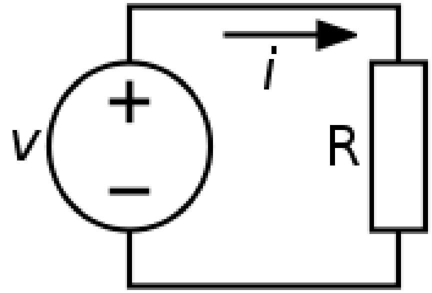
Fenômenos Eletromagnéticos

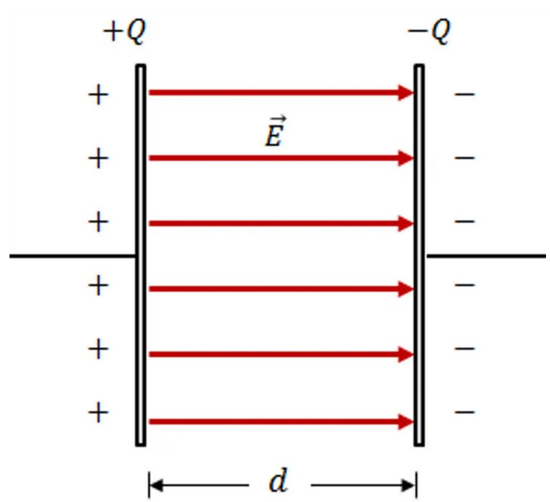
Universidade Federal do ABC

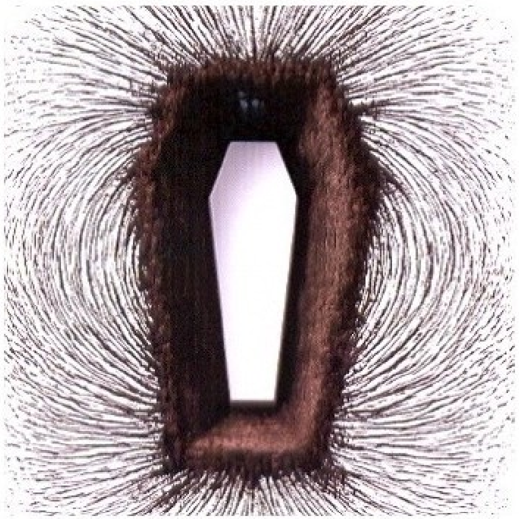
18. Energia Armazenada em um Campo Magnético

Prof. Pieter Westera
pieter.westera@ufabc.edu.br

http://professor.ufabc.edu.br/~pieter.westera/EM.html







Energia Armazenada em um Campo Magnético

Já que um indutor se opõe a mudanças na corrente, se tem que investir energia para estabelecer uma corrente nele.

Pode-se dizer que um indutor armazena energia através de corrente passando por ele.

Em um circuito fechado consistindo de apenas um indutor e sem resistência, a corrente se manteria.

Para determinar, quanta energia está armazenada em um indutor de indutância L conduzindo uma corrente I, iremos "carregá-lo do zero com corrente", isto é, aumentar a corrente de $i = 0$ a $i = I$ contra a fem induzida $\mathcal{E}_L$:

Energia Armazenada em um Campo Magnético

Já que $|\mathcal{E}_L| = L\, dI/dt$, a potência investida para aumentar a corrente por um montante di é

$\mathscr{P} = dU/dt = \mathcal{E}_L i = L\, di/dt\, i$

$\Rightarrow dU = Li\, di$

$\Rightarrow U = \int_0^I dU = \int_0^I Li\, di = ½LI^2$

Onde está armazenada esta energia?

No campo magnético no indutor!

Energia Armazenada em um Campo Magnético

Vamos determinar a densidade de energia estocada no campo magnético, tomando como indutor um solenóide ideal:

$$U = U_B = \tfrac{1}{2}LI^2 = \tfrac{1}{2}\mu_0 n^2 A\ell(B/\mu_0 n)^2 = B^2/2\mu_0\, A\ell = B^2/2\mu_0\, V$$

$$\Rightarrow u_B = U_B/V = B^2/2\mu_0$$

Isto é a densidade de energia em um campo magnético em geral, não só num solenóide ideal.

