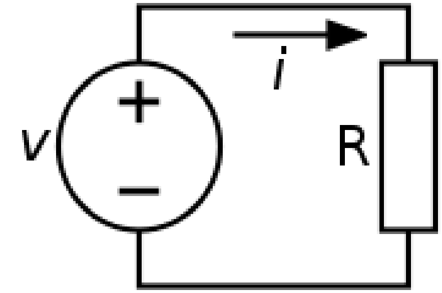
Fenômenos Eletromagnéticos

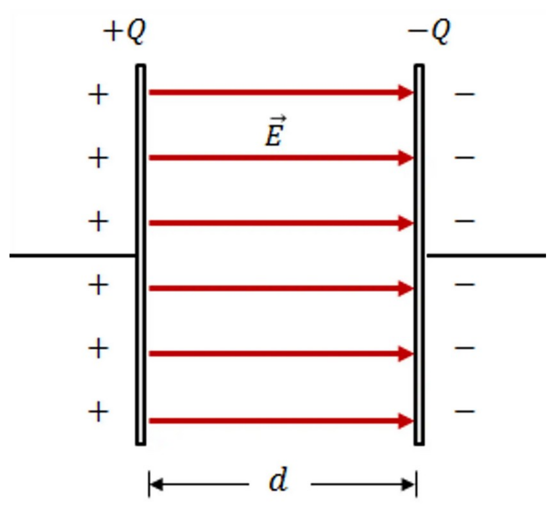
Universidade Federal do ABC

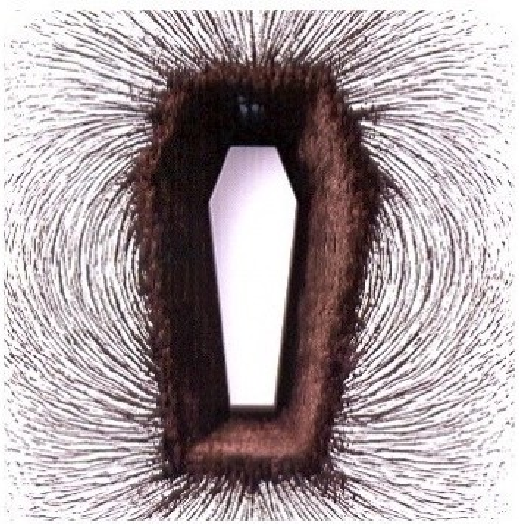
13. Lei de Biot-Savart, A força magnética entre dois condutores paralelos, Lei de Ampère

Prof. Pieter Westera
pieter.westera@ufabc.edu.br



http://professor.ufabc.edu.br/~pieter.westera/EM.html





A Lei de Biot-Savart

Agora que sabemos, como é a força devida ao campo magnético sobre uma carga em movimento, vamos investigar a fonte do campo.

Esta fonte também são cargas em movimento (correntes), como descoberto por acaso por Ørsted (1819, vide parte sobre história da aula anterior).

Biot e Savart conseguiram desenvolver uma expressão para este campo no início do século XIX.

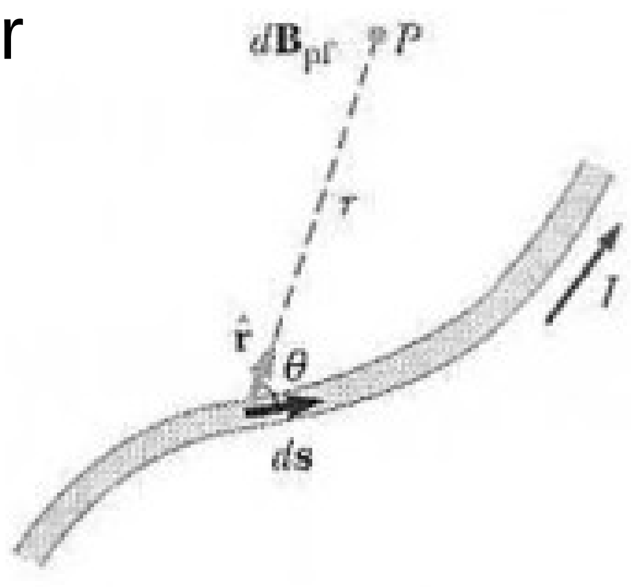
Jean-Baptiste Biot (1774-1862)

Félix Savart (1791-1841)

A Lei de Biot-Savart

O campo Magnético $d\mathbf{B}$ no ponto P devido a uma corrente I percorrendo um trechinho $d\mathbf{s}$

- $d\mathbf{B} \perp d\mathbf{s}$ e $\perp \mathbf{r}$, onde $\mathbf{r}$ ($=r\hat{\mathbf{r}}$) é o vetor que aponta da posição de $d\mathbf{s}$ para P
- $d\mathbf{B} \propto I d\mathbf{s}$
- $d\mathbf{B} \propto 1/r^2$
- $dB = |d\mathbf{B}| \propto \text{sen}\,\theta$, onde θ é o ângulo entre $d\mathbf{s}$ e $\mathbf{r}$



=> $d\mathbf{B} = k_m\, I d\mathbf{s} \times \hat{\mathbf{r}}/r^2 = k_m\, I d\mathbf{s} \times \mathbf{r}/r^3$,

onde $k_m = \mu_0/4\pi$,

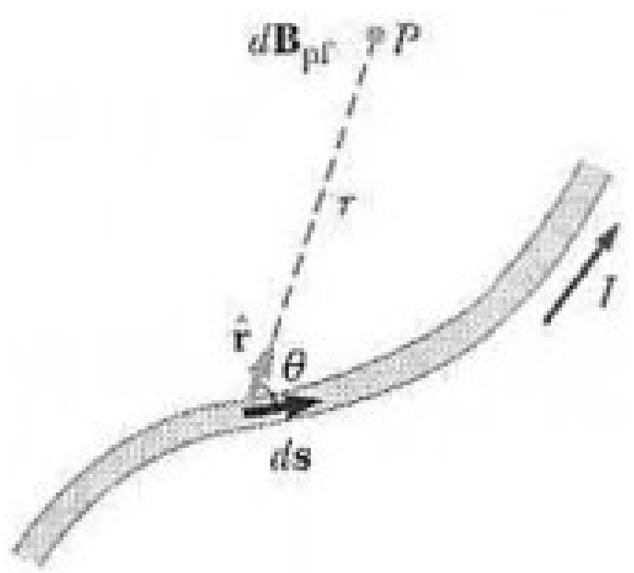
$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Tm/A = permeabilidade do vácuo

=> Lei de Biot-Savart

A Lei de Biot-Savart

O campo Magnético $d\mathbf{B}$ no ponto P devido a uma corrente I percorrendo um trechinho $d\mathbf{s}$

Obviamente correntezinhas infinitesimais $Id\mathbf{s}$,
chamados elementos de corrente,
não existem sozinhas.
Na prática teremos uma
corrente percorrendo um circuito
e temos que somar/integrar
o campo devido a todos os pontos com corrente do circuito, normalmente seguindo a corrente.

