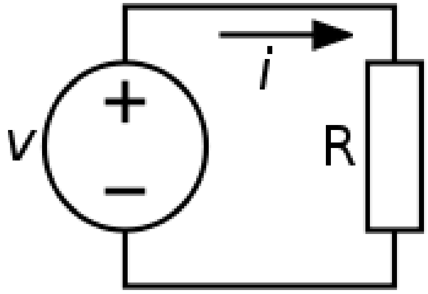
Universidade Federal do ABC

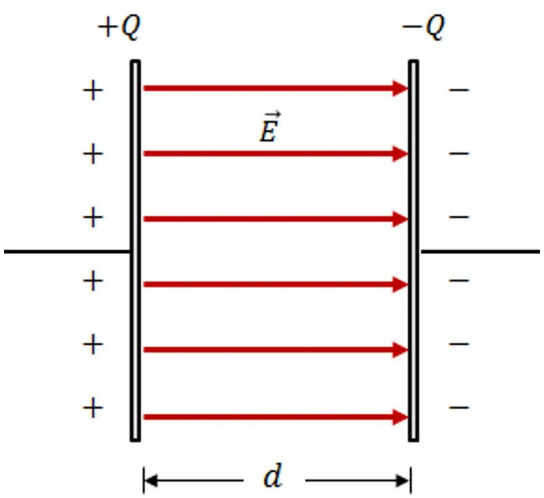
# Fenômenos Eletromagnéticos

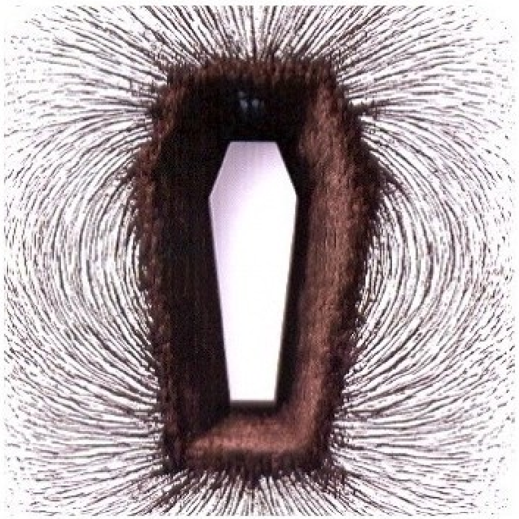
## 17. Indutância

Prof. Pieter Westera
pieter.westera@ufabc.edu.br

http://professor.ufabc.edu.br/~pieter.westera/EM.html

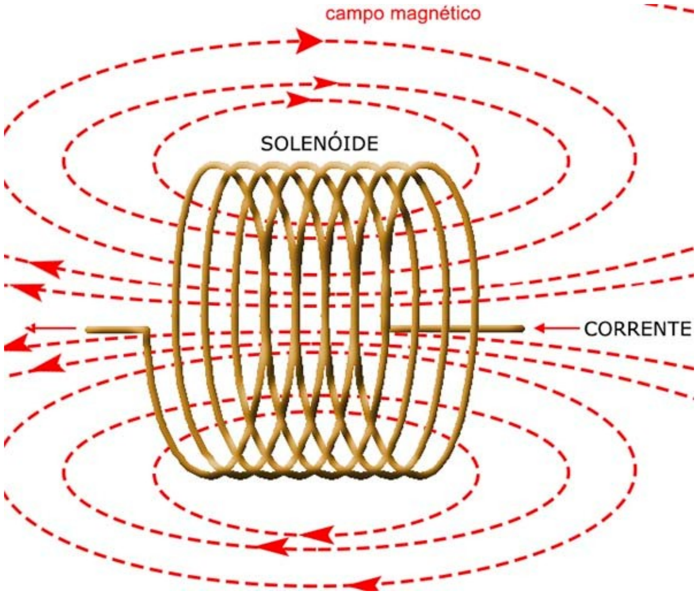


# Auto-Indutância

Em um solenóide percorrido por uma corrente variável, a variação do fluxo devida à variação da corrente percorrenedo uma volta, induz uma corrente nas demais voltas (e nela própria!), que se opõe à mudança da corrente.

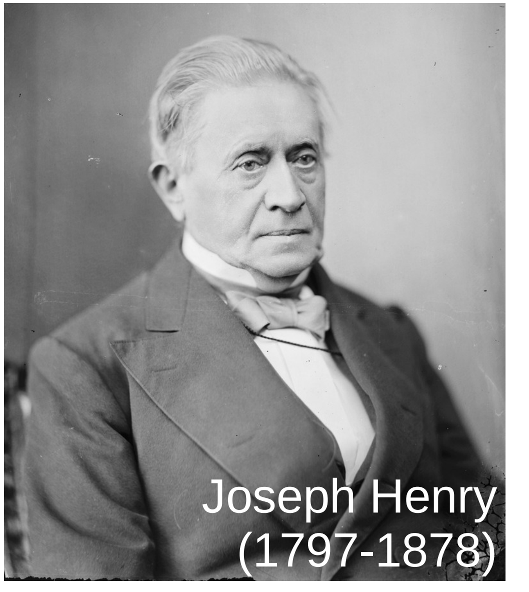



Também podemos dizer: A variação do campo atravessando uma volta gerado pelas demais voltas (e por ela própria) induz uma corrente nela que se opõe à mudança da corrente.
=> Um solenóide se opõe a variações de corrente!

Chamamos este fenômeno de auto-indutância.

# Auto-Indutância

A auto-indutância de um solenóide gera uma fem entre os terminais do solenóide, a fem auto-induzida $\mathcal{E}_L$.




Pela lei de Faraday,
$\mathcal{E}_L = -N d\Phi_B/dt \propto -dB/dt \propto -dI/dt$
Definimos $\mathcal{E}_L = -L\, dI/dt$,
onde $L := \mathcal{E}_L/(dI/dt)$ = indutância do solenóide
$[L]$ = Vs /A = H (Henry)

No caso de uma bobina de $N$ espiras, $L = N\Phi_B/I$

A indutânica é uma propriedade do solenóide, e é uma medida de sua oposição à variação na corrente.

