



Universidade Federal do ABC

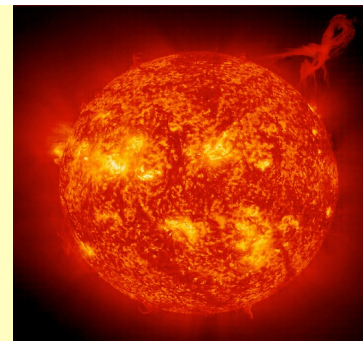
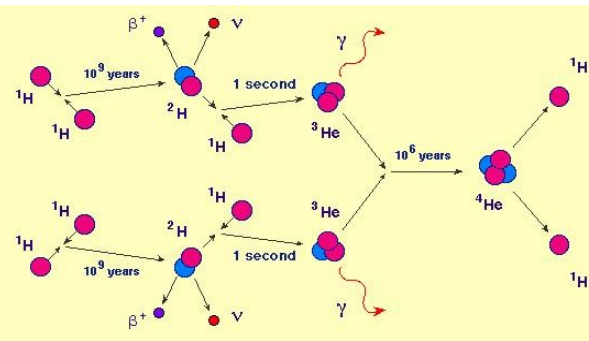
# Introdução à Física Estelar

## 7. Interior das Estrelas II

Prof. Pieter Westera

[pieter.westera@ufabc.edu.br](mailto:pieter.westera@ufabc.edu.br)

<http://professor.ufabc.edu.br/~pieter.westera/Estelar.html>



# Como saber mais sobre o Interior das Estrelas?

Nas aulas sobre atmosferas estelares, falamos sobre as **grandezas observacionais** (espectros) das estrelas, e de como estas refletem as propriedades das suas fontes, as **atmosferas estelares**.

Não há **nenhuma radiação detectável** provindo do **interior** das estrelas (tirando menos que um em cada  $10^{40}$  neutrinos do Sol e uns poucos de uma Supernova em 1987).

Nosso conhecimento do interior das estrelas vem de **Modelos Estelares**, que usam as **leis da física** para preverem as **estrutura e evolução dos interiores** das estrelas.

Estes devem prever de maneira correta as propriedades observáveis das atmosferas incl. a evolução observada.

# Como saber mais sobre o Interior das Estrelas?

Problema: A **evolução estelar** é muito **lenta**. Em nossos ~5000 anos de **observação**, a maioria das **estrelas não mudou** de maneira observável.

Estamos na situação de um alienígena observando a Praça da Sé, vendo pessoas em idades (estágios evolutivos) diferentes, e que tem que determinar, como decorre a vida (evolução) do ser humano, e ele tem só dois minutos de tempo de observação à disposição.



=> Ele não vê as pessoas envelhecerem (evoluiem).

=> Os modelos devem pelo menos explicar a variedade de estrelas observada.

# Equilíbrio Hidrostático

Um dos resultados principais destes modelos é que a vida de uma estrela é uma **batalha constante** entre a **gravidade**, que tenta **contrair** a estrela, e a **pressão interna** (p. e. térmica, de radiação, ...), que se contrapõe a esta contração.

Na **maior parte da vida**, estes dois se **cancelam** em **todas** as **posições** dentro da estrela e a estrela é **estática**, estado chamado **equilíbrio hidrostático**.

Quando a estrela **não** está em **equilíbrio hidrostático**, há **camadas** se **contraíndo** ou **expandindo**.

Frequentemente isto inclui o **envelope**, e a estrela **muda de tamanho**.

# Equilíbrio Hidrostático

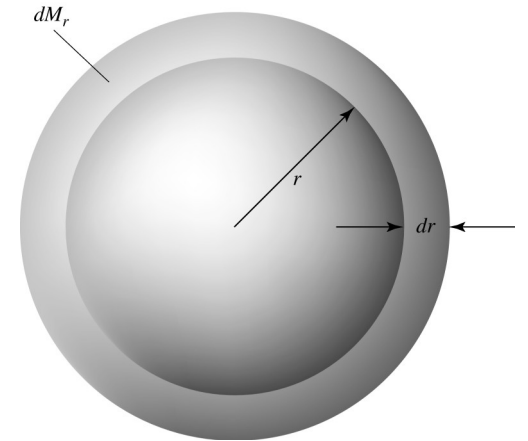
Supondo, que a estrela é **esfericamente simétrica**.

