



Universidade Federal do ABC

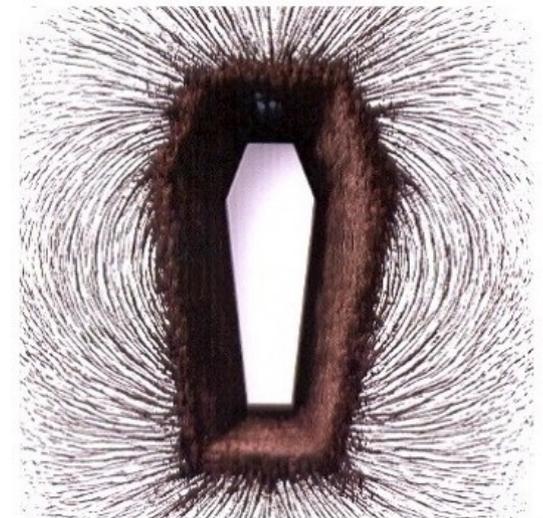
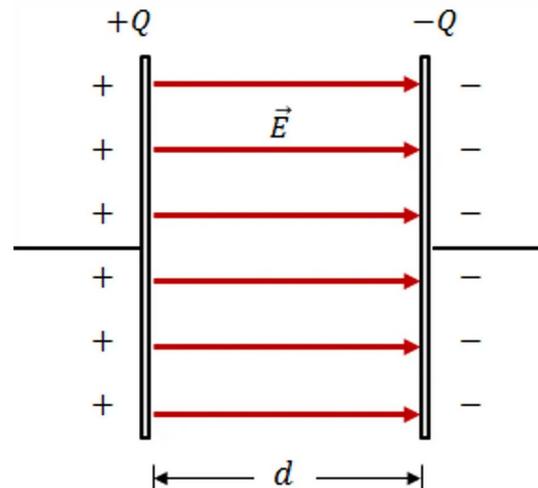
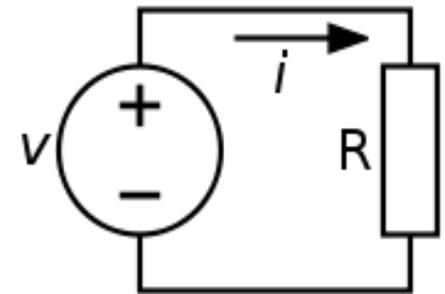
# Fenômenos Eletromagnéticos

## 15. Lei da indução de Faraday, FEM de movimento

Prof. Pieter Westera

[pieter.westera@ufabc.edu.br](mailto:pieter.westera@ufabc.edu.br)

<http://professor.ufabc.edu.br/~pieter.westera/EM.html>



# A Lei de Faraday da Indução

## Corrente Induzida

Olhando para esta situação:

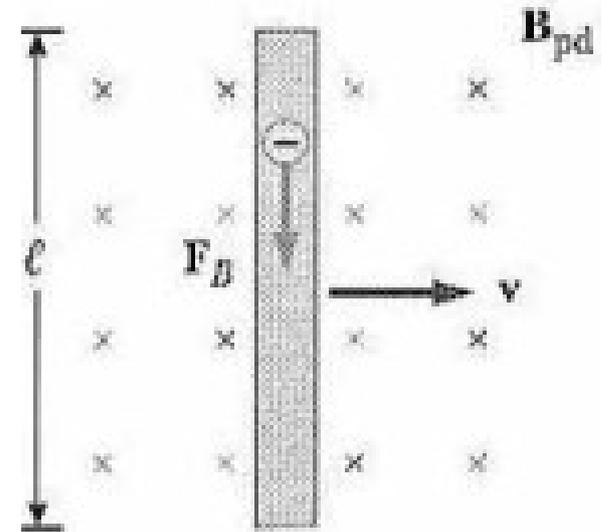
Um **fio condutor** num **campo magnético  $\mathbf{B}$** , **perpendicular** a este.

**Movendo** o **fio** na direção **perpendicular** a ambos

o **campo** e o **fio**,

uma **força magnética** agirá sobre os **portadores de carga** do fio, na **direção** do fio.

=> Fluirá uma **corrente**, que chamaremos de **corrente induzida**.



# A Lei de Faraday da Indução

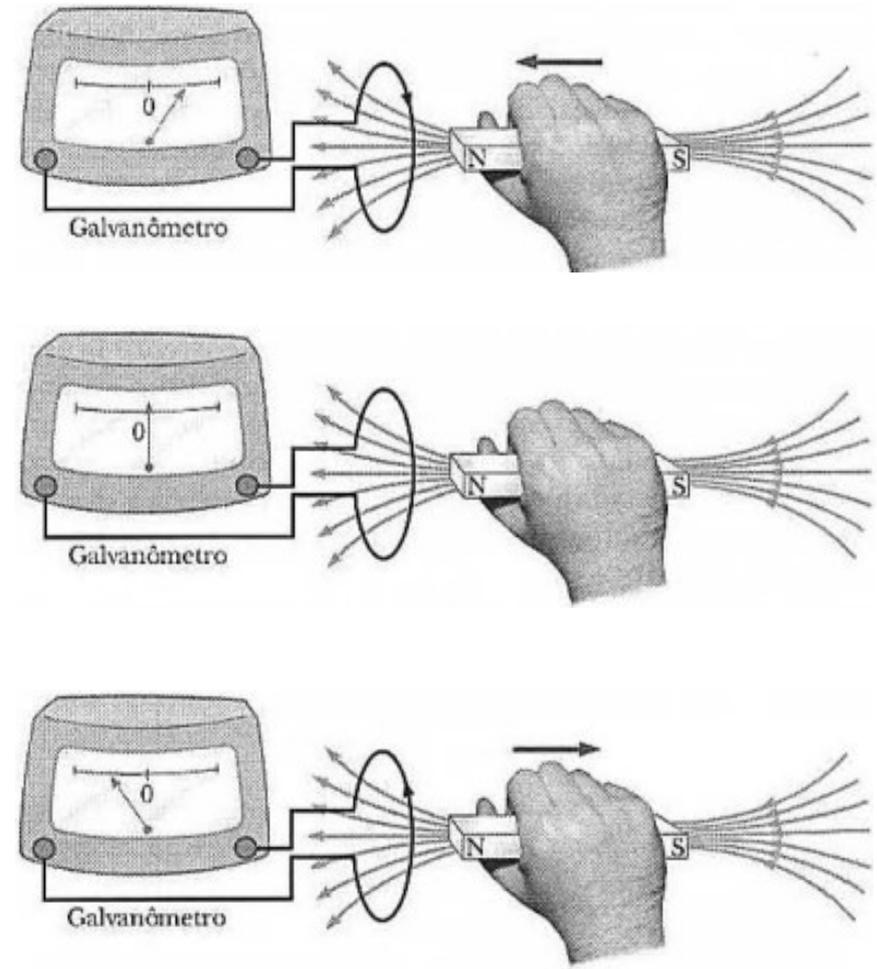
## Fem Induzida

ou esta:

**Movendo** um **ímã** na direção **para** - ou **longe** de uma **espira**, assim **mudando** o "montante de **campo magnético**" que **atravessa** a **espira**, também **induz** uma **corrente** na espira, enquanto o **ímã** está em **movimento**.

O mesmo acontece **movendo** a **espira** em relação ao **ímã**.

Estas **correntes induzidas** são produzidas por **fems induzidas**.