Ela depende da geometria do solenóide.

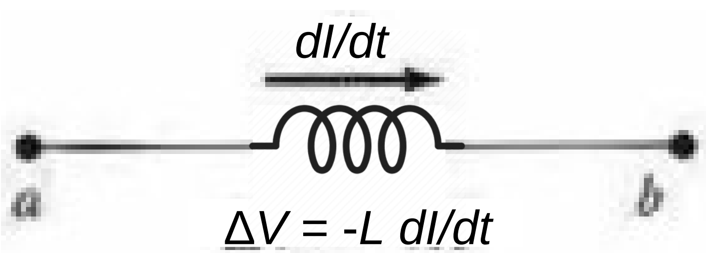
# Auto-Indutância

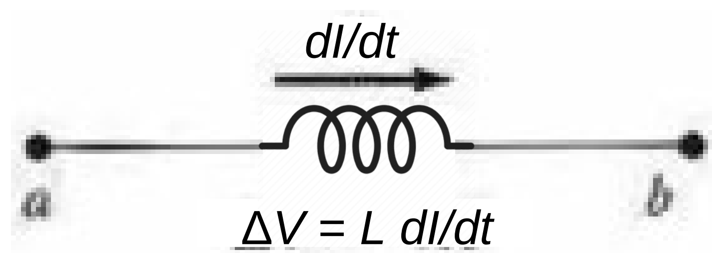
## Indutores em Circuitos Elétricos

A propriedade de se opor a variações de corrente torna solenóides, ou indutores, elementos interessantes em circuitos elétricos.

Símbolo: 

## Diferença de potencial através de um indutor no contexto da regra das malhas de Kirchhoff




Esta diferença de potencial que um indutor fornece ao resto do circuito é, às vezes chamada força contra-eletromotriz.

# Auto-Indutância

## Enigma Rápido 23.6

As extremidades de um indutor que tem resistência zero são indicadas por *a* e *b*. O potencial em *a* é mais elevado do que em *b*. Quais das seguintes afirmações poderiam ser consistentes com essa situação?

(a) A corrente é constante e orientada de *a* para *b*.
(b) A corrente é constante e orientada de *b* para *a*.
(c) A corrente está aumentando e está orientada de *a* para *b*.
(d) A corrente está diminuindo e está orientada de *a* para *b*.
(e) A corrente está aumentando e está orientada de *b* para *a*.
(f) A corrente está diminuindo e está orientada de *b* para *a*.

# Auto-Indutância

## Enigma Rápido 23.6

As extremidades de um indutor que tem resistência zero são indicadas por *a* e *b*. O potencial em *a* é mais elevado do que em *b*. Quais das seguintes afirmações poderiam ser consistentes com essa situação?

(a) A corrente é constante e orientada de *a* para *b*.
(b) A corrente é constante e orientada de *b* para *a*.
(c) A corrente está aumentando e está orientada de *a* para *b*.
(d) A corrente está diminuindo e está orientada de *a* para *b*.
(e) A corrente está aumentando e está orientada de *b* para *a*.
(f) A corrente está diminuindo e está orientada de *b* para *a*.

# Auto-Indutância

## Pensando a Física 23.5

Em alguns circuitos, ocorre uma faísca entre os polos de uma chave quando ela é aberta. Contudo, quando a chave desse circuito é fechada, não ocorre nenhuma faísca.
Por que há uma diferença?

# Auto-Indutância

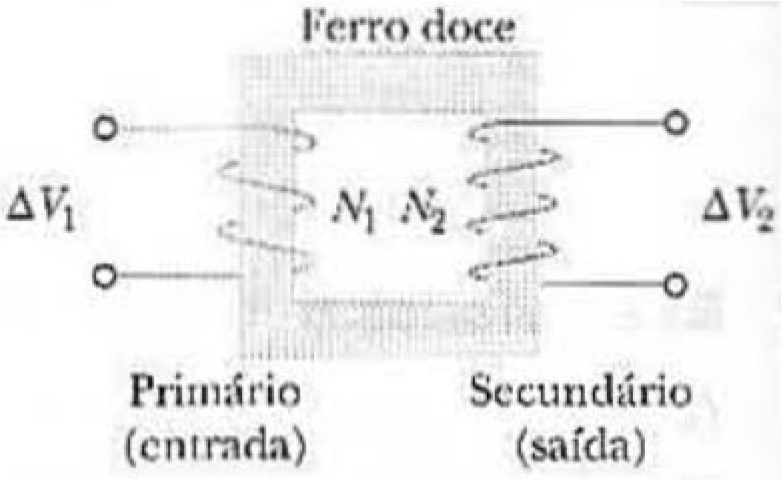
## Pensando a Física 23.5

Em alguns circuitos, ocorre uma faísca entre os polos de uma chave quando ela é aberta. Contudo, quando a chave desse circuito é fechada, não ocorre nenhuma faísca.
Por que há uma diferença?

Resposta:
Por que, no primeiro caso, abrindo a chave, a indutância do circuito tenta manter a corrente que estava alta, enquanto no segundo caso, fechando a chave, ela tenta manter a corrente que estava nula.

