



Universidade Federal do ABC

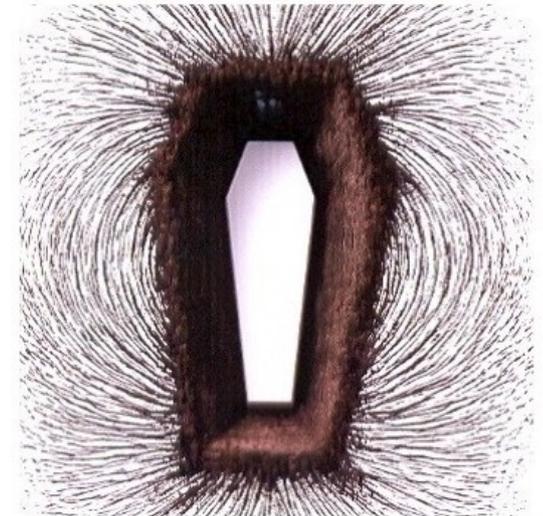
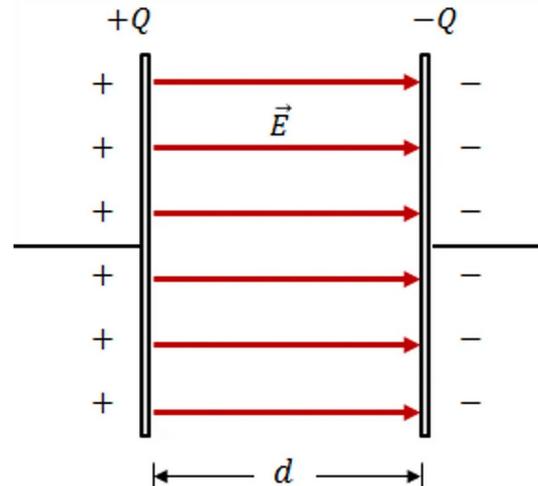
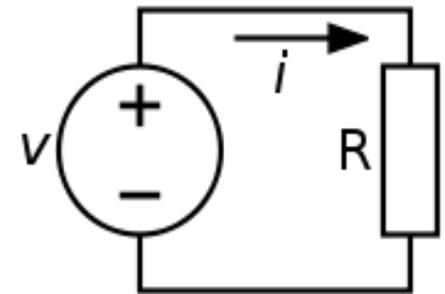
# Fenômenos Eletromagnéticos

## 10. Fontes de FEM, Resistores em série e em paralelo, Leis de Kirchhoff, Circuito $RC$

Prof. Pieter Westera

[pieter.westera@ufabc.edu.br](mailto:pieter.westera@ufabc.edu.br)

<http://professor.ufabc.edu.br/~pieter.westera/EM.html>



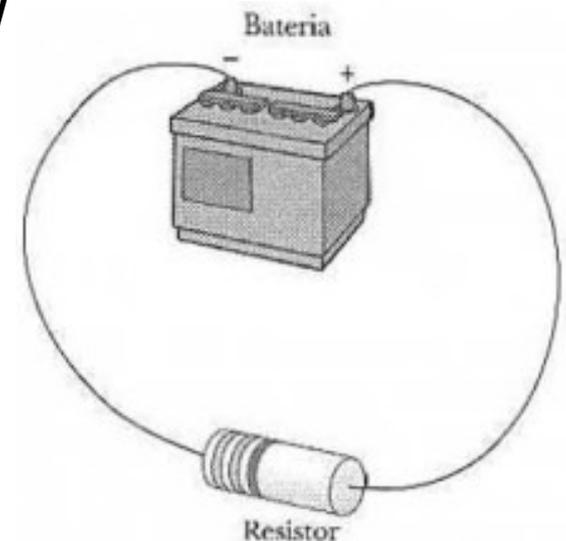
# Fontes de FEM

FEM: “Força EletroMotriz”  $\mathcal{E}$

Na verdade, uma **diferença de potencial/ tensão/voltagem** fornecida por uma **fonte** como uma **bateria**, um **gerador elétrico**, etc., enquanto **cargas** o **atravessam**.

!!! **Não é uma força** !!!

Uma **fonte de fem** pode ser vista como uma “**bomba de carga**”.



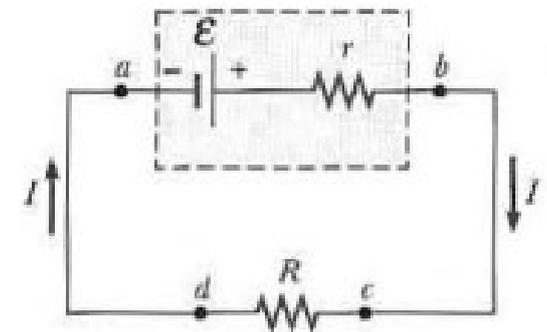
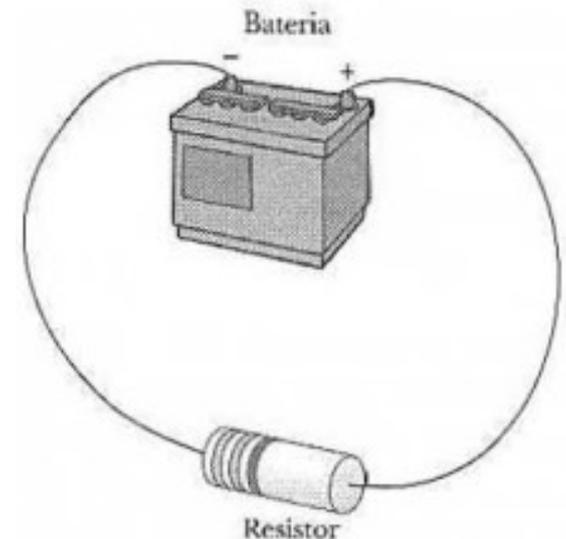
# Fontes de FEM

!!! A **fem** de uma **bateria** **não** é a **diferença** de **potencial** que ela **fornece** ao **resto** do **circuito** (neste exemplo o resistor e os fios), cuja resistência é, às vezes, chamada **resistência de carga**.

Já que a **bateria** tem uma **resistência interna**  $r$ , esta **diferença** de **potencial** é um pouco **menor** que a **fem** da bateria.

Dá para simbolizar o circuito por este diagrama:

$$\text{Assim: } \Delta V = V_b - V_a = \mathcal{E} - Ir$$



# Fontes de FEM

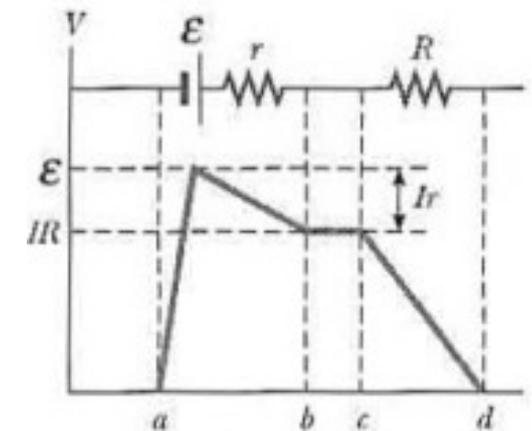
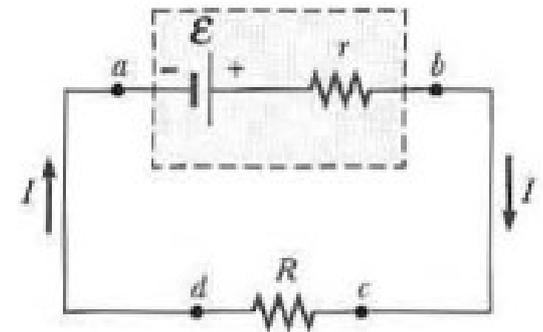
Para ilustrar isto melhor, podemos fazer um **gráfico** mostrando como o **potencial** varia **ao longo** do **circuito**.

$$\Delta V = \mathcal{E} - Ir$$

$$\Rightarrow \mathcal{E} = IR + Ir$$

$$\Rightarrow I = \mathcal{E}/(R + r)$$

Às vezes, i.e., quando a **fonte** de fem está sendo **carregada** por **outra fonte** e a **direção** da **corrente** é **oposta** à **fem**, podemos ter  $\Delta V = \mathcal{E} + Ir$ .



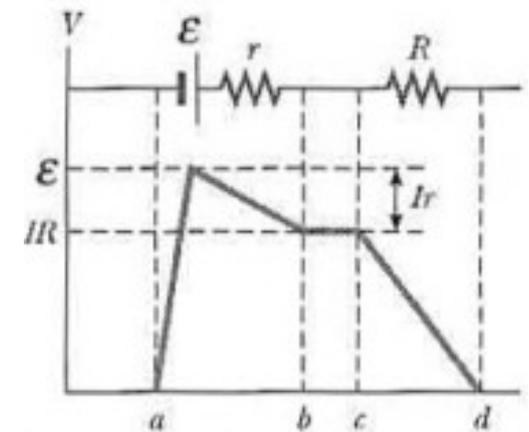
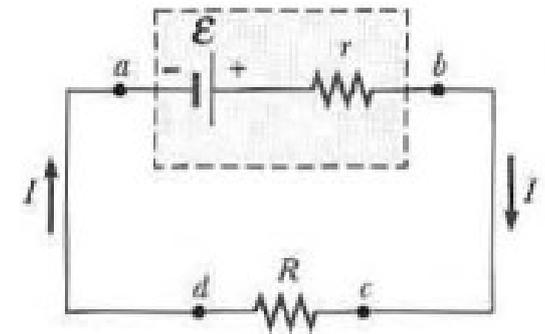
# Fontes de FEM

Multiplicando  $\mathcal{E} = IR + Ir$  com a corrente, obtemos

$$I\mathcal{E} = I^2R + I^2r = \mathcal{P}.$$

Parte da potência fornecida pela bateria é inevitavelmente consumida pela resistência interna dela própria.

Na prática, em muitos casos, a resistência interna é muito pequena comparada com a resistência de carga e pode ser desprezada.



# Fontes de FEM

## Enigma Rápido 21.7

Se a **energia transferida** para uma **bateria carregável descarregada** durante a **carga** for  $E$ , a **energia total** que **sai** da bateria **para** uma **resistência elétrica** durante uma **utilização** na qual a bateria **descarrega completamente** também será  $E$ ?

# Fontes de FEM

## Enigma Rápido 21.7

Se a **energia transferida** para uma **bateria carregável descarregada** durante a **carga** for  $E$ , a **energia total** que **sai** da bateria **para** uma **resistência elétrica** durante uma **utilização** na qual a bateria **descarrega completamente** também será  $E$ ?

**Resposta:**

**Não**, assim durante a **carga** como durante a **utilização**, a **resistência interna** causa **perdas** de energia.

# Fontes de FEM

## Enigma Rápido 21.8

Se os **faróis** estiverem **ligados** quando você ligar seu **carro**, por que eles ficam **mais fracos** quando o carro está **dando a partida**?

# Fontes de FEM

## Enigma Rápido 21.8

Se os **faróis** estiverem **ligados** quando você ligar seu **carro**, por que eles ficam **mais fracos** quando o carro está **dando a partida**?