Anote a semalhança à maneira como calculamos a energia estocada em um campo elétrico, carregando um capacitor com carga.

Energia Armazenada em um Campo Magnético

Enigma Rápido 23.9

Você está realizando uma experiência em que necessita da densidade de energia mais elevada possível no interior de um solenóide muito longo.

Quais das seguintes alternativas aumentariam a densidade de energia?

(a) Aumentando somente o número de espiras por unidade de comprimento no solenóide.

(b) Aumentando somente a área de seção transversal do solenóide.

(c) Aumentando somente o comprimento do solenóide.

(d) Aumentando somente a corrente nos fios do solenóide.

Energia Armazenada em um Campo Magnético

Enigma Rápido 23.9

Você está realizando uma experiência em que necessita da densidade de energia mais elevada possível no interior de um solenóide muito longo.

Quais das seguintes alternativas aumentariam a densidade de energia?

(a) Aumentando somente o número de espiras por unidade de comprimento no solenóide.

(b) Aumentando somente a área de seção transversal do solenóide.

(c) Aumentando somente o comprimento do solenóide.

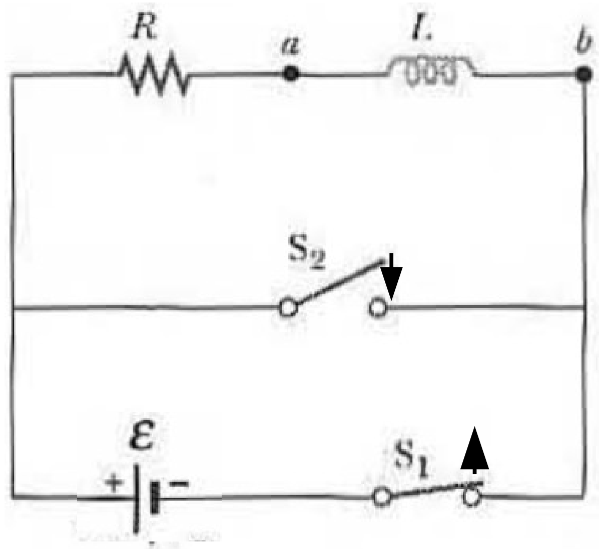
(d) Aumentando somente a corrente nos fios do solenóide.

Já que $u_B = U_B/V = \frac{1}{2}LI^2/V = \frac{1}{2}\mu_0 n^2 A\ell I^2 = \frac{1}{2}\mu_0 n^2 I^2$

(ou já que U_B só depende de $\mathbf{B}$, e $B = \mu_0 n I$)

Energia Armazenada em um Campo Magnético

Exemplo 23.10 O que Acontece com a Energia no Indutor?

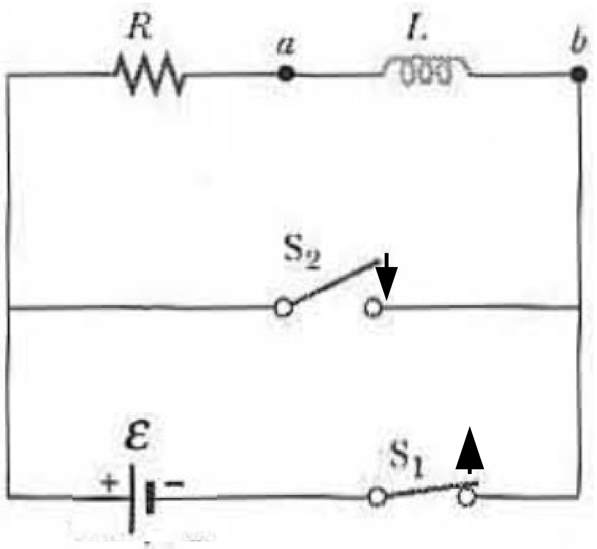


Considere mais uma vez o circuito *RL* mostrado aqui, em que a chave S_2 é fechada no instante que S_1 é aberta (em $t = 0$). Recorde que a corrente na espira superior decai exponencialmente com o tempo de acordo com a expressão $I = I_i e^{-t/\tau}$, onde $I_i = \mathcal{E}/R$ é a corrente inicial no circuito e $\tau = L/R$ é a constante de tempo.