# Auto-Indutância

## Pensando a Física 23.6

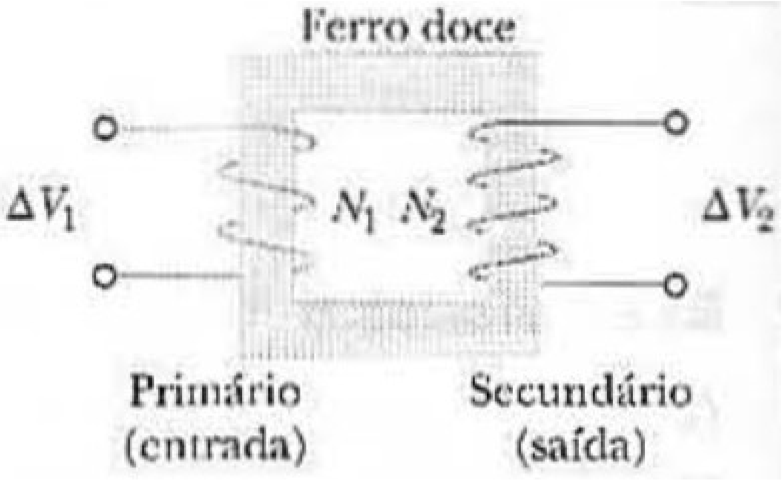



Um transformador consiste em um par de bobinas enroladas ao redor de um núcleo de ferro. Quando se aplica uma voltagem alternada a uma bobina, chamada de enrolamento primário ou simplesmente primário, as linhas do campo magnético atravessando a outra bobina, o secundário, induzem uma fem (vide o experimento do Faraday da aula anterior). Variando o número de espiras em cada bobina, a voltagem alternada no secundário pode ser tornada maior ou menor do que a voltagem alternada no primário.

# Auto-Indutância

## Pensando a Física 23.6

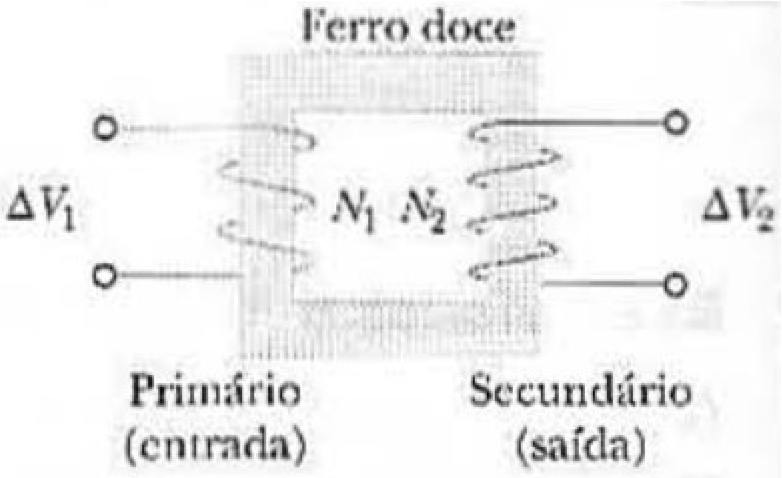
Claramente, este aparelho não pode trabalhar com voltagem contínua. Além disso, se lhe for aplicada uma voltagem contínua, a bobina primária às vezes superaquece e queima.
Por que?



# Auto-Indutância

## Pensando a Física 23.6

## Resposta:




Por que uma voltagem contínua não causa uma variação de corrente/campo magnético na bobina primária, que possa ser combatida pela indutância dela (pela Lei de Lenz) e limitar a corrente fluindo por ela (Ela é limitada apenas pela resistência, que pode ser baixa).
Aplicando uma voltagem alternada, há variações na corrente e no campo nela, tal que a Lei e Lenz entre em ação e limita a corrente.

# Auto-Indutância

## Pensando a Física 23.7

Se os indutores forem conectados em série ou em paralelo, as indutâncias se combinam como resistores - elas se somam em série e os inversos se somam em paralelo. A afirmação anterior é veradeira para indutores toroidais ocupando pequenos espaços em um circuito elétrico, mas não para os indutores formados a partir de solenóides.
Por que?

# Auto-Indutância

## Pensando a Física 23.7

Se os indutores forem conectados em série ou em paralelo, as indutâncias se combinam como resistores - elas se somam em série e os inversos se somam em paralelo. A afirmação anterior é veradeira para indutores toroidais ocupando pequenos espaços em um circuito elétrico, mas não para os indutores formados a partir de solenóides.
Por que?

Resposta:
Por que bobinas toroidais não têm "saídas" por aquelas o campo magnético possa escapar e induzir efeitos nas demais bobinas. Os solenóides sempre têm um campo do lado exterior, que causa indutância mútua entre eles.

# Auto-Indutância

## Exemplo 23.7 Indutância de um Solenóide

Encontre a indutância de um solenóide uniformemente enrolado que tem $N$ espiras e comprimento $\ell$.
Considere que $\ell$ seja longo comparado com o raio e que o núcleo do solenóide seja cheio de ar.

# Auto-Indutância

## Exemplo 23.7 Indutância de um Solenóide

Encontre a indutância de um solenóide uniformemente enrolado que tem $N$ espiras e comprimento $\ell$.
Considere que $\ell$ seja longo comparado com o raio e que o núcleo do solenóide seja cheio de ar.

## Solução:

Chamando a área transversal (a de uma espira) de $A$:
Já que $B = \mu_0 nI = \mu_0 NI/\ell$
=> fluxo magnético em cada espira: $\Phi_B = BA = \mu_0 NAI/\ell$
$L = N\Phi_B/I = \mu_0 N^2 A/\ell = \mu_0 (n\ell)^2 A/\ell = \mu_0 n^2 A\ell = \mu_0 n^2 V$,
onde $V = A\ell$ = volume do solenóide

# Auto-Indutância

## Exemplo 23.8 Calculando a Indutância e a Fem

(a) Calcule a indutância de um solenóide que contém 300 espiras se o comprimento do solenóide for 25.0 cm e sua área de seção transversal for 4.00 $cm^2$.
(b) Calcule a fem auto-induzida no solenóide descrito em (a) se a corrente através dele estiver diminuindo à taxa de 50.0 A/s.

# Auto-Indutância

## Exemplo 23.8 Calculando a Indutância e a Fem

(a) Calcule a indutância de um solenóide que contém 300 espiras se o comprimento do solenóide for 25.0 cm e sua área de seção transversal for 4.00 $cm^2$.
(b) Calcule a fem auto-induzida no solenóide descrito em (a) se a corrente através dele estiver diminuindo à taxa de 50.0 A/s.