### Resposta:

Por que, na hora de dar a partida, a **resistência total** é **maior** do que quando apenas os faróis estão ligados  
=> A **corrente** que passa pelo sistema elétrico do carro, incl. os faróis, é **menor** e os faróis ficam mais fracos.

# Fontes de FEM

## Exercício

- (a) Qual é a **corrente** em um **resistor** de  $5.60 \Omega$  conectado a uma **bateria** que tenha uma **resistência interna** de  $0.200 \Omega$ , se a **voltagem entre os terminais** da bateria é de  $10.0 \text{ V}$ ?
- (b) Qual é a **fem** da **bateria**?

# Fontes de FEM

## Exercício

- (a) Qual é a **corrente** em um **resistor** de  $5.60 \Omega$  conectado a uma **bateria** que tenha uma **resistência interna** de  $0.200 \Omega$ , se a **voltagem entre os terminais** da bateria é de  $10.0 \text{ V}$ ?
- (b) Qual é a **fem** da **bateria**?

## Solução:

(a)  $I = \Delta V / R = 1.79 \text{ A}$

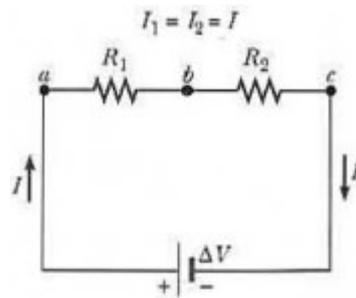
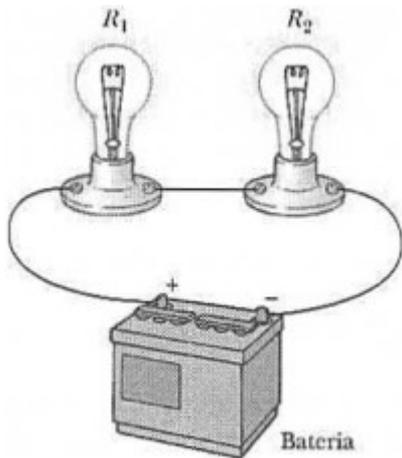
(b)  $\mathcal{E} = \Delta V + Ir = (1 + r/R)\Delta V = 10.4 \text{ V}$

# Resistores em Série e em Paralelo

## Combinação em Série

Circuito

Diagrama



A **corrente** passando pelos dois **resistores** é **igual** (nenhuma carga se acumula, surge ou some entre eles)  
 $\Rightarrow I_1 = I_2 = I$

**Diferenças de potencial:**

$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2 = IR_1 + IR_2 = I(R_1 + R_2)$$

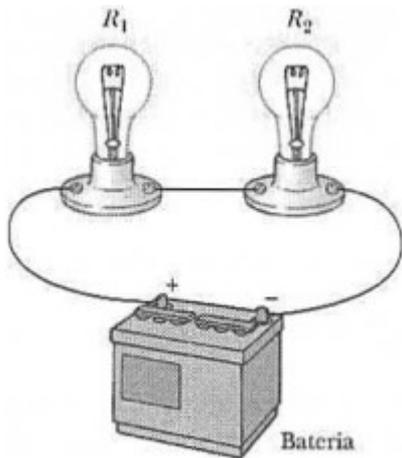
$\Rightarrow$  **Resistência equivalente**

$$R_{\text{eq}} = \Delta V / I = I(R_1 + R_2) / I = R_1 + R_2$$

# Resistores em Série e em Paralelo

## Combinação em Série

Circuito



Diagrama

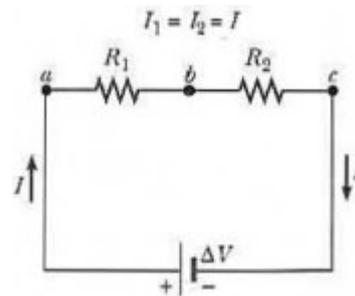
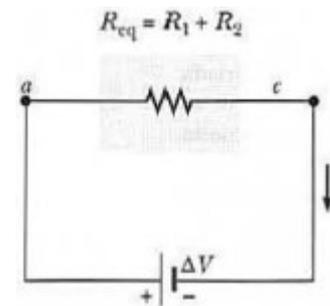


Diagrama Simplificado



A **resistência equivalente** de resistores ligados em **série** é a **soma** das resistências individuais.

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots$$

Assim,  $R_{eq}$  é **maior** que qualquer das **resistências individuais**.

# Fontes de FEM

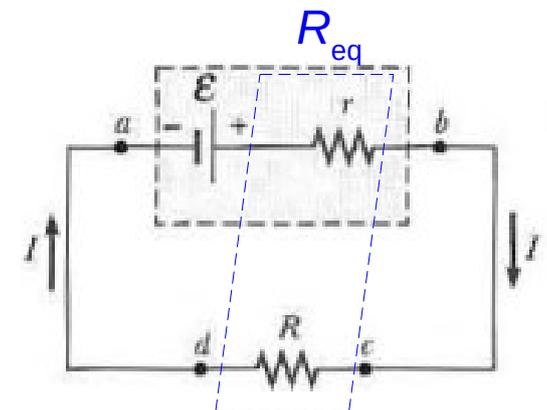
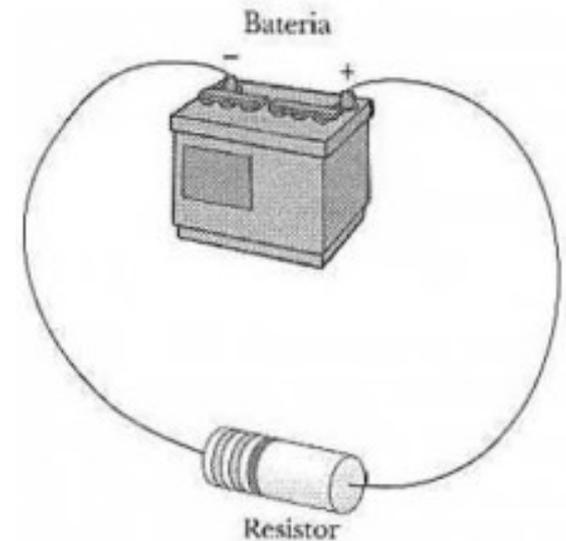
No **circuito fonte-resistor** do início da aula, os **resistores de carga  $R$**  e **interno  $r$**  podem ser interpretados como **resistores em série**:

$$R_{\text{eq}} = R + r$$

$$\Rightarrow I = \Delta V_{\text{tot}} / R_{\text{eq}} = \mathcal{E} / R_{\text{eq}} = \mathcal{E} / (R + r),$$

$$\mathcal{P} = I^2 R_{\text{eq}} = I^2 R + I^2 r$$

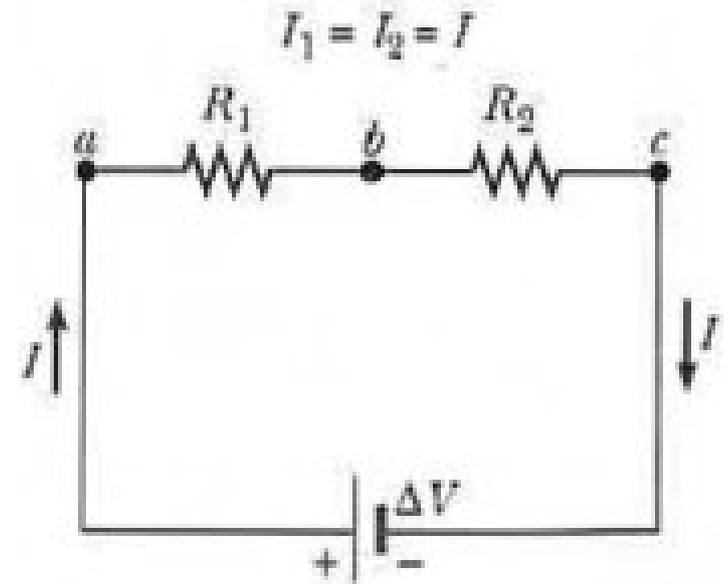
Os mesmos resultados que antes.



# Resistores em Série e em Paralelo

## Enigma Rápido 21.9

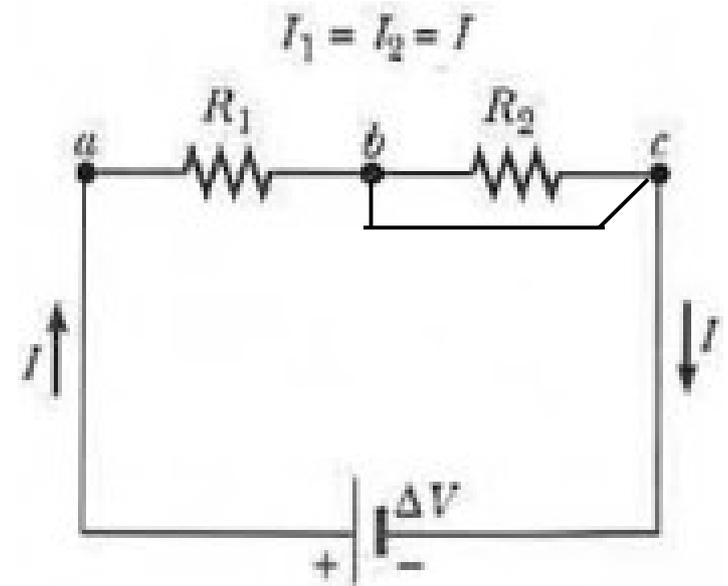
Se um pedaço de **fio** é usado para **conectar** os pontos  **$b$**  e  **$c$**  na figura, o **brilho** da lâmpada  **$R_1$**  **aumenta**, **diminui** ou **permanece** o mesmo? O que **acontece** ao **brilho** da lâmpada  **$R_2$** ?



# Resistores em Série e em Paralelo

## Enigma Rápido 21.9

Se um pedaço de **fio** é usado para **conectar** os pontos  **$b$**  e  **$c$**  na figura, o **brilho** da lâmpada  **$R_1$**  **aumenta**, **diminui** ou **permanece** o mesmo? O que **acontece** ao **brilho** da lâmpada  **$R_2$** ?



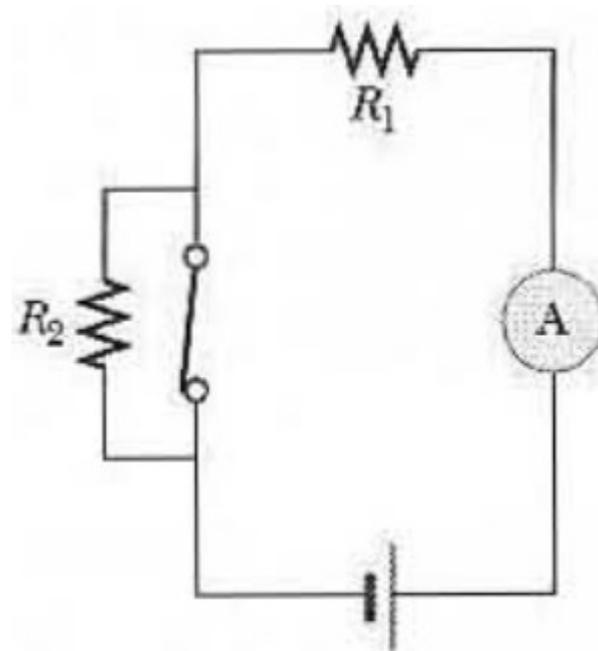
**Resposta:**

O **brilho** de  **$R_1$**  **aumenta**, pois  **$R_{eq}$**  **diminui** e  **$I$**  **aumenta**. A lâmpada  **$R_2$**  **apaga**, pois a **corrente** pega o **caminho** “**sem resistência**” pelo novo **fio**.