Mostraremos explicitamente que toda a energia armazenada no campo magnético do indutor é transferida ao resistor.

Energia Armazenada em um Campo Magnético

Exemplo 23.10 O que Acontece com a Energia no Indutor?



Solução:

Taxa de energia (potência) queimada no resistor:

$$\mathscr{P} = I^2R = (I_i e^{-t/\tau})^2 R = I_i^2 R e^{-2Rt/L}$$

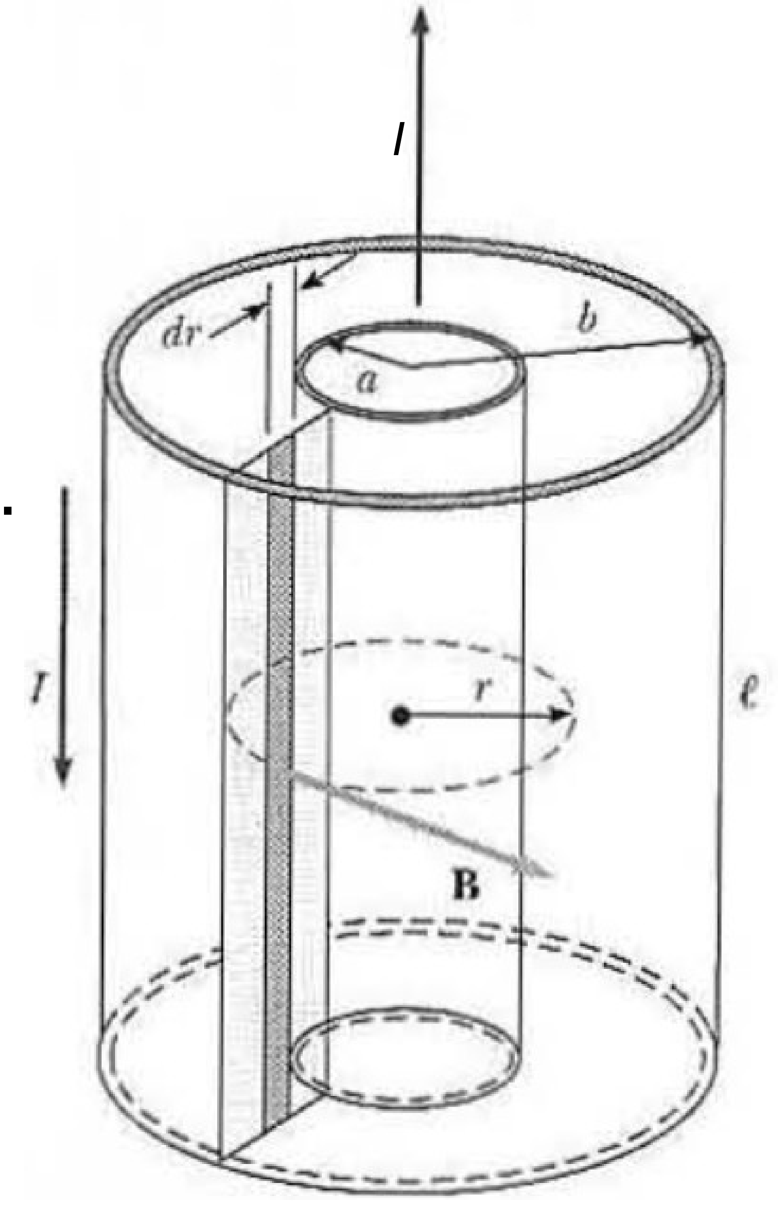
=> Energia total queimada nele:

$$E = \int_0^\infty \mathscr{P}\, dt = \int_0^\infty I_i^2 R e^{-2Rt/L}\, dt = I_i^2 R \int_0^\infty e^{-2Rt/L}\, dt$$
$$= I_i^2 R \left[-L/2R\, e^{-2Rt/L}\right]_0^\infty = I_i^2 R\, L/2R = \tfrac{1}{2} L I_i^2$$

Exatamente a energia que estava estocada no início no (campo magnético do) indutor!

Energia Armazenada em um Campo Magnético

Exemplo 23.11 O Cabo Coaxial



Um cabo coaxial longo consiste em dois condutores cilíndricos concêntricos de raios *a* e *b* e comprimento ℓ, como nesta figura. Supõe-se que o condutor interno é uma casca cilíndrica fina. Os condutores são percorridos por uma corrente *I* em sentidos opostos.

(a) Calcule a auto-indutância *L* desse cabo.

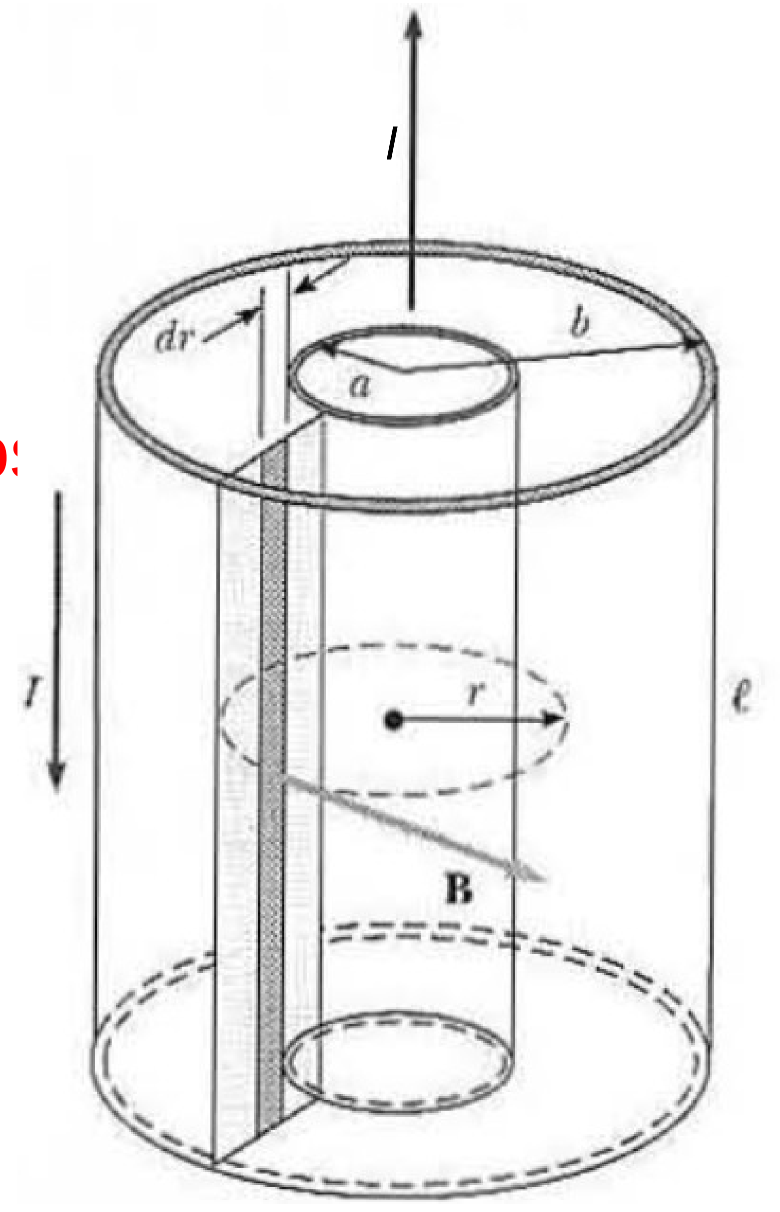
(b) Calcule a energia total armazenada no campo magnético do cabo.