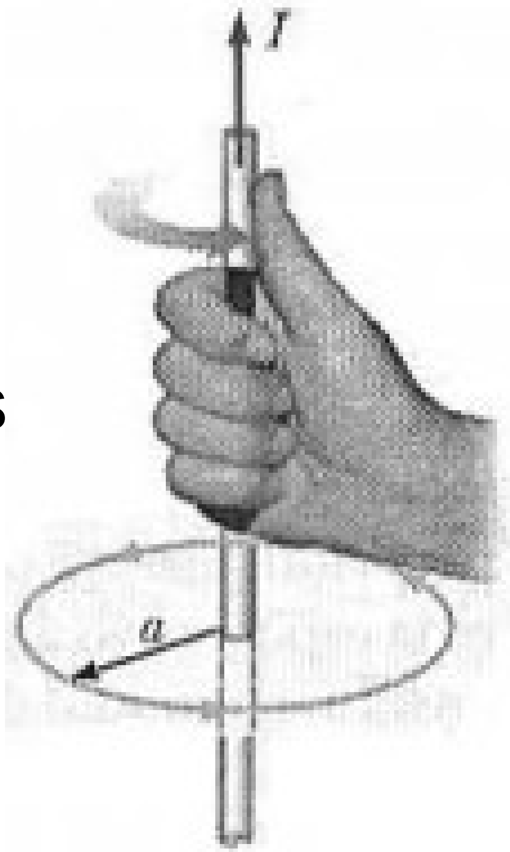


$$\mathbf{B} = \int_{circuito} d\mathbf{B} = \mu_0/4\pi \int_{circuito} Id\mathbf{s} \times \hat{\mathbf{r}}/r^2$$

A Lei de Biot-Savart

O campo Magnético dB no ponto P devido a uma corrente I percorrendo um trechinho ds

Para a direção do campo magnético devido a um elemento de corrente $Id\mathbf{s}$, também existe uma regra da mão direita:



Se a corrente flui na direção do polegar, o campo é na direção dos dedos curvados

Para um "fio infinitamente comprido", o campo na distância *r* deste fio pode ser calculado e obtemos

$B = \mu_0 I/2\pi r$

$\propto 1/r$ como o campo elétrico devido a uma linha infinita de carga.

A Lei de Biot-Savart

Enigma Rápido 22.6

Suponha que você se desloca ao longo de uma linha paralela a um fio metálico com uma velocidade igual à velocidade de migração dos elétrons na corrente. Você mede agora um campo magnético nulo?

A Lei de Biot-Savart

Enigma Rápido 22.6

Suponha que você se desloca ao longo de uma linha paralela a um fio metálico com uma velocidade igual à velocidade de migração dos elétrons na corrente. Você mede agora um campo magnético nulo?

Resposta:
Não, agora o resto do fio (o fio menos os e^- de condução, que tem carga positiva) está se movimentando em relação ao seu referencial, o que causa um campo magnético neste referencial também. Ela até é igual ao no referencial "parado" por ser devido a uma corrente de uma carga oposta à dos e^- de condução, mas na direção oposta.

A Lei de Biot-Savart

Pensando a Física 22.4

Em circuitos elétricos, frequentemente são torcidos os fios conduzindo correntes em direções opostas.
Qual é a vantagem dessa combinação?

A Lei de Biot-Savart

Pensando a Física 22.4

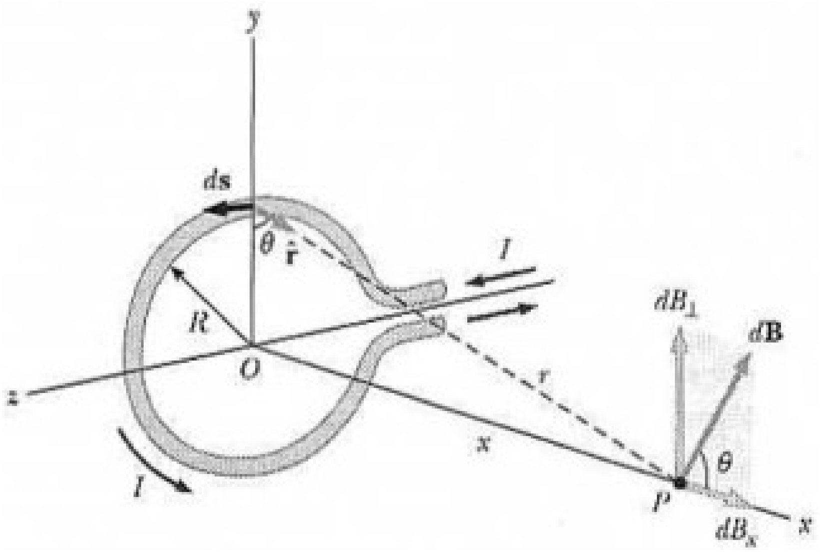
Em circuitos elétricos, frequentemente são torcidos os fios conduzindo correntes em direções opostas.
Qual é a vantagem dessa combinação?

Resposta:
Assim os campos magnéticos devido às duas correntes se cancelam (pelo menos parcialmente), minimizando o efeito sobre circuitos ou componentes adjacentes.

A Lei de Biot-Savart

Exemplo 22.6

Considere uma espira circular de fio de raio *R* localizada no plano *yz* e conduzindo uma corrente constante *I*, como nesta figura.
Calcule o campo magnético em um ponto axial *P* a uma distância *x* do centro da espira.