# Resistores em Série e em Paralelo

## Enigma Rápido 21.10

Com a **chave fechada** no circuito desta figura, **nenhuma corrente** circula por  $R_2$  porque a **corrente** tem uma **trajetória alternativa** de **resistência nula** através da **chave**. Uma **corrente** circula por  $R_1$  e é **medida** com o amperímetro (um aparelho para medir corrente) no lado direito do circuito. Se a **chave** for **aberta**, a **corrente circulará** por  $R_2$ . O que acontece na **indicação** do **amperímetro** quando a **chave** é **aberta**?

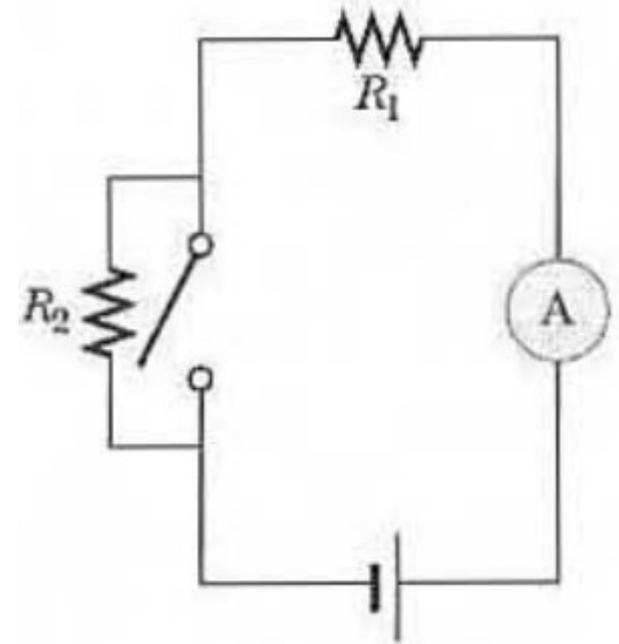


- (a) A indicação sobe.
- (b) A indicação desce.
- (c) A indicação não muda.

# Resistores em Série e em Paralelo

## Enigma Rápido 21.10

Com a **chave fechada** no circuito desta figura, **nenhuma corrente** circula por  $R_2$  porque a **corrente** tem uma **trajetória alternativa** de **resistência nula** através da **chave**. Uma **corrente** circula por  $R_1$  e é **medida** com o amperímetro (um aparelho para medir corrente) no lado direito do circuito. Se a **chave** for **aberta**, a **corrente circulará** por  $R_2$ . O que acontece na **indicação** do **amperímetro** quando a **chave** é **aberta**?



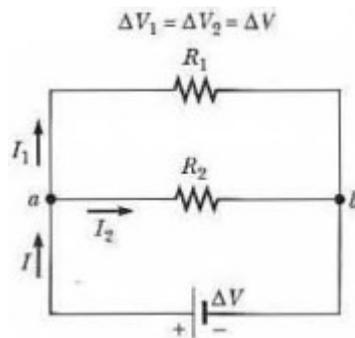
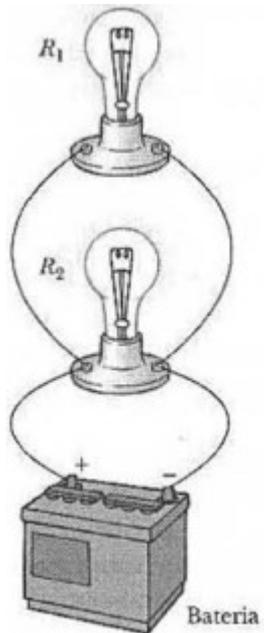
- (a) A indicação sobe.
- (b) A indicação desce.** (já que  $R_{eq}$  aumenta)
- (c) A indicação não muda.

# Resistores em Série e em Paralelo

## Combinação em Paralelo

Circuito

Diagrama



Os **terminais** dos **resistores**  $R_1$  e  $R_2$  estão **conectados**

$\Rightarrow$  no **mesmo potencial**

$\Rightarrow \Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V$

**Corrente** nos **resistores**  $R_1$  e  $R_2$ :

$$I_1 = \Delta V / R_1, \quad I_2 = \Delta V / R_2$$

$$\Rightarrow I = I_1 + I_2 = \Delta V / R_1 + \Delta V / R_2$$

$\Rightarrow$  **Resistência equivalente**

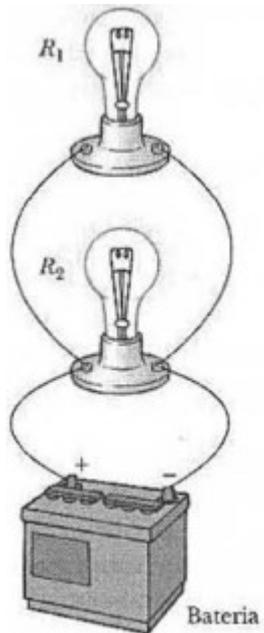
$$1/R_{eq} = I/\Delta V = (\Delta V/R_1 + \Delta V/R_2)/\Delta V = 1/R_1 + 1/R_2$$

$$(\text{ou } R_{eq} = (R_1 + R_2)/R_1 R_2)$$

# Resistores em Série e em Paralelo

## Combinação em Paralelo

Circuito



Diagrama

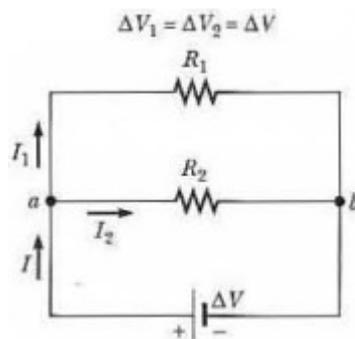
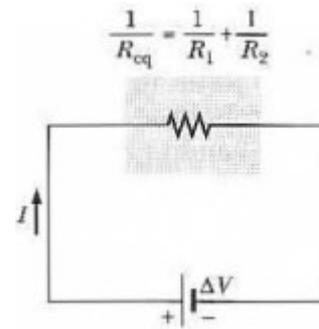


Diagrama Simplificado



O **inverso** da **resistência equivalente** de resistores ligados em **paralelo** é a **soma dos inversos** das resistências individuais.

$$1/R_{eq} = 1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3 + \dots$$

Assim,  $R_{eq}$  é **menor** que qualquer das **resistências individuais**.

# Resistores em Série e em Paralelo

## Combinação em Paralelo

As **tomadas** na sua casa e nas **extensões** que você usa, e por isto, os **aparelhos elétricos**, estão todas ligadas em **paralelo**, para que:

- serem **operados** com a **diferença** de **potencial nominal** (127 V ou 220 V), para aquela eles foram construídos.
- Caso **um** aparelho **quebra** ou é **removido**, o **circuito não** ser **interrompido**, e os **demaís** **continuam** funcionando.

Em resultado, a **corrente** que flui na **fonte** de tudo é a **soma** das **correntes** passando pelos **aparelhos**, o que pode ser **perigoso**. Por isto, há **disjuntores** ou **fusíveis** em **série** com os **conjuntos** de **tomadas**.

# Resistores em Série e em Paralelo

## Enigma Rápido 21.11

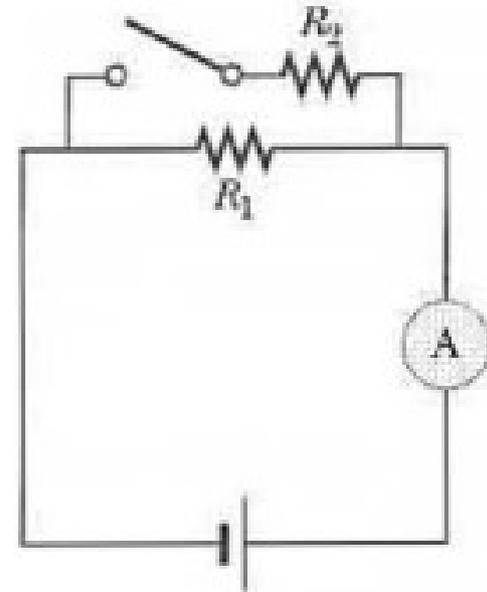
Com a **chave** do **circuito** desta figura **aberta**, **nenhuma corrente** circula **por  $R_2$** .

Circula uma **corrente por  $R_1$**  e essa corrente é **medida** com o amperímetro no lado direito do circuito.

Se a **chave** for **fechada**, circulará **corrente por  $R_2$** .

O que acontece com a **indicação** no **amperímetro** quando a **chave** é **fechada**?

- (a) A indicação sobe.
- (b) A indicação desce.
- (c) A indicação não muda.



# Resistores em Série e em Paralelo

## Enigma Rápido 21.11

Com a **chave** do **circuito** desta figura **aberta**, **nenhuma corrente** circula **por  $R_2$** .

Circula uma **corrente por  $R_1$**  e essa corrente é **medida** com o amperímetro no lado direito do circuito.

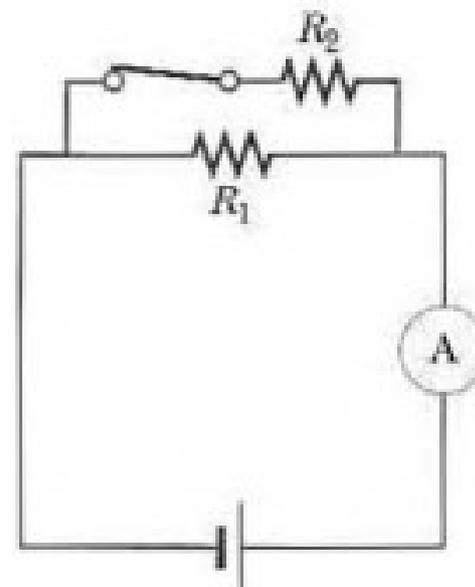
Se a **chave** for **fechada**, circulará **corrente por  $R_2$** .

O que acontece com a **indicação** no **amperímetro** quando a **chave** é **fechada**?

(a) A **indicação sobe**. (já que  $R_{eq}$  diminui)

(b) A **indicação desce**.

(c) A **indicação não muda**.



# Resistores em Série e em Paralelo

## Enigma Rápido 21.12

Você tem um grande suprimento de **lâmpadas** e uma **bateria**. Você começa com **uma lâmpada conectada à bateria** e **observa** seu **brilho**. Você **adiciona** então uma **lâmpada** de **cada vez**, cada lâmpada nova sendo adicionada **em série** com as precedentes. À medida que você adiciona as lâmpadas, **o que acontece**

- (a) ao **brilho** das lâmpadas?
- (b) à **corrente** nas lâmpadas?
- (c) à **potência** transferida pela bateria?
- (d) ao **tempo de vida** da bateria?
- (e) à **voltagem entre** os **terminais** da bateria?

# Resistores em Série e em Paralelo

## Enigma Rápido 21.12

..., o que acontece

(a) ao **brilho** das lâmpadas? **Diminui** (já que  $\Delta V_i < \Delta V$ )

(b) à **corrente** nas lâmpadas?