Energia Armazenada em um Campo Magnético

Exemplo 23.11 O Cabo Coaxial

Solução

Entre os condutores ($a < r < b$),
B é tangencial a círculos centrados
no eixo e, pela Lei de Ampére
(=> aula Lei de Ampère),
$B = \mu_0 I/2\pi r$,
e para $r < a$ e $r > b$, $B = 0$



Energia Armazenada em um Campo Magnético

Exemplo 23.11 O Cabo Coaxial

Solução

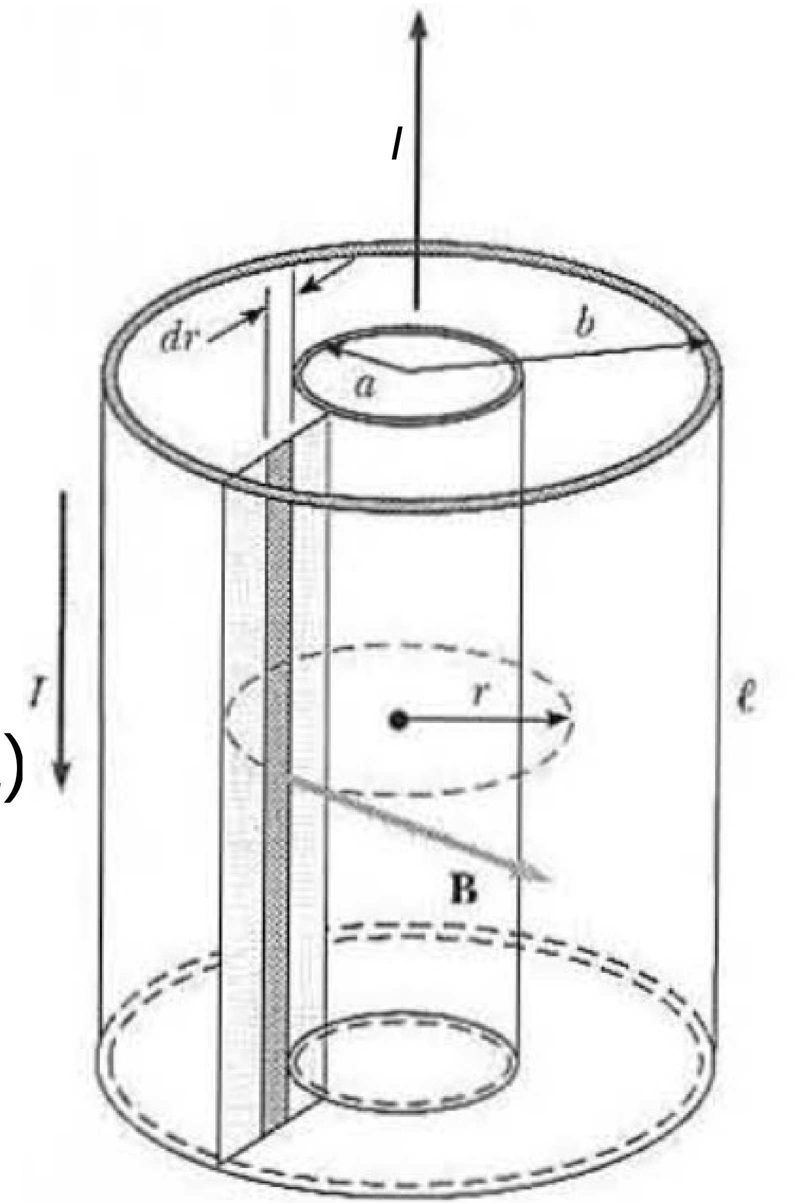
(a) Calculando o fluxo magnético através do retângulo mostrado na figura (com lados *b*-*a* e *ℓ*):