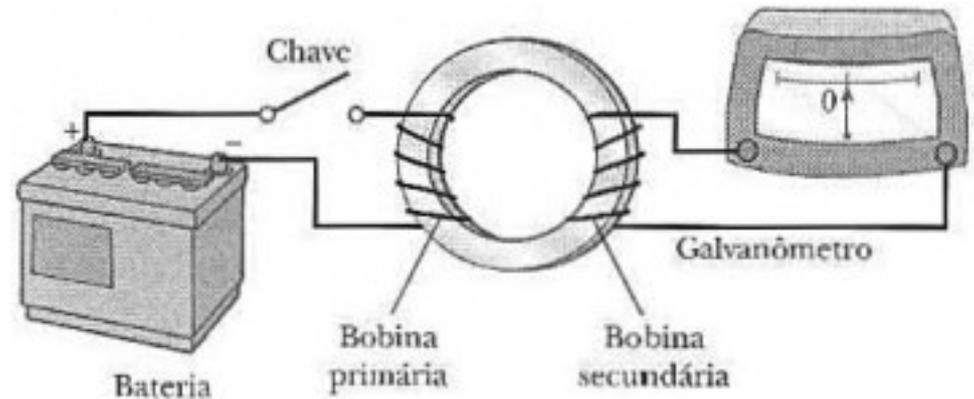
# A Lei de Faraday da Indução

Por último, um **experimento** do próprio **Faraday**:

Duas **bobinas** chamadas bobina **primária** e - **secundária**.

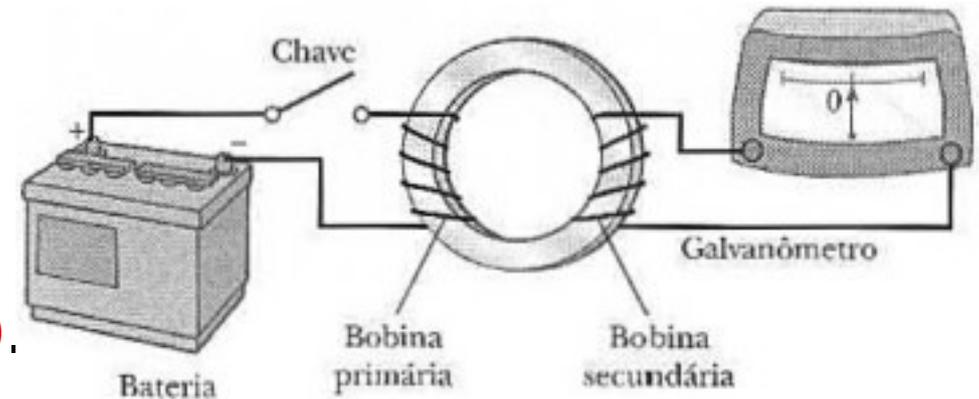
**Fechando a chave**:

- **Corrente começa** a fluir na **primária**, causando um **campo magnético**.
- Em **reação**, apesar de que **nada** está se **deslocando**, surge uma **corrente** (e então uma **fem**) **induzida** na **secundária**, enquanto o **campo** está **aumentando**.



# A Lei de Faraday da Indução

- Uma vez **constante** a **corrente** na **primária** e o **campo magnético** gerado por esta, **corrente** e **fem induzidas** na secundária voltam a **zero**.

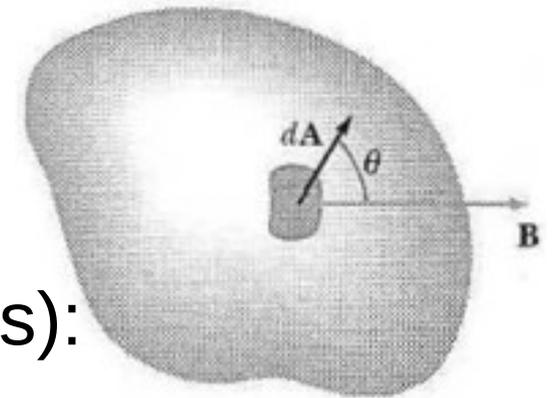


=> A **variação** do **campo magnético** atravessando a **bobina secundária** **induz** uma **fem** (que causa uma corrente).

# A Lei de Faraday da Indução

Vamos **quantificar** este fenômeno:

Definimos o **fluxo** do **campo magnético** de maneira **análoga** ao **fluxo** do **campo elétrico** (aula sobre a Lei de Gauss):



$$\Phi_B = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}$$

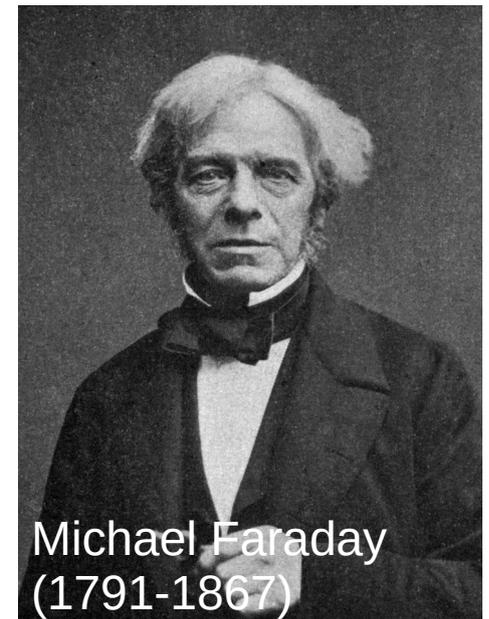
$$[\Phi_B] = \text{T} \cdot \text{m}^2 = \text{Wb (Weber)}$$

Uma **variação** do fluxo do **campo magnético através** de uma **área induz** uma **fem**  $\mathcal{E}$  no **circuito** (espira) **limitando a área**:

$$\mathcal{E} = -d\Phi_B/dt$$

=> **Lei de Faraday de Indução**

(ainda faremos uma interpretação do sinal negativo da fem induzida)



Michael Faraday  
(1791-1867)

# A Lei de Faraday da Indução

Caso a "espira" limitando a área é uma **bobina** de  **$N$  voltas**, a **fem induzida** será:

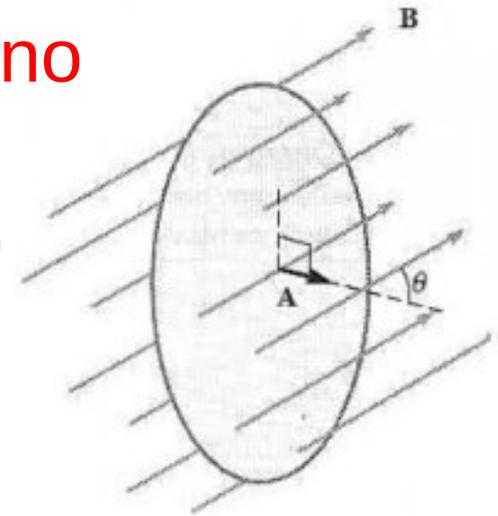
$$\mathcal{E} = -N d\Phi_B / dt$$



# A Lei de Faraday da Indução

Para uma espira de uma volta em um **plano** imerso num **campo magnético uniforme** fazendo um **ângulo**  $\theta$  com o **vetor área** **A**, o fluxo é:

$$\begin{aligned}\Phi_B &= \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = \int B dA \cos \theta = B \cos \theta \int dA \\ &= BA \cos \theta\end{aligned}$$



e a **fem induzida**, quando "algo" **varia**, é:

$$\mathcal{E} = -d\Phi_B/dt = -d/dt (BA \cos \theta)$$

O "algo" que **varia** pode ser:

- o **campo** **B**,
- A **área** **A** (se a espira é esticada ou comprimida) e/ou
- o **ângulo** entre **área** e **campo**  
(caso o plano da espira gira)

# A Lei de Faraday da Indução

## Enigma Rápido 23.1

Suponha que você gostaria de roubar potência da companhia elétrica para a sua casa colocando uma espira de fio de um cabo de transmissão, para induzir uma fem na espira (um procedimento ilegal).