Definindo como **massa interna** ou **- contida**  $M_r$  a **massa dentro** de uma **esfera** com **raio**  $r$ :

$$M_r = \int_0^r dM = \int_0^r \rho dV = \int_0^r \rho \cdot 4\pi r'^2 dr'.$$

Segundo o **teorema das cascas esféricas**, a **força gravitacional** sobre um **elemento** de **massa**  $dm$  encontrando-se na **distância**  $r$  do **centro** da estrela é:

$$F_g = -G \cdot M_r dm / r^2 \quad (\text{sinal negativo por ser na direção } -r)$$



# Equilíbrio Hidrostático

Calculando as **forças** pra **cima** (pressão),  $F_P$ , e pra **baixo** (gravidade),  $F_g$ , agindo sobre um pequeno **cilindro** com **base**  $A$  e **altura**  $dr$  na **distância**  $r$  do **centro**:

$$F_P = A \cdot P(r) - A \cdot P(r+dr) = A \cdot (P(r) - P(r+dr))$$

$$F_g = -G \cdot M_r \cdot dm / r^2, \text{ onde } dm = \rho dV = \rho A dr$$

=> A força resultante no cilindro:

$$F_{\text{res}} = dm \cdot d^2r/dt^2 = A \cdot (P(r) - P(r+dr)) - G \cdot M_r \cdot dm / r^2$$

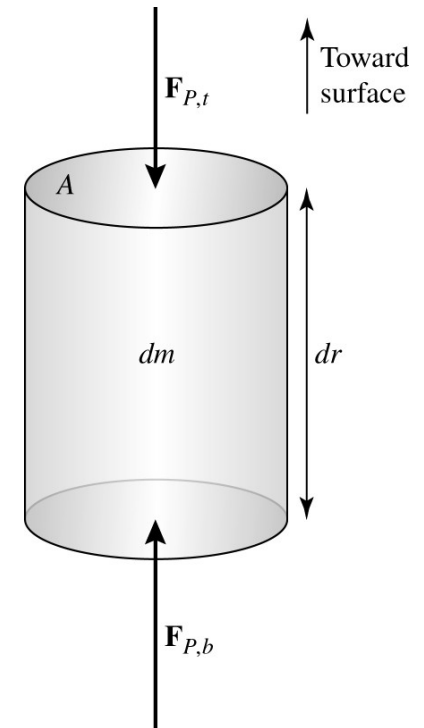
$$\text{ou } \rho A dr \cdot d^2r/dt^2 = -A \cdot (P(r+dr) - P(r)) - G \cdot M_r \cdot \rho A dr / r^2$$

dividindo por  $dV = A dr$ :

$$\rho \cdot d^2r/dt^2 = -(P(r+dr) - P(r)) / dr - G \cdot M_r \cdot \rho / r^2, \text{ e deixando } dr \rightarrow 0:$$

$$\rho \cdot d^2r/dt^2 = -dP/dr - G \cdot M_r \cdot \rho / r^2$$

que é a **equação do movimento radial**.



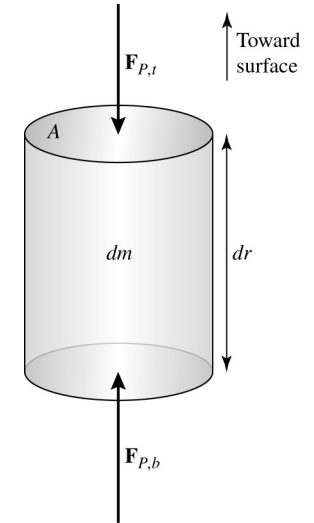
# Equilíbrio Hidrostático

No caso de uma **estrela estática** ( $d^2r/dt^2 = 0$ ) obtemos uma das equações fundamentais da estrutura estelar, a condição do **equilíbrio hidrostático**:

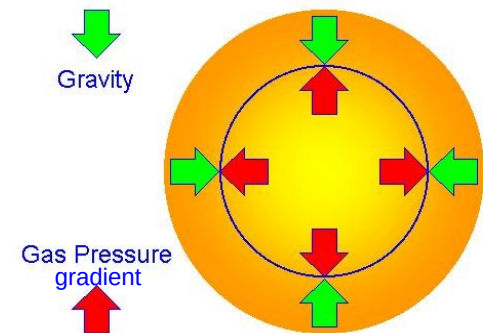
$$dP/dr = -G \cdot M_r \rho / r^2 = -\rho g,$$

onde  $g \equiv G \cdot M_r / r^2$

É o **gradiente da pressão** que **contrabalança** a **gravidade**.



Hydrostatic Equilibrium



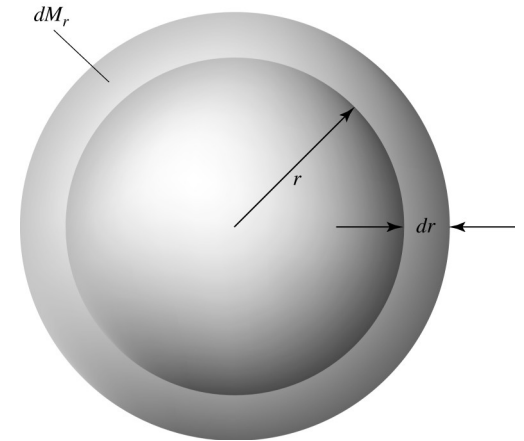
# A Equação da Conservação de Massa

A segunda relação fundamental pode ser derivada da expressão da massa de uma casca infinitesimalmente fina:

$$dM_r = \rho(4\pi r^2 dr)$$

=> **Equação da Conservação de Massa**

$$dM_r/dr = 4\pi r^2 \rho$$



# A Equação de Estado de Pressão

Partindo da **Equação** dos **gases ideais** ( $\Rightarrow$  FeTerm),

$$PV = Nk_B T = nRT$$

Com a ajuda da **Teoria Cinética dos Gases** podemos reescrevê-la em termos da **massa molecular média**,  $\mu \equiv \bar{m}/m_H$ , onde  $\bar{m}$  é a **massa média** das **partículas** do **gás**, e da **pressão**  $P_g$ , e explicitar esta última ( $\Rightarrow$  tb. FeTerm):

$$P_g = Nk_B T/V = Mk_B T/V\mu m_H = \rho k_B T/\mu m_H$$

# A Equação de Estado de Pressão

Para um **gás neutro**:

$$\bar{m} =: \bar{m}_n = \sum_j N_j m_j / \sum_j N_j,$$

onde  $m_j$  e  $N_j$  são os **massa** e **número** de **átomos** do **tipo  $j$** .

Dividindo por  $m_H$  dá:  $\mu_n = \sum_j N_j A_j / \sum_j N_j$ ,

onde  $A_j \equiv m_j/m_H$  é o **número de massa** (de prótons + nêutrons) por **núcleo** de átomos do tipo  $j$ .

Para um **gás completamente ionizado**:  $\mu_i \approx \sum_j N_j A_j / \sum_j N_j (1+Z_j)$ ,  
onde  $Z_j$  é a **carga nuclear** de **átomos** do tipo  $j$  (e, então o no. de elétrons que estes átomos contribuem)

=>  $(1+Z_j)N_j$  é o **no. total** de **partículas** (núcleos +  $e^-$ ) no gás  
(melhor: no plasma).

# A Equação de Estado de Pressão

Invertendo  $\bar{m} = \mu m_H = \sum_j N_j m_j / \sum_j N_j$  obtemos para o **gás neutro**:

$$\begin{aligned} 1/\mu_n m_H &= \sum_j N_j / \sum_j N_j m_j = \sum_j N_j / m_{\text{tot}} = \sum_j N_j \cdot m_{\text{tot},j} / m_{\text{tot},j} \cdot m_{\text{tot}} \\ &= \sum_j N_j / m_{\text{tot},j} \cdot m_{\text{tot},j} / m_{\text{tot}} = \sum_j N_j / N_j A_j m_H \cdot X_j = \sum_j 1/A_j m_H \cdot X_j, \end{aligned}$$

onde  $X_j := m_{\text{tot},j} / m_{\text{tot}}$  é a **fração** da **massa total** em **átomos** do tipo  $j$ .

$$\Rightarrow 1/\mu_n = \sum_j X_j / A_j$$

Usando as **frações** de **massa** para **H**, **He**, e **“metais”**\*,  
 $X$ ,  $Y$  e  $Z$ :  $1/\mu_n \approx X + 1/4 \cdot Y + \langle 1/A \rangle_n \cdot Z$ ,  
 $\langle 1/A \rangle_n$  sendo uma média ponderada sobre os “metais”.

Para composição química “solar”

$$(X = 0.70, Y = 0.28, Z = 0.02, \langle 1/A \rangle_n \approx 1/15.5)$$

$$\Rightarrow \mu_n = 1.30$$

\*Na astronomia, frequentemente se usa “metais” como sinônimo para todos os elementos além de H e He.

# A Equação de Estado de Pressão

Um cálculo similar para **gás completamente ionizado** leva a:

$$1/\mu_i = \sum_j (1+Z_j)/A_j \cdot X_j$$

$$\text{e } 1/\mu_i \approx 2X + \frac{3}{4} \cdot Y + \langle (1+Z)/A \rangle_i \cdot Z$$

!!! Os dois  $Z$  na fórmula são grandezas diferentes.

Já que, para **muitos elementos** com  $Z_j > 2$  (incl. os mais frequentes C, N, O, etc.),  $A_j \approx 2Z_j$ , temos

$$\langle (1+Z)/A \rangle_i \approx 1/2$$

=> para composição “solar”:  $\mu_i = 0.62$

# A Energia Cinética Média por Partícula

A Teoria Cinética dos gases, aplicada na distribuição de velocidades de Maxwell-Boltzmann também fornece a energia cinética média das partículas do gás ( $\Rightarrow$  tb. FeTerm):

$$\frac{1}{2}m\bar{v}^2 = \frac{3}{2} \cdot k_B T, \text{ onde } \bar{v}^2 \text{ é a velocidade média quadrática}$$

isto é, ela é  $\frac{1}{2}k_B T$  por grau de liberdade.

! As Lei dos Gases Ideais e distribuição de Maxwell-Boltzmann nem sempre são uma boa aproximação. No caso de densidades altas, fenômenos quânticos podem se tornar importantes.

