



Universidade Federal do ABC

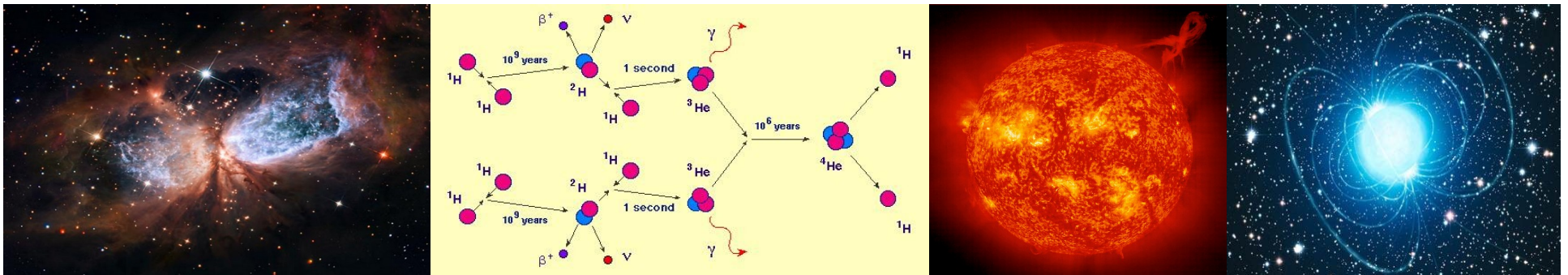
Introdução à Física Estelar

15. Relatividade

Prof. Pieter Westera

pieter.westera@ufabc.edu.br

<http://professor.ufabc.edu.br/~pieter.westera/Estelar.html>

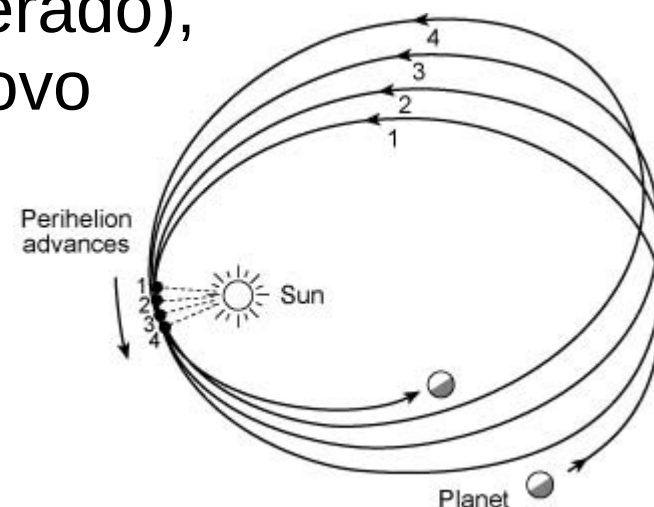
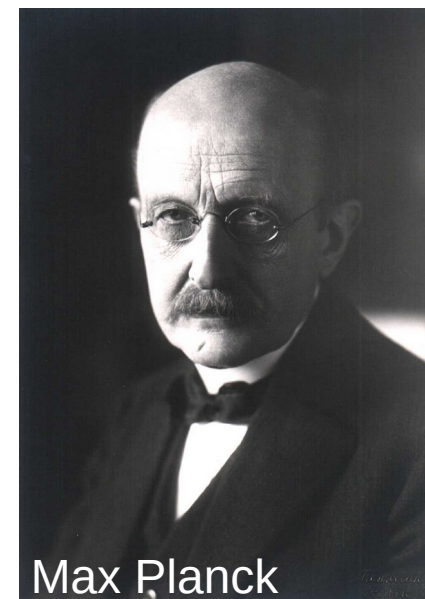


Relatividade

Em 1874, um dos professores de Max Planck, Philip Jolly, desaconselhou o aluno dele de estudar física, por que “não tinha mais nada para ser descoberto”.

Só tinha alguns detalhes ainda não explicadas, como a **fonte de energia** do **Sol**, e a **precessão do periélio** da **órbita de Mercúrio** (43"/século a mais do que esperado), problemas, cuja resolução levou a um novo ramo da física, a **Teoria da Relatividade** de Einstein.

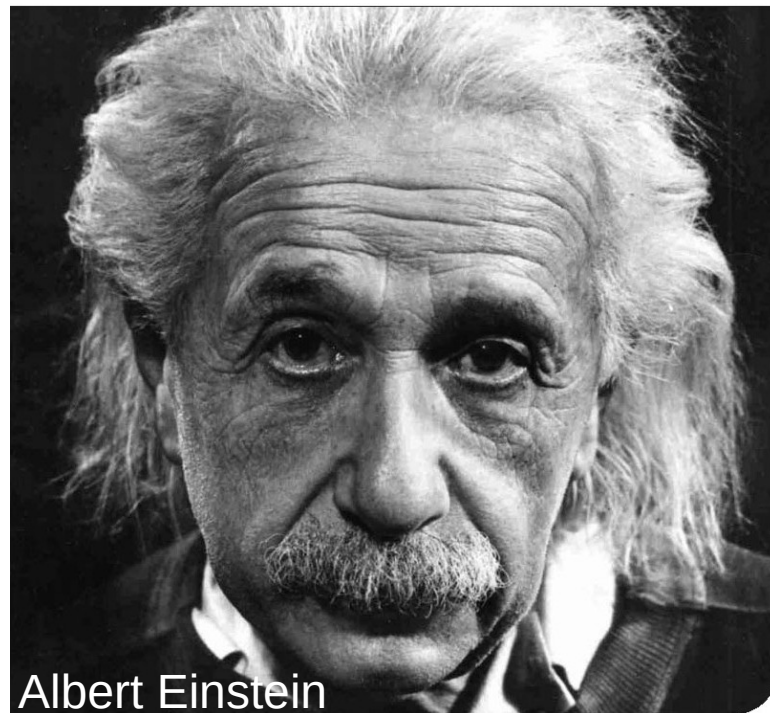
O próprio Max Planck acabou se tornando um dos fundadores da mecânica quântica.



Relatividade

A **Teoria da Relatividade** foi desenvolvida por **Albert Einstein** de 1905 (Relatividade **Restrita** => aulas 7 e 8) a 1915 (Relatividade **Geral**).

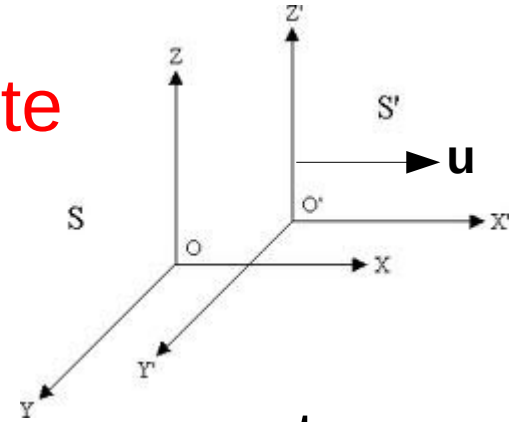
Ela afirma que as **propriedades** (geometria, eixo do tempo) de **espaço** e **tempo** dependem da situação do **observador**, do seu **estado** de **movimento** (velocidade, aceleração), e a sua **posição** em relação a **massas altas/densas**.



Albert Einstein

A Transformação de Galileu

Considerando um sistema de inércia S' se movimentando com velocidade constante $\mathbf{u} = (u, 0, 0)$ em relação a um sistema S , as origens dos dois sistemas coincidindo em $t = 0$.



=> pode-se transformar as coordenadas de um ponto $\mathbf{r} = (x, y, z)$ e o tempo usando a seguinte transformação:

$$\mathbf{r}' = \mathbf{r} - \mathbf{u}t$$

$$\Rightarrow x' = x - ut$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = t \quad (\text{simultaneidade e tempo absolutos}),$$

que é a transformação de Galileu.

A Transformação de Galileu

Velocidades se transformam assim:

$$\mathbf{v}' = d\mathbf{r}'/dt' = d(\mathbf{r}-\mathbf{u}t)/dt = d\mathbf{r}/dt - \mathbf{u}t/dt = \mathbf{v} - \mathbf{u}$$

$$\Rightarrow v_x' = v_x - u$$

$$v_y' = v_y$$

$$v_z' = v_z$$

e acelerações: $\mathbf{a}' = d\mathbf{v}'/dt' = d(\mathbf{v}-\mathbf{u})/dt = d\mathbf{v}/dt = \mathbf{a}$

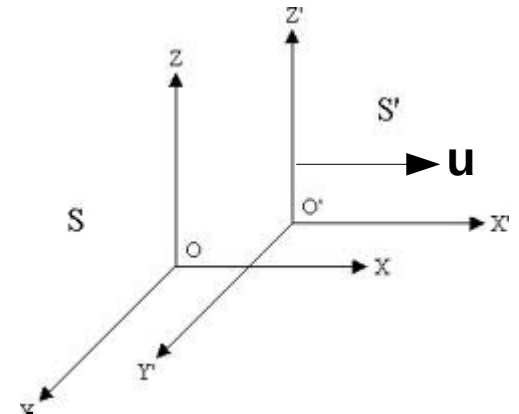
\Rightarrow **Acelerações** e, com isto, as **Leis de Newton** são **invariantes** na **Transformação de Galileu**.

\Rightarrow **Princípio de invariância de Galileu**:

As **leis fundamentais da Física** são as **mesmas** em **todos** os **sistemas de referência inerciais**.

Todos os sistemas de referência inerciais são **equivalentes**.

Não há um sistema de referência absoluto.



A Transformação de Galileu

Porém (final do século XIX):

Para as Leis do **Eletromagnetismo**, o **princípio** de **invariância** de **Galileu** parece falhar.

Exemplo: A força magnética $\mathbf{F} = q \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{B})$ aplicada em uma carga muda numa Transformação de Galileu.

=> As Leis do **Eletromagnetismo** parecem funcionar só em **um** determinado **sistema** de **referência**, que chamaram de **éter**.