**Diminui** ( $R_{eq}$  aumenta, e  $I = \Delta V / R_{eq}$ )

(c) à **potência** transferida pela bateria?

**Diminui** ( $\mathcal{P} = (\Delta V)^2 / R_{eq}$ )

(d) ao **tempo de vida** da bateria? **Aumenta** ( $\Delta t = E_{tot} / \mathcal{P}$ )

(e) à **voltagem entre os terminais** da bateria?

**Não muda**, caso a **resistência interna da bateria** é desprezível

Se  $r$  não é desprezível,  $\Delta V$  **aumenta**

(já que a corrente diminui e  $\Delta V = \mathcal{E} - Ir$ )

# Resistores em Série e em Paralelo

## Enigma Rápido 21.12

Responda às mesmas perguntas se as lâmpadas forem adicionados uma de cada vez, **em paralelo** com a primeira.

À medida que você adiciona as lâmpadas, **o que acontece**

- (a) ao **brilho** das lâmpadas?
- (b) à **corrente** nas lâmpadas?
- (c) à **potência** transferida pela bateria?
- (d) ao **tempo de vida** da bateria?
- (e) à **voltagem entre os terminais** da bateria?

# Resistores em Série e em Paralelo

## Enigma Rápido 21.12

..., o que acontece

(a) ao **brilho** das lâmpadas? **Diminui** (já que  $R_{\text{eq}}$  diminui)

(b) à **corrente** nas lâmpadas? **Diminui** junto

(c) à **potência** transferida pela bateria?

**Aumenta** ( $R_{\text{eq}}$  diminui e  $\mathcal{P} = (\Delta V)^2/R_{\text{eq}}$ )

(d) ao **tempo** de **vida** da bateria? **Diminui** ( $\Delta t = E_{\text{tot}}/\mathcal{P}$ )

(e) à **voltagem entre** os **terminais** da bateria?

**Diminui**, se  $r$  não é desprezível

# Resistores em Série e em Paralelo

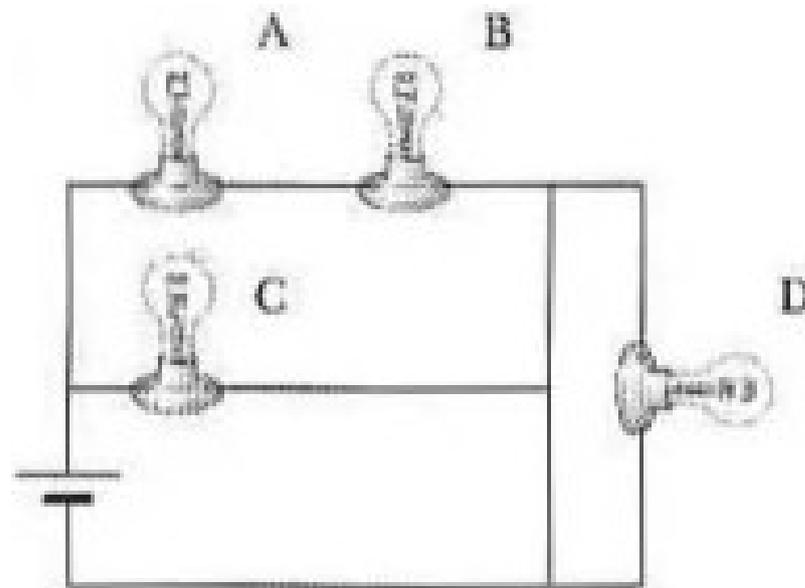
## Pensando a Física 21.4

Compare o brilho das quatro lâmpadas nesta figura.

O que acontece se a lâmpada A falhar, de modo que não possa conduzir?

E se C falhar?

E se D falhar?

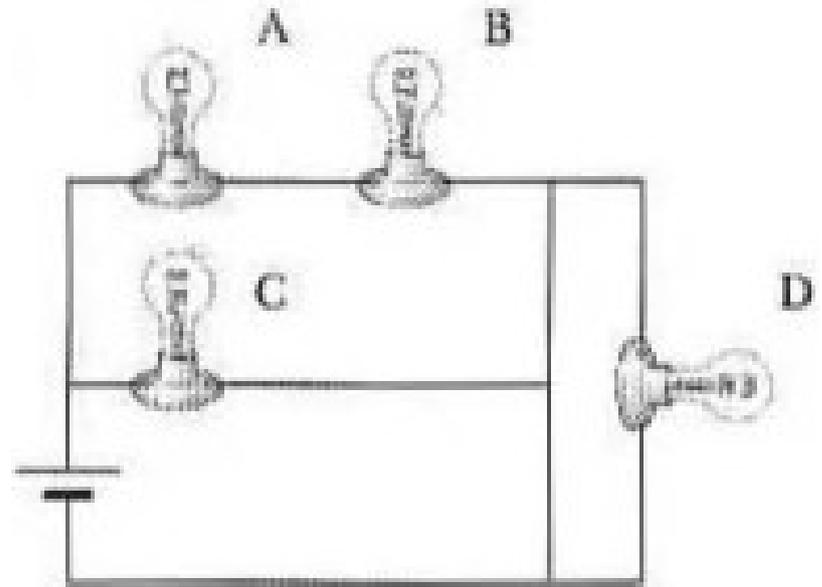


# Resistores em Série e em Paralelo

Pensando a Física 21.4

Resposta:

- C está em **paralelo** com A-B, que estão **em série**,
- D tem seus **terminais ligados** por um **fio condutor**  
 $\Rightarrow \Delta V_D$  é zero  $\Rightarrow$  D não brilha.



Falha de A: B apaga,  
C não muda de brilho, a **bateria** gasta **menos energia**

Falha de C: A e B **não mudam** de brilho, a **bateria** gasta **menos energia**

Falha de D: **Nada muda**.

# Resistores em Série e em Paralelo

## Pensando a Física 21.5

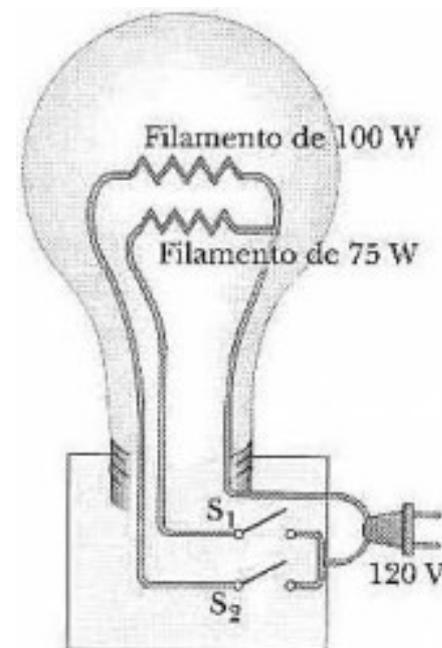
Esta figura ilustra como uma **lâmpada de três fases** é construída para fornecer **três níveis de intensidade luminosa**.

O **soquete** da lâmpada é equipada com uma **chave de três fases** para **selecionar intensidades luminosas diferentes**.

A lâmpada contém **dois filamentos**.

**Por que** os filamentos estão conectados em **paralelo**?

Explique **como** os dois filamentos são **usados** para fornecer **três intensidades luminosas diferentes**.



# Resistores em Série e em Paralelo

Pensando a Física 21.5

Resposta:

Por que os filamentos estão conectados em paralelo?

Senão, se **um falha**, a **lâmpada inteira** falha.

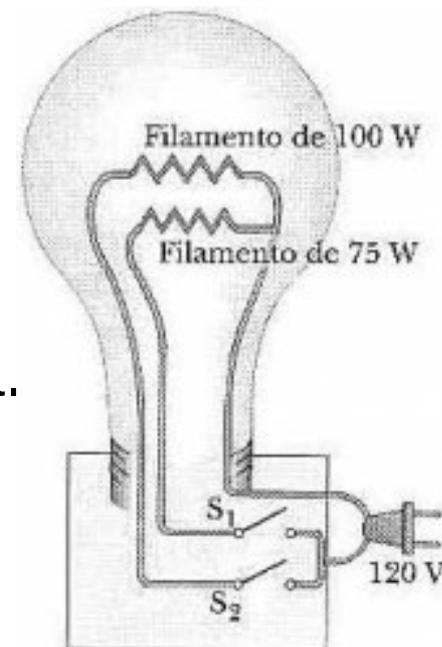
Explique como os dois filamentos são usados para fornecer três intensidades luminosas diferentes.

**Ambas abertas**: 0 W (lâmpada desligada)

**$S_1$  fechada**: 75 W

**$S_2$  fechada**: 100 W

**Ambas fechadas**: 175 W



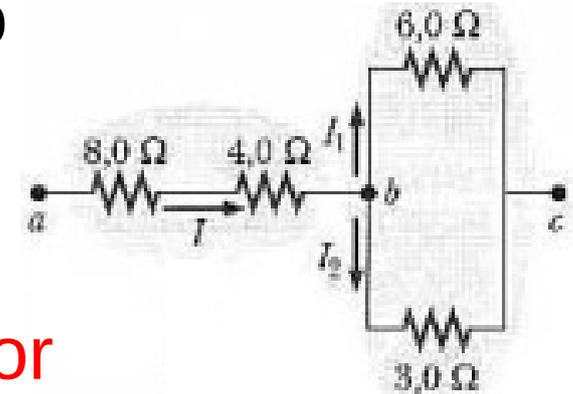
# Resistores em Série e em Paralelo

## Exemplo 21.8 Encontre a Resistência Equivalente

Quatro resistores são conectados como nesta figura.

(a) Encontre a resistência equivalente entre  $a$  e  $c$ .

(b) Qual será a corrente em cada resistor se uma diferença de potencial de 42 V for mantida entre  $a$  e  $c$ ?



# Resistores em Série e em Paralelo

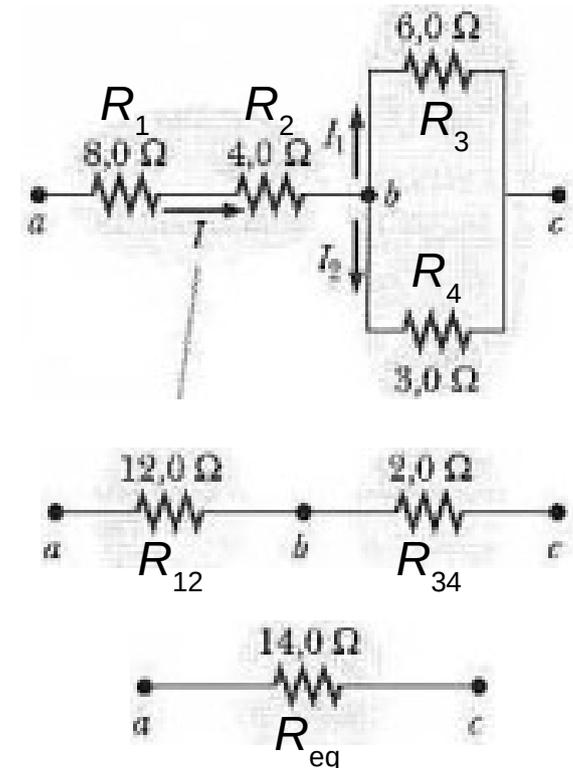
## Exemplo 21.8 Encontre a Resistência Equivalente

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad R_{12} &= R_1 + R_2 = 12.0 \, \Omega, \\ R_{34} &= (1/R_3 + 1/R_4)^{-1} = 2.0 \, \Omega \\ \Rightarrow R_{\text{eq}} &= R_{12} + R_{34} = 14.0 \, \Omega \end{aligned}$$

$$\text{(b)} \quad I_1 = I_2 = I_{34} = I = \Delta V / R_{\text{eq}} = 3 \, \text{A}$$

$$\begin{aligned} I_3 &= \Delta V_3 / R_3 = \Delta V_{34} / R_3 = R_{34} I_{34} / R_3 \\ &= R_{34} I / R_3 = 1 \, \text{A} \end{aligned}$$

$$I_4 \text{ Análogo a } I_3, \text{ ou } I_4 = I - I_3 = 2 \, \text{A}$$



# Resistores em Série e em Paralelo

## Exemplo 21.9 Três Resistores em Paralelo

Três resistores são conectados em paralelo como nesta figura.