$\Phi_B = \int B\, dA = \int_a^b \mu_0 I/2\pi r\, \ell\, dr$

$= \mu_0 I\ell/2\pi \int_a^b r\, dr = \mu_0 I\ell/2\pi \ln(b/a)$

$\Rightarrow L = \Phi_B/I = \mu_0 \ell/2\pi \ln(b/a)$

(b) $U_B = \frac{1}{2}LI^2 = \mu_0 I^2 \ell/4\pi \ln(b/a)$



Energia Armazenada em um Campo Magnético

Exercício

Uma bateria de 10.0 V, um resistor de 5.00 Ω e um indutor de 10.0 H estão conectados em série.
Depois que a corrente no circuito alcançou seu valor máximo, calcule
(a) a potência fornecida pela bateria,
(b) a potência transferida para o resistor,
(c) a potência transferida para o indutor e
(d) a energia armazenada no campo magnético do indutor.

Energia Armazenada em um Campo Magnético

Exercício

Resposta:

$I = \mathcal{E}/R$

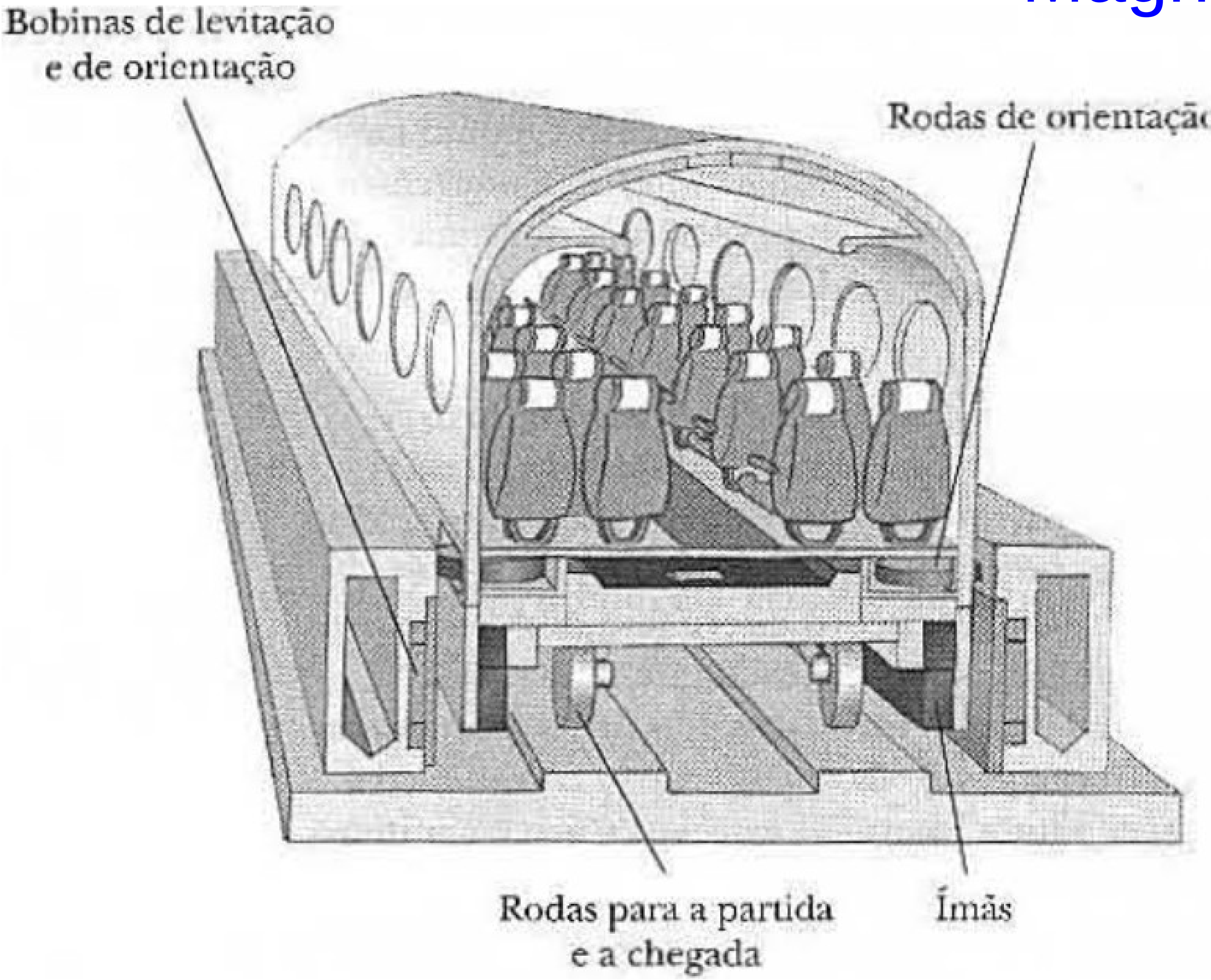
(a) $\mathscr{P}_\varepsilon = \mathcal{E}I = \mathcal{E}^2/R = 20.0$ W