No caso de férmions ( $e^-$ ,  $p^+$ ,  $n$ , ...) em altas densidades, como em Anãs Brancas, temos que usar a distribuição de Fermi-Dirac ( $\Rightarrow$  segunda parte da disciplina).

Para bósons ( $\gamma$ , ...), a distribuição de Bose-Einstein.

# A Contribuição da Pressão de Radiação

Como mencionado nas aulas sobre atmosferas estelares, a **radiação** exerce uma **pressão** também, de

$$P_{\text{rad}} = \frac{1}{3} \cdot u = \frac{1}{3} \cdot aT^4.$$

No **interior** de **estrelas**, esta contribuição é **longe** de ser **desprezível**, às vezes excedendo a pressão do gás, e/ou superando a atração gravitacional (causando a expansão do sistema).

Assim, temos que usar a **pressão total**

$$P_{\text{tot}} = P_{\text{g}} + P_{\text{rad}} = \rho kT / \mu m_{\text{H}} + \frac{1}{3} \cdot aT^4$$

( $a = 4\sigma/c = 7.5657 \cdot 10^{-16} \text{ J m}^{-3} \text{ K}^{-4}$ )

# A Equação do Gradiente de Luminosidade

Se a **energia** por **unidade** de **massa gerada** numa **posição** na estrela é  $\varepsilon$ , então a **contribuição** de uma **massinha** neste posição à **luminosidade** da **estrela** é

$$dL = \varepsilon dm$$

Se  $dm$  é uma **casca esférica** de **raio**  $r$  **centrada** no **centro** da **estrela** de **espessura infinitesimal**  $dr$ ,  $dm = 4\pi r^2 \cdot \rho dr$ , obtemos mais uma das equações fundamentais da estrutura estelar, a **equação do gradiente de luminosidade**:

$$dL/dr = 4\pi r^2 \cdot \rho \varepsilon$$

# O Gradiente de Temperatura Radiativo

Então, a **Luminosidade contida** na **esfera** com raio  $r$  é

$$L_r = \int_0^r dL = \int_0^r 4\pi r'^2 \cdot \rho \varepsilon dr',$$

onde  $\varepsilon$  é a energia por unidade de massa gerada na esfera na distância  $r$  do centro

=> o fluxo radiativo no raio  $r$  é  $F_{\text{rad}} = L_r / 4\pi r^2$

# O Gradiente de Temperatura Radiativo

Nas aulas sobre atmosferas estelares, achamos que o **gradiente** da **pressão** de **radiação** é dado por ( $dz = dr$ ):

$$dP_{\text{rad}}/dr = -\bar{\kappa}\rho/c \cdot F_{\text{rad}}$$

Mas podemos exprimir este gradiente também como:

$$dP_{\text{rad}}/dr = d/dr \left( \frac{1}{3} \cdot aT^4 \right) = \frac{4}{3} \cdot aT^3 dT/dr$$

Igualando os dois:  $dT/dr = -3/4ac \cdot \bar{\kappa}\rho/T^3 \cdot F_{\text{rad}}$ ,  
e usando  $F_{\text{rad}} = L_r / 4\pi r^2$

obtemos o **gradiente de temperatura** para **transporte radiativo** (mais uma das equações fundamentais):

$$dT/dr = -3/4ac \cdot \bar{\kappa}\rho/T^3 \cdot L_r/4\pi r^2$$

# Transporte de Energia

Existem **três mecanismos** de **transporte** de **energia** operando nos interiores das estrelas:

- transporte por **radiação**, tratado nas aulas sobre **atmosferas estelares**.
- **condução**, **choques** entre **partículas**. É **insignificante** na maioria dos casos, e não trataremos dela.
- **convecção**: **gás quente** ou **frio** se **deslocando**, levando a sua energia térmica junto.

Basicamente: Gás se esquentando “em baixo”, expande e fica menos denso, sobe, resfria “em cima” se livrando da energia (i.e. por radiação ou condução), se contrai, fica mais denso e desce de novo.

Tratamos deste mecanismo em seguida.

# Convecção

Infelizmente, convecção é bastante **complicada**.

Se trata de um **processo 3D** envolvendo mecânica dos fluidos, enquanto a maioria dos **modelos estelares** são **1D**, tratando a estrela como esfericamente simétrica e usando apenas  $r$  como coordenada independente.

Além disso, convecção pode ocorrer em **escalas de tempo** comparáveis às escalas de tempo de **outros processos** nas estrelas, causando **interação** entre os dois.

A aproximação de tratar estes outros processos e a convecção separadamente às vezes não é justificada.

# A Altura de Escala de Pressão

Definimos a **altura de escala de pressão**  $H_P$ , usando a equação

$$1/H_P = -1/P \cdot dP/dr$$

Se  $H_P$  é uma constante, obtemos

$$P = P_0 e^{-r/H_P}$$

$H_P$  é a **distância vertical**, naquele a **pressão cai** por um **fator e**.