Em particular, **ondas eletromagnéticas** devem se **propagar** pelo **éter** com a **velocidade**

$$c = (\epsilon_0 \mu_0)^{-1/2} = 299\,792\,458 \text{ m/s},$$

que pode ser **derivada** das **Leis** de **Maxwell**.

=> **Conflito** com o **Princípio** de **invariância** de **Galileu**.

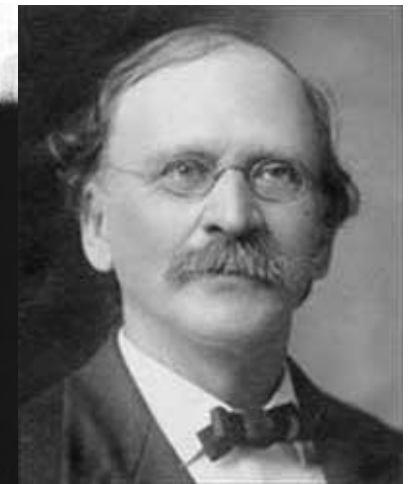
A Transformação de Galileu

O Experimento de Michelson-Morley

Em 1887 **Michelson** e **Morley** tentaram medir a **velocidade** da **Terra** em **relação** ao **éter**, medindo a **velocidade** da **luz** em **várias direções** e até em **várias épocas** do ano.



Albert Abraham
Michelson



Edward Williams
Morley

Eles encontraram um **resultado nulo**, quer dizer:

A **velocidade** da **luz** era a **mesma** em **todas** as **direções**, e **independente** da **velocidade** do **referencial** (a Terra), em **contradição** com a **Transformação** de **Galileu** $\mathbf{v}' = \mathbf{v} - \mathbf{u}$.

=> **Crise** no **paradigma Newtoniano**.

Os Postulados de Einstein

Isto levou Einstein a fazer os seguintes dois **postulados** para a nova teoria:

- **O Princípio da Relatividade**: As **leis da física** são as **mesmas** em **todos** os **sistemas de referência inerciais**.
- **A Invariância da Velocidade da Luz**: A **luz** se movimenta pelo vácuo com uma **velocidade constante** c , que é **independente** do **movimento da fonte** da luz, ou do **observador**.

Outra condição:

- **Princípio de correspondência**: Para **velocidades baixas**, $u \ll c$, a nova teoria deve tender à **teoria newtoniana**.

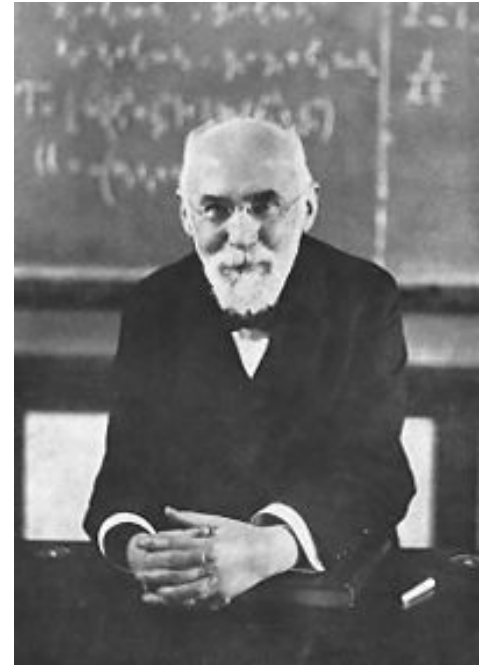
=> Encontrar novas **Transformações** que garantem isto.

A Transformação de Lorentz

Na **Relatividade Restrita**, a transformação de coordenadas na **troca** de **referencial**, i. e. no caso “Sistema S' se movimentando com $\mathbf{u} = (u, 0, 0)$ em relação a S ” é realizada pela

Transformação de Lorentz (1904):

Esta transformação é às vezes chamada ***boost*** pela velocidade \mathbf{u} (neste caso, na direção dos x).



Hendrik Antoon
Lorentz (1853-1928)

A Transformação de Lorentz

Mesma situação: Sistema S' se movimentando com $\mathbf{u} = (u, 0, 0)$ em relação a S .

Demos uma olhada nas seguintes transformações, chamadas **Transformações de Lorentz**:

$$x' = \gamma \cdot (x - ut)$$

$$y' = y$$

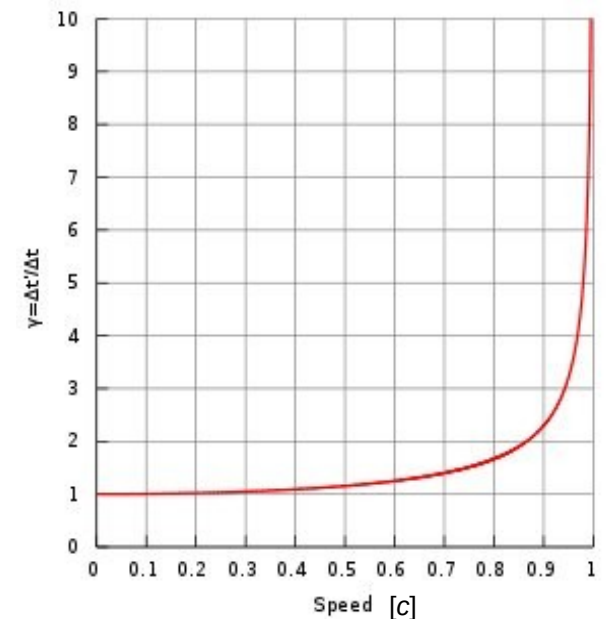
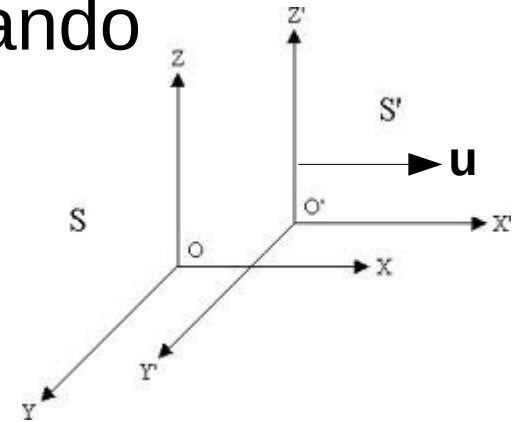
$$z' = z$$

$$t' = \gamma \cdot (t - ux/c^2),$$

onde $\gamma := 1/\sqrt{1-u^2/c^2} = 1/\sqrt{1-\beta^2}$
= **fator de Lorentz**, $\beta := u/c$

$$\gamma(u=0) = 1$$

$$\gamma(u=c) = \infty$$



A Transformação de Lorentz

Exercício: mostre que, aplicando esta transformação em (x',y',z',t') usando $-u$ em lugar de u , obtém-se (x,y,z,t) de volta.

=> As **transformações inversas** são as **mesmas**, substituindo u por $-u$, como deveria ser, já que S se movimenta com $-u$ em relação a S' .

Exercício 2: Mostre que, para $u \ll c$, estas transformações se tornam as transformações de Galileu.

A Transformação de Lorentz

É útil introduzir o **Diagrama Espaço-Tempo**

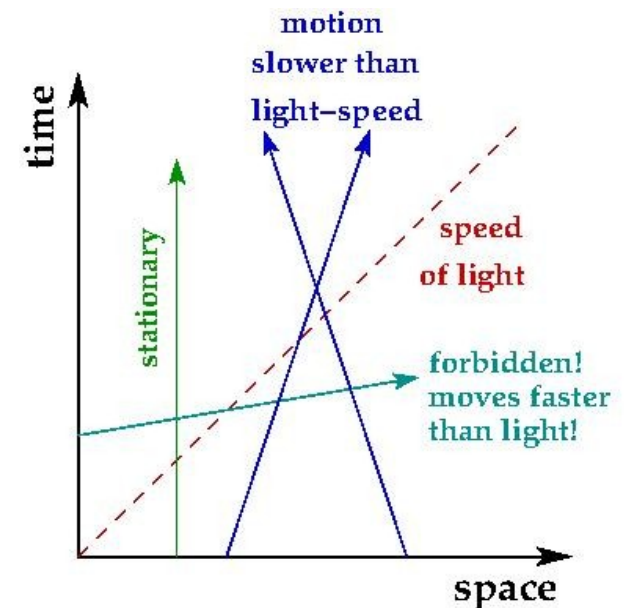
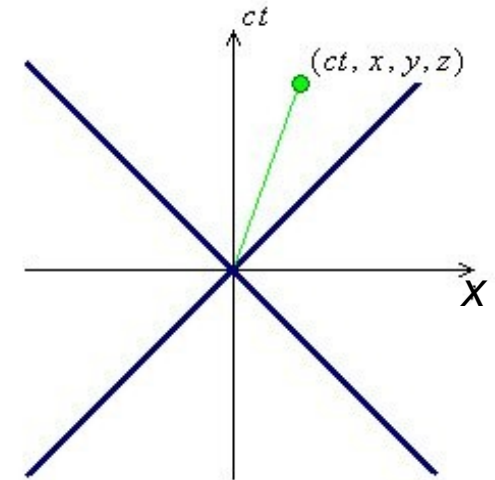
eixo **horizontal**: x

eixo **vertical**: t , multiplicado pela velocidade da luz, c , para que os eixos tenham as mesmas unidades (de distância).

y e z são **ignorados**, já que tudo que é interessante acontece nas dimensões x e t .

Retas no diagrama representam objetos viajando com **velocidades constantes**, quanto **mais rapidamente**, tanto **menos inclinadas**.

Uma inclinação de 45° corresponde à **velocidade da luz**.