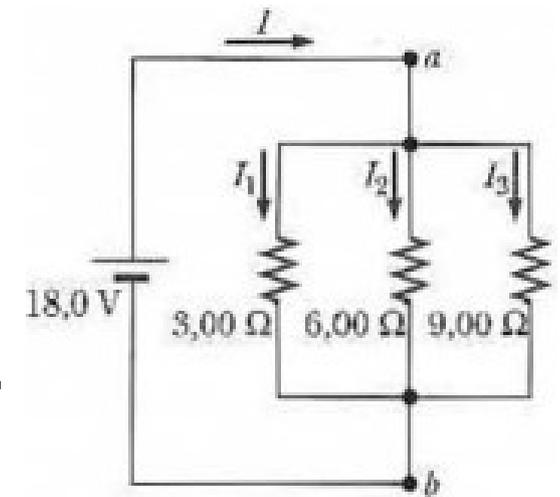
Uma diferença de potencial de 18.0 V é mantida entre os pontos *a* e *b*.

(a) Encontre a corrente em cada resistor.

(b) Calcule a potência fornecida a cada resistor e a potência total fornecida

para os três resistores.

(c) Calcule a resistência equivalente da combinação dos três resistores.



**Exercício:** Use  $R_{eq}$  para calcular a potência total fornecida ao circuito

# Resistores em Série e em Paralelo

## Exemplo 21.9 Três Resistores em Paralelo

Solução:

$$(a) I_1 = \Delta V / R_1 = 6.00 \text{ A}$$

$$I_2 = \Delta V / R_2 = 3.00 \text{ A}$$

$$I_3 = \Delta V / R_3 = 2.00 \text{ A}$$

$$(b) \mathcal{P}_1 = I_1 \Delta V = (\Delta V)^2 / R_1 = 108 \text{ W}$$

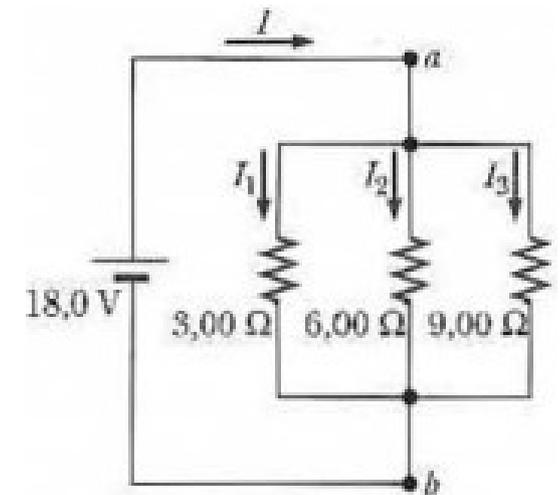
$$\mathcal{P}_2 = I_2 \Delta V = (\Delta V)^2 / R_2 = 54.0 \text{ W}$$

$$\mathcal{P}_3 = I_3 \Delta V = (\Delta V)^2 / R_3 = 36.0 \text{ W}$$

$$\mathcal{P} = \mathcal{P}_1 + \mathcal{P}_2 + \mathcal{P}_3 = 198 \text{ W}$$

$$(c) R_{\text{eq}} = (1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3)^{-1} = 1.64 \Omega$$

$$\text{Exercício: } = (\Delta V)^2 / R_{\text{eq}} = 198 \text{ W}$$

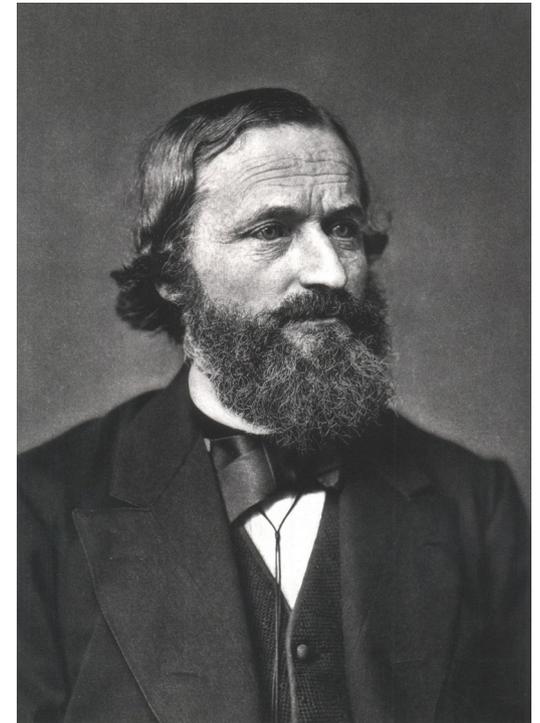


# Regras de Kirchhoff e Circuitos Simples de Corrente Contínua

## Análise de um Circuito

Em muitos casos dá para **analisar** um **circuito**, i.e. determinar **cargas**, **correntes** e **potencial** em várias **pontos** do **circuito**, possivelmente em função do tempo, usando  $\Delta V = Q/C$ ,  $\Delta V = IR$  e as regras para **combinações** em **série** e em **paralelo** de **capacitores** e **resistores**, mas às vezes, os **elementos** em um **circuito** podem ser **conectados** de maneira que isto **não dá**.

Nestes casos, podem ser úteis duas regras simples, chamadas **regras de Kirchhoff**.



Gustav Kirchhoff  
1824-1887

# Regras de Kirchhoff e Circuitos Simples de Corrente Contínua

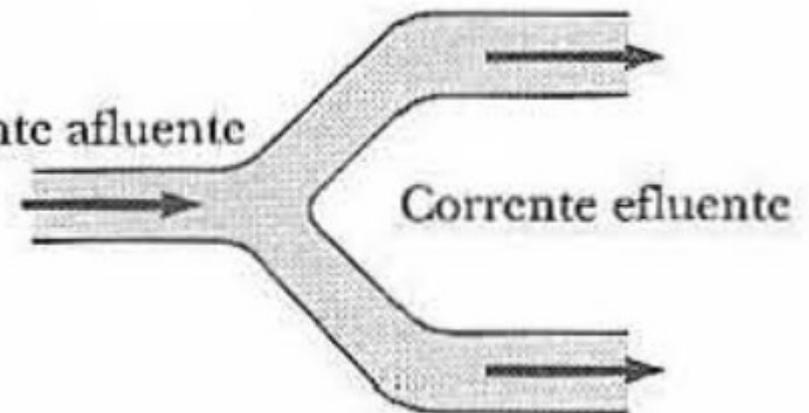
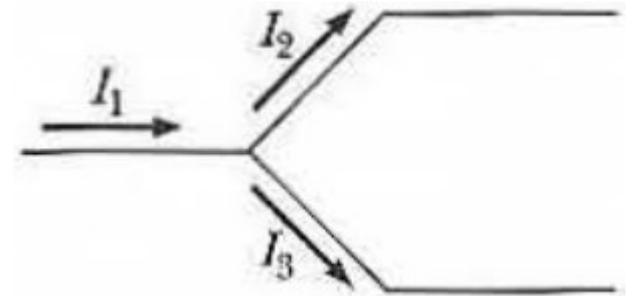
## Regra dos Nós

A **soma** das **correntes** que **entram** em **qualquer nó** é igual à **soma** das **correntes** que **saem** desse nó.

A regra vale em todos os pontos, mas só **bifurcações**, **cruzamentos** de **fios**, etc. são **nós**.

É basicamente a **conservação** da **carga elétrica**.

Neste exemplo  $I_1 = I_2 + I_3$



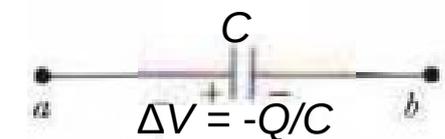
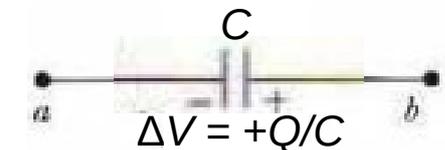
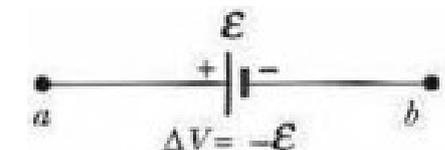
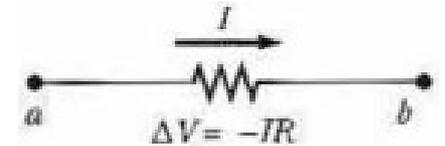
# Regras de Kirchhoff e Circuitos Simples de Corrente Contínua

## Regra das Malhas

A soma das diferenças de potencial em todos os elementos de uma malha fechada do circuito é igual a zero.

É basicamente a conservação da energia.

Regras para a determinação das diferenças de potencial de  $a$  para  $b$ ,  $V_b - V_a$ , em um resistor, uma bateria (considerada sem resistência interna) e um capacitor



# Regras de Kirchhoff e Circuitos Simples de Corrente Contínua

## Análise de um Circuito

Numa **análise**,

- o **número** de **vezes** em que a **regra** dos **nós** pode ser **usada** é **um a menos** do que o **número** de **nós** no circuito,
- o **número** de **vezes** em que a **regra** das **malhas** pode ser **usada** é **um a menos** do que o **número** de **elementos** (resistores, baterias, ...) no circuito, e
- em circuitos em **estado estacionário**, **capacitores** agem como um **circuito aberto** (**não** passa **corrente** por eles).

Em geral, o **número** de **equações independentes** de que você precisa deve **igualar** o **número** de **correntes desconhecidas** a fim de resolver um problema de circuito particular.