Você deveria orientar sua espira de modo que o cabo de transmissão atravessa sua espira, ou simplesmente colocar sua espira perto do cabo de transmissão?

# A Lei de Faraday da Indução

## Enigma Rápido 23.1

Suponha que você gostaria de roubar potência da companhia elétrica para a sua casa colocando uma espira de fio de um cabo de transmissão, para induzir uma fem na espira (um procedimento ilegal).

Você deveria orientar sua espira de modo que o cabo de transmissão atravessa sua espira, ou simplesmente colocar sua espira perto do cabo de transmissão?

Resposta:

Perto do cabo deve dar, de preferência paralela ao cabo, para o campo ser perpendicular ao plano da espira.

A coisa só funciona, se a corrente no cabo de transmissão varia (o que é o caso para tensão alternada).

# A Lei de Faraday da Indução

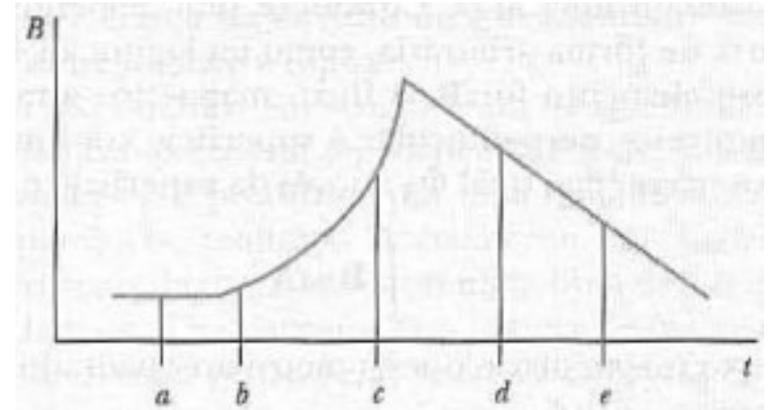
## Enigma Rápido 23.2

Esta figura é um gráfico do **módulo do campo magnético** que **atravessa** uma **espira fixa** em **função do tempo**, estando o **campo orientado**

**perpendicularmente** ao **plano da espira**.

O **módulo do campo magnético** em qualquer instante é **uniforme** sobre a espira.

**Classifique** os **módulos** das **fems** geradas na espira nos cinco instantes indicados, do **maior** para o **menor**.



# A Lei de Faraday da Indução

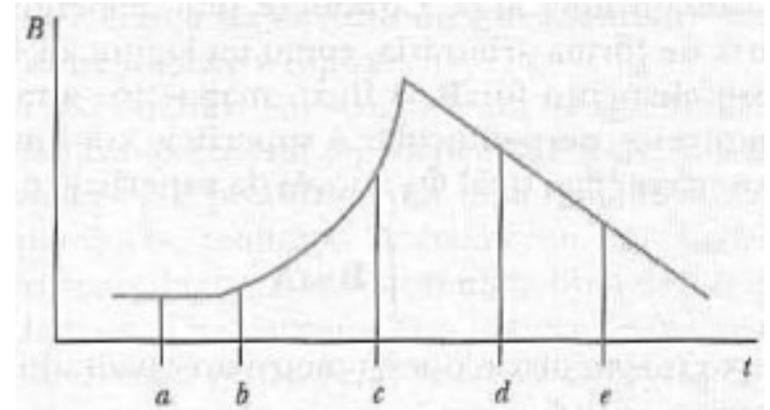
## Enigma Rápido 23.2

Esta figura é um gráfico do **módulo do campo magnético** que **atravessa** uma **espira fixa** em **função do tempo**, estando o **campo orientado**

**perpendicularmente** ao **plano da espira**.

O **módulo do campo magnético** em qualquer instante é **uniforme** sobre a espira.

**Classifique** os **módulos** das **fems** geradas na espira nos cinco instantes indicados, do **maior** para o **menor**.



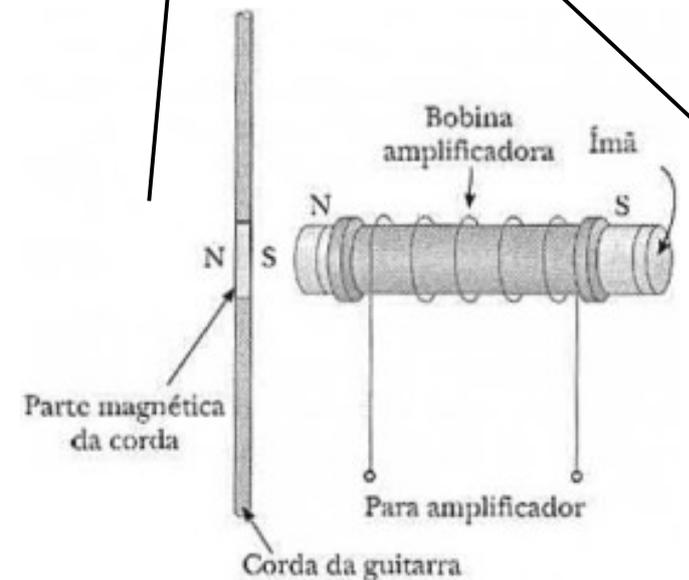
**Resposta:**

$$|\mathcal{E}(c)| > |\mathcal{E}(d)| = |\mathcal{E}(e)| > |\mathcal{E}(b)| > |\mathcal{E}(a)| = 0$$

# A Lei de Faraday da Indução

## Enigma Rápido 23.3

O **amplificador** de uma **guitarra elétrica** consiste em um **ímã permanente** cercado por uma **bobina de fio** (vide figura).  
**Como o amplificador detecta o movimento** de uma **corda de aço** da guitarra?



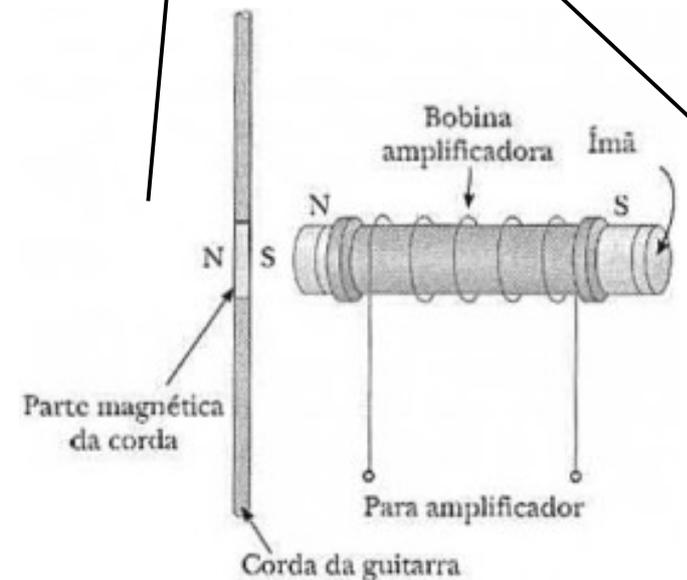
# A Lei de Faraday da Indução

## Enigma Rápido 23.3

### Resposta:

Enquanto a **corda vibra**, ela se **aproxima** e **afasta** do *pick-up*, causando **variações** no **fluxo** do **campo magnético** que **atravessa** a **bobina amplificadora**.

