzir eletricidade (ou seja, causa raios), qual é a carga máxima que a nuvem pode suportar?

A Atmosfera como um Capacitor

Exercício

Vamos modelar a Terra e uma camada de nuvens 800 m acima da Terra como as “placas” de um capacitor.

Calcula a capacitância se a camada de nuvens tem uma área de 1.0 km².

Se um campo elétrico de magnitude $3.0 \cdot 10^6$ N/C faz o ar se romper e conduzir eletricidade (ou seja, causa raios), qual é a carga máxima que a nuvem pode suportar?

Resposta:

$$C = \epsilon_0 A/d = 11 \text{ nF}$$

$$Q_{\text{max}} = A\sigma_{\text{max}} = AE_{\text{max}}\epsilon_0 = 27 \text{ C}$$



Universidade Federal do ABC

Fenômenos Eletromagnéticos

FIM PRA HOJE