A Lei de Biot-Savart

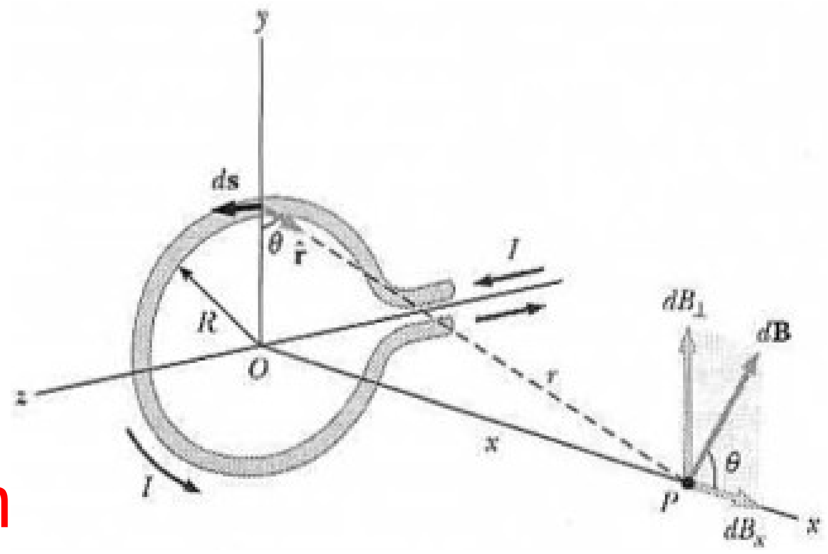
Exemplo 22.6

Solução:

$dB = \mu_0 I/4\pi\,|d\mathbf{s} \times \hat{\mathbf{r}}|/r^2$

$\quad = \mu_0 I/4\pi\, ds/(x^2+R^2)$

Os componentes paralelos ao plano da espira (i.e. $\perp$ eixo x, $dB_\perp$) se cancelam



=> podemos integrar os componentes x: $dB_x = dB \cos\theta$,

onde $\cos\theta$ também é $R/r = R/\sqrt{x^2+R^2}$ (vide figura)

=> $B_x = \oint dB \cos\theta = \oint \mu_0 IR/4\pi(x^2+R^2)^{3/2}\, ds$

$\quad = \mu_0 IR/4\pi(x^2+R^2)^{3/2} \oint ds = \mu_0 IR^2/2(x^2+R^2)^{3/2}$

Em $x = 0$, $B = |B_x| = \mu_0 I/2R$

Para $x \gg R$: $B \approx \mu_0 IR^2/2x^3$

A Lei de Biot-Savart

Exercício

Um fio com uma corrente de 5.00 A deve ser colocado na forma de uma espira circular com uma volta.
Se o valor requerido do campo magnético no centro da espira é 10.0 μT, qual é o raio necessário?

A Lei de Biot-Savart

Exercício

Um fio com uma corrente de 5.00 A deve ser colocado na forma de uma espira circular com uma volta.
Se o valor requerido do campo magnético no centro da espira é 10.0 μT, qual é o raio necessário?

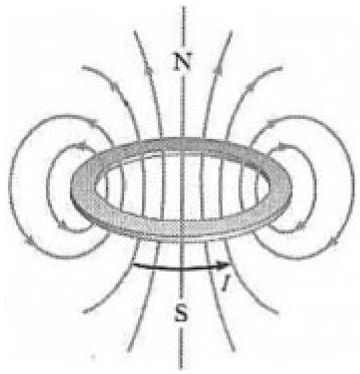
Resposta:

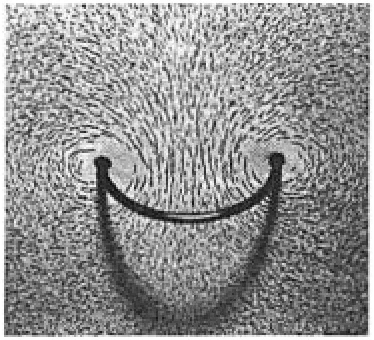
$R = \mu_0 I/2B(x = 0) = 31.4$ cm

A Lei de Biot-Savart

O Dipolo Magnético

Voltando à espira do Exemplo 22.6:
Para $x \gg R$: $B \approx \mu_0 I R^2 / 2x^3$
$\propto 1/x^3$ igual como o campo elétrico de um dipolo elétrico.





Espiras de correntes são considerados dipolos magnéticos.

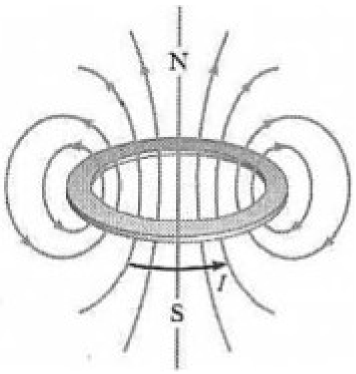
Definindo $\mu = \pi I R^2$
(corrente multiplicada pela área, ao redor daquela ela flui) como momento de dipolo magnético da espira, obtemos:

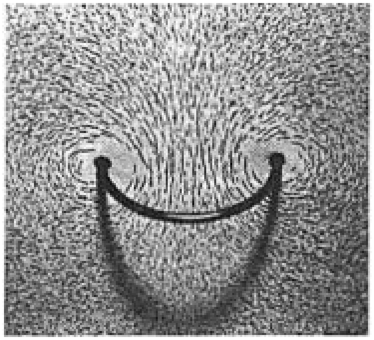
$B = \mu_0/2\pi \cdot \mu/x^3$

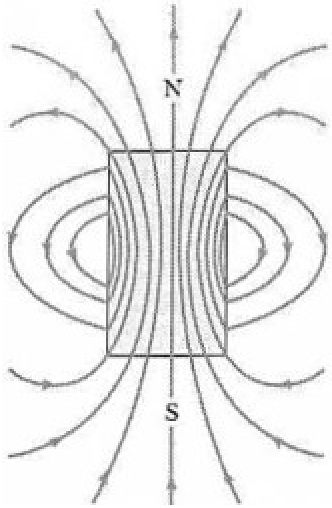
A Lei de Biot-Savart

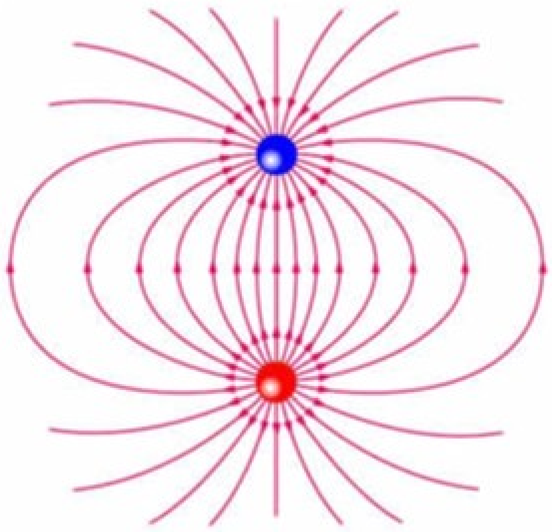
O Dipolo Magnético

A semelhança também se vê pelas linhas de campo:



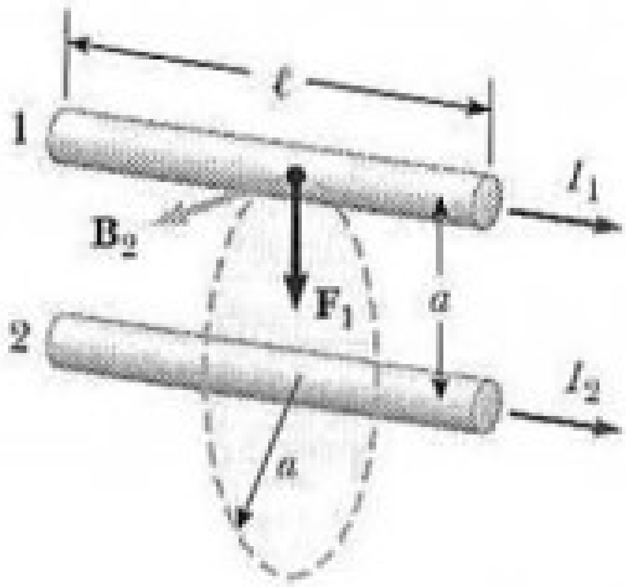






A Força Magnética entre dois Condutores Paralelos

Conhecendo o campo que uma corrente gera e a força que um campo aplica em uma corrente, conseguimos determinar a força entre duas correntes (anti)paralelos.



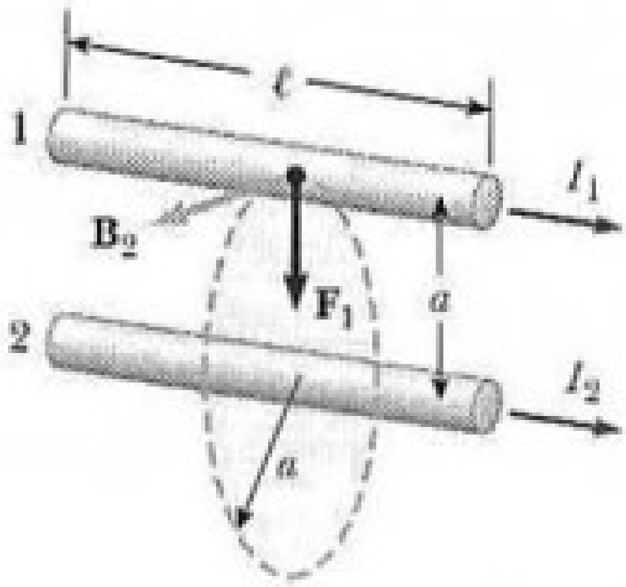
Correntes I_1 e I_2, na distância a.

Chamando de $\mathbf{B}_2$ o campo devido a I_2 na posição de I_1, e calculando a força em uma parte ℓ do fio 1:

$$F_1 = I_1 \ell B_2 = I_1 \ell(\mu_0 I_2/2\pi a) = \ell\mu_0 I_1 I_2/2\pi a$$

A Força Magnética entre dois Condutores Paralelos

$F_1 = \ell\mu_0 I_1 I_2 / 2\pi a$



=> Força entre duas (fios conduzindo) correntes paralelos
por unidade de comprimento:

$F/\ell = \mu_0 / 2\pi \cdot I_1 I_2 / a$

atrativa para correntes paralelas (vide figura)
e repulsiva para correntes antiparalelas.

Para 1 m de dois fios na distância de 1 m e uma corrente de 1 A, isto dá um $2 \cdot 10^{-7}$ N.
Isto é a definição SI do Ampère.

A Força Magnética entre dois Condutores Paralelos

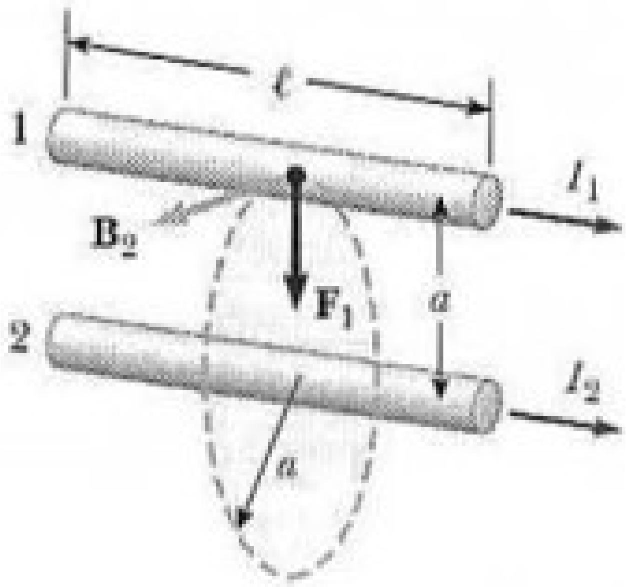
Enigma Rápido 22.7

Se I_1 = 2 A e I_2 = 6 A nesta figura, qual das seguintes equações é verdadeira:

(a) $F_1 = 3F_2$,

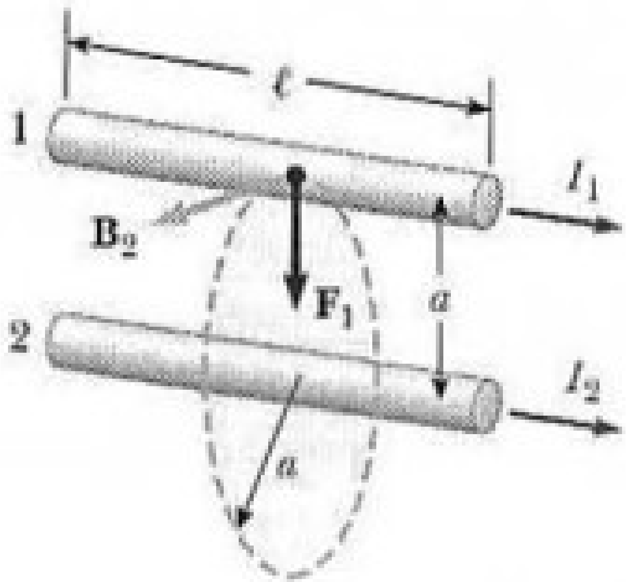
(b) $F_1 = F_2/3$,

(c) $F_1 = F_2$?



A Força Magnética entre dois Condutores Paralelos

Enigma Rápido 22.7



Se I_1 = 2 A e I_2 = 6 A nesta figura, qual das seguintes equações é verdadeira:

(a) $F_1 = 3F_2$,

(b) $F_1 = F_2/3$,

(c) $F_1 = F_2$? (A terceira lei de Newton continua valendo.)

A Força Magnética entre dois Condutores Paralelos

Enigma Rápido 22.8

Uma mola é conectada a uma bateria poderosa e a uma chave. Quando a chave é fechada de tal forma que uma corrente repentinamente passa a existir na mola, a mola se comprime ou se expande?

A Força Magnética entre dois Condutores Paralelos

Enigma Rápido 22.8

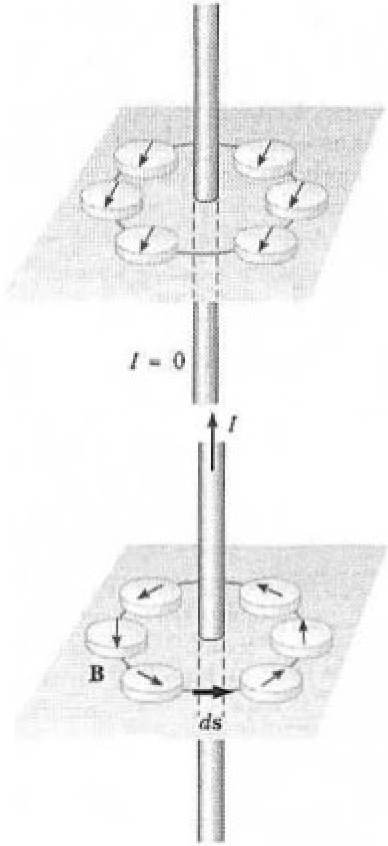
Uma mola é conectada a uma bateria poderosa e a uma chave. Quando a chave é fechada de tal forma que uma corrente repentinamente passa a existir na mola, a mola se comprime ou se expande?

Resposta:

Se comprime, já que nas diferentes voltas fluem correntes paralelas e elas se atraem.

Lei de Ampère

Olhando para uma linha de campo devido a um fio longo conduzindo corrente:

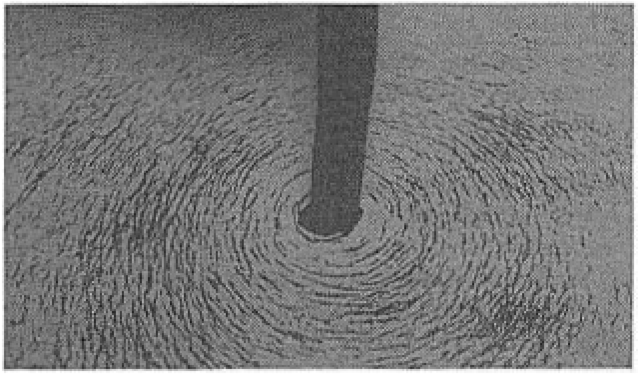


O campo segue um círculo em torno do fio.

Podemos calcular a integral de linha do campo magnético ao longo de um círculo com raio *r*:

$$\oint \mathbf{B}\cdot d\mathbf{s} = B \oint ds = \mu_0 I/2\pi r \cdot 2\pi r = \mu_0 I$$

Independe do raio do círculo, isto é, depende apenas da corrente passando pela espira, ou atravessando a área limitada pela espira.



Lei de Ampère

Na verdade, isto vale para todas as trajetórias fechadas (não apenas circulares), chamadas espiras amperianas:

André-Marie Ampère (1775-1836)