Isto **induz** uma **fem** na **bobina amplificadora** (especialmente, por que ela tem várias voltas), que é amplificada no amplificador.



# A Lei de Faraday da Indução

## Pensando a Física 23.1

A **Argentina** tem **mais área terrestre** ( $2.8 \cdot 10^6 \text{ km}^2$ ) do que a **Groenlândia** ( $2.2 \cdot 10^6 \text{ km}^2$ ). Contudo, o **fluxo magnético** devido ao **campo magnético** da **Terra** é **maior** através da **Groenlândia** do que através da Argentina.

**Por quê?**

# A Lei de Faraday da Indução

## Pensando a Física 23.1

A **Argentina** tem **mais área terrestre** ( $2.8 \cdot 10^6 \text{ km}^2$ ) do que a **Groenlândia** ( $2.2 \cdot 10^6 \text{ km}^2$ ). Contudo, o **fluxo magnético** devido ao **campo magnético** da **Terra** é **maior** através da **Groenlândia** do que através da Argentina.

**Por quê?**

**Resposta:**

Por que o **campo magnético terrestre** é **mais:**

- **forte**, e
- **vertical**

na **Groenlândia**, que fica bem mais **perto** de um dos **polos magnéticos** da Terra que a Argentina.

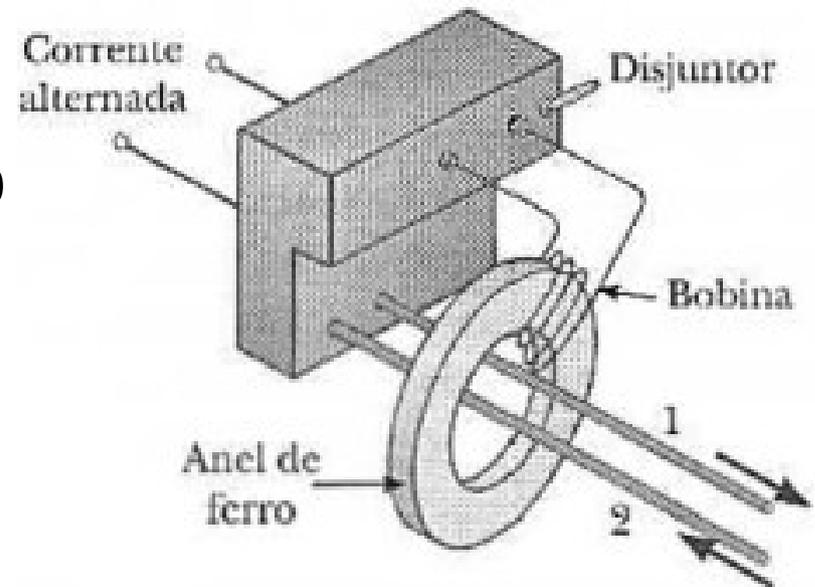
# A Lei de Faraday da Indução

## Pensando a Física 23.2

O **interruptor de falha de aterramento (IFA)** é um aparelho de **segurança** que **protege** usuários de **eletricidade** contra **choques elétricos** quando eles **tocam** em **aparelhos**.

Suas **partes essenciais** são mostrados nesta figura.

Como é **empregada** a **lei de Faraday** no **funcionamento** do **IFA**?



# A Lei de Faraday da Indução

## Pensando a Física 23.2

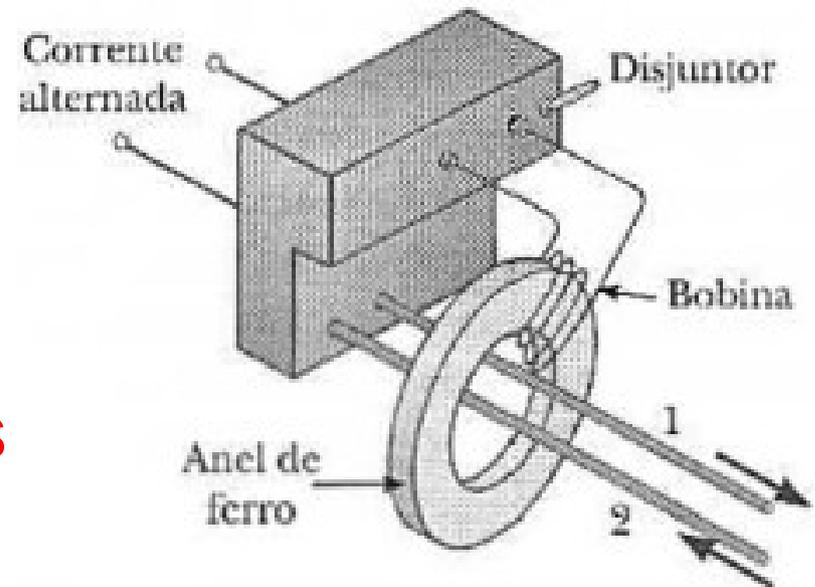
Resposta:

Fio 1: da tomada até o aparelho

Fio 2: de volta

Normalmente, as duas correntes estão na direção oposta e os campos devidos a eles se cancelam.

Quando um fio faz contato com a "Terra" não flui mais corrente por ele, e as duas correntes não se cancelam mais, causando um campo não-nulo e alternado na bobina, que induz uma fem nesta que dispara o disjuntor, interrompendo o circuito.



# A Lei de Faraday da Indução

## Exemplo 23.1 Uma Maneira de Induzir uma Fem em uma Bobina

Uma bobina está enrolada com 200 espiras de fio sobre o perímetro de uma armação quadrada cujos lados têm 18 cm. Cada volta tem a mesma área, igual à da armação, e a resistência total da bobina é  $2.0 \Omega$ .

Um campo magnético é perpendicular ao plano da bobina e tem a mesma magnitude em todos os pontos dentro da área da bobina a qualquer instante.

Se a magnitude do campo mudar a uma taxa constante de 0 a 5.0 T em um período de 0.80 s, encontre a magnitude da fem induzida na bobina quando o campo está variando.

# A Lei de Faraday da Indução

Exemplo 23.1 Uma Maneira de Induzir uma Fem em uma Bobina

Solução

**B** uniforme e  $\perp$  **A**  $\Rightarrow \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = BA$

$\Rightarrow \mathcal{E} = -N d\Phi_B/dt = -N d(BA)/dt = -NA dB/dt$

$|\mathcal{E}| = NA dB/dt = Na^2 \Delta B/\Delta t = 4.1 \text{ V}$

# A Lei de Faraday da Indução

## Exercício

Qual é a **magnitude** da **corrente induzida** na **bobina** quando o **campo** está **variando**?

# A Lei de Faraday da Indução

## Exercício

Qual é a **magnitude** da **corrente induzida** na **bobina** quando o **campo** está **variando**?