Solução:

(a) $L = \mu_0 N^2 A/\ell$ = 0.181 mH

(b) $\mathcal{E}_L = -L\, dI/dt$ = 9.05 mV

# Auto-Indutância

## Exercício

Um indutor de 0.388 mH na forma de um solenóide tem um comprimento que é quatro vezes seu diâmetro.
Se for enrolado com 22 espiras por centímetro, qual será seu comprimento?

# Auto-Indutância

## Exercício

Um indutor de 0.388 mH na forma de um solenóide tem um comprimento que é quatro vezes seu diâmetro.
Se for enrolado com 22 espiras por centímetro, qual será seu comprimento?

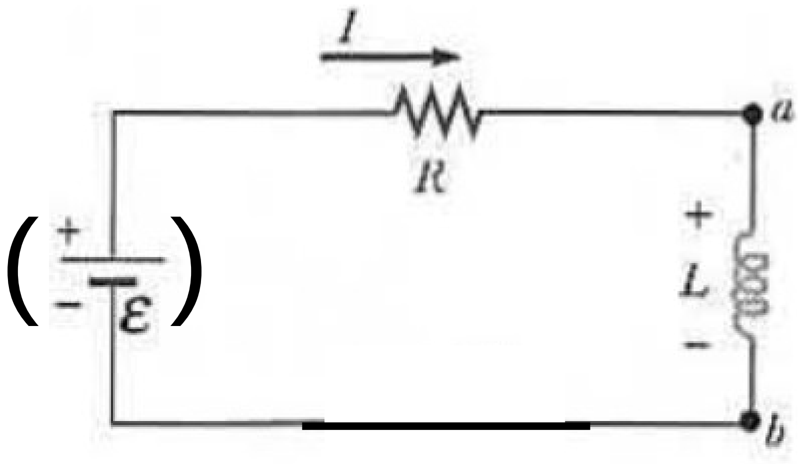
## Solução:

$L = \mu_0 n^2 A\ell = \mu_0 n^2 \pi (\ell/8)^2 \ell = \mu_0 n^2 \pi \ell^3/64$

$\Rightarrow \ell = \sqrt[3]{64L/\mu_0 n^2 \pi} = 0.109$ m

# Circuitos *RL*

Circuito de uma malha fechada consistindo de um resistor e um indutor, com ou sem uma fonte de fem no meio.




É similar ao circuito *RC*, mas em lugar de carregar e descarregar um capacitor com carga, aqui carregamos e descarregamos um indutor "com corrente".

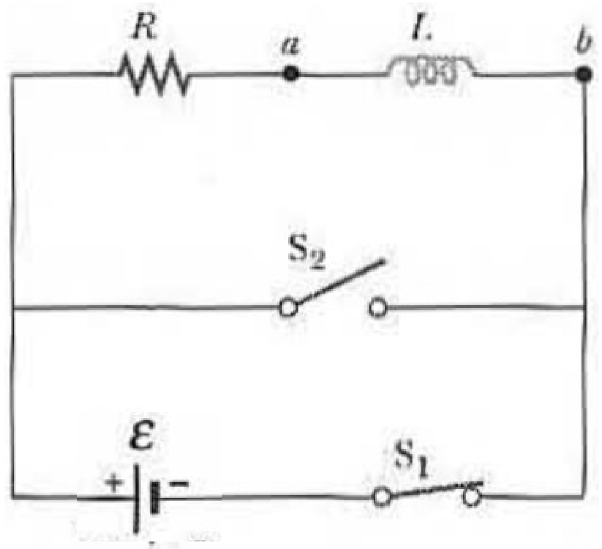
Com fonte, a corrente no circuito aumenta contra a tendência do indutor de manter a corrente zero, até atingir $I = \mathcal{E}/R$.

Sem fonte, a corrente é consumida pelo resistor, de novo contra a tendência do indutor de mantê-la.

# Circuitos *RL*

## Estabelecendo a Corrente

(com $S_2$ aberta e $S_1$ fechada)




Escolhendo o sentido horário como sentido positivo, a lei das malhas da:

$\mathcal{E} - IR - L\, dI/dt = 0$

ou $dI/dt = \mathcal{E}/L - IR/L$

Uma equação diferencial para achar $I(t)$!

Um pouco de IEDO, usando como condição inicial $I(0) = 0$ (corrente inicialmente nula) dá:

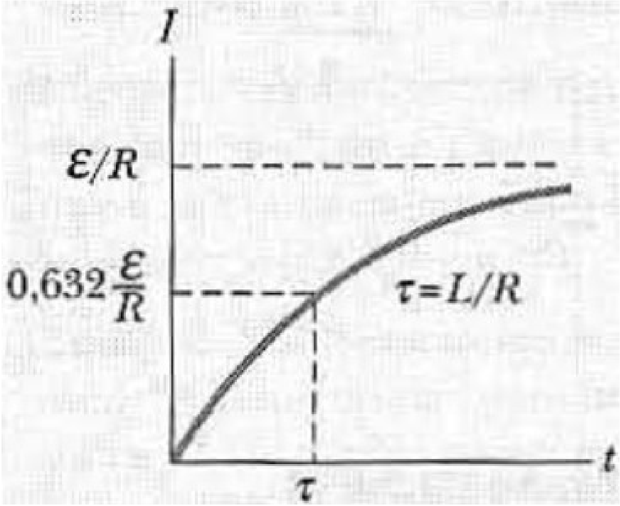
$I(t) = \mathcal{E}/R\, [1 - e^{-Rt/L}] = \mathcal{E}/R\, [1 - e^{-t/\tau}]$,

onde $\tau = L/R$ = constante de tempo do circuito *RL*.