Usando a equação do **equilíbrio hidrostático**

$$dP/dr = -\rho g \quad (g = GM_r/r^2)$$

$$\Rightarrow H_P = P/\rho g$$

# Energia Interna e a Primeira Lei da Termodinâmica

A primeira lei da termodinâmica é uma versão da conservação de energia. Para um dado elemento:

$$dU = dQ - dW,$$

onde  $dQ$  é o calor adicionado ao elemento,  $dW$  é o trabalho feito pelo elemento sobre sua vizinhança,

e  $dU$ , a variação da energia interna  $U$  do elemento, todos por unidade de massa do elemento.

!!! Alguns autores definem  $dW$  como o trabalho feito pela vizinhança sobre o elemento, isto é, com o sinal oposto (assim,  $dU = dQ + dW$ ).

# Energia Interna e a Primeira Lei da Termodinâmica

$U$  é a **energia interna** por **unidade** de **massa** e é uma **função de estado**:

$U = \bar{K}/\bar{m}$ , onde  $\bar{K}$  é a **energia** por **partícula** e  $\bar{m} = \mu m_H$

Para um **gás ideal**,  $\bar{K} = 3k_B T/2$

$$\Rightarrow U = 3/2 \cdot (k_B/\mu m_H) T = 3/2 \cdot n_e R T \quad (n_e = n/m)$$

A **variação** em **calor**  $dQ$  é, em geral, expressa em termos dos **calores específicos** (sob pressão constante,  $|_P$ , respectivamente, em um volume constante,  $|_V$ )  $C$  do gás:

$$C_P \equiv \partial Q/\partial T|_P \quad \text{e} \quad C_V \equiv \partial Q/\partial T|_V$$

# Calor Específico

O trabalho por unidade de massa realizado por um cilindro (base  $A$ , altura  $dr$ ) de gás na sua vizinhança é:

$$dW = (F/m)dr = (PA/m)dr = PdV_e,$$

onde  $V_e \equiv V/m = 1/\rho$  é o volume específico.

$$\Rightarrow \text{primeira lei: } dU = dQ - PdV_e,$$

Para um volume constante,  $dV = 0 \Rightarrow dV_e = 0$ ,  $dW = 0$ :

$$dU = dU|_v = dQ|_v = \partial Q/\partial T|_v dT = C_v dT$$

mas  $dU = (3n_e R/2)dT$  para um gás monoatômico (ideal)

$$\Rightarrow C_v = 3/2 \cdot n_e R$$

# Calor Específico

Para achar  $C_P$  para um **gás monoatômico**, observe que

$$dU = dU|_P = \partial Q / \partial T|_P dT - P \cdot \partial V_e / \partial T|_P dT$$

Considerando **todas** as **variações diferenciais** em  $PV_e = n_eRT$ :

$$PdV_e + V_e dP = RTdn_e + n_eRdT \text{ (já que } R = \text{const.)}$$

para  **$P$**  e  **$n_e$  const.**, isto dá  $P \cdot dV_e / dT = n_eR$

Substituindo isto,  $dU = C_V dT$  e  $C_P \equiv \partial Q / \partial T|_P$  na equação em cima (e dividindo por  $dT$ ), chegamos em:

$$C_P = C_V + n_eR,$$

o que vale sempre quando a lei dos gases ideais se aplica.

Definindo  $\gamma \equiv C_P / C_V$  o “**gama adiabático**”,  $\gamma = 1 + 2/j$ ,

onde  $j$  é o **número de graus de liberdade**,

para um **gás monoatômico** ( $C_P = 3/2 \cdot n_eR + n_eR = 5/2 \cdot n_eR$ ):  $j = 3 \Rightarrow \gamma = 5/3$

e se aproxima de **1** para um **gás ionizado**.

# A Lei de Gases Adiabáticas

Supondo que, na convecção, os **elementos** de **gás não trocam calor** com a **vizinhança**, temos um processo **adiabático**,  $dQ = 0$ .

$$\Rightarrow dU = -PdV_e,$$

e a segunda equação do slide anterior com  $n_e = \text{const.}$  dá:

$$PdV_e + V_e dP = n_e R dT$$

Combinando estes com  $dU = -PdV_e = C_V dT$  resulta em:

$$PdV_e + V_e dP = -(n_e R / C_V) \cdot PdV_e \Rightarrow (1 + n_e R / C_V) PdV_e = -V_e dP$$

Dividindo por  $PV_e$  e usando  $C_P = C_V + n_e R$  e  $\gamma = C_P / C_V$  dá

$$\gamma \cdot dV_e / V_e = -dP / P,$$

o que é uma **equação diferencial** cuja **solução** é a **Lei de gases adiabáticos**:

$$PV_e^\gamma = K, \text{ onde } K = \text{const.}$$

## A Lei de Gases Adiabáticas

Usando a lei dos **gases ideais** também obtemos:

$$P = n_e RT/V_e = n_e RT(P/K)^{1/\gamma} \Rightarrow P^{1-1/\gamma} = K^{-1/\gamma} n_e RT$$

$$\Rightarrow P = K^{-(1/\gamma)/(1-1/\gamma)} (n_e R)^{1/(1-1/\gamma)} T^{1/(1-1/\gamma)} = K' T^{\gamma/(\gamma-1)},$$

onde  $K' = K^{-(1/\gamma)/(1-1/\gamma)} (n_e R)^{1/(1-1/\gamma)} =$  outra constante.