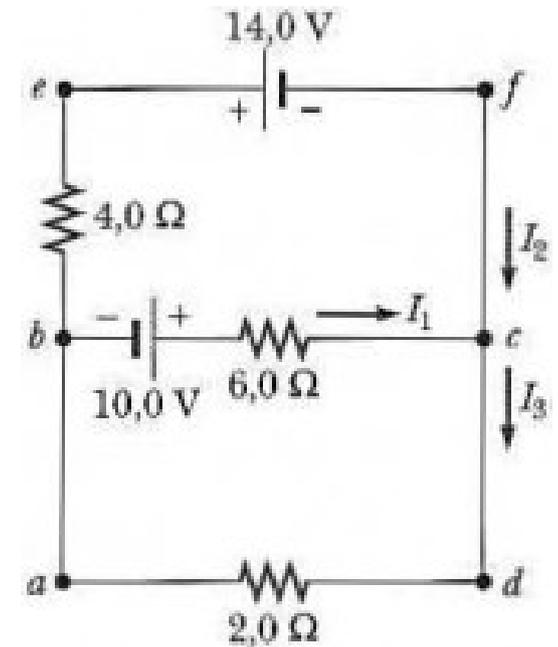
# Regras de Kirchhoff e Circuitos Simples de Corrente Contínua

## Exemplo 21.10 Aplicando as Regras de Kirchhoff

(a) Encontre as **correntes**  $I_1$ ,  $I_2$  e  $I_3$  no circuito mostrado nesta figura.

(b) Encontre a **diferença de potencial** entre os pontos  $b$  e  $c$ .

**Exercício:** Encontre a **diferença de potencial** entre os pontos  $b$  e  $c$  seguindo uma **trajetória passando** por  $a$  e por  $d$ .



# Regras de Kirchhoff e Circuitos Simples de Corrente Contínua

## Exemplo 21.10 Aplicando as Regras de Kirchhoff

Solução:

**Regra dos nós** aplicada em *c*:

$$I_1 + I_2 = I_3$$

**Regra das malhas** (malha *abcd*):

$$10.0 \text{ V} - (6.0 \ \Omega)I_1 - (2.0 \ \Omega)I_3 = 0$$

**Regra das malhas** (malha *befcb*):

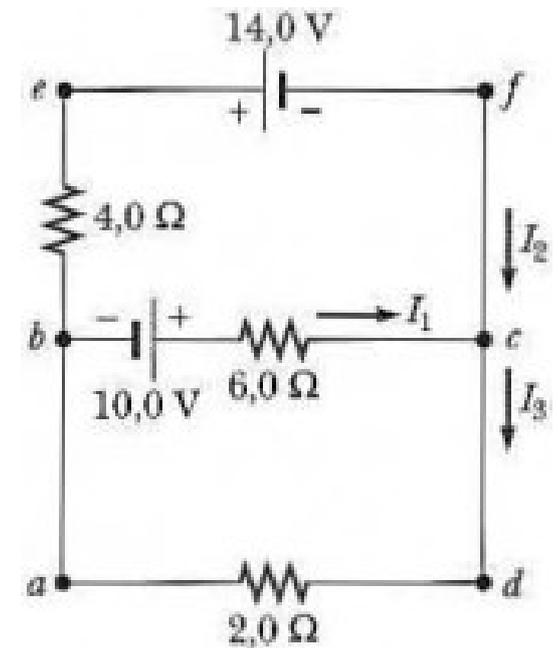
$$-(4.0 \ \Omega)I_2 - 14.0 \text{ V} + (6.0 \ \Omega)I_1 - 10.0 \text{ V} = 0$$

=> Sistema de **3 equações lineares** para achar  $I_1$ ,  $I_2$  e  $I_3$ :

(a)  $I_1 = 2.0 \text{ A}$ ,  $I_2 = -3.0 \text{ A}$ ,  $I_3 = -1.0 \text{ A}$

(b)  $V_c - V_b = 10.0 \text{ V} - (6.0 \ \Omega)I_1 = -2.0 \text{ V}$

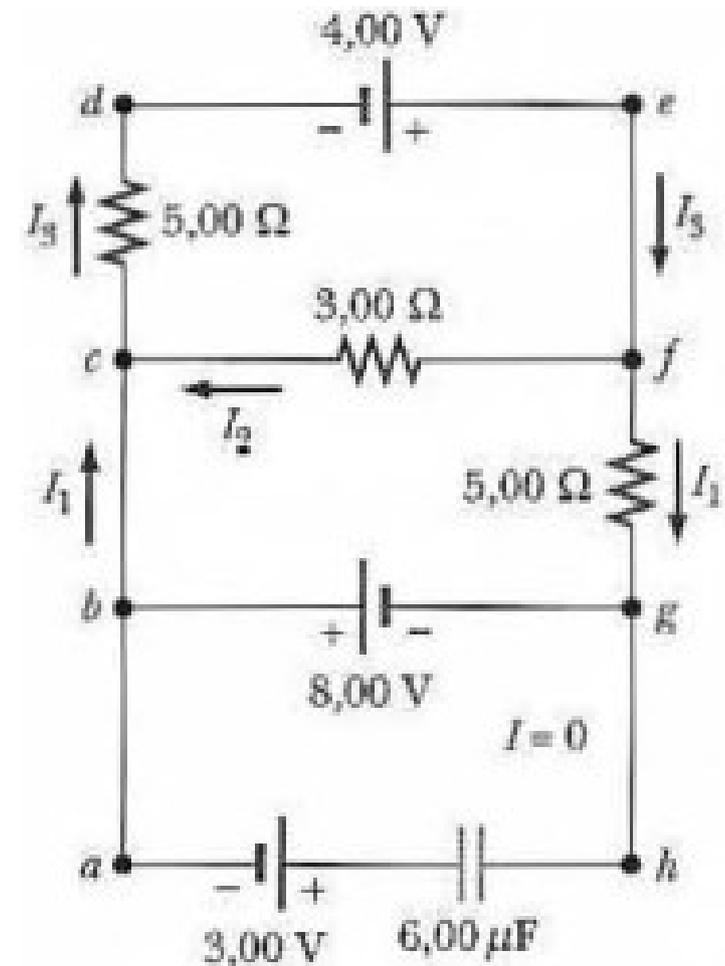
**Exercício:**  $V_c - V_b = (2.0 \ \Omega)I_3 + = -2.0 \text{ V}$



# Regras de Kirchhoff e Circuitos Simples de Corrente Contínua

## Exemplo 21.11 Um Circuito com Várias Malhas

Encontre no **estado estacionário** as **correntes desconhecidas** no **circuito** com **várias malhas** mostrado nesta figura.



# Regras de Kirchhoff e Circuitos Simples de Corrente Contínua

## Exemplo 21.11 Um Circuito com Várias Malhas

Solução:

**Regra dos nós (c):**  $I_1 + I_2 = I_3$

**Malha defcd:**

$$4.00 \text{ V} - (3.00 \ \Omega)I_2 - (5.00 \ \Omega)I_3 = 0$$

**Malha cfgbc:**

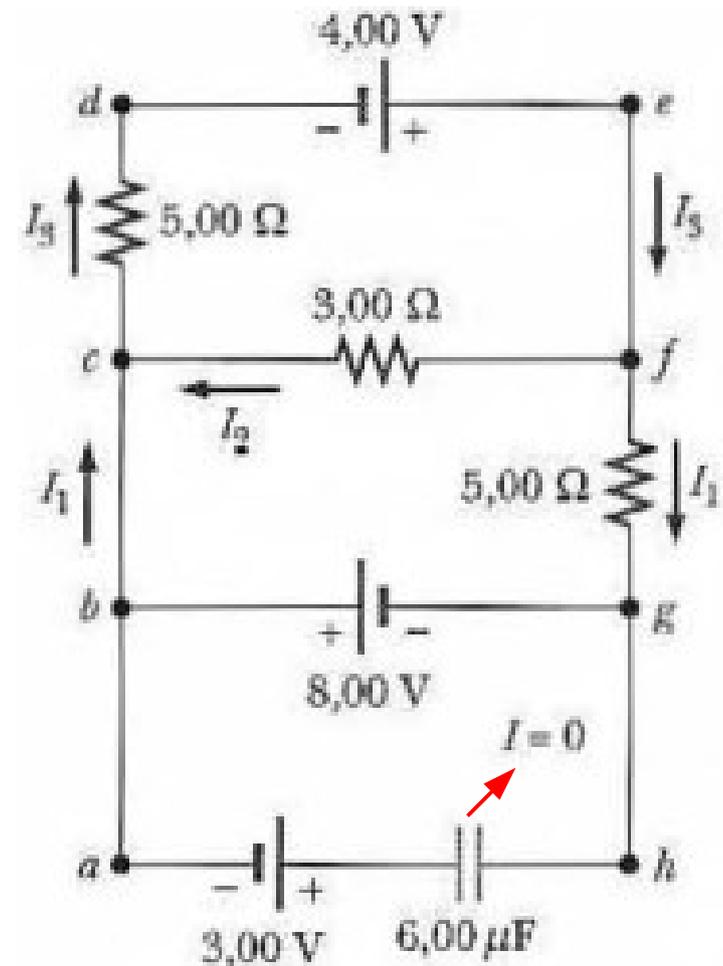
$$(3.00 \ \Omega)I_2 - (5.00 \ \Omega)I_1 + 8.00 \text{ V} = 0$$

$\Rightarrow$  **3 equações** para achar  $I_1$ ,  $I_2$  e  $I_3$ :

$$I_1 = 1.38 \text{ A}$$

$$I_2 = -0.364 \text{ A}$$

$$I_3 = 1.02 \text{ A}$$



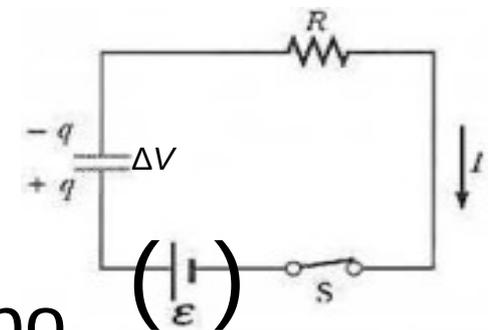
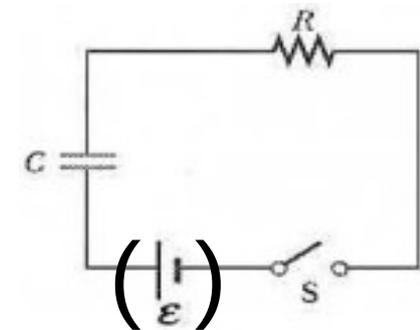
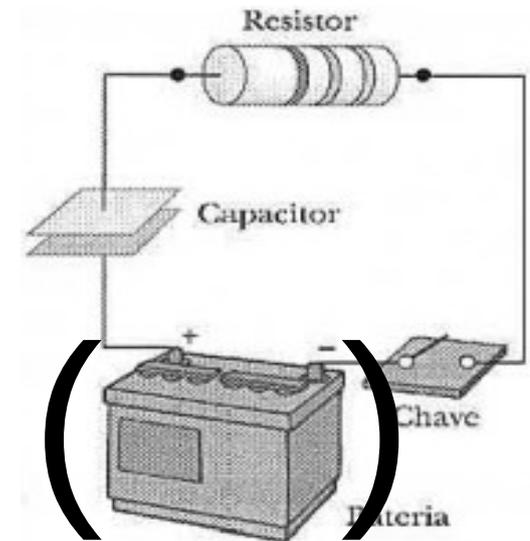
# Circuitos $RC$

Circuito de **uma malha fechada** consistindo de um **resistor** e um **capacitor**, com uma chave para abrir ou fechar o circuito, e **com** ou **sem** uma **fonte de fem** no meio.

**Com fonte**, após fechar a chave, o **capacitor** será **carregado através** do **resistor** até atingir  $\Delta V = \mathcal{E}$ .