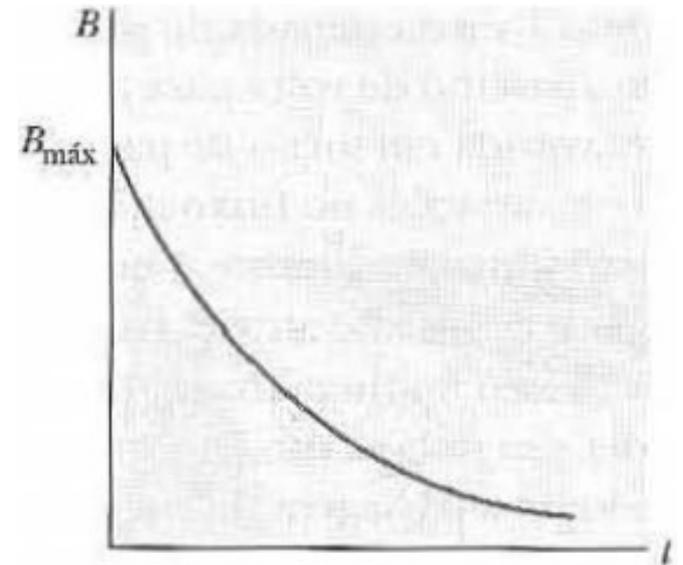
Resposta:

$$I = |\mathcal{E}|/R = 2.0 \text{ A}$$

# A Lei de Faraday da Indução

## Exemplo 23.2 Campo B com Decaimento Exponencial

Uma **espira plana**, de **área**  $A$ , é colocada em uma região onde o **campo magnético** faz um **ângulo**  $\theta$  com a normal ao plano e tem a **mesma magnitude** em **todos os pontos dentro da área** da **bobina** a qualquer instante.



A **magnitude** do **campo magnético varia** com o tempo de acordo com a expressão  $B = B_{\text{máx}} e^{-at}$ . Isto é, em  $t = 0$  o campo é  $B_{\text{máx}}$ , e para  $t > 0$ , o campo **decai exponencialmente** com o tempo (vide figura).  
**Encontre a fem induzida** na espira em **função do tempo**.

# A Lei de Faraday da Indução

## Exemplo 23.2 Campo B com Decaimento Exponencial

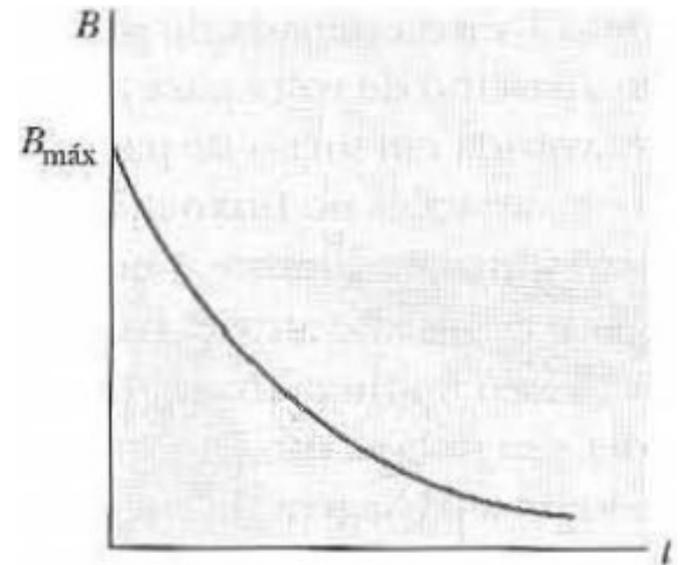
Solução:

$$\Phi_B = BA \cos \theta = AB_{\max} \cos \theta e^{-at}$$

$$\Rightarrow \mathcal{E} = -d\Phi_B/dt$$

$$= -AB_{\max} \cos \theta d/dt e^{-at}$$

$$= aAB_{\max} \cos \theta e^{-at}$$



# A Lei de Faraday da Indução

## Exercício

Uma **espira plana** consistindo de **uma** única **volta** com **área de seção transversal** de  $8.00 \text{ cm}^2$  é **perpendicular** a um **campo magnético** que **aumenta** de magnitude **uniformemente** de  $0.50$  para  $2.50 \text{ T}$  em  $1.00 \text{ s}$ .

Qual é a **corrente induzida** resultante se a espira tem **resistência** de  $2.00 \Omega$ ?

# A Lei de Faraday da Indução

## Exercício

Uma **espira plana** consistindo de **uma** única **volta** com **área de seção transversal** de  $8.00 \text{ cm}^2$  é **perpendicular** a um **campo magnético** que **aumenta** de magnitude **uniformemente** de  $0.50$  para  $2.50 \text{ T}$  em  $1.00 \text{ s}$ .

Qual é a **corrente induzida** resultante se a espira tem **resistência** de  $2.00 \Omega$ ?

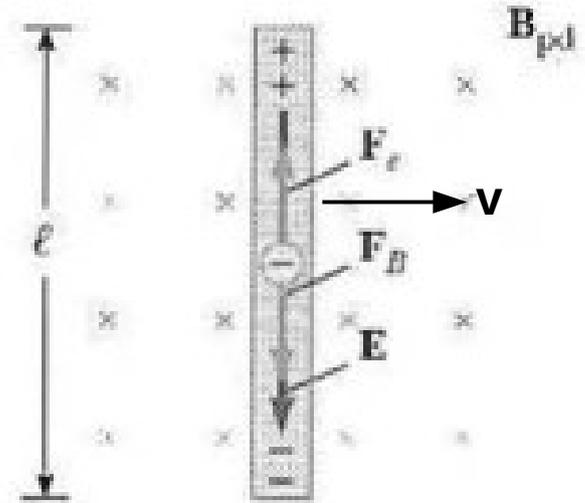
Resposta:

$$I = |\mathcal{E}|/R = A\Delta B/R\Delta t = 800 \mu\text{A}$$

# A Fem de Movimento

Voltando pro **fio movimentando-se dentro de um campo magnético**:

Supondo que o fio tem **comprimento  $\ell$**  e **portadores de carga de carga  $q$** , e que ele está movimentando com **velocidade  $\mathbf{v} \perp \mathbf{B}$** , como na figura.



$$\Rightarrow |\mathbf{F}_B| = |q\mathbf{v} \times \mathbf{B}| = qvB$$

Esta **força depositará carga positiva** no lado **superior** e **negativa** no lado **inferior** do fio, que causa uma **diferença de potencial  $\Delta V$**  e um **campo elétrico  $\mathbf{E}$**  no fio, onde  $E = \Delta V/\ell$ .

# A Fem de Movimento

Isto continuará até que a **força elétrica** nos **portadores de carga**  $\mathbf{F}_E = q\mathbf{E}$  **devida** a este **campo** e a **magnética** estão em **equilíbrio**:

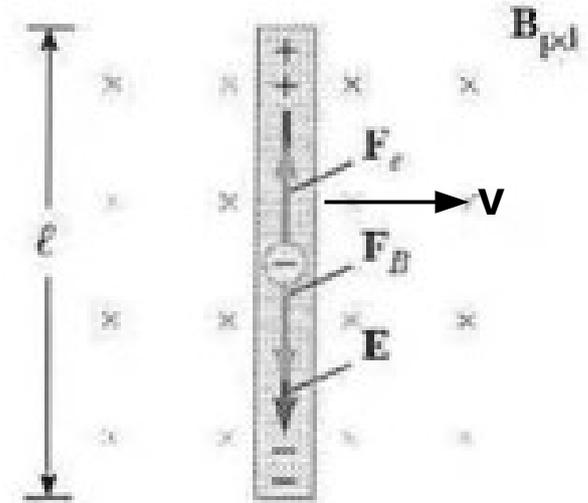
$$\sum \mathbf{F} = \mathbf{F}_E + \mathbf{F}_B = 0$$

$$\Rightarrow |F_E| = |F_B|$$

$$\Rightarrow qE = qvB$$

$$\Rightarrow E = vB \text{ e } \Delta V = B\ell v$$

Se o **fio** é **deslocado** na **direção oposta**,  $\mathbf{F}_B$ ,  $\mathbf{F}_E$ ,  $\Delta V$  e  $\mathbf{E}$  são **invertidos**.