A Transformação de Lorentz

Dando uma olhada de novo para estas transformações:

$$x' = \gamma \cdot (x - ut)$$

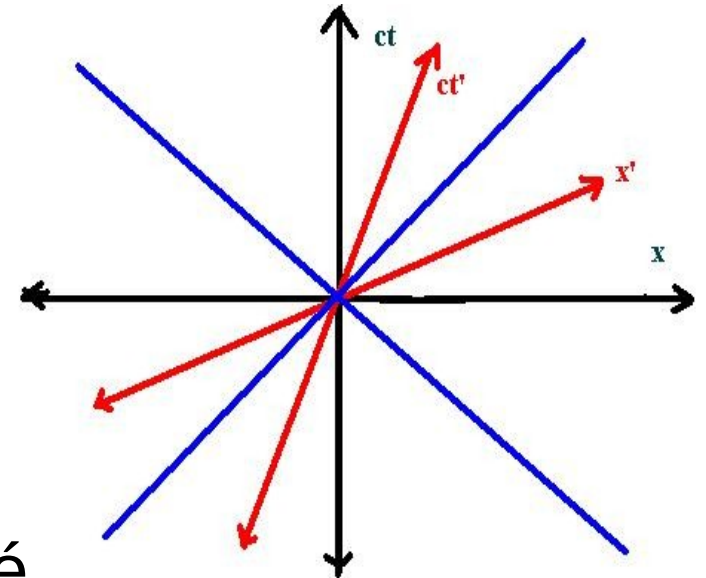
$$t' = \gamma \cdot (t - ux/c^2)$$

Elas **misturam espaço** (x) e **tempo**!

O que pro **observador** em S é **espaço** é (parcialmente) **tempo** pro **observador** em S' , e vice-versa.

Eventos que acontecem na **mesma posição** para S , **não** necessariamente acontecem na **mesma posição** para S' .

Eventos que são **simultâneos** para S , **não** necessariamente são **simultâneos** para S' .



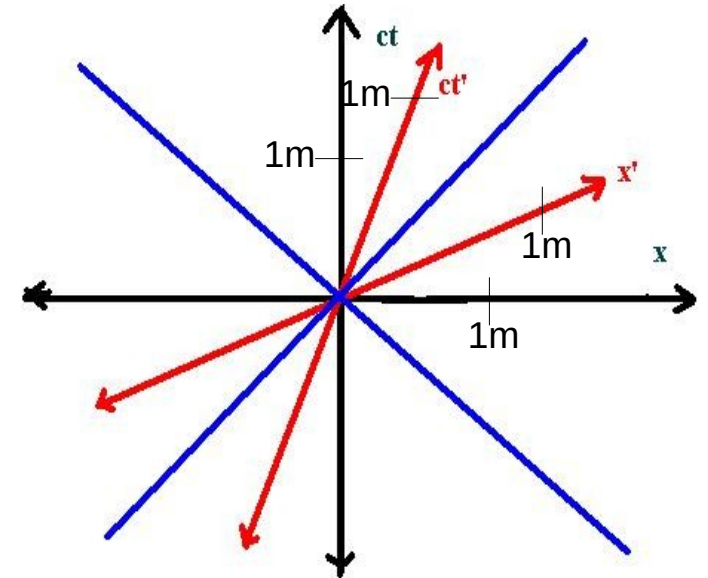
A Transformação de Lorentz

As quatro dimensões x , y , z e t (multiplicado por c) juntos definem um espaço **4-dimensional**, o **Espaço-Tempo**.

Definimos como **evento** um ponto no Espaço-Tempo, (x,y,z,ct) .

!! Vários autores usam t como zero-ésima coordenada (e não como quarta): (ct,x,y,z) .

!! Na transformação de um sistema para outra, as **escalas não são conservadas**.



A Transformação de Lorentz

E a Invariância da Velocidade da Luz?

tomando um **fóton**, que estava na origem de S e S' em $t = 0$, viajando na direção $+x$.

Após um tempo Δt , ele está em $(\Delta x = c\Delta t, 0, 0)$.

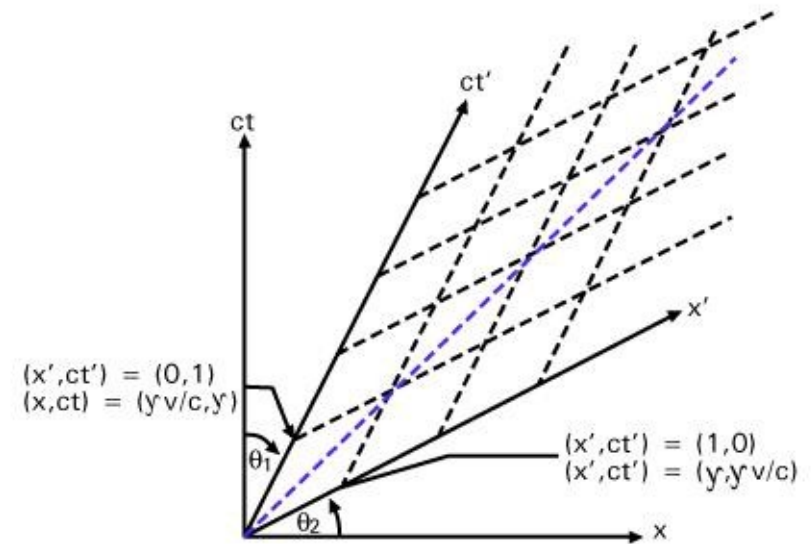
E no sistema S' :

$$\Delta t' = \gamma \cdot (\Delta t - u\Delta x/c^2), \quad \Delta x' = \gamma \cdot (\Delta x - u\Delta t)$$

=> neste sistema, o fóton viajou com velocidade

$$\Delta x'/\Delta t' = \gamma(\Delta x - u\Delta t) / \gamma(\Delta t - u\Delta x/c^2) = (c\Delta t - u\Delta t) / (\Delta t - uc\Delta t/c^2) = c$$

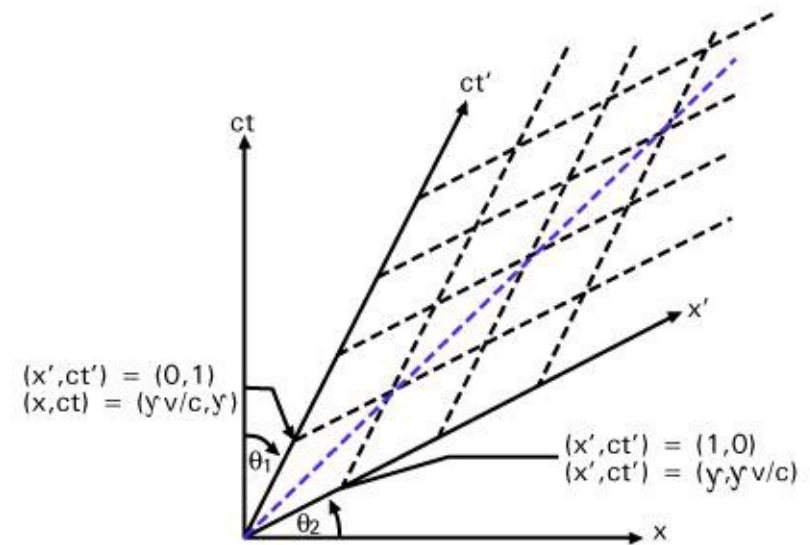
Também com c !



A Transformação de Lorentz

=> O postulado da **invariância** da **velocidade** da **luz** é **satisfeito**, pelo menos para luz viajando na direção $+x$, e dá pra mostrar para luz viajando em qualquer direção.

Exercício: Mostre a invariância da velocidade da luz para luz viajando na direção $-x$ e para luz viajando na direção y .



Relatividade Restrita

Dilatação do Tempo

Supondo uma lâmpada que viaja junto com S' (S' é seu sistema de repouso), e que pisca duas vezes em t_1' e t_2' :

Em S : $\Delta t = t_2 - t_1 = \gamma \cdot (t_2' - t_1' + (x_2' - x_1')u/c^2)$

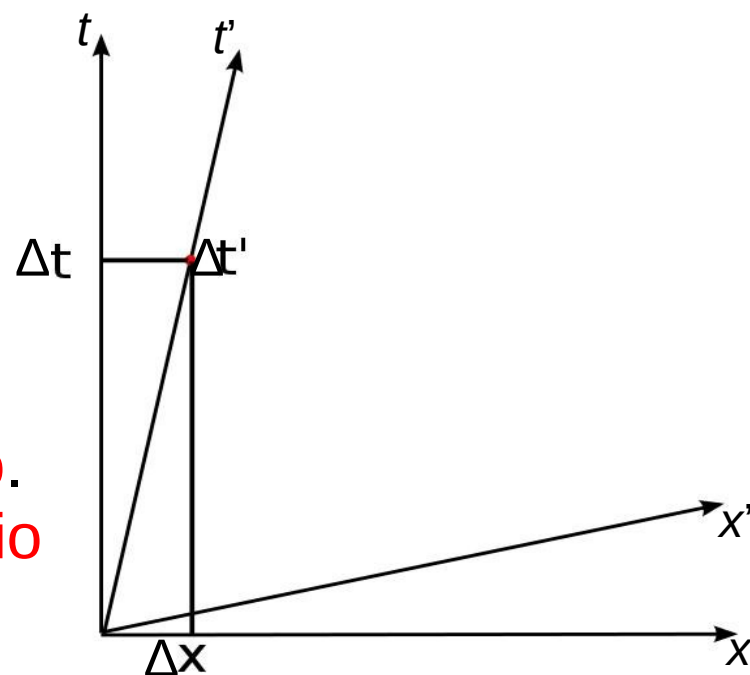
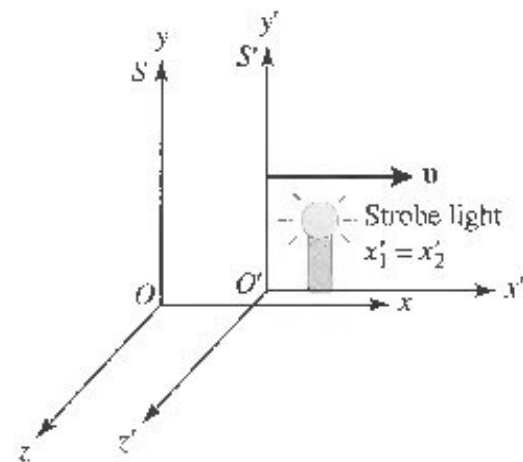
mas $x_2' - x_1' = 0$, já que S' viaja junto.

$\Rightarrow \Delta t = \gamma \cdot (t_2' - t_1') = \gamma \Delta t' \geq t'$

Em S passa **mais tempo** entre os pulsos.