**Sem fonte**, após fechar a chave, o **capacitor** será **descarregado através** do **resistor**.

**Novidade** deste circuito: **Não é estado estacionário**,  $\Delta V$ ,  $I$  e  $q$  variam com o tempo.

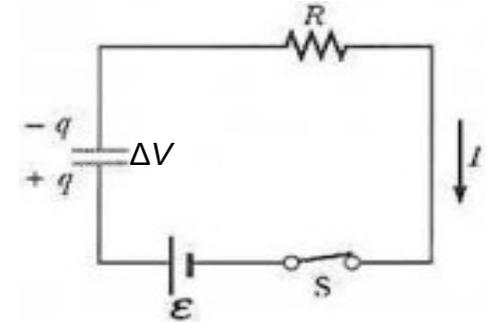


# Circuitos $RC$

## Carregando um Capacitor

Escolhendo o **sentido horário** como sentido **positivo**, a lei das malhas dá:

$$\mathcal{E} - q/C - IR = 0$$



Mas, já que é a **corrente** que “**deposita**” a **carga** no **capacitor**,  $I = dq/dt$ :

$$\mathcal{E} - 1/C \cdot q - R \cdot dq/dt = 0 \quad \text{ou} \quad dq/dt = \mathcal{E}/R - q/RC$$

Uma **equação diferencial** para achar  $q(t)$ !

Um pouco de IEDO, usando como **condição inicial**  $q(0) = 0$  (**capacitor inicialmente descarragado**) dá:

$$q(t) = C\mathcal{E}[1 - e^{-t/RC}]$$

# Circuitos $RC$

## Carregando um Capacitor

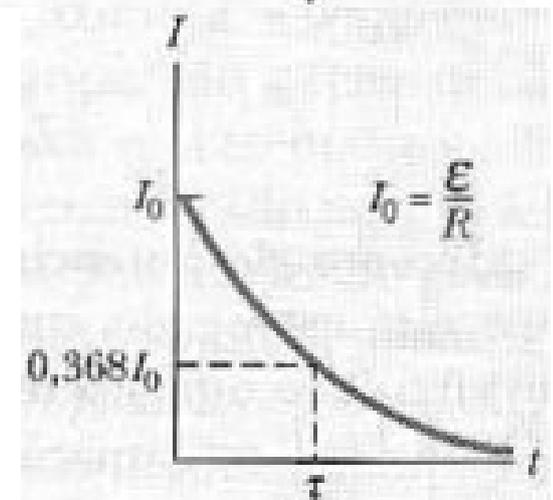
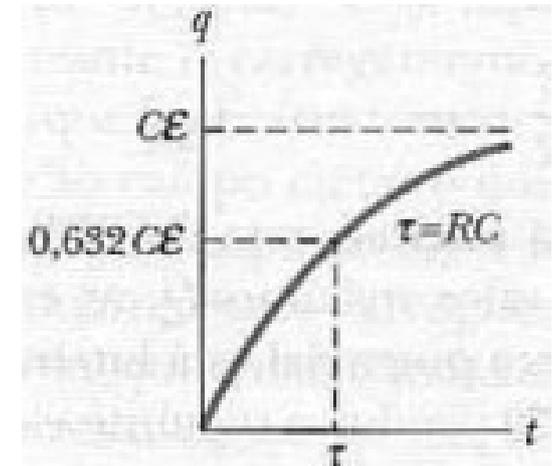
$$q(t) = C\varepsilon[1 - e^{-t/RC}]$$

definindo  $Q = C\varepsilon$ , a **carga máxima** no capacitor, i.e. quando está **totalmente carregado**,  $\Delta V = \varepsilon$  e  $\tau := RC$ , chamada **constante de tempo do circuito**:

$$q(t) = Q[1 - e^{-t/\tau}]$$

A **carga** no capacitor tende assintoticamente a  $Q$ .

E a **corrente**:  $I(t) = dq/dt = \varepsilon/R \cdot e^{-t/\tau}$  cai **exponencialmente** de  $I_0 = \varepsilon/R$  a zero.



# Circuitos $RC$

## Carregando um Capacitor

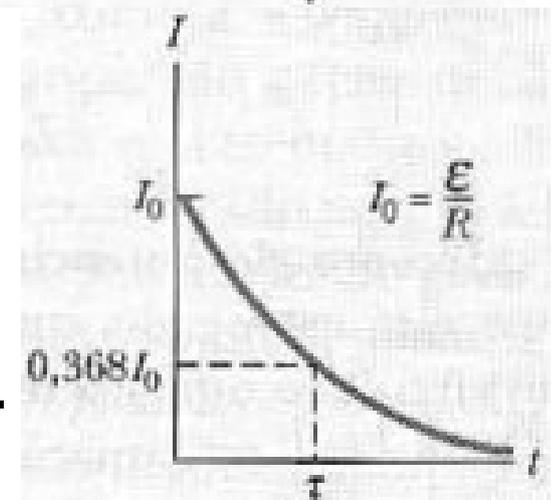
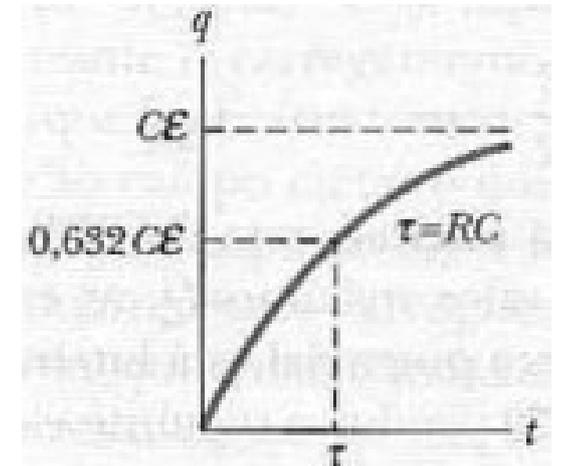
$$q(t) = Q[1 - e^{-t/\tau}], \quad I(t) = \mathcal{E}/R \cdot e^{-t/\tau}$$

Como dito, a **carga final**/máxima no **capacitor** será  $Q = C\mathcal{E}$ .

=> A **energia armazenada** nele será  $\frac{1}{2} \cdot Q\mathcal{E} = \frac{1}{2} \cdot C\mathcal{E}^2$

Mas a **bateria forneceu**  $Q\mathcal{E} = C\mathcal{E}^2$  de **energia**, o dobro.

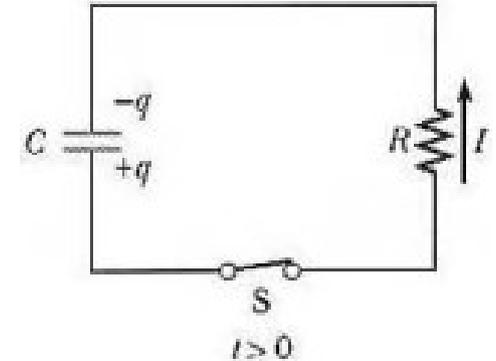
A outra metade foi “**queimada**” no **resistor**.



# Circuitos $RC$

## Descarregando um Capacitor

**Tirando** agora a **fonte**, e fechando a chave para **descarregar** o **capacitor**:



**Lei das malhas:**  $-q/C - IR = 0$

De novo,  $I(t) = dq/dt$ :  $-q/C - R \cdot dq/dt$  ou  $dq/dt = -q/CR$

IEDO:  $q(t) = Qe^{-t/\tau}$ ,  $I(t) = -\mathcal{E}/R \cdot e^{-t/\tau} = -I_0 e^{-t/\tau}$

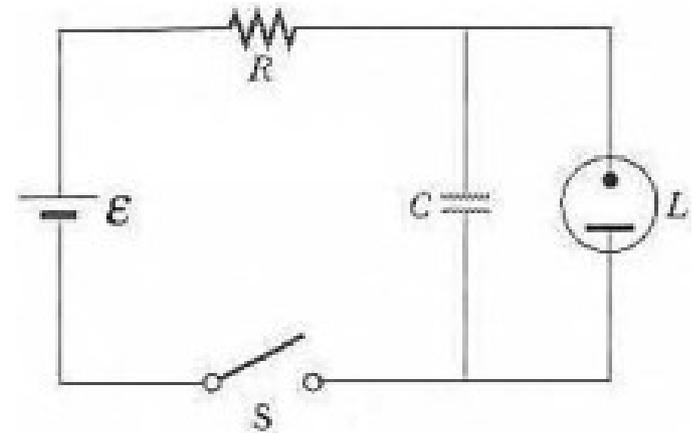
**Carga** no capacitor e **corrente** **decrecem** **exponencialmente** com constante de tempo  $\tau = RC$ .

# Circuitos $RC$

## Pensando a Física 21.6

Muitos locais em **obras** de **estradas** têm **luzes** amarelas **piscando** para advertir motoristas de possíveis perigos.

O que faz as **lâmpadas piscarem**?



# Circuitos $RC$

## Pensando a Física 21.6

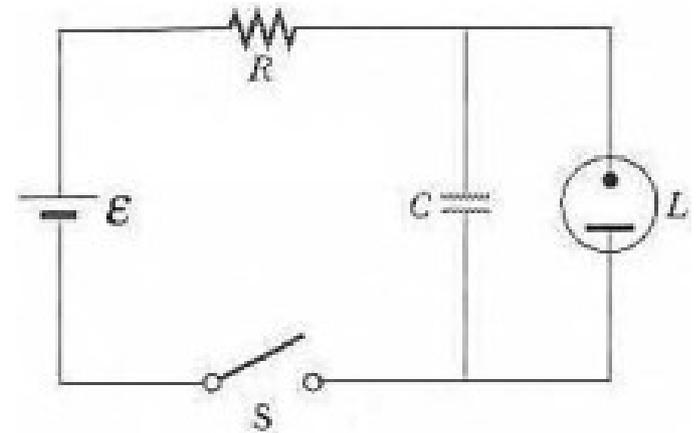
Muitos locais em **obras** de **estradas** têm **luzes** amarelas **piscando** para advertir motoristas de possíveis perigos.

O que faz as **lâmpadas piscarem**?

**Resposta:**

A **lâmpada** é uma lâmpada de **gás**, que **conduz** eletricidade e brilha sob **diferença de potencial alta**, e **não conduz** sob  $\Delta V$  baixa.

Em **paralelo** com o **capacitor** de um **circuito  $RC$** , ela atua **alternadamente** como **chave aberta** e **fechada**, assim **ligando** e **desligando**. Dá para **ajustar** o **período** deste **pisca-pisca** pela **constante de tempo** do **circuito**.



# Circuitos *RC*

## Pensando a Física 21.7

Muitos **automóveis** são equipados com **limpadores de pára-brisa** que podem ser usados **intermitentemente** durante uma chuva leve.

**Como** essa operação **depende** do **carregamento** e **descarregamento** de um **capacitor**?

# Circuitos $RC$

## Pensando a Física 21.7

Muitos **automóveis** são equipados com **limpadores de pára-brisa** que podem ser usados **intermitentemente** durante uma chuva leve.