# Circuitos *RL*

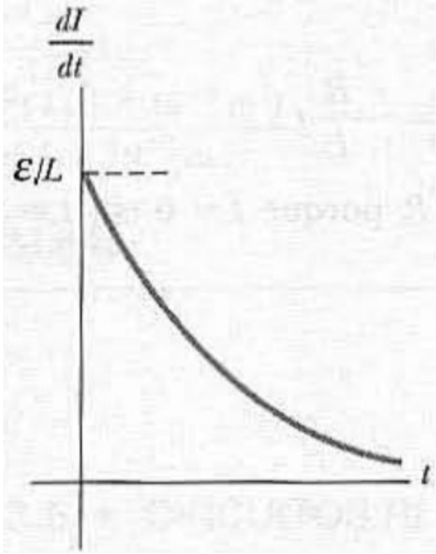
## Estabelecendo a Corrente

$I(t) = \mathcal{E}/R\,[1 - e^{-t/\tau}]$




A corrente no circuito tende assintoticamente a $\varepsilon/R$,

E a sua variação $dI/dt = \mathcal{E}/L \cdot e^{-t/\tau}$ cai exponencialmente de $(dI/dt)_0 = \mathcal{E}/L$ a zero.

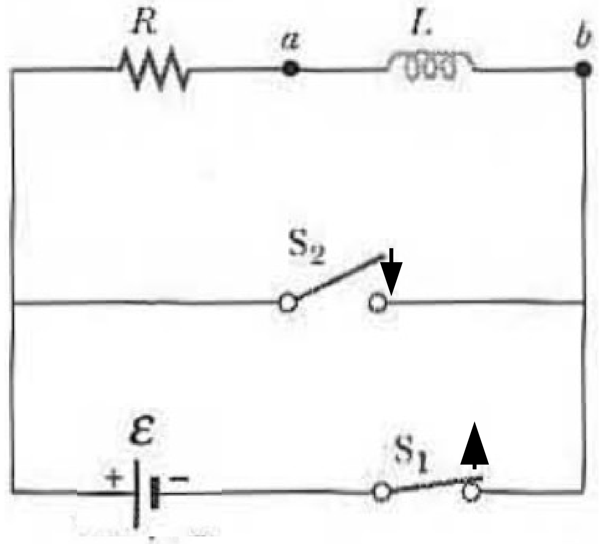



Quando $dI/dt = 0$, o indutor não oferece mais nenhuma resistência à corrente, o que explica que o valor final (estacionário) desta independe de $L$.

# Circuitos *RL*

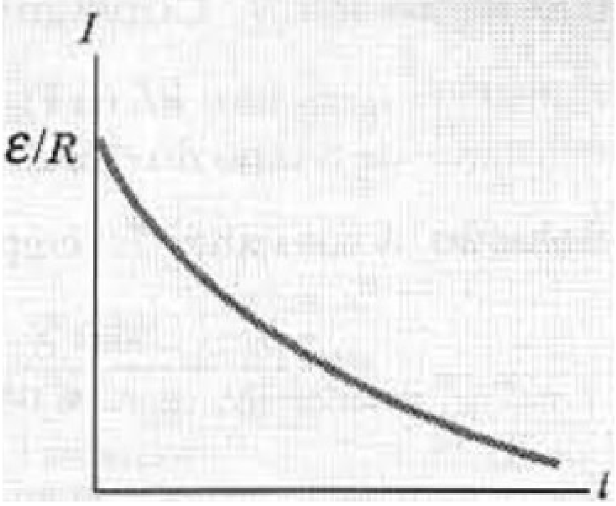
## Consumindo a Corrente

Uma vez estabelecida a corrente podemos tirar a bateria do circuito fechando $S_2$ e abrindo $S_1$:




Lei das malhas: $- IR - L\, dI/dt = 0$

$\Rightarrow dI/dt = -IR/L$




IEDO: $I(t) = \mathcal{E}/R\ e^{-t/\tau} = I_i e^{-t/\tau}$,

onde $I_i = \mathcal{E}/R$, $\tau = L/R$ como antes

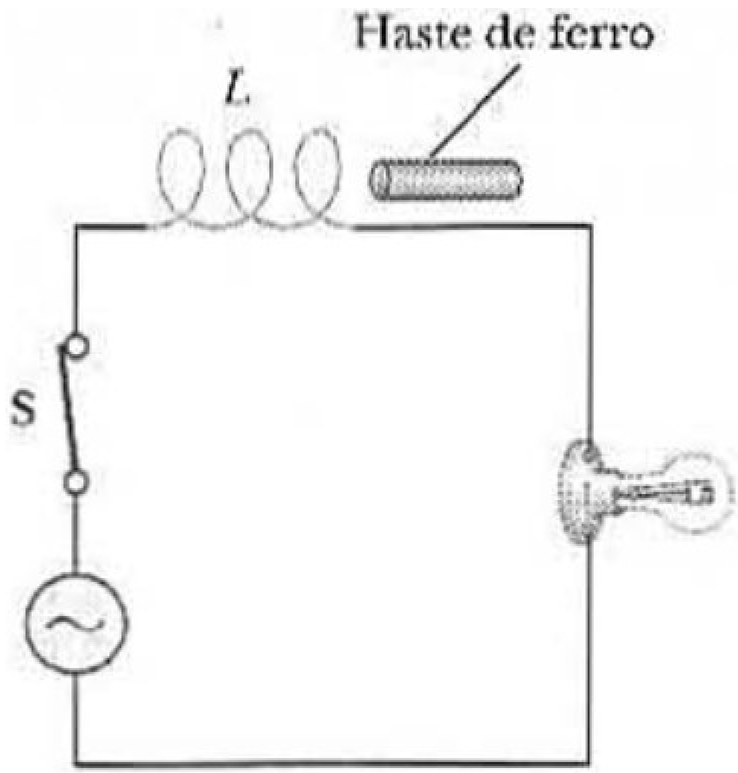
$dI/dt = -\mathcal{E}/L \cdot e^{-t/\tau}$

$\Rightarrow \mathcal{E}_L = -L\, dI/dt = \mathcal{E} \cdot e^{-t/\tau}$ é positiva!