\Rightarrow **Dilatação do tempo.**

O **sistema de repouso** é aquele, naquele o **tempo** entre os **dois eventos** é o **mais curto**. O tempo deste sistema, t' , é o **tempo próprio** da lâmpada.



Relatividade Restrita

Contração de Comprimentos

Supondo uma barra com comprimento L' viajando junto com S' (seu sistema de repouso), L' obviamente é $x_2' - x_1'$, a distância entre suas extremidades, cujas posições são constantes em t' :

$$\Rightarrow L' = x_2' - x_1' = \gamma \cdot (x_2 - x_1 - u(t_2 - t_1))$$

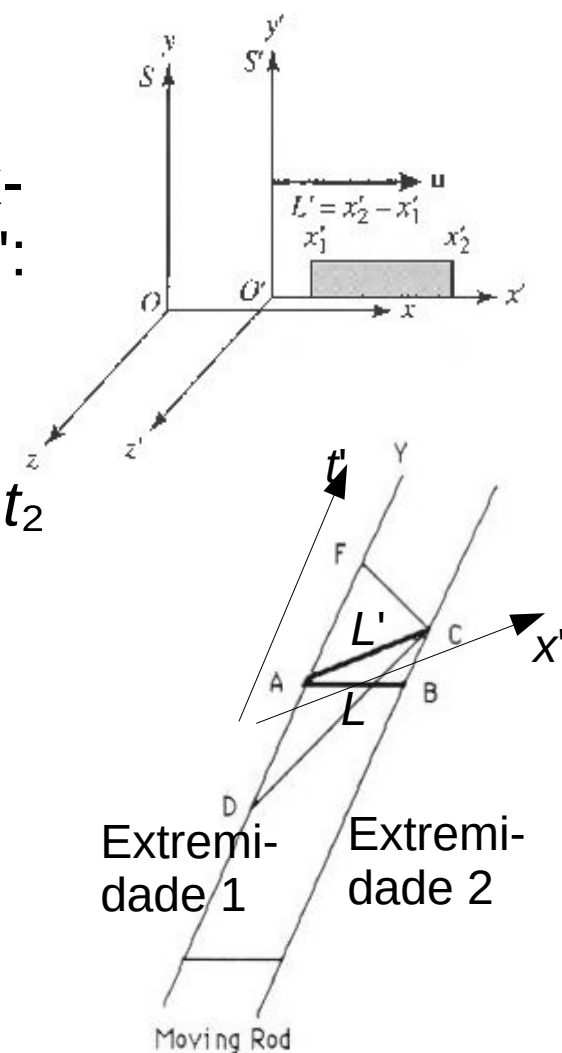
Para saber o comprimento em S , L , temos que medir $x_2 - x_1$ em S **ao mesmo tempo**, quando $t_1 = t_2$

$$\Rightarrow L' = \gamma \cdot (x_2 - x_1 - u(t_2 - t_1)) = \gamma L \Rightarrow L = \gamma^{-1} L' \leq L'$$

$\Rightarrow L$ é **mais curto** que L' .

\Rightarrow **Contração do comprimento.**

O **sistema de repouso** é aquele, naquele L é o **mais comprido**. O tempo deste sistema, t' , é o **tempo próprio** da barra.



Relatividade Restrita

Dilatação do Tempo e Contração de Comprimentos

Formulado de jeito popular:

“relógios em movimento rodam mais lentamente”, resp.

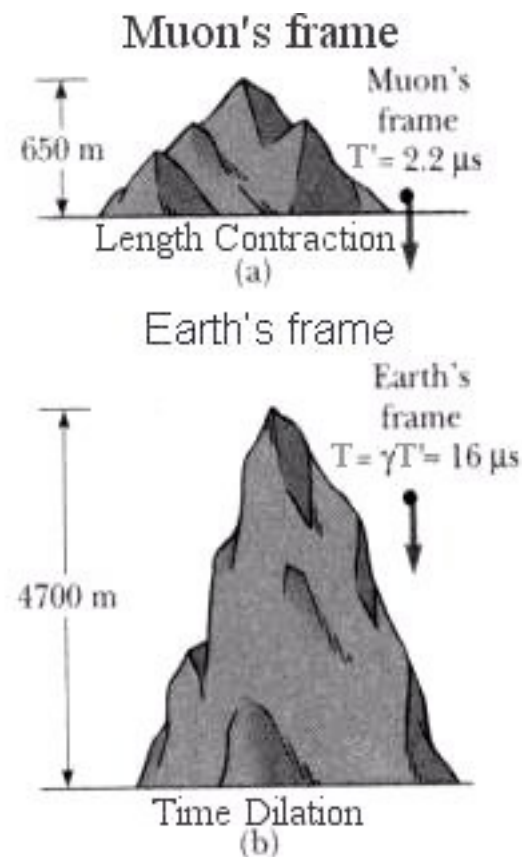
“réguas em movimento são mais curtas”.

Os dois efeitos são **complementares**.

Exemplo: múons, μ , têm tempo de vida de $2.2 \mu\text{s}$.

=> Os μ cósmicos, produzidos por raios cósmicos no topo da atmosfera da Terra, e descendo com velocidade $0.9952 \cdot c$, deveriam ter decaído até chegar na Terra, mas eles sobrevivem e são detectadas por causa da **Dilatação do Tempo**.

No referencial deles, a sobrevivência se deve à **Contração do caminho** até a Terra.



Relatividade Restrita

O Efeito Doppler para a Luz

Voltando para a fonte de luz em S' , tomando agora como $\Delta t'$ um **período de oscilação** da **radiação** da lâmpada: $\Delta t' = T = 1/\nu_0$, ($\nu_0 = \text{freq. de repouso}$):

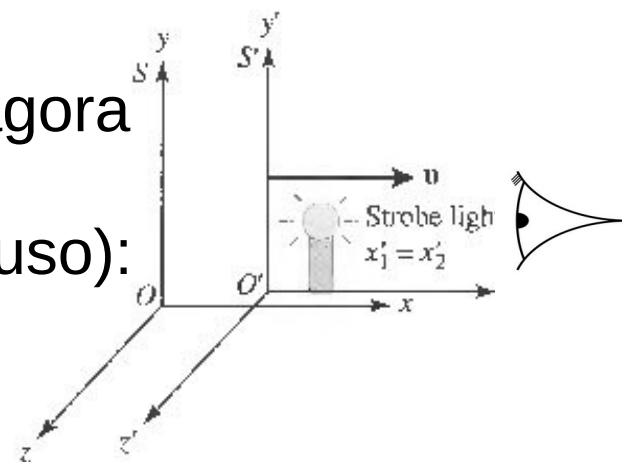
$$t_2 - t_1 = \gamma/\nu_0.$$

Mas t_1 e t_2 são os momentos da **emissão** das **frentes de onda** pela fonte.

Para calcular a diferença entre os momentos da **chegada** no observador em S , temos que **adicionar** a **diferença** (aqui negativa) de **caminho**, $(t_2 - t_1) \cdot u$, **dividida** pela **velocidade** do **sinal**, c .

$$\Delta t_{\text{obs}} = \nu_{\text{obs}}^{-1} = t_2 - t_1 + (t_2 - t_1) \cdot u/c = \gamma/\nu_0 \cdot (1 + u/c) = \nu_0^{-1} \cdot (1 + u/c) / (1 - u^2/c^2)^{1/2}$$
$$\Rightarrow \nu_{\text{obs}} = \nu_0 \cdot \sqrt{(1 - u/c)/(1 + u/c)}, \text{ para } |u| \ll c: \nu_{\text{obs}} \approx \nu_0 \cdot (1 - u/c),$$

onde u é **negativa** para **aproximação**, e **positiva** para **afastamento relativo**.



Relatividade Restrita

O Efeito Doppler para a Luz

Isto vale para **movimento** na direção da **linha** de **visada**. Se a fonte está se movimentando a um ângulo θ com a linha de visada, a fórmula se torna ($u_r = u \cdot \cos\theta$):

$$\nu_{\text{obs}} = \nu_0 \cdot \sqrt{(1-u^2/c^2)/(1+u_r/c)}$$

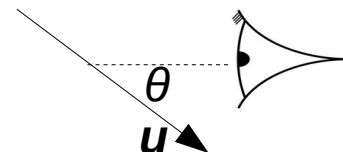
Se a fonte está se movimentando **perpendicular** à linha de visada, há um **efeito Doppler transversal**, devido à **Dilatação do Tempo**:

$$\nu_{\text{obs}} = \gamma^{-1} \nu_0 = \sqrt{(1-u_t^2/c^2)} \cdot \nu_0$$

Às vezes se define o **redshift** (deslocamento para o vermelho) ou **blueshift** (pro azul) devido ao efeito Doppler:

$$\lambda_{\text{obs}} = (1+z) \cdot \lambda_0 \quad \Leftrightarrow \quad z \equiv (\lambda_{\text{obs}} - \lambda_0) / \lambda_0 = \sqrt{(1+u_r/c)/(1-u_r/c)} - 1,$$

para $u_r \ll c$: $z = u_r/c$



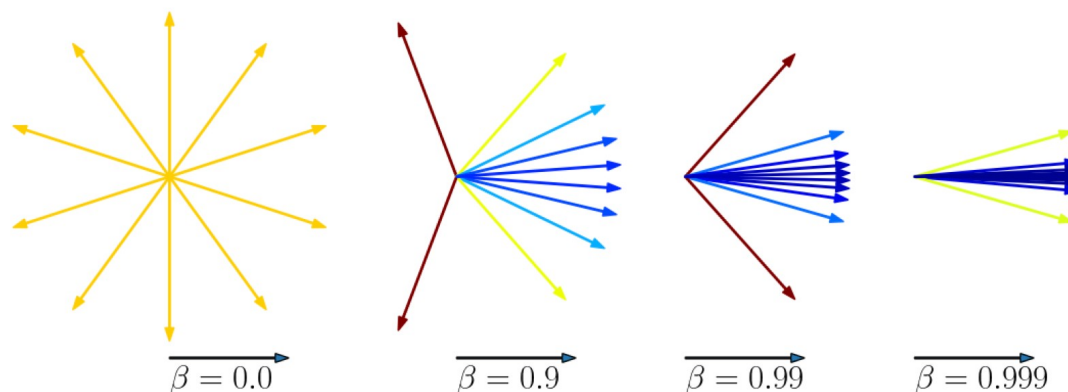
Relatividade Restrita

Colimação Relativística

Uma consequência disto é a **colimação relativística** (ingl. *relativistic beaming* ou *headlight effect*, “efeito farol”).