**Como** essa operação **depende** do **carregamento** e **descarregamento** de um **capacitor**?

**Resposta:**

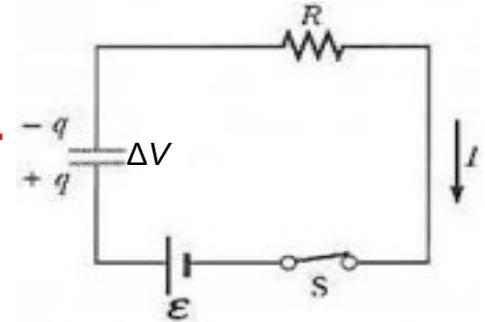
Os **limpadores** são **parte** de um **circuito  $RC$**  cujo **resistor** tem **resistência ajustável**.

Ajustando a resistência, dá para **ajustar** a **constante de tempo  $RC$** , que **determina** o **tempo** entre as **varreduras**.

# Circuitos $RC$

## Exemplo 21.12 Carregando um Capacitor em um Circuito $RC$

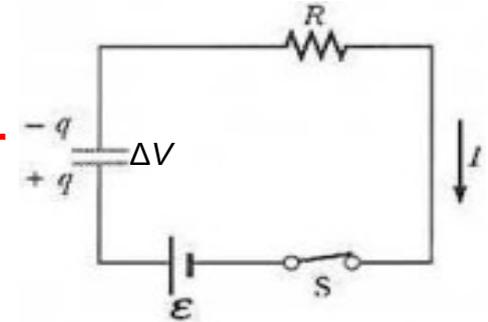
Um capacitor descarregado e um resistor são conectados em série a uma bateria como nesta figura. Se  $\mathcal{E} = 12.0 \text{ V}$ ,  $C = 5.00 \mu\text{F}$  e  $R = 8.00 \cdot 10^5 \Omega$ , encontre a constante de tempo do circuito, a carga máxima no capacitor, a corrente máxima no circuito e carga e a corrente como funções do tempo.



# Circuitos $RC$

## Exemplo 21.12 Carregando um Capacitor em um Circuito $RC$

Um capacitor descarregado e um resistor são conectados em série a uma bateria como nesta figura. Se  $\mathcal{E} = 12.0 \text{ V}$ ,  $C = 5.00 \mu\text{F}$  e  $R = 8.00 \cdot 10^5 \Omega$ , encontre a constante de tempo do circuito, a carga máxima no capacitor, a corrente máxima no circuito e carga e a corrente como funções do tempo.



Respostas:

$$\tau = RC = 4.00 \text{ s}, \quad Q = C\mathcal{E} = 60.0 \mu\text{C}, \quad I_0 = \mathcal{E}/R = 15.0 \mu\text{A},$$

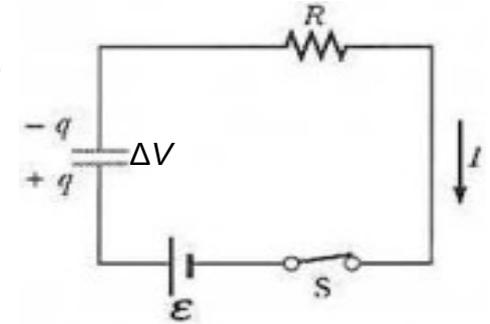
$$q(t) = Q[1 - e^{-t/\tau}] = 60.0[1 - e^{-t/4 \text{ s}}] \mu\text{C},$$

$$I(t) = I_0 \cdot e^{-t/\tau} = 15.0 \cdot e^{-t/4 \text{ s}} \mu\text{A}$$

# Circuitos $RC$

## Exercício

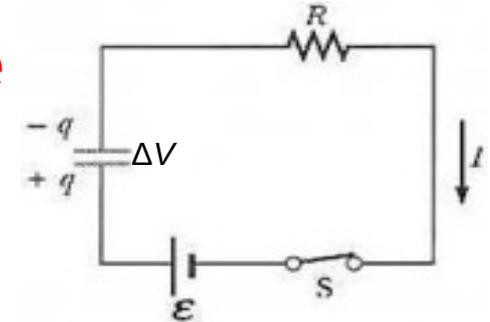
Calcule a carga no capacitor e a corrente no circuito após ter decorrido uma constante de tempo.



# Circuitos $RC$

## Exercício

Calcule a carga no capacitor e a corrente no circuito após ter decorrido uma constante de tempo.



Resposta:

$$q(\tau) = Q[1 - e^{-\tau/\tau}] = Q[1 - e^{-1}] = 37.9 \mu\text{C}$$

$$I(\tau) = I_0 e^{-1} = 5.52 \mu\text{A}$$

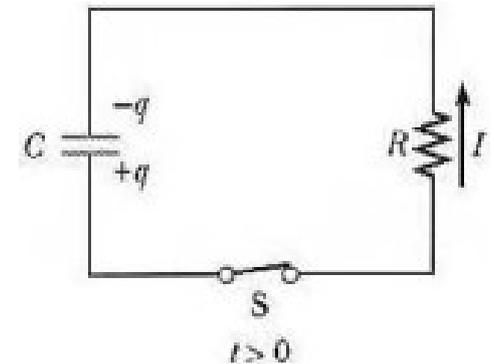
# Circuitos $RC$

## Exemplo 21.13 Descarregando um Capacitor em um Circuito $RC$

Considere um capacitor  $C$  que está sendo descarregado através de um resistor  $R$  como nesta figura.

(a) depois de quantas constantes de tempo a carga no capacitor terá caído a um quarto de seu valor inicial?

(b) A energia armazenada no capacitor diminui com o tempo à medida que ele descarrega. Após quantas constantes de tempo essa energia armazenada terá caído para um quarto de seu valor inicial?



# Circuitos $RC$

## Exemplo 21.13 Descarregando um Capacitor em um Circuito $RC$

Solução:

$$(a) q(x\tau) = Qe^{-x\tau/\tau} = Qe^{-x} = \frac{1}{4}Q$$

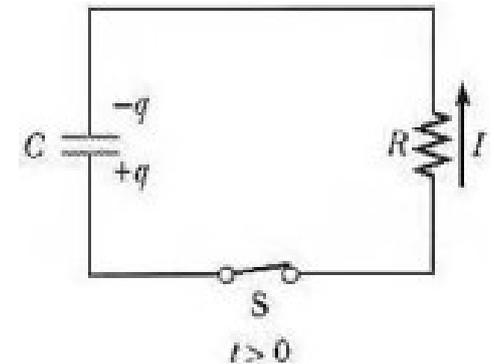
$$\Rightarrow e^{-x} = \frac{1}{4} \Rightarrow x = \ln 4 = 1.39$$

Depois de 1.39 constantes de tempo.

$$(b) U(y\tau) = q^2(y\tau)/2C = Q^2e^{-2y\tau/\tau}/2C = \frac{1}{4}Q^2/2C$$

$$\Rightarrow e^{-2y} = \frac{1}{4} \Rightarrow y = \frac{1}{2}\ln 4 = 0.693$$

Após 0.693 constantes de tempo.



# Circuitos $RC$

## Exercício

Após **quantas constantes de tempo** a **corrente** no circuito  $RC$  terá caído para a **metade** de seu **valor inicial**?

**Solução:**

$$(a) I(x\tau) = I_0 e^{-x\tau/\tau} = I_0 e^{-x} = \frac{1}{2}I_0$$

$$\Rightarrow e^{-x} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \ln 2 = 0.693$$

Após 0.693 constantes de tempo.

# Circuitos $RC$

## Exercício

Um capacitor de  $10.0 \mu\text{F}$  é carregado por uma bateria de  $10.0 \text{ V}$  através de uma resistência  $R$ . O capacitor atinge uma diferença de potencial de  $4.00 \text{ V}$  no tempo de  $3.00 \text{ s}$  após o início do carregamento.

Ache  $R$ .

# Circuitos $RC$

## Exercício

Um capacitor de  $10.0 \mu\text{F}$  é carregado por uma bateria de  $10.0 \text{ V}$  através de uma resistência  $R$ . O capacitor atinge uma diferença de potencial de  $4.00 \text{ V}$  no tempo de  $3.00 \text{ s}$  após o início do carregamento.

Ache  $R$ .

## Solução:

$$\Delta V(3.00 \text{ s}) = 0.4 \mathcal{E}$$

$$\Rightarrow q(3.00 \text{ s}) = Q[1 - e^{-3 \text{ s}/\tau}] = 0.4 Q$$

$$\Rightarrow e^{-3 \text{ s}/\tau} = 0.6 \Rightarrow \tau = 3 \text{ s}/(-\ln 0.6) = 5.87 \text{ s}$$

$$R = \tau/C = 587 \text{ k}\Omega$$

# A Atmosfera como um Condutor

## Corrente pela Atmosfera em tempo bom

Como visto na algumas aulas atrás, em **tempo bom** há uma **diferença** de **potencial** entre **ionosfera** e **Terra** de  $\sim 3 \cdot 10^5$  V.

A **resistência** da **atmosfera** entre os dois é  $\sim 300 \Omega$ .

=> A **corrente global** de cima para baixo é

$$I = \Delta V / R \approx 1000 \text{ A}$$

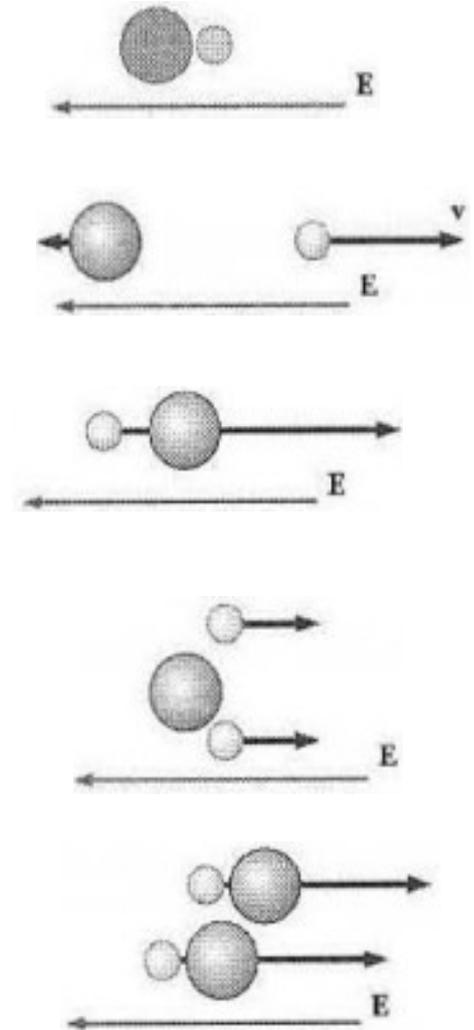
Parece muito, mas dividido pela superfície da Terra, a **densidade de corrente** dá:

$$J = I / A = I / 4\pi R_T^2 \approx 2 \cdot 10^{-12} \text{ A/m}^2.$$

# A Atmosfera como um Condutor

Em uma tempestade

Durante uma **tempestade**, os **elétrons livres** são **acelerados** pelo **campo elétrico forte** a **velocidades altas**, tal que conseguem **ionizar** as **moléculas** no caminho, assim **aumentando** o **número** de **portadores de carga** na **atmosfera**, resultando em **correntes** da ordem de 50 000 A e **densidades de corrente** de  $10^5$  A/m<sup>2</sup>.



Processo de multiplicação de cargas livres na atmosfera



Universidade Federal do ABC

# Fenômenos Eletromagnéticos

## FIM PRA HOJE