# A Fem de Movimento

Supondo agora que o **fio** faz **parte** de um **circuito fechado retangular** cujo lado  $\perp \ell$  é  $x$  e **varia** conforme o **fio** se **desloca**,  $v = dx/dt$ .

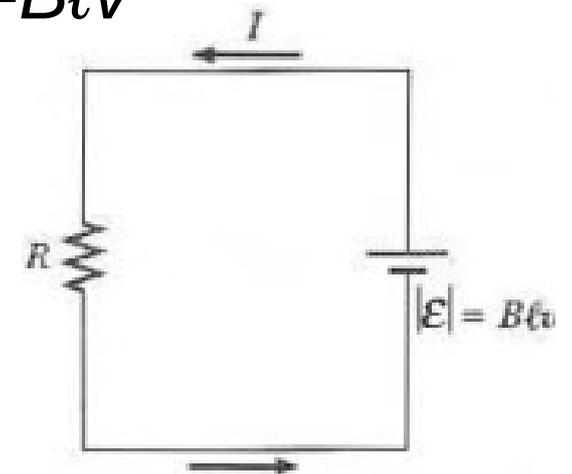
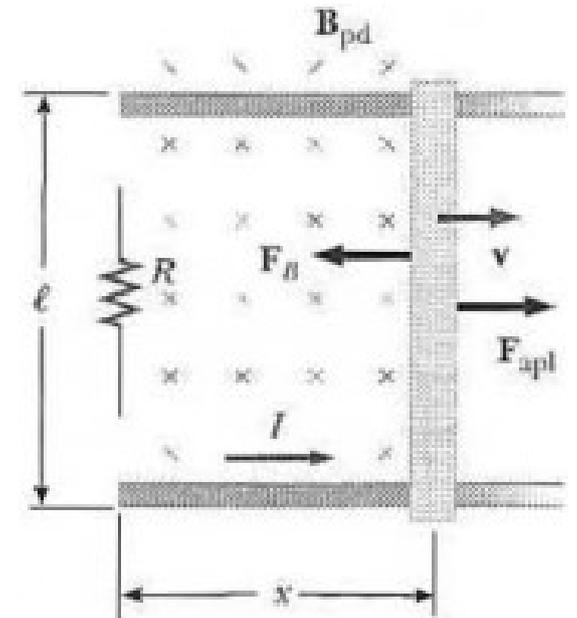
O **fluxo através da área limitada** pelo **circuito** é:

$$\Phi_B = BA = B\ell x$$

$$\Rightarrow \mathcal{E} = -d\Phi_B/dt = -d/dt (B\ell x) = -B\ell dx/dt = -B\ell v$$

Esta fem, chamada **fem de movimento**, tem um efeito igual à fem devido a uma fonte como uma bateria.

Assim, flui uma **corrente induzida** pelo circuito de:  $I = |\mathcal{E}|/R = B\ell v/R$



# A Fem de Movimento

E a **energia**?

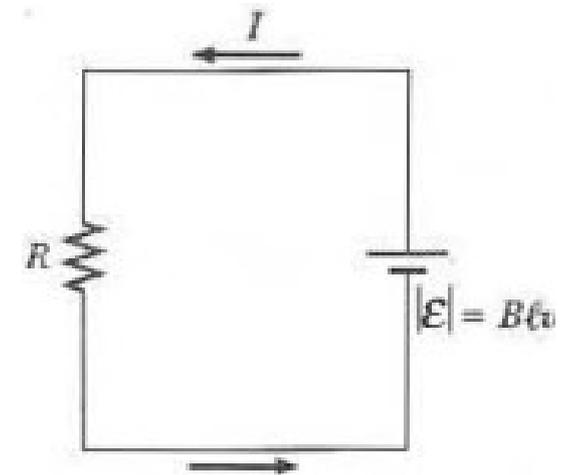
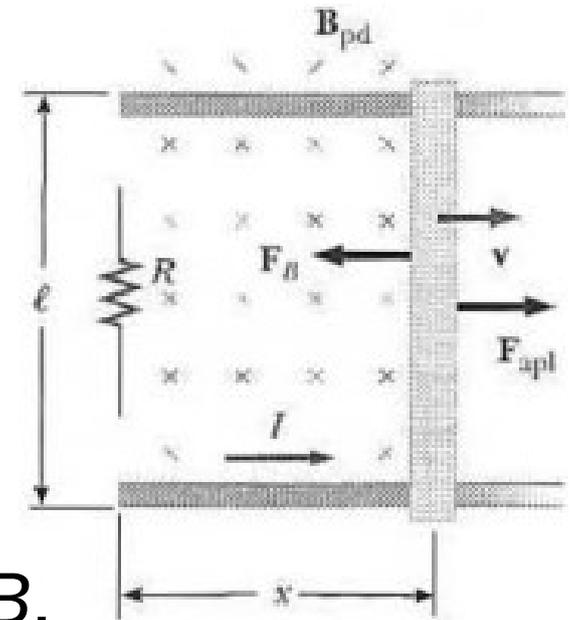
Este processo **custa energia**, já que o **deslocamento** do fio é **contra** a **força magnética**  $\mathbf{F}_B$  de módulo  $lB$  agindo nele.

A **força** do **agente deslocando** o fio é então  $\mathbf{F}_{\text{apl}} = -\mathbf{F}_B$ , também de módulo  $lB$ .

=> **Potência** fornecida pelo **agente**:

$$\begin{aligned}\mathcal{P} &= dW/dt = F_{\text{apl}} dx/dt = lB v = B^2 l^2 v^2 / R \\ &= (Blv/R)^2 R = I^2 R = I\mathcal{E} = \mathcal{E}^2 / R\end{aligned}$$

Esta **energia** é “**queimada**” pela **resistência** do **circuito**.



# A Fem de Movimento

## Enigma Rápido 23.4

Você deseja **mover** uma **espira retangular** de **fio** para **dentro** de uma **região** de **campo magnético uniforme** com uma **velocidade dada** para **induzir** uma **fem** na **espira**.

O **plano** da **espira** tem de permanecer **perpendicular** às linhas do **campo magnético**.

Em que **orientação** você deve manter a **espira enquanto** a **desloca** para dentro da região de campo magnético para gerar a **maior fem**?

(a) com a maior dimensão da espira paralela ao vetor velocidade.

(b) com a menor dimensão da espira paralela ao vetor velocidade.

(c) de qualquer maneira - a fem é a mesma, independentemente da orientação.

# A Fem de Movimento

## Enigma Rápido 23.4

Você deseja **mover** uma **espira retangular** de **fio** para **dentro** de uma **região** de **campo magnético uniforme** com uma **velocidade dada** para **induzir** uma **fem** na **espira**.

O **plano** da **espira** tem de permanecer **perpendicular** às linhas do **campo magnético**.

Em que **orientação** você deve manter a **espira enquanto** a **desloca** para dentro da região de campo magnético para gerar a **maior fem**?

(a) com a maior dimensão da espira paralela ao vetor velocidade.

(b) com a menor dimensão da espira paralela ao vetor velocidade. (já que  $|\mathcal{E}| = B\ell v$ )

(c) de qualquer maneira - a fem é a mesma, independentemente da orientação.

# A Fem de Movimento

## Pensando a Física 23.3

Enquanto um **avião** voa de **Los Angeles** para **Seattle**, ele **atravessa** as **linhas** do **campo magnético** da **Terra**.