Além de mais azul, a luz emitida **pra frente** também é mais **intensa** (e pra trás, menos intensa), já que luz de comprimento de onda curta é mais energética.

Assim, uma fonte de luz em **velocidade relativística irradia** principalmente na **direção** do seu **movimento** (em relação ao observador).



Relatividade Restrita

Momento Linear e Energia Relativísticos

Momento linear e **Energia** também tomam uma forma diferente na **Teoria da Relatividade** (\mathbf{v} é a **velocidade** da **partícula**, e não alguma velocidade relativa entre referenciais; $\gamma := (1-v^2/c^2)^{-1/2}$):

Momento linear relativístico: $\mathbf{p} = \gamma m \mathbf{v}$

Energia relativística: $E = \gamma m c^2$,

onde $E_0 = m c^2$ é a **energia de repouso**,
e $K = (\gamma - 1) \cdot m c^2$, a **energia cinética**

Alguns ainda usam as grandezas massa de repouso, m (que é simplesmente a massa) e massa relativística, γm .

para $v \ll c$: $\mathbf{p} \approx m \mathbf{v}$,

$$K = ((1-v^2/c^2)^{-1/2} - 1) \cdot m c^2 = (1 + \frac{1}{2} \cdot v^2/c^2 + O((v/c)^4) - 1) \cdot m c^2 \approx \frac{1}{2} \cdot m v^2$$

Relatividade Restrita

Momento linear e Energia Relativísticos

Fórmula útil: $E^2 = p^2c^2 + m^2c^4$

$m^2c^4 = E^2 - p^2c^2$ é uma **invariante** de **Lorentz**.

! Para $m \neq 0$ e $v \rightarrow c$, p e $E \rightarrow \infty$,
um dos motivos, por aqueles **objetos** com **massa não**
podem alcançar a **velocidade da luz**.

Objetos **sem massa** (fótons, grávitons, ...) **têm** que se
movimentar com a **velocidade da luz**. Senão eles teriam
 p e E **zero** (e não existiriam).

para estes, a última fórmula se reduz à já conhecida
relação de de Broglie: $E = pc$

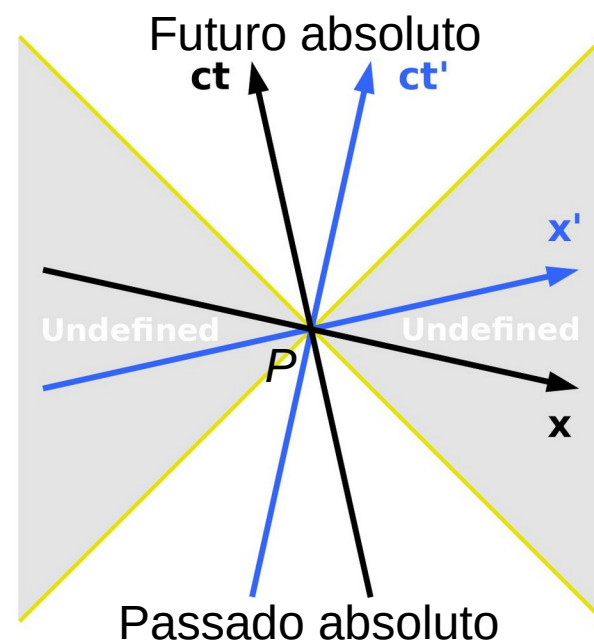
Relatividade Restrita

Passado, Futuro e Causalidade

O **diagrama Espaço-Tempo** centrado no evento P pode ser dividida em **várias regiões**:

O **passado absoluto** de P :
Eventos nesta parte foram **antes** de P ,
independente do referencial,
e podem ter **causado** P .

O **futuro absoluto** de P :
Eventos nesta parte serão **depois** de P ,
independente do referencial,
e podem ser a **consequência** de P .



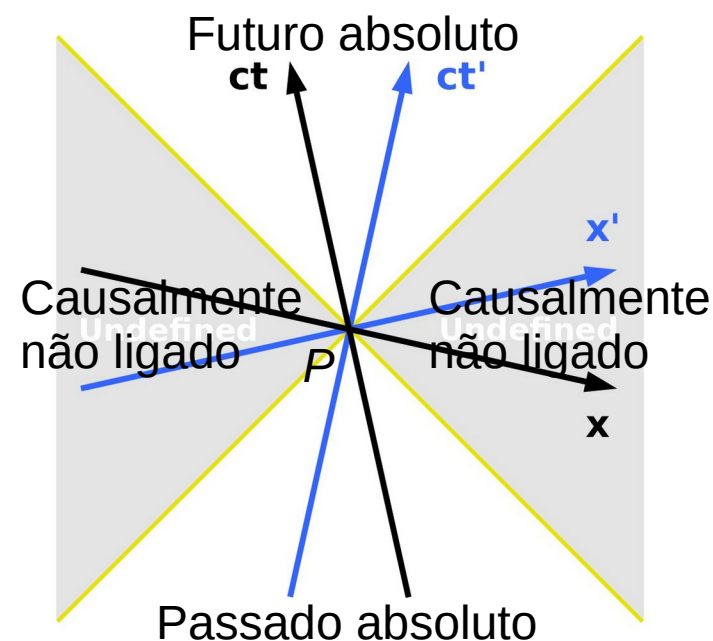
Relatividade Restrita

Passado, Futuro e Causalidade

A região **causalmente não ligada** a P :
Eventos nesta parte **não** tem/tiveram **contato** com P , q. d. **informação não** teve **tempo** para chegar destes eventos até P , ou vice-versa.

Eventos nesta região podem ser **antes**, **depois** ou **simultâneos** a P , **dependendo do referencial**, mas tão afastados que não há contato causal.

As retas amarelas são os **caminhos** que tomaria **luz** passando por P .



Relatividade Restrita

Intervalos no Diagrama Espaço-Tempo

É útil definir distâncias no diagrama espaço-tempo, chamadas **intervalos**, como a seguinte grandeza:

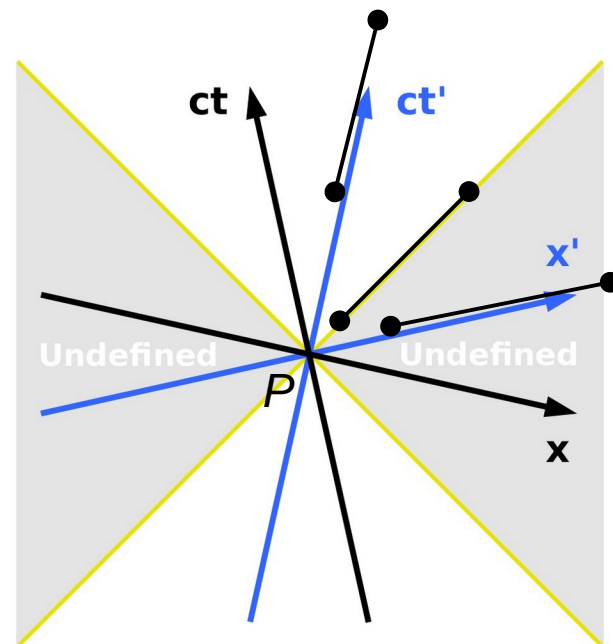
$$(\Delta s)^2 = (c\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 - (\Delta y)^2 - (\Delta z)^2$$

$(\Delta s)^2$ é uma **invariante** de **Lorentz**.

! $(\Delta s)^2$ pode ser negativo.

!! Alguns autores definem $(\Delta s)^2$ com **sinal oposto**:

$$(\Delta s)^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2 - (c\Delta t)^2$$

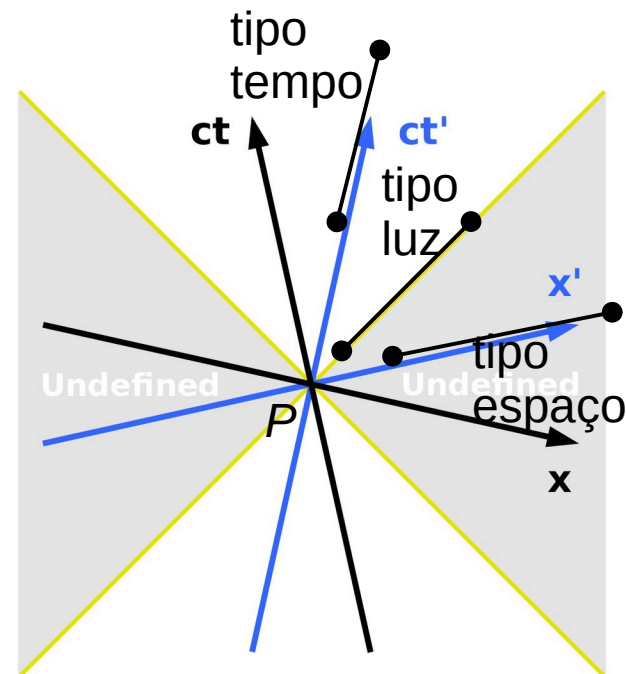


Relatividade Restrita

Intervalos no Diagrama Espaço-Tempo

Um intervalo se chama:

- **tipo espaço** se $(\Delta s)^2 < 0$: pode ser o **eixo** de uma **dimensão espacial** de um **referencial**.
- **tipo tempo** se $(\Delta s)^2 > 0$: pode ser o **eixo** do **tempo** de um **referencial**.
- **tipo luz** se $(\Delta s)^2 = 0$: pode ser o **caminho** de um **fóton**.



Na definição com o sinal oposto, intervalos tipo espaço têm $(\Delta s)^2 > 0$, e intervalos tipo tempo, $(\Delta s)^2 < 0$.