$$\oint \mathbf{B}\cdot d\mathbf{s} = \mu_0 I$$

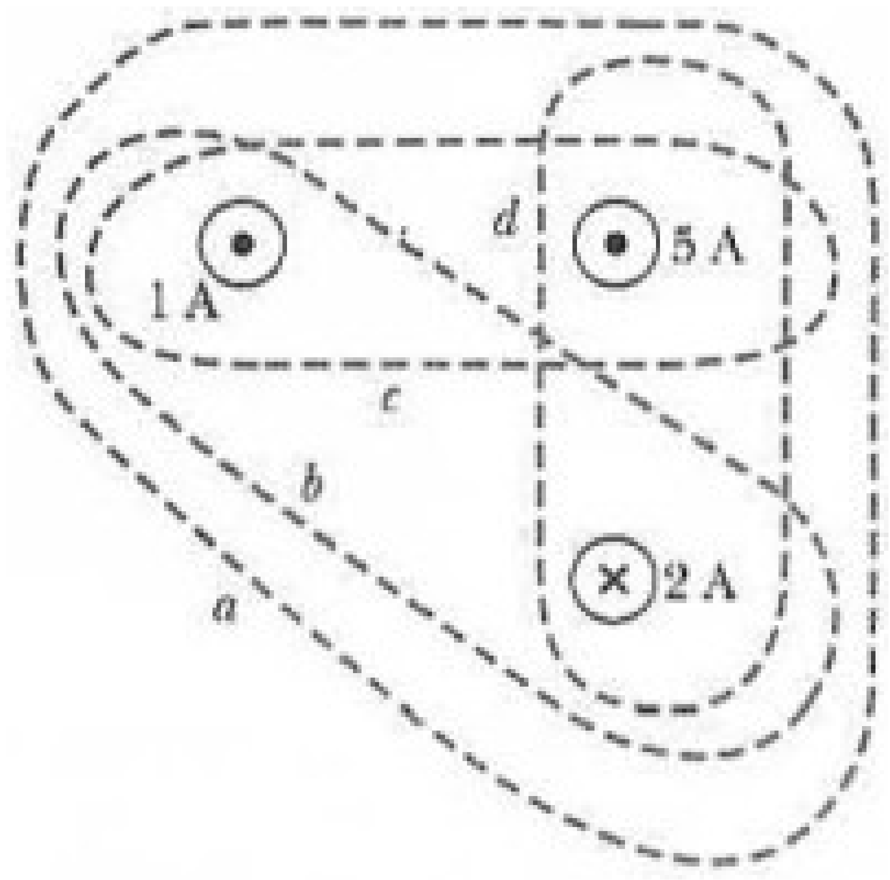
=> Lei de Ampère:
A integral de linha do campo magnético ao longo de uma trajetória fechada equivale à corrente total atravessando a área limitada por ela, multiplicada pela permeabilidade do vácuo.

Correntes atravessando a área tal que, olhando na direção da corrente, o sentido da trajetória é horário, entram com sinal positivo, e correntes atravessando a área no sentido oposto entram com sinal negativo.

Lei de Ampère

Enigma Rápido 22.9

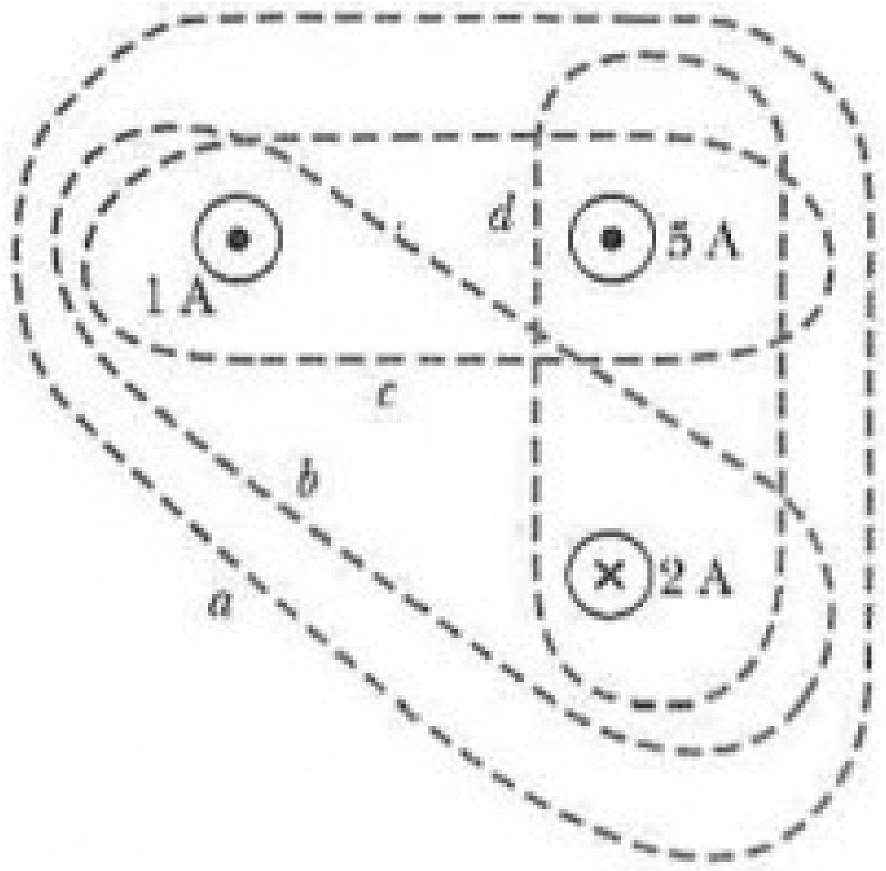
Ordene os valores de $\oint \mathbf{B}\cdot d\mathbf{s}$ para as trajetórias fechadas nesta figura, do menor para o maior.



Lei de Ampère

Enigma Rápido 22.9

Ordene os valores de $\oint \mathbf{B}\cdot d\mathbf{s}$
para as trajetórias fechadas
nesta figura,
do menor para o maior.