## A Velocidade do Som Adiabática

Conseguimos calcular a **velocidade** do **som** nestas circunstâncias que é dada por:

$$v_s = \sqrt{B/\rho},$$

$$\text{onde } B \equiv V(\partial P/\partial V)_{\text{ad}}$$

$$\Rightarrow v_s = \sqrt{\gamma P/\rho}$$

## O Gradiente de Temperatura Adiabático

Supondo uma **bolha convectiva** de **gás quente** **subindo** pela estrela, o **gradiente de temperatura adiabático** é a **taxa de variação da temperatura da bolha** ao se propagar pelo interior da estrela.

Derivando a lei dos gases ideais ( $P_g = \rho k_B T / \mu m_H$ ) em  $r$ :

$$\begin{aligned} dP/dr &= -\rho k_B T / \mu^2 m_H \cdot d\mu/dr + k_B T / \mu m_H \cdot d\rho/dr + \rho k_B / \mu m_H \cdot dT/dr \\ &= -P/\mu \cdot d\mu/dr + P/\rho \cdot d\rho/dr + P/T \cdot dT/dr \quad (I) \end{aligned}$$

Combinando  $PV_e^\gamma = K$  e lembrando que  $V_e \equiv 1/\rho$  temos

$$P = K \cdot \rho^\gamma$$

$$\Rightarrow dP/dr = K \cdot \gamma \rho^{\gamma-1} \cdot d\rho/dr = \gamma \cdot P/\rho \cdot d\rho/dr$$

## O Gradiente de Temperatura Adiabático

Combinando com (I):

$$-P/\mu \cdot d\mu/dr + P/\rho \cdot d\rho/dr + P/T \cdot dT/dr = \gamma \cdot P/\rho \cdot d\rho/dr$$

e supondo  $\mu = \text{const.}$ :

$$P/\rho \cdot d\rho/dr + P/T \cdot dT/dr = \gamma \cdot P/\rho \cdot d\rho/dr$$

$$\Rightarrow P/T \cdot dT/dr = (\gamma - 1) \cdot P/\rho \cdot d\rho/dr$$

$$=^* (\gamma - 1) \cdot \gamma^{-1} dP/d\rho \cdot d\rho/dr$$

$$= (1 - 1/\gamma) \cdot dP/dr$$

\*Já que  $dP/d\rho = d(K \cdot \rho^\gamma)/d\rho = \gamma K \cdot \rho^{\gamma-1} = \gamma(K \cdot \rho^\gamma)/\rho = \gamma P/\rho$

obtemos o **gradiente de temperatura adiabático**:

$$dT/dr \Big|_{\text{ad}} = (1 - 1/\gamma) \cdot T/P \cdot dP/dr$$

# O Gradiente de Temperatura Adiabático

Usando  $dP/dr = -G \cdot M_r \rho / r^2 = -\rho g$  e  $P_g = \rho k_B T / \mu m_H$  obtemos:

$$\left. \frac{dT}{dr} \right|_{\text{ad}} = - \left( 1 - \frac{1}{\gamma} \right) \frac{\mu m_H}{k} \frac{GM_r}{r^2} \quad \text{outra equação fundamental}$$

$$\begin{aligned} \text{ou } \left. \frac{dT}{dr} \right|_{\text{ad}} &= -(\gamma-1)/\gamma \mu m_H / k_B g = -(C_P/C_V - 1)/(C_P/C_V) \cdot 1/n_e R \cdot g \\ &= -(C_P - C_V)/C_P \cdot 1/n_e R \cdot g = -g/C_P \end{aligned}$$

Este gradiente deve ser **menor** que o **gradiente de temperatura real** da estrela, isto é, ser **superadiabático**, para que a **convecção** possa acontecer:

$$\left| \frac{dT}{dr} \right|_{\text{act}} > \left| \frac{dT}{dr} \right|_{\text{ad}}$$

Normalmente, o **transporte** por uma camada no **interior** de uma **estrela** é quase **puramente** por **convecção** ou por **radiação**. Na **atmosfera** a coisa é mais **complicada**.