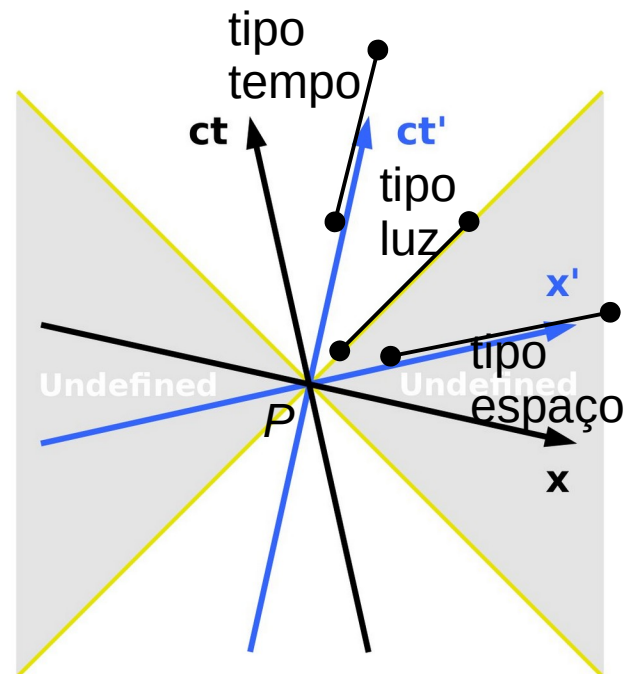
Relatividade Restrita

Intervalos no Diagrama Espaço-Tempo

Num intervalo **tipo espaço**, $\sqrt{|(\Delta s)^2|}$ é a **distância própria** entre os eventos, a **distância** entre eles num **referencial**, onde eles ocorrem **simultaneamente**.

Num intervalo **tipo tempo**, Δs é o **tempo próprio** entre os eventos ($\cdot c$), o **tempo** entre eles no **referencial**, naquele eles acontecem no **mesmo lugar**.

No caso **tipo luz**, $\Delta s = 0$ significa, que o **tempo próprio** é **zero**. => Para **fótons** (ou qualquer partícula viajando com velocidade da luz) o tempo **não passa!**



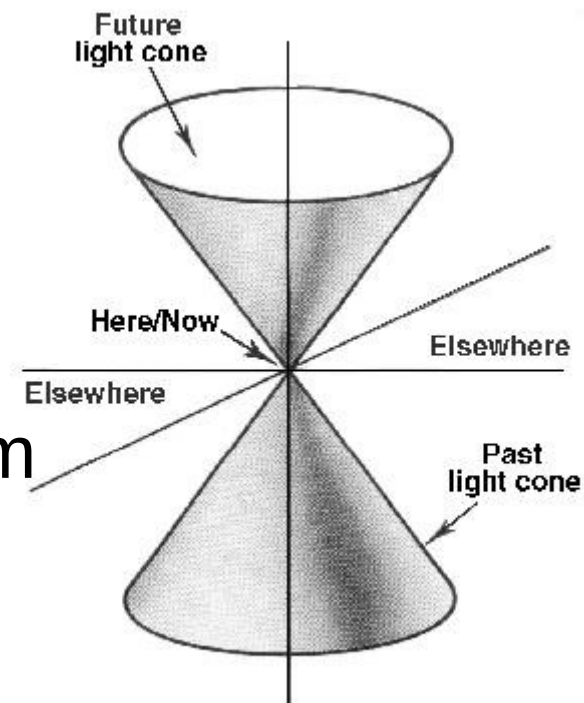
Relatividade Restrita

Cone de Luz

Pode-se fazer **diagramas espaço-tempo** levando em conta x , y e t (suprimindo só z).

=> Os possíveis **caminhos de luz** formam a superfície de um **cone**, o **cone de luz**.

Passado e futuro absolutos são as regiões **dentro do cone**, e a região **causalmente não ligada**, a região **fora**.



Relatividade Geral

A **aceleração** \mathbf{a} de uma partícula/um corpo num **campo gravitacional** \mathbf{g} **independe** da sua **massa**, devido ao fato, que a suas **massas gravitacional** e **inercial** são as **mesmas** ($m_i = m_g =: m$):

$$\mathbf{a} = \mathbf{F}/m = m\mathbf{g}/m = \mathbf{g}$$

Se m_i e m_g fossem diferentes, a aceleração gravitacional dependeria da razão entre as duas massas:

$$\mathbf{a} = \mathbf{F}/m_i = m_g\mathbf{g}/m_i = (m_g/m_i) \cdot \mathbf{g}$$

A **independência** da **massa** é algo típico para **forças de inércia**, ou **pseudo-forças**.

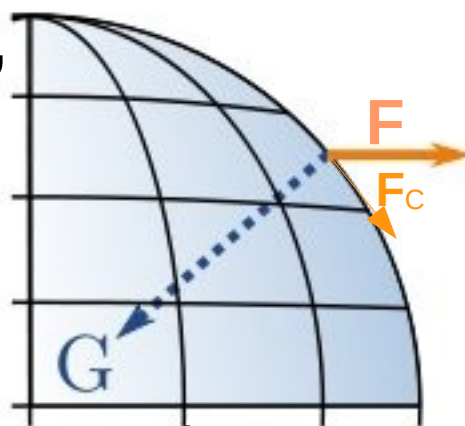
Será que a **gravitação** é uma **pseudo-força**, ou seja, um **efeito de referencial acelerado** (não-inercial)?

Relatividade Geral

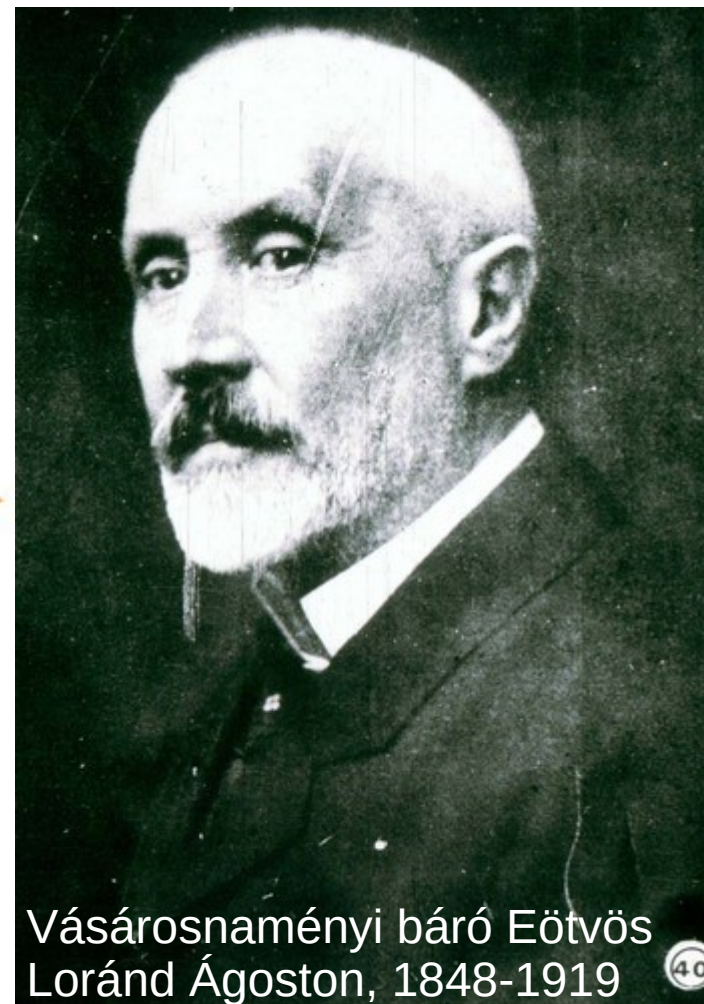
Eötvös (1899)

As massas gravitacional e inercial realmente são iguais?

A **força** de **Coriolis** F_C , que é a componente horizontal da “força centrífuga” F , é uma **força de inércia** (prop. m_i), enquanto a gravitação G é proporcional a m_g .



=> A **razão** entre as duas forças deveria ser sempre **igual** numa dada **posição** (latitude) na Terra.



Relatividade Geral

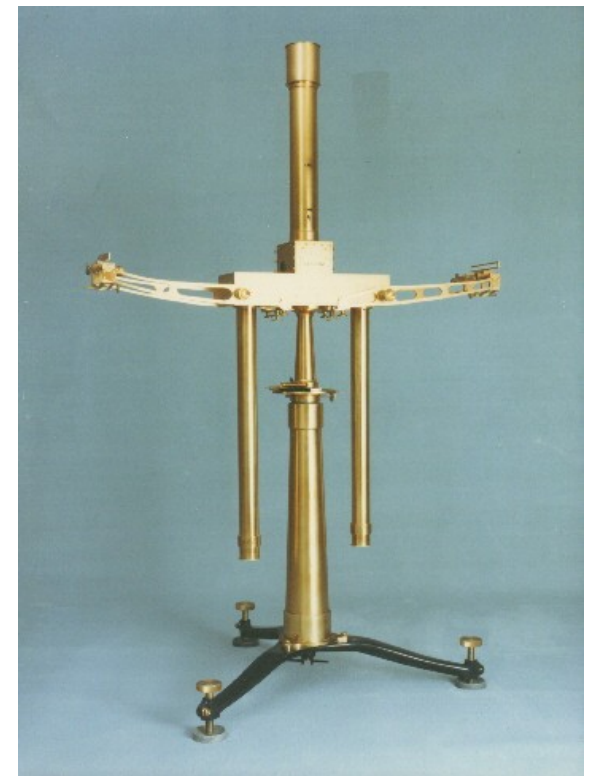
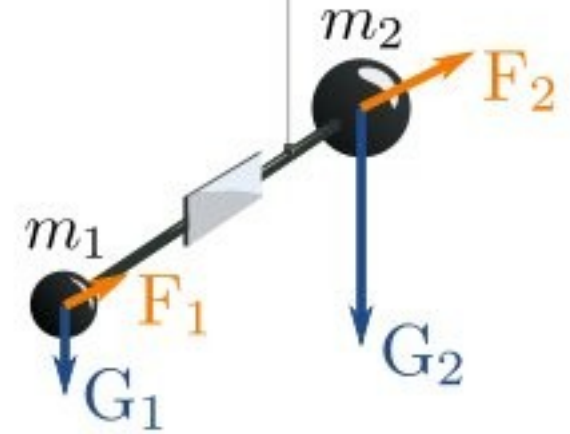
Eötvös (1899)

Dois corpos da **mesma massa gravitacional** pendurados na direção Leste-Oeste num fio de torção. Apontando um laser pro espelho dá pra medir torções muito fracas.