Conseqüentemente, é **gerada** uma **fem** entre as **pontas** das **asas** do **avião**.

**Qual ponta** de asa fica **carregada positivamente** e **qual** fica **carregada negativamente**?

As **pontas** das **asas** ficariam **carregadas da mesma maneira** em um **avião** que **viaja** da **Antártica** para a **Austrália**?

# A Fem de Movimento

## Pensando a Física 23.3

### Resposta

LA-Seattle: **B** (parcialmente) para baixo\*, **v** pro norte  
=> / pra oeste (esquerda)

Entre Antártica e Austrália, **B** aponta (parcialmente) pra cima\*

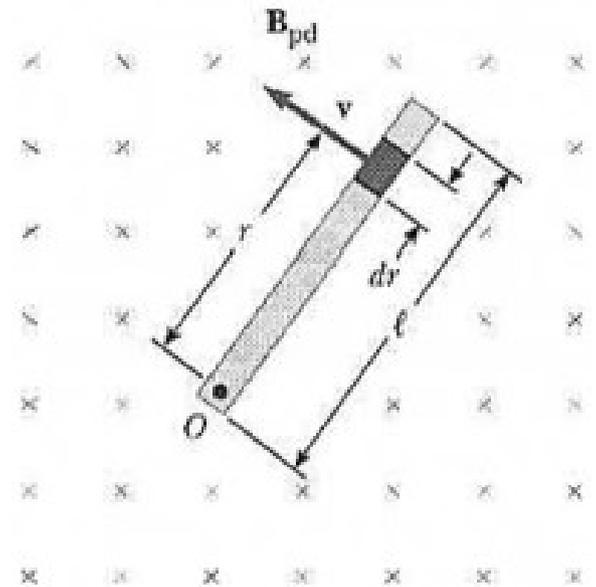
=> / pro leste (direita)

\*A parte horizontal, sul-norte não contribui, pois está na direção do vôo (**v**).

# A Fem de Movimento

## Exemplo 23.3 A Fem de Movimento Induzida em uma Barra Girante

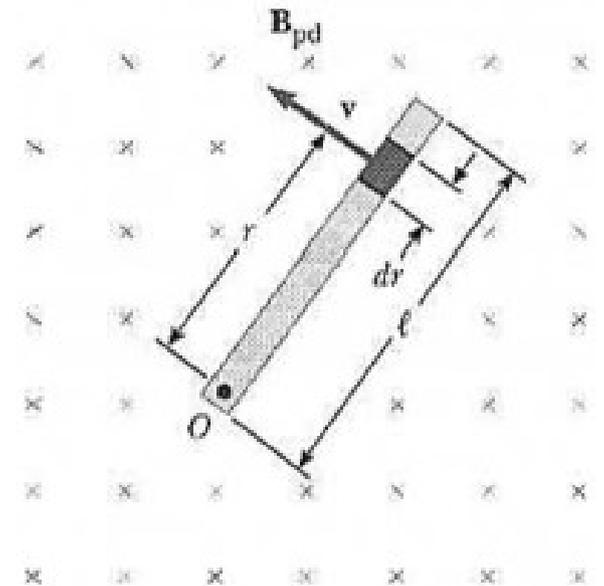
Uma **barra condutora** de **comprimento**  $\ell$  gira com uma **velocidade angular constante**  $\omega$  ao redor de um **eixo** que **passa** por uma das **extremidades**. Um **campo magnético uniforme**  $\mathbf{B}$  é orientado **perpendicularmente** ao **plano** da **rotação**, como nesta figura. Encontre a **fem induzida entre** as **extremidades** da barra.



# A Fem de Movimento

## Exemplo 23.3 A Fem de Movimento Induzida em uma Barra Girante

Uma **barra condutora** de **comprimento**  $\ell$  gira com uma **velocidade angular constante**  $\omega$  ao redor de um **eixo** que **passa** por uma das **extremidades**. Um **campo magnético uniforme**  $\mathbf{B}$  é orientado **perpendicularmente** ao **plano da rotação**, como nesta figura. Encontre a **fem induzida entre as extremidades** da barra.



**Solução:**

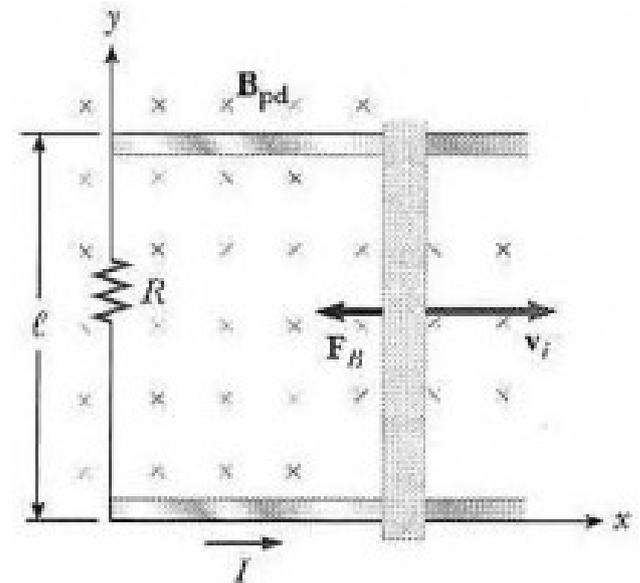
femzinho sobre um **trechinho**  $dr$ :  $d\mathcal{E} = Bv dr$ , onde  $v = r\omega$   
 $\Rightarrow \mathcal{E} = \int_0^\ell d\mathcal{E} = \int_0^\ell Bvdr = B \int_0^\ell r\omega dr = B\omega \int_0^\ell r dr = \frac{1}{2} B\omega\ell^2$

# A Fem de Movimento

## Exemplo 23.4 Uma Barra Deslizante em um Campo Magnético

Uma barra de massa  $m$  e comprimento  $\ell$  desloca-se sobre dois trilhos paralelos sem atrito na presença de um campo magnético uniforme orientado para dentro da tela ( $\Rightarrow$  fig.). É fornecida uma velocidade inicial  $v_i$  à barra apontando para a direita e depois ela é liberada.

Encontre a velocidade da barra em função do tempo.



# A Fem de Movimento

## Exemplo 23.4 Uma Barra Deslizante em um Campo Magnético

### Solução

$$F_B = ma = m \, dv/dt = -lB = -B^2\ell^2v/R$$

$$\Rightarrow dv/v = -(B^2\ell^2/mR) \, dt$$

$$\Rightarrow \int_{v_i}^v dv/v = -B^2\ell^2/mR \int_0^t dt$$

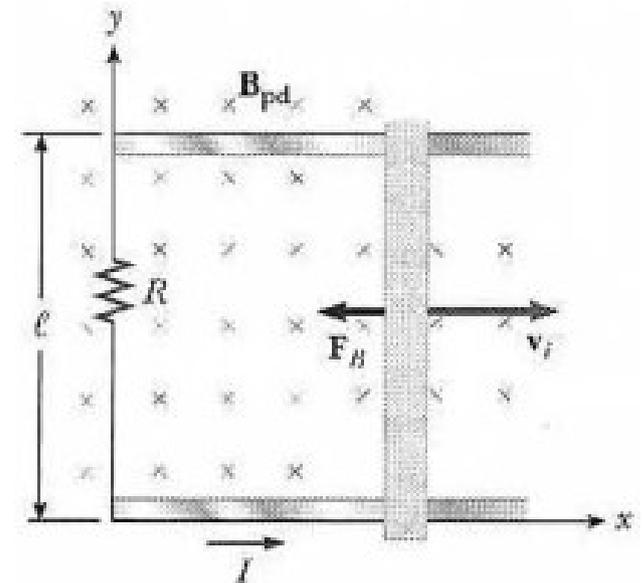
$$\Rightarrow \ln(v/v_i) = -(B^2\ell^2/mR) t = -t/\tau,$$