(b) $\mathscr{P}_R = I^2R = \mathcal{E}^2/R = 20.0$ W (= $\mathscr{P}_\varepsilon$, toda a energia é consumida pelo resistor, já que o indutor não consome energia enquanto a corrente está constante)

(c) $\mathscr{P}_L = LI\, dI/dt = 0$ (já que $dI/dt = 0$)

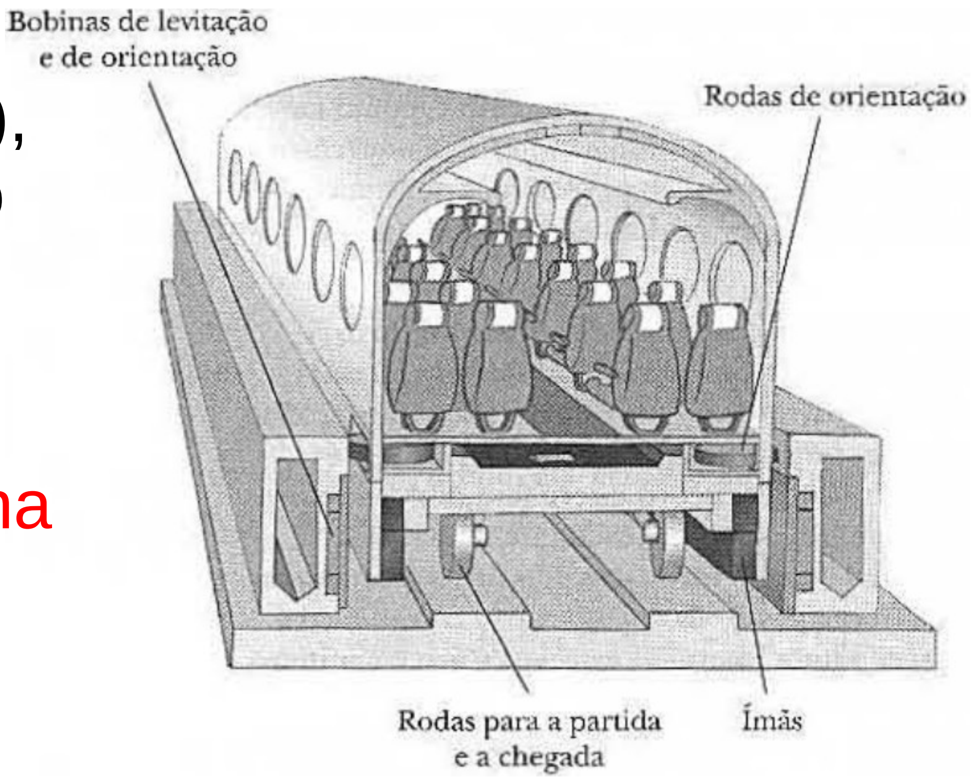
(d) $U_B = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2}L\mathcal{E}^2/R^2 = 20.0$ J