# Circuitos *RL*

## Enigma Rápido 23.7

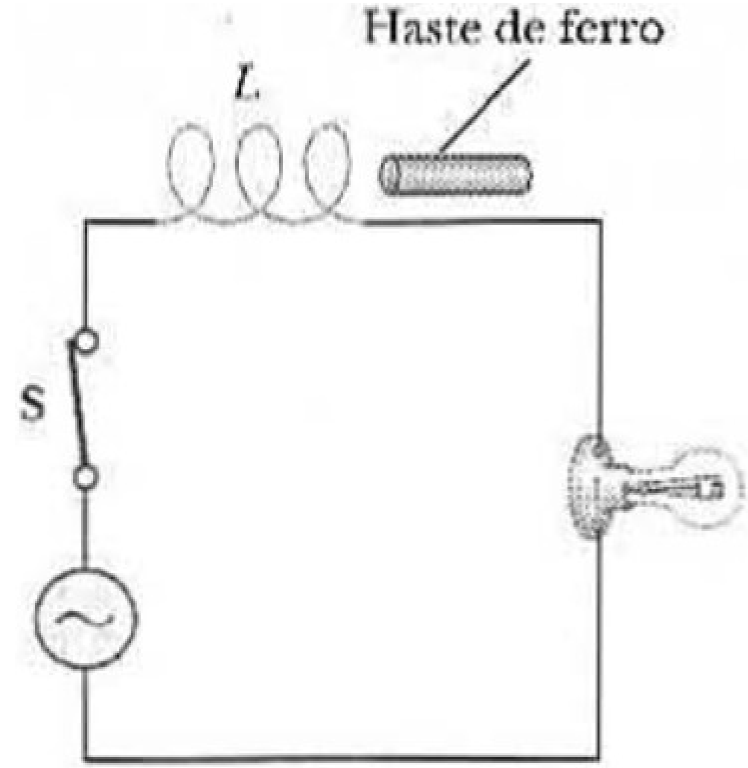
O circuito nesta figura inclui uma fonte de potência alternada de modo que o campo magnético no indutor esteja mudando constantemente. Uma haste de ferro é introduzida no interior do solenóide, o que aumenta o valor do campo magnético no solenóide. O que acontece ao brilho da lâmpada?



# Circuitos *RL*

## Enigma Rápido 23.7

O circuito nesta figura inclui uma fonte de potência alternada de modo que o campo magnético no indutor esteja mudando constantemente. Uma haste de ferro é introduzida no interior do solenóide, o que aumenta o valor do campo magnético no solenóide. O que acontece ao brilho da lâmpada?



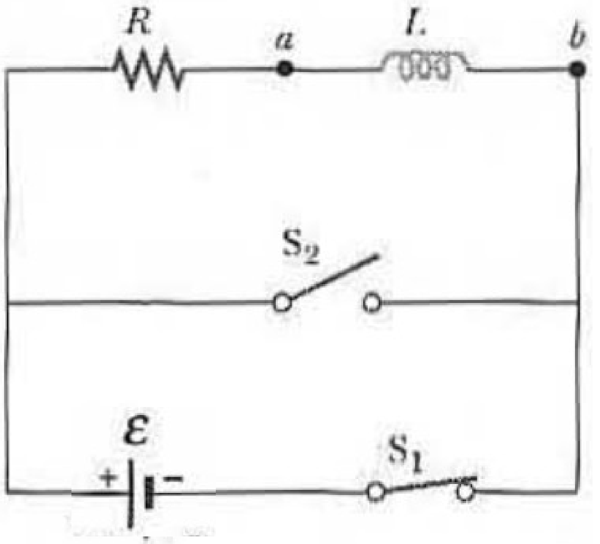

Resposta:

Diminui, pois $|\mathcal{E}_L| = L\ |dI/dt| = |dI/dt|\ N\Phi_B/I$ aumenta.

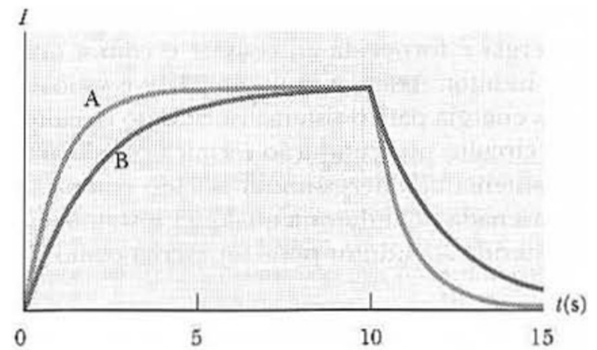
# Circuitos *RL*

## Enigma Rápido 23.8

Dois circuitos como o mostrado nesta figura são idênticos, exceto pelo valor de *L*. No circuito A, a indutância do indutor é $L_A$, e no circuito B é $L_B$. A chave $S_1$ é fechada em $t = 0$ enquanto a chave $S_2$ permanece aberta. Em $t = 10$ s, a chave $S_1$ é aberta e a chave $S_2$ é fechada.



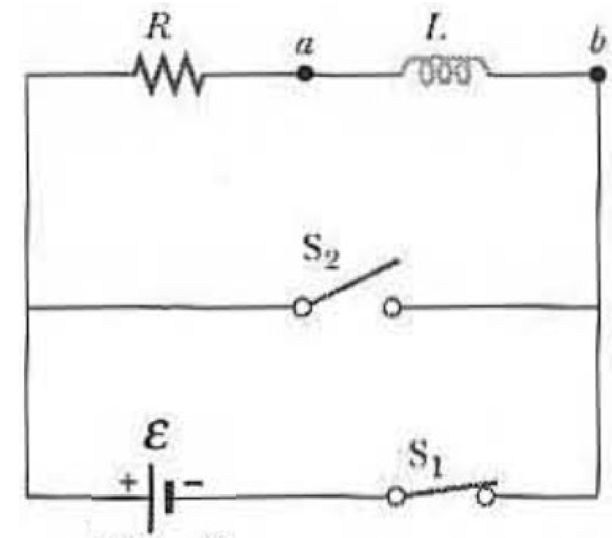

A representação gráfica resultante da corrente como função do tempo é mostrada nesta figura. Supondo que a constante de tempo de cada circuito é menor do que 10 s, qual das seguintes afirmações é verdadeira?