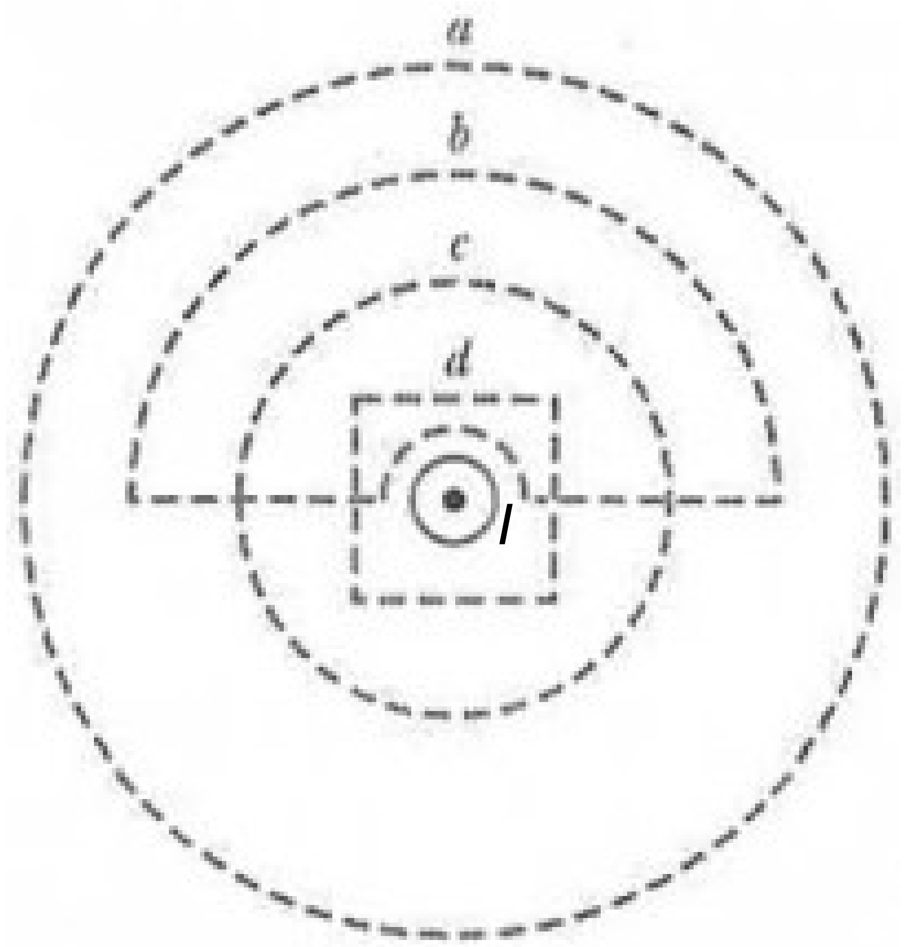


Resposta:
b (-1 A · μ_0),
d (3 A · μ_0),
a (4 A · μ_0),
c (6 A · μ_0)

Lei de Ampère

Enigma Rápido 22.10

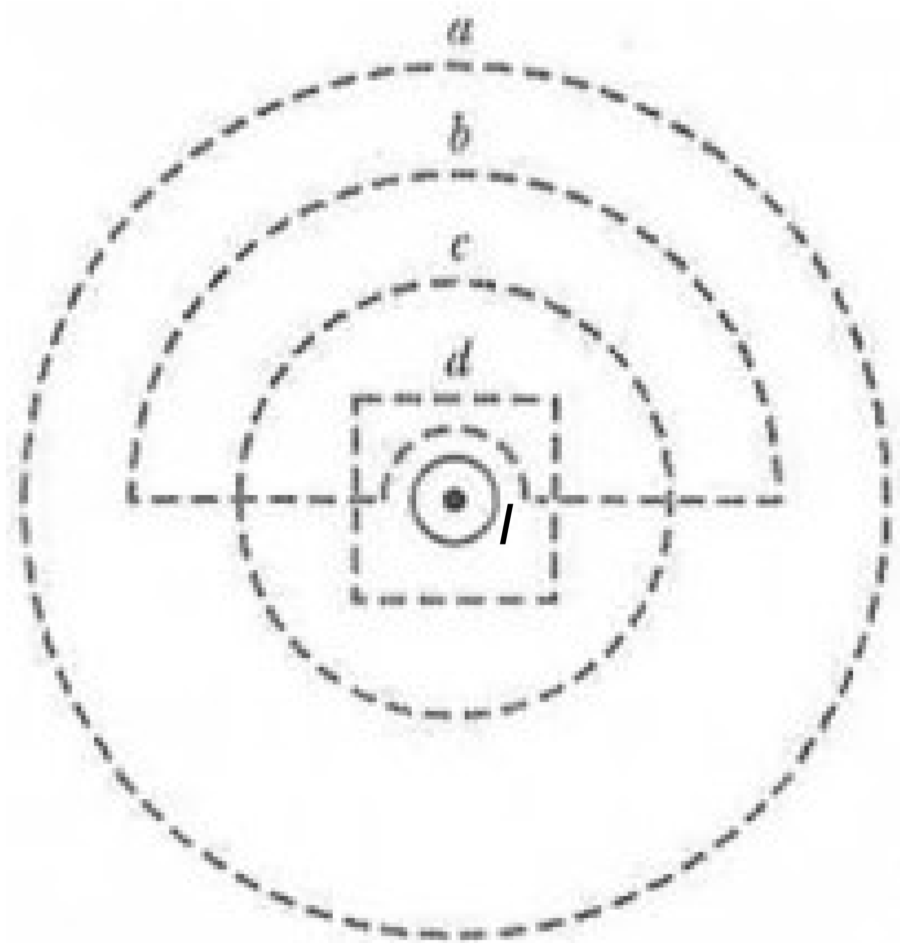
Ordene os valores de $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$ para as trajetórias fechadas nesta figura, do menor para o maior.



Lei de Ampère

Enigma Rápido 22.10

Ordene os valores de $\oint \mathbf{B}\cdot d\mathbf{s}$
para as trajetórias fechadas
nesta figura,
do menor para o maior.



Resposta:
b (0),
a, *c* e *d* (todas $\mu_0 I$)

Lei de Ampère

Duas observações:

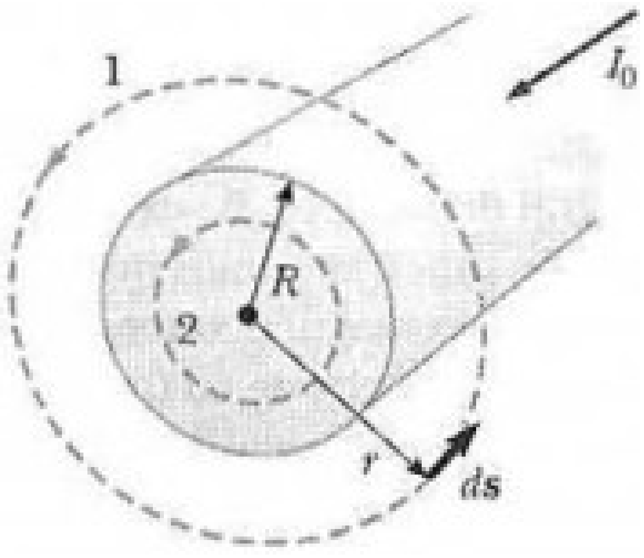
- A lei de Ampère é válida apenas para correntes constantes.

- Ela é útil apenas para casos, naquelas a integral é fácil de calcular, por simetrias e/ou alinhamentos práticos de **B** e *d***s**.

Lei de Ampère

Exemplo 22.7 O Campo Magnético Criado por um Fio Longo Conduzindo Corrente

Um fio longo e reto de raio *R* conduz uma corrente constante I_0 que está uniformemente distribuída na seção transversal do fio (vide figura). Calcule o campo magnético a uma distância *r* do centro do fio nas regiões $r \geq R$ e $r < R$.