## O Gradiente de Temperatura Adiabático

A condição  $\left| \frac{dT}{dr} \right|_{\text{act}} > \left| \frac{dT}{dr} \right|_{\text{ad}}$   
equivale à condição (dedução => livro)

$$T/P \cdot dP/dT < \gamma/(\gamma-1)$$

$$\text{ou } d \ln P / d \ln T < \gamma/(\gamma-1)$$

Em geral, há **convecção** e não transporte radiativo, se

- a **opacidade** do gás é **alta**, praticamente impedindo o transporte radiativo

- existe uma zona, onde há **ionização**, causando gradientes adiabáticos pequenos ( $\gamma \rightarrow 1$ ), e/ou

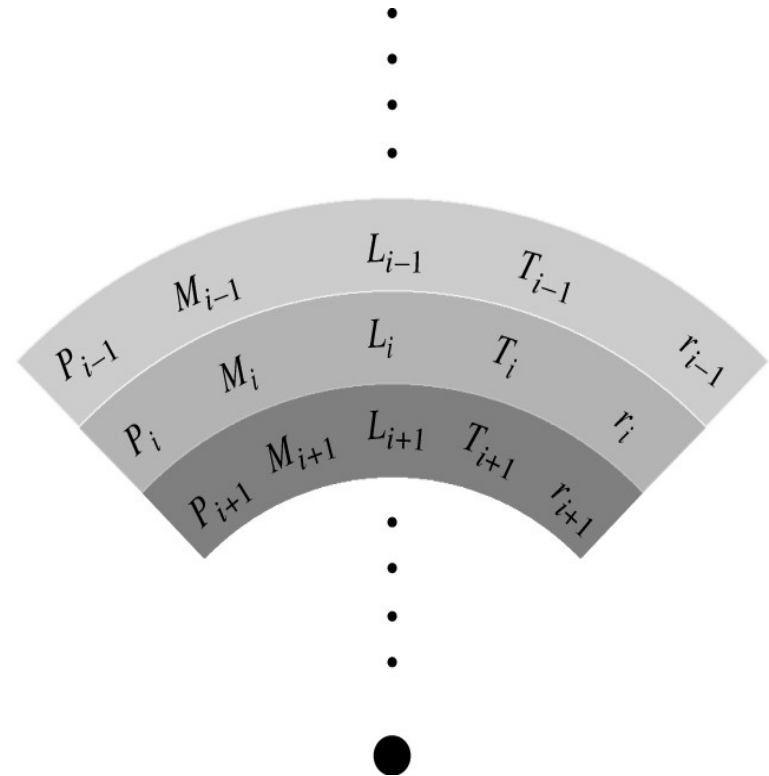
- a **taxa de fusão nuclear depende fortemente da temperatura** (i.e. nos processos triplo  $\alpha$  ou ciclo CNO).

As primeiras duas condições podem ocorrer em atmosferas estelares, enquanto a terceira ocorre nos núcleos de estrelas.

# Evolução Estelar

## Modelos Estelares

Calculam as **densidade** e **composição** de íons, elétrons, fótons e neutrinos e as **temperatura** e **pressão** em função de  $r$  e do tempo, subdividindo a estrela em **cascas finas esféricas**, frequentemente supondo **simetria esférica**.



# Evolução Estelar

## Modelos Estelares

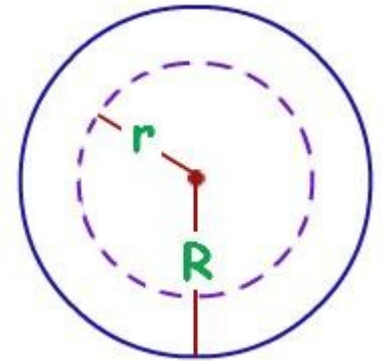
Elas levam em conta:

- A taxa de **Fusão Nuclear** em função de temperatura, pressão e montante de “combustível” (hidrogênio e, mais tarde, outros elementos),

- A **Luminosidade** contida na esfera com raio  $r$ :

$$L_r = \int_0^r dL = \int_0^r 4\pi r^2 \cdot \rho \varepsilon dr, \text{ onde}$$

$\varepsilon = \varepsilon_{\text{nuclear}} + \varepsilon_{\text{gravidade}}$  é a energia por unidade de massa gerada na esfera na distância  $r$  do centro,



# Evolução Estelar

## Modelos Estelares

### - **Equilíbrio Hidrostático:**

Em cada ponto da estrela, o gradiente da pressão tem que contrabalancear a atração gravitacional:

$dP/dr = -GM_r \rho / r^2$ ,  
onde  $M_r = \int_0^r dM = \int_0^r \rho dV = \int_0^r \rho \cdot 4\pi r'^2 dr'$ ,

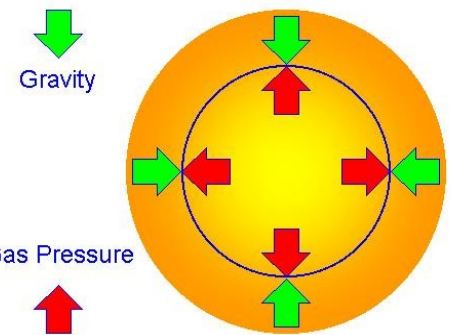
### - E o **Transporte de Energia** por

- radiação:  $dT/dr = -3/4ac \cdot \bar{\kappa} \rho / T^3 \cdot L_r / 4\pi r^2$

- convecção adiabática:  $dT/dr|_{ad} = -(1-1/\gamma) \cdot \mu m_H / k_B \cdot GM_r / r^2$

- condução (normalmente desprezível)

Hydrostatic Equilibrium



# Evolução Estelar

## Modelos Estelares

Eles partem de **condições de contorno** razoáveis, i. e.