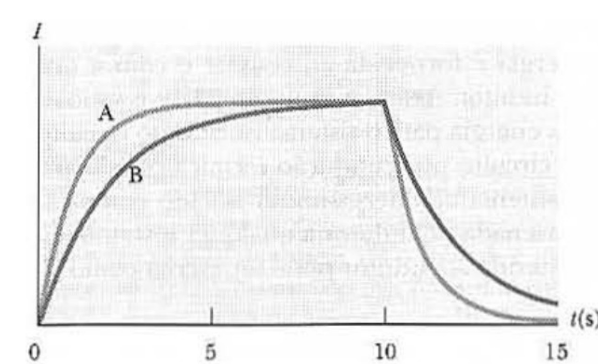


# Circuitos *RL*

## Enigma Rápido 23.8

(a) $L_A > L_B$;
(b) $L_A < L_B$;
(c) Não há informação suficiente para determinar os valores relativos.



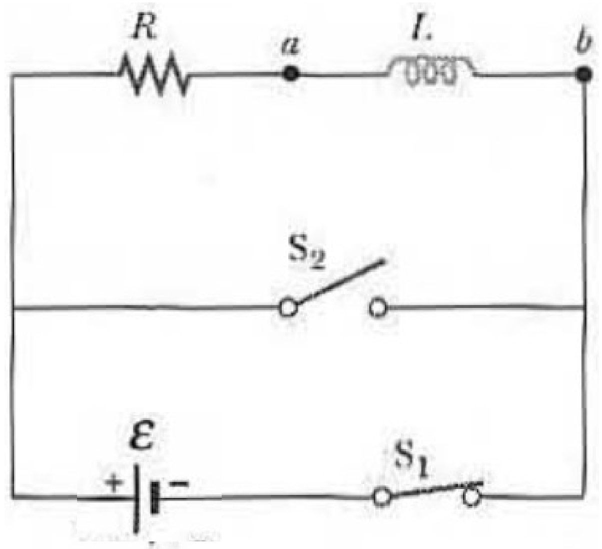



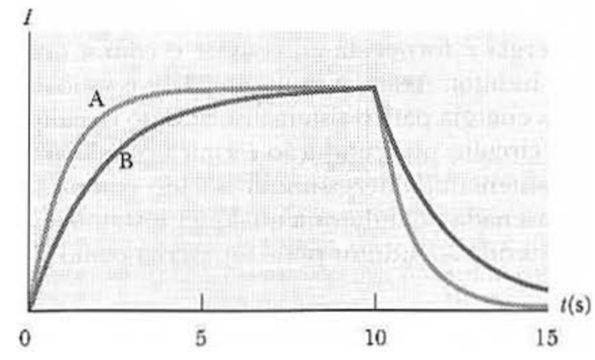
# Circuitos *RL*

## Enigma Rápido 23.8

(a) $L_A > L_B$;
(b) $L_A < L_B$;
(c) Não há informação suficiente para determinar os valores relativos.

$\tau_A < \tau_B \quad => \quad L_A = \tau_A R < L_B = \tau_B R$

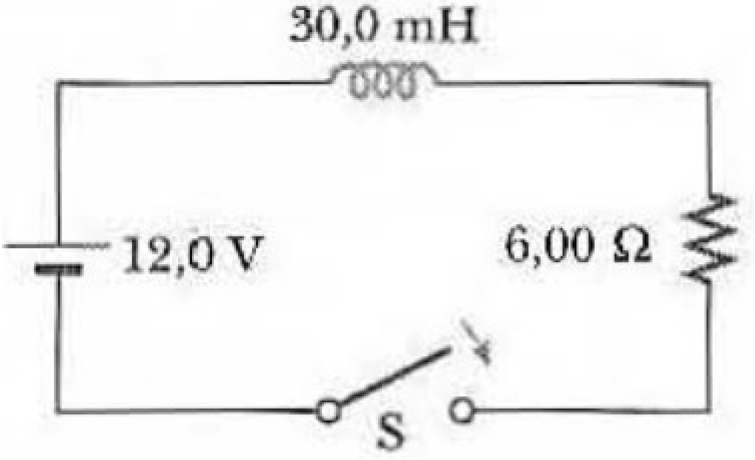


# Circuitos *RL*

## Exemplo 23.9 Constante de Tempo de um Circuito *RL*

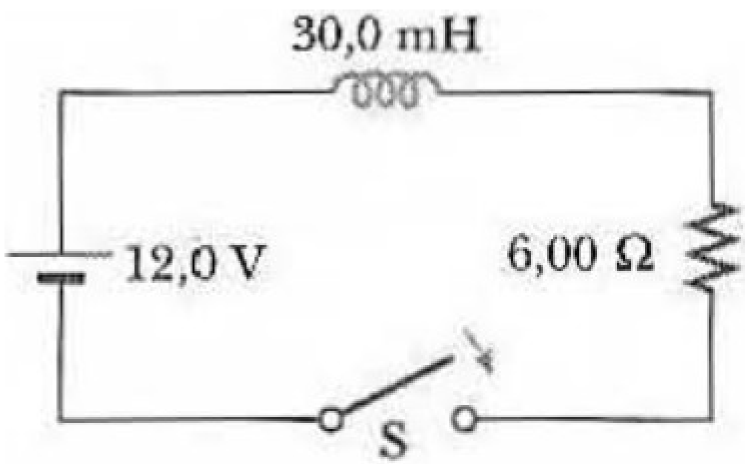
Considere o circuito *RL* nesta figura.
(a) Encontre a constante de tempo do circuito.
(b) A chave é fechada em $t = 0$. Calcule a corrente em $t$ = 2.00 ms.