Se as duas **massas inerciais** também são **iguais**, as forças de Coriolis nos dois corpos deveriam ser iguais, e **não** deveria haver **torção** no fio.

=> Eötvös mediu **nenhuma torção**.

=> $m_i = m_g$ por uma parte em 10^{11} .



Relatividade Geral

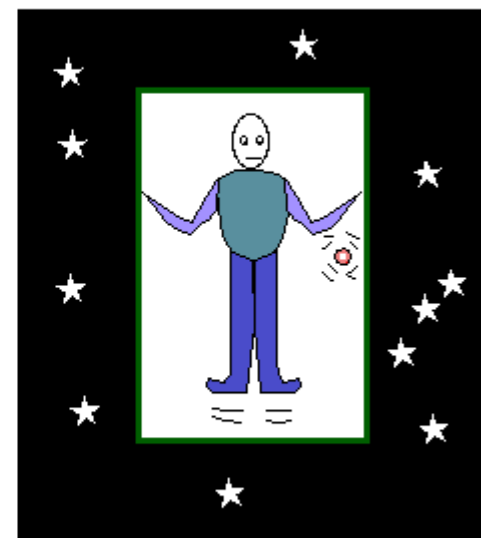
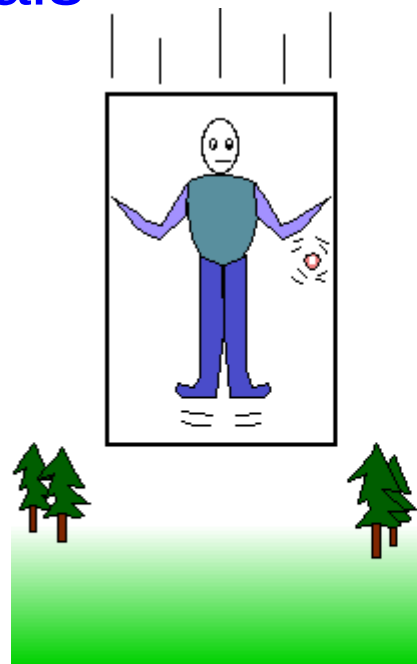
Alguns Experimentos Mentais

O “pensamento mais feliz” da vida de Einstein:
Uma pessoa em **queda livre não** sente seu **próprio peso**.

Para uma pessoa num elevador em queda livre é como se o elevador estivesse flutuando no espaço.

=> As duas situações são a mesma!

Um **referencial acelerado** junto com o **campo gravitacional** se comporta como (na verdade, é!) um **referencial inercial**.

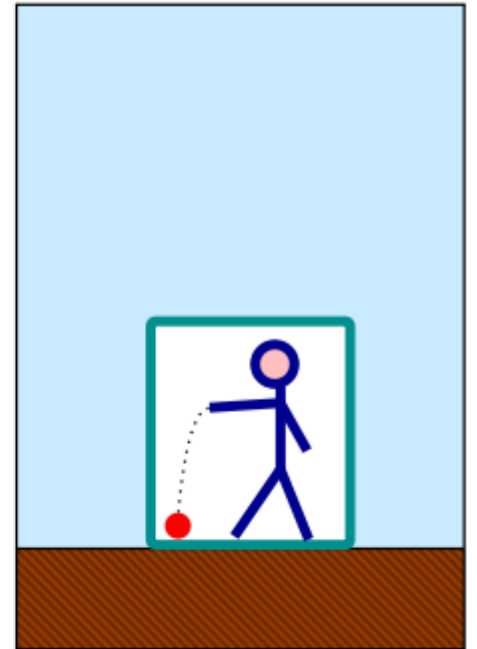
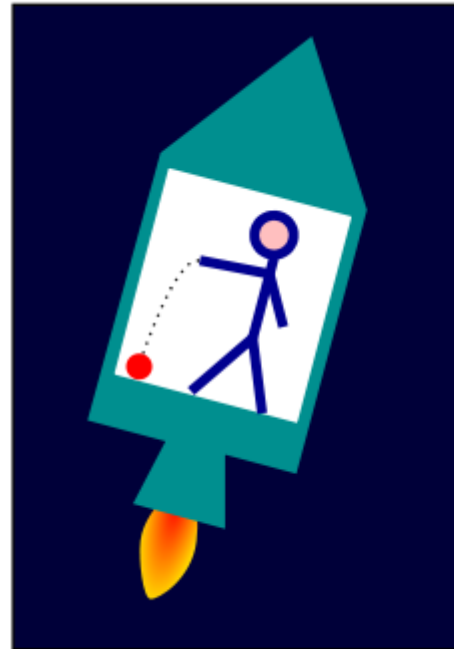


Relatividade Geral

Alguns Experimentos Mentais

Uma pessoa num foguete em **aceleração** (9.81 m/s^2 pra cima) se sente, como se ela estivesse **parada** na **Terra**.

=> Estas duas situações também são a mesma!



Referenciais acelerados e referenciais em campos gravitacionais são equivalentes.

Relatividade Geral

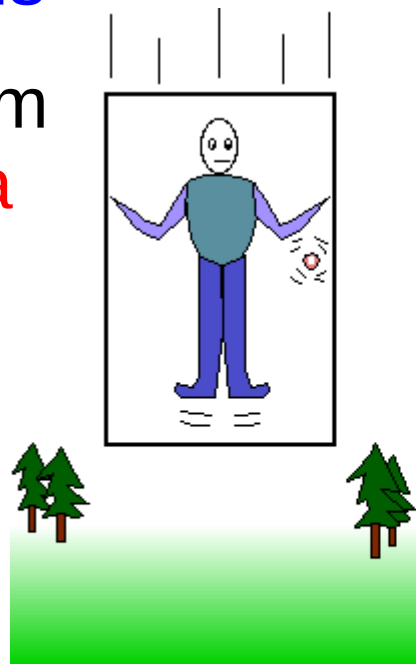
Alguns Experimentos Mentais

=> A **existência** (e valor) de um **campo gravitacional** é **relativa** e depende do **estado** de **aceleração** do **referencial**.

Nas palavras de Einstein:

“Um laboratório local, não girante, em queda livre, é equivalente, para a realização de qualquer experiência física, a um referencial inercial numa região do espaço sem gravidade” => **Princípio de Equivalência**

As leis da física válidas num laboratório local em queda livre são as leis da **Relatividade Restrita**, válidas num referencial inercial.



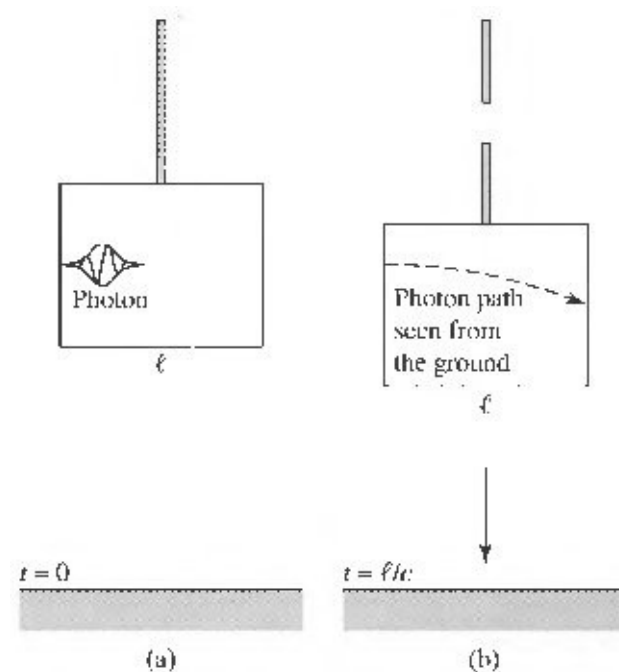
Relatividade Geral

Alguns Experimentos Mentais

Neste caso, sendo o **elevador** um **referencial inercial**, um raio de **luz** deve **cair junto** com o elevador, até se o elevador for só imaginário.

=> **luz “cai”** em **campos gravitacionais**, ou seja, o **caminho da luz é curva** na direção da **massa** (mas a sua velocidade continua sendo c).

Só que no campo da Terra, a curvatura é quase nula, tal que em situações diárias, não percebemos nada dela.



Relatividade Geral

Alguns Experimentos Mentais

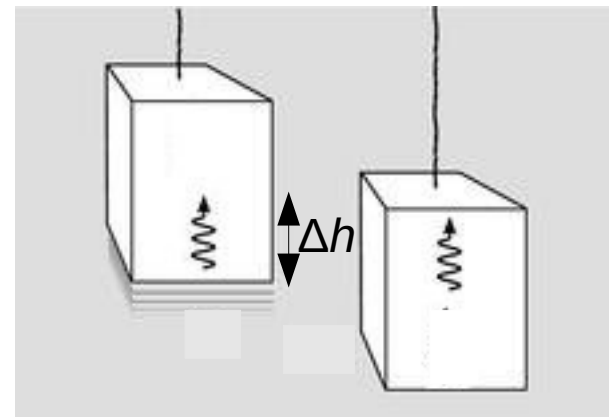
E se a luz estiver viajando na **vertical**?
Visto de **dentro** do **elevador**, a **luz mantém** sua **frequência**.

Visto de **fora** (Terra), deve ter ocorrido uma **dilatação do tempo**, resp. um **efeito Doppler**, já que o elevador tem uma **outra velocidade** na **chegada** da luz, da que ele tinha na **emissão**:

O percurso do fóton pra cima durou $\Delta t = \Delta h/c$

Neste tempo, o elevador ganhou $\Delta v = g\Delta t = g\Delta h/c$ em velocidade.