O Modelo de Repulsão para a Levitação Magnética



O Modelo de Repulsão para a Levitação Magnética

Neste sistema, chamado SED (Sistema EletroDinâmico), empregado em trens no Japão e no Magneplane em Massachusetts, o veículo transporta um ímã, que induz correntes numa placa ou bobina quando passa por cima desta, o que gera (pela Lei de Lenz) uma força de repulsão.

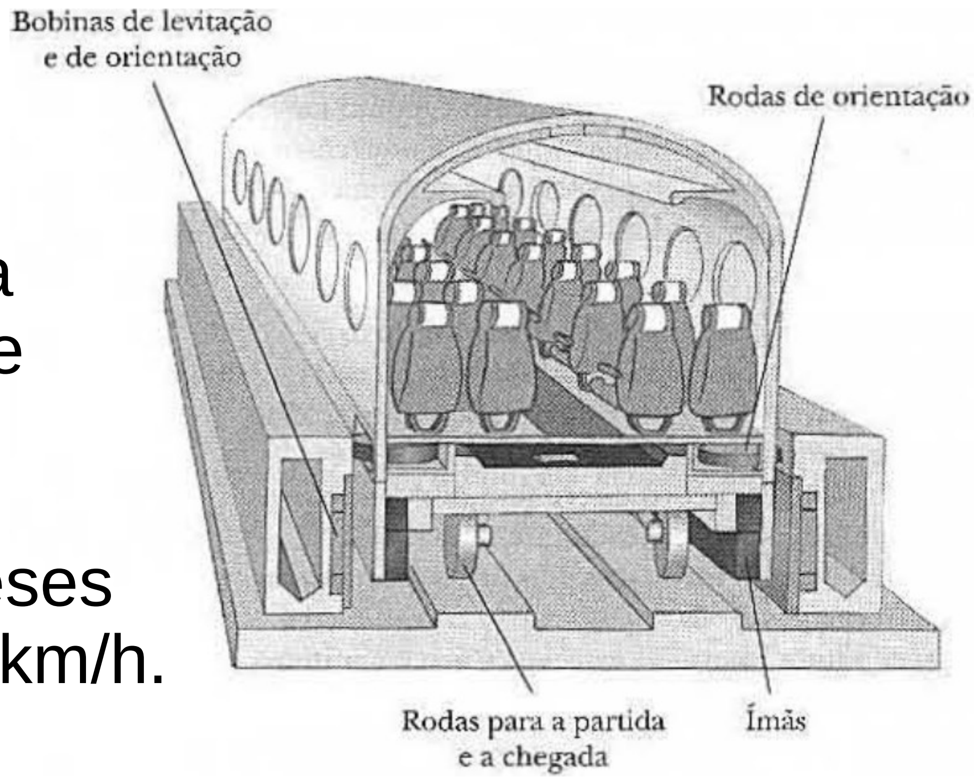


Esta força levanta o veículo, e ainda se "auto-regula", isto é, é mais forte quando o veículo se encontra a baixo da altura normal, assim levantando ele de volta, e é mais fraca quando o veículo é a cima da altura normal.

Obviamente, a força de levitação só age, enquanto o veículo está em movimento.

O Modelo de Repulsão para a Levitação Magnética

Infelizmente, a força também tem um componente que freia o veículo (vide o freio magnético da aula sobre a Lei de Lenz) e tem que ser compensado pela força de propulsão.
Mesmo assim, os trens japoneses alcançam velocidades de 550 km/h.



Universidade Federal do ABC

Fenômenos Eletromagnéticos

FIM PRA HOJE