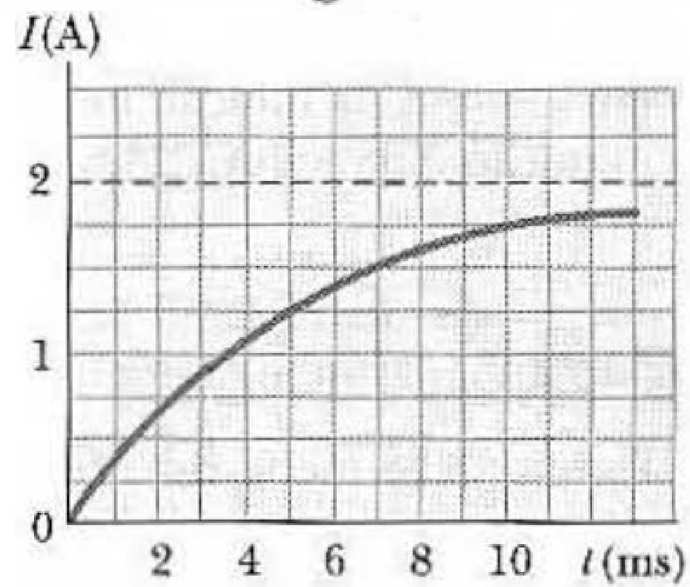


# Circuitos *RL*

## Exemplo 23.9 Constante de Tempo de um Circuito *RL*

Considere o circuito *RL* nesta figura.
(a) Encontre a constante de tempo do circuito.
(b) A chave é fechada em $t = 0$. Calcule a corrente em $t$ = 2.00 ms.



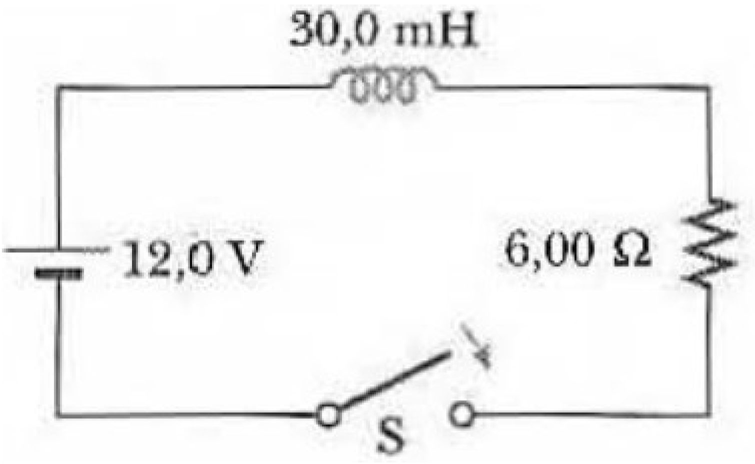

Solução:

(a) $\tau = L/R$ = 5.00 ms
(b) $I = \mathcal{E}/R\,(1 - e^{-t/\tau})$ = 0.659 A

# Circuitos *RL*

## Exercício

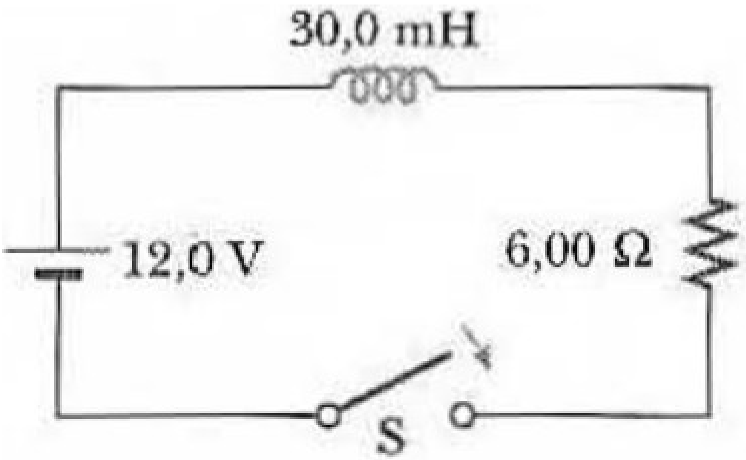
Calcule a corrente no circuito e a voltagem no resistor após ter decorrido uma constante de tempo.



# Circuitos *RL*

## Exercício

Calcule a corrente no circuito e a voltagem no resistor após ter decorrido uma constante de tempo.




## Resposta:

$I(\tau) = \mathcal{E}/R\ [1 - e^{-\tau/\tau}] = \mathcal{E}/R\ [1 - e^{-1}] = 1.26$ A

$\Delta V_R(\tau) = RI(\tau) = \mathcal{E}\ [1 - e^{-1}] = 7.56$ V

# Circuitos *RL*

## Exercício

Calcule a indutância em um circuito *RL* em série no qual $R = 0.50\ \Omega$ e a corrente aumenta para um quarto do seu valor final em 1.5 s.

# Circuitos *RL*

## Exercício

Calcule a indutância em um circuito *RL* em série no qual $R = 0.50\ \Omega$ e a corrente aumenta para um quarto do seu valor final em 1.5 s.

## Resposta:

$I(1.5\ \text{s}) = \mathcal{E}/R\ [1 - e^{-1.5\ \text{s}/\tau}] = \frac{1}{4}\ \mathcal{E}/R \Rightarrow e^{-1.5\ \text{s}/\tau} = \frac{3}{4}$

$\Rightarrow \tau = 1.5\ \text{s}/\ln(4/3) = 5.214\ \text{s}$

$\Rightarrow L = \tau R = 2.6\ \text{H}$

Universidade Federal do ABC

# Fenômenos Eletromagnéticos

## FIM PRA HOJE