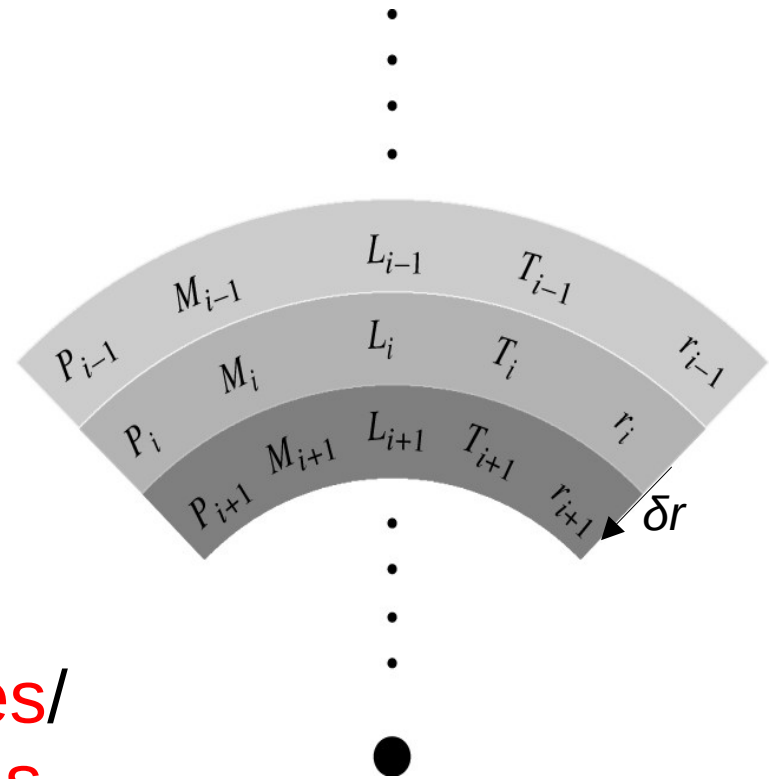
$M_r, L_r = 0$  para  $r = 0$ .

$T, P$  e  $\rho$  tomam seus valores observados em  $r = R$  (se conhecidos), e **integram** do

**centro** até a **superfície** e/ou vice-versa, usando as **interações/relações** entre **camadas vizinhas**

(exemplo:  $P_{i+1} = P_i + \Delta P/\Delta r \cdot \delta r$ , onde  $\delta r$  é negativo).

Têm que explicar a **variedade** de **Estrelas observadas**.



# Evolução Estelar

## Resultados dos Modelos Estelares

- O **destino** de uma estrela é determinado pela sua **massa** (e um pouquinho pela sua composição química => “teorema” de Vogt-Russell).
- Quanto **maior** a **massa** da estrela, tanto **maior** as **densidade, pressão e temperatura** no **interior**  
=> tanto **mais rapidamente** decorre a sua **evolução** (incl. a sua evolução proto-estelar  
=> aulas na segunda parte da disciplina),  
e tanto **mais elementos** podem ser formados no seu caroço

# Evolução Estelar

$M < 0.072 M_{\odot}$ :

$T_{\text{caroço}} < 10^7 \text{ K} \Rightarrow$  não ocorre fusão nuclear estável  
 $\Rightarrow$  “estrela frustrada”, anã marrom, “Jupiter”

$M > \sim 150 M_{\odot}$ :

Fusão já começa antes da relaxação da estrela  
 $\Rightarrow$  Estrela se desfaz antes de se formar

$0.072 M_{\odot} < M < \sim 150 M_{\odot}$ :

$T_{\text{caroço}} > 10^7 \text{ K} \Rightarrow$  ignição do H  $\Rightarrow$  fusão nuclear

$\Rightarrow$  Estrela comum, “estrela anã” como o Sol

-  $0.072 M_{\odot} < M < \sim 8 M_{\odot}$ : estrelas de baixa massa

-  $\sim 8 M_{\odot} < M < \sim 150 M_{\odot}$ : estrelas de alta massa

! Os limites entre as faixas de massa podem diferir muito de acordo com a fonte consultada. Alguns astrônomos ainda usam uma faixa de estrelas de massa intermediária.



Universidade Federal do ABC

# Introdução à Física Estelar

## FIM PRA HOJE