$$\text{onde } \tau := mR/B^2\ell^2$$

$$\Rightarrow v = v_i e^{-t/\tau}$$

$$I = B\ell v/R = B\ell v_i/R \cdot e^{-t/\tau}$$

$$\mathcal{E} = IR = B\ell v_i e^{-t/\tau}$$

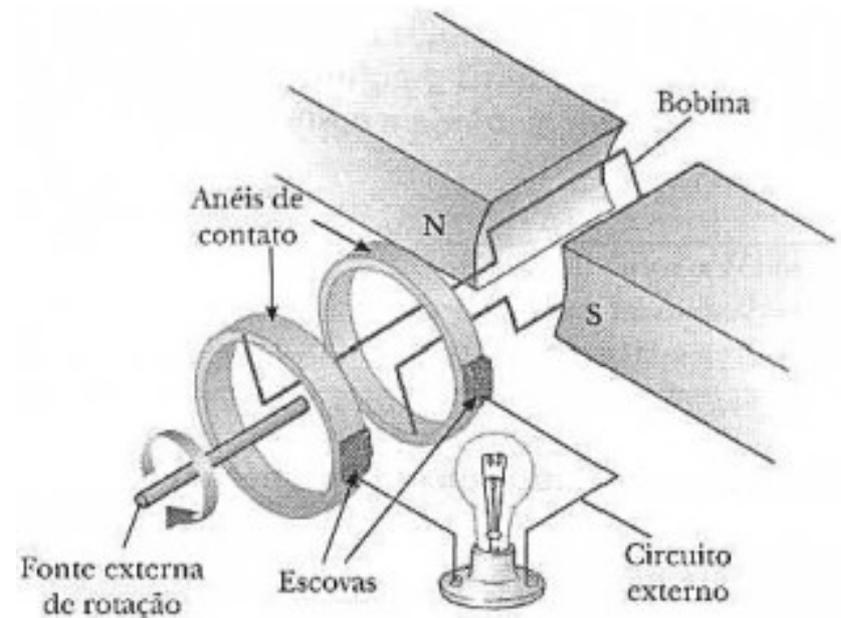


# A Fem de Movimento

## O Gerador de Corrente Alternada

Transforma energia mecânica (de rotação) em elétrica:

Uma bobina é girada por um agente externo (por exemplo, uma turbina) com velocidade angular  $\omega$  dentro de um campo magnético externo  $\mathbf{B}$ :



Se  $\mathbf{A}$  é o “vetor área da bobina”, e  $\theta$ , o ângulo entre  $\mathbf{A}$  e  $\mathbf{B}$ , então o fluxo do campo magnético através da área da bobina é:

$$\Phi_B = BA \cos \theta = BA \cos \omega t$$

# A Fem de Movimento

## O Gerador de Corrente Alternada

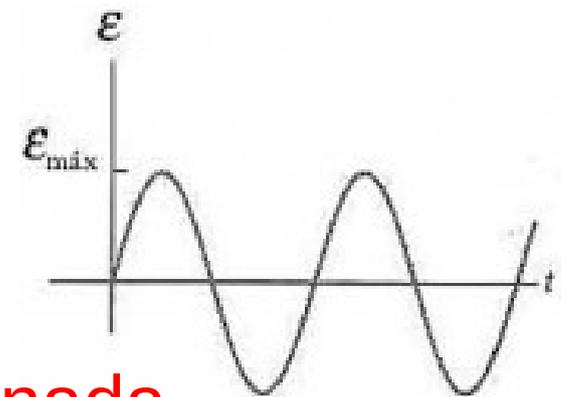
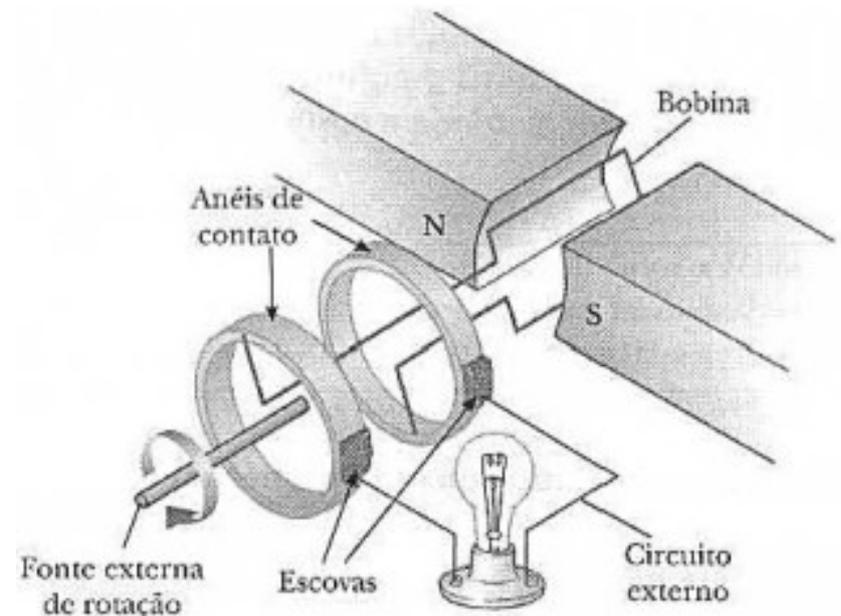
$$\Phi_B = BA \cos \theta = BA \cos \omega t$$

=> **Fem induzida** na **bobina**  
(de  $N$  voltas):

$$\begin{aligned}\mathcal{E} &= -N d\Phi_B / dt \\ &= -NAB d/dt (\cos \omega t) \\ &= NAB\omega \sin \omega t \\ &= \mathcal{E}_{\max} \sin \omega t, \text{ onde } \mathcal{E}_{\max} = NAB\omega\end{aligned}$$

As **fem** e **corrente geradas** pelo **gerador variam** de maneira **senoidal** com o **tempo**.

=> **gerador de voltagem / corrente alternada**



# A Fem de Movimento

## Exercício

As bobinas que giram em um campo magnético são usadas frequentemente para medir campos magnéticos desconhecidos.

Por exemplo, considere uma bobina com raio de 1.0 cm, tendo 50 espiras, que gira em torno de um eixo perpendicular ao campo a uma frequência de 20 Hz.

Se a fem induzida máxima na bobina for 3.0 V, encontre o valor do campo magnético.

# A Fem de Movimento

## Exercício

As bobinas que giram em um campo magnético são usadas frequentemente para medir campos magnéticos desconhecidos.

Por exemplo, considere uma bobina com raio de 1.0 cm, tendo 50 espiras, que gira em torno de um eixo perpendicular ao campo a uma frequência de 20 Hz.

Se a fem induzida máxima na bobina for 3.0 V, encontre o valor do campo magnético.

## Resposta

$$B = \mathcal{E}_{\max} / \omega N A = \mathcal{E}_{\max} / 2\pi f N \pi r^2 = \mathcal{E}_{\max} / 2N\pi^2 f r^2 = 1.5 \text{ T}$$



Universidade Federal do ABC

# Fenômenos Eletromagnéticos

## FIM PRA HOJE