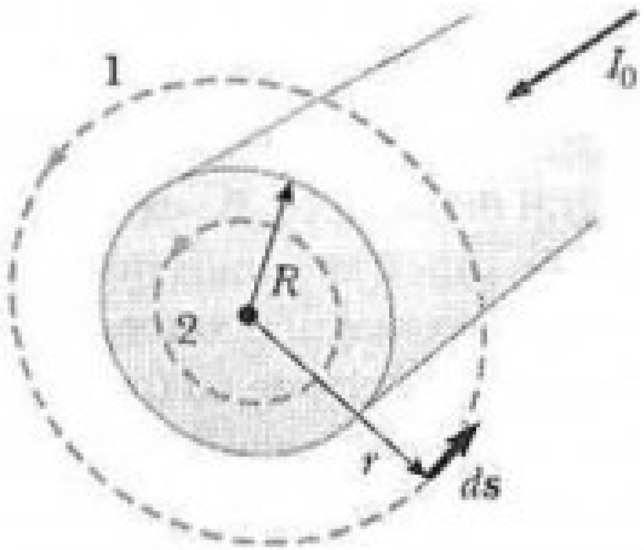


Lei de Ampère

Exemplo 22.7 O Campo Magnético Criado por um Fio Longo Conduzindo Corrente

Solução:

Pela simetria, sempre escolhemos espiras amperianas circulares tendo como eixo o eixo do fio:



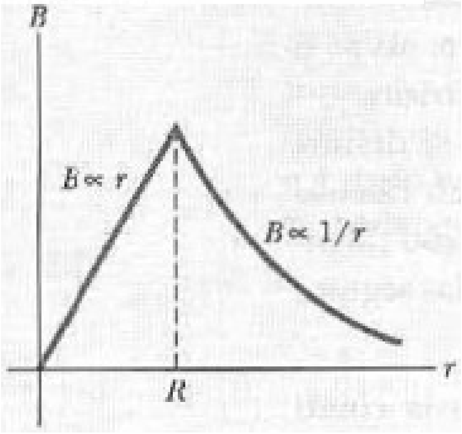
$$\oint \mathbf{B}\cdot d\mathbf{s} = B \oint ds = B\,2\pi r = \mu_0 I$$

$$\Rightarrow B = \mu_0 I/2\pi r$$

$r \geq R$: $I = I_0 \Rightarrow B = \mu_0 I_0/2\pi r \propto 1/r$

$r < R$: $J = I_0/\pi R^2 \Rightarrow I = J\pi r^2 = r^2/R^2 \cdot I_0$

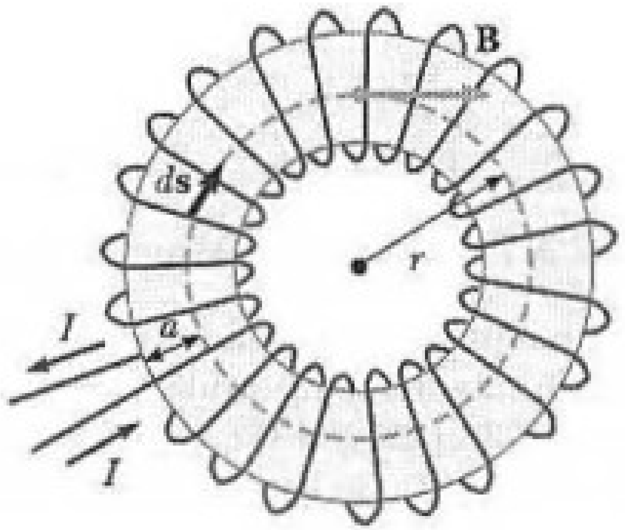
$$\Rightarrow B = \mu_0 I_0 r/2\pi R^2 \propto r$$



Lei de Ampère

Exemplo 22.8 O Campo Magnético Criado por uma Bobina Toroidal

Um dispositivo chamado de bobina toroidal (figura) é frequentemente usado para criar um campo magnético quase uniforme em alguma área fechada.

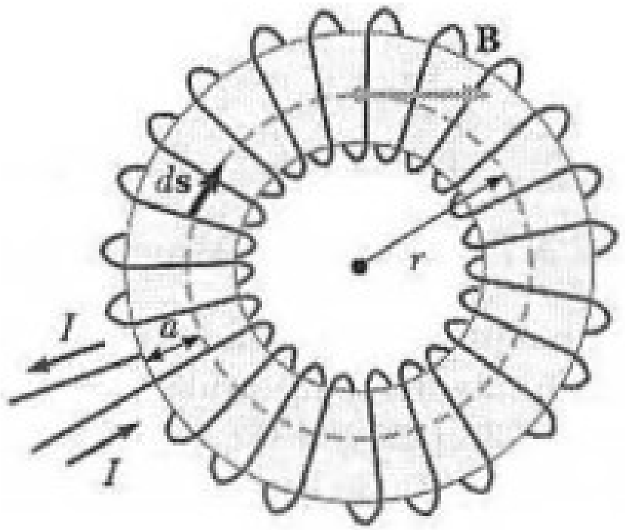


O dispositivo consiste em um fio condutor enrolado em torno de um anel (um toro) feito de um material não condutor. Para uma bobina toroidal tendo *N* espiras muito próximas com ar no toro, calcule o campo magnético na região ocupada pelo toro, a uma distância *r* do centro.

Lei de Ampère

Exemplo 22.8 O Campo Magnético Criado por uma Bobina Toroidal

Solução:



Escolhendo como espira amperiana
o círculo mostrado na figura,
$\mathbf{B} \parallel d\mathbf{s}$ e B = const. ao longo da espira.

=> $\oint \mathbf{B}\cdot d\mathbf{s} = B \oint ds = B\, 2\pi r = \mu_0 N I$
=> $B = \mu_0 N I / 2\pi r \propto 1/r$

Escolhendo espiras menores que o raio interior ou maiores que o raio exterior da bobina, $I = 0 \Rightarrow B = 0$.

Fenômenos Eletromagnéticos

FIM PRA HOJE