=> Mudança da frequência: $\Delta\nu/\nu_0 \approx \Delta v/c = g\Delta h/c^2$



Relatividade Geral

Alguns Experimentos Mentais

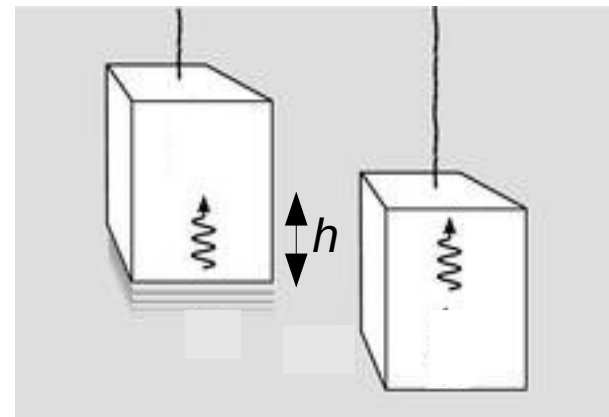
A **frequência** da luz **diminui**, ou seja, a **energia** $E = h\nu$ **diminui**, quando luz “**sobe**” no **potencial gravitacional** (observe que $g\Delta h$ é a diferença de potencial).

=> **redshift gravitacional**

(ou *blueshift* gravitacional, no caso de luz “descendo”)

=> Um tipo de **Conservação** de **energia** para **fótons**.

Pound e Rebka conseguiram confirmar isto, de baixo e em cima de uma torre de 30 m de altura (1960).



Relatividade Geral

Probleminha com o Princípio de Equivalência

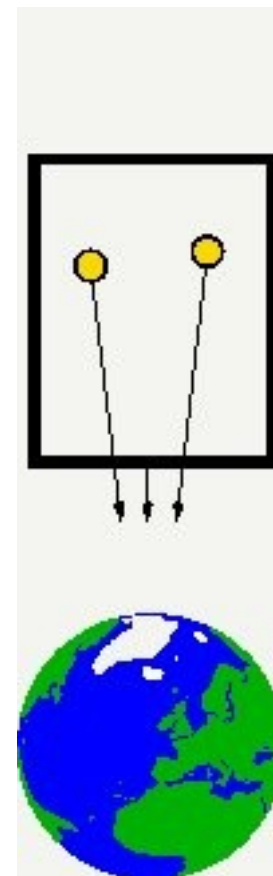
Num Elevador gigantesco, de tamanho continental, o campo gravitacional varia com a posição dentro do elevador. => **campo gravitacional não-uniforme**.

=> **Forças de Maré** (forças gravitacionais diferenciais) agem no elevador, tentando deformar/disrompê-lo.

=> Num campo gravitacional não-uniforme, o **referencial** que “cancela” a aceleração gravitacional é **diferente** em **cada ponto**.

=> Para um tratamento completo, teríamos que aplicar **geometria diferencial**.

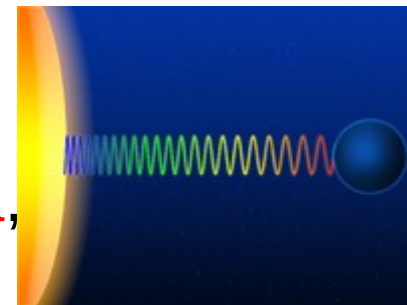
(=> disciplinas Cálculo Vetorial e Tensorial e Relatividade Geral)



Relatividade Geral

Alguns Experimentos Mentais

No **campo** de uma **estrela** de **raio** r_0 , onde a **aceleração gravitacional** **g** não é constante, temos que usar o **potencial** de uma **massa esférica**, $\Phi = -GM/r$ ($r > r_0$).



A **variação** de **frequência** entre a **superfície** e um ponto “**longe**”:
 $\nu_\infty/\nu_0 = \sqrt{(1-2GM/r_0c^2)} \approx^* 1 - GM/r_0c^2$ (*para $r_0 \gg 2GM/c^2$)

e a variação relativa do c. d. o., chamado **redshift gravitacional**:
 $z = (\lambda_\infty - \lambda_0)/\lambda_0 = \nu_0/\nu_\infty - 1 = (1-2GM/r_0c^2)^{-1/2} - 1 \approx^* GM/r_0c^2$

A **frequência** da luz **diminui** (*redshift*), enquanto ela se **afasta** de uma **massa** alta (comprovado para luz de estrelas de alta massa).

Luz **descendo** num **campo gravitacional** sofre um *blueshift* gravitacional, a **frequência aumenta**.

Relatividade Geral

Alguns Experimentos Mentais

Mas isto não atinge só a luz.
Qualquer processo “em baixo” sofre uma **dilatação de tempo** e ocorre **mais lentamente** para alguém “em cima”.

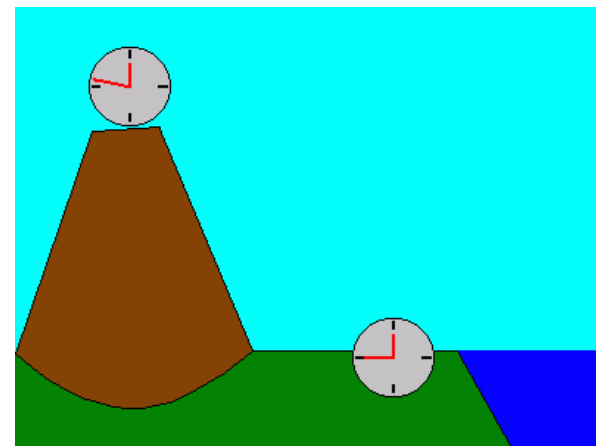
O **tempo** passa mais **rapidamente** na **altura!**

$$\Delta t_0 / \Delta t_\infty = v_\infty / v_0 = \sqrt{1 - 2GM/r_0 c^2},$$

onde Δt_0 e Δt_∞ são as durações de um dado processo na superfície (da Terra) e longe.

Para um campo fraco: $\Delta t_0 / \Delta t_\infty \approx 1 - GM/r_0 c^2$

O fato, de que o tempo passa mais lentamente perto de massas altas se chama **dilatação gravitacional do tempo**.



Relatividade Geral

Alguns Experimentos Mentais

No caso da Terra, a dilatação gravitacional do tempo é minúsculo, da ordem de 1.3 segundos em 60 anos.

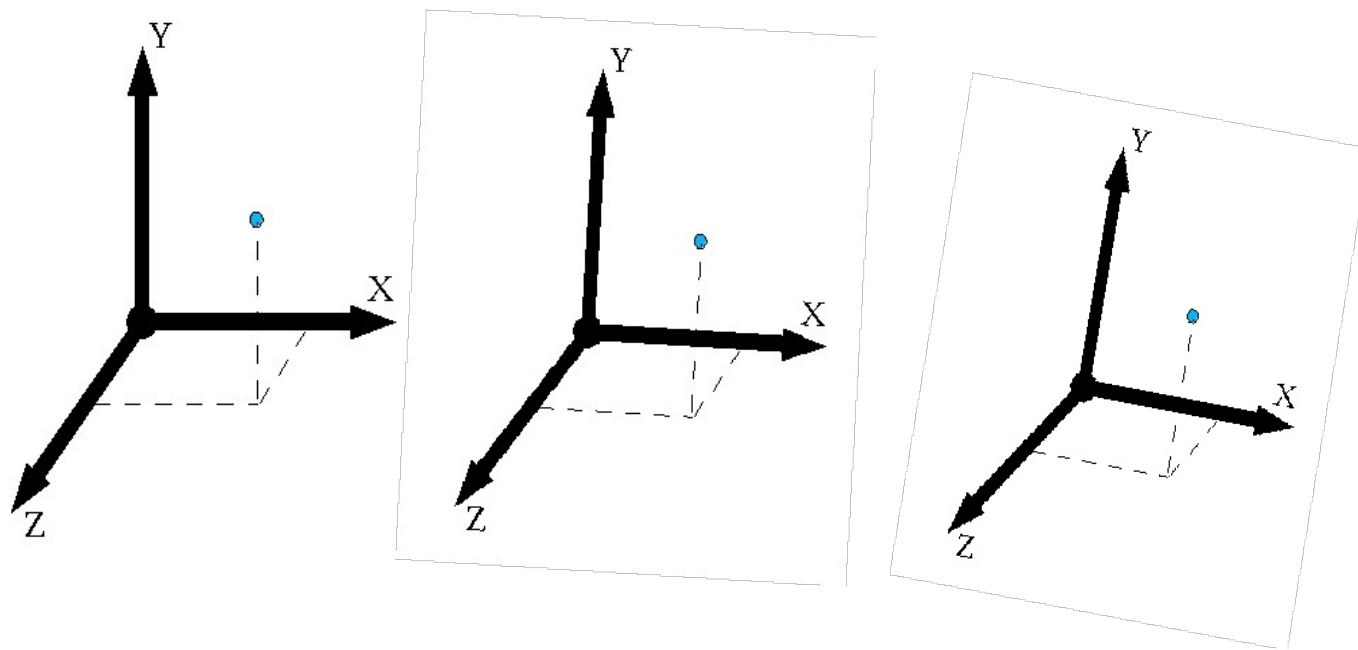
Mesmo assim, foi **confirmada** em 1976 usando relógios atômicos de alta precisão na Terra e em foguetes.

O efeito tem que ser (e é) levado em conta para manter os relógios atômicos a bordo dos satélites do **GPS** sincronizados com relógios na Terra.



Relatividade Geral

Disto tudo pode se concluir que **não existe** um **referencial global**, cada **ponto** no **espaço-tempo** tem seu próprio sistema acelerado de coordenadas.



Relatividade Geral

Se tentamos juntar todos estes sisteminhas infinitesimais de coordenadas para formar uma grade global, esta não “fecha”. A grade acaba sendo curva, especialmente perto de massas grandes ou muito densas.

=> **Massas** altas ou muito densas **curvam** o **Espaço-Tempo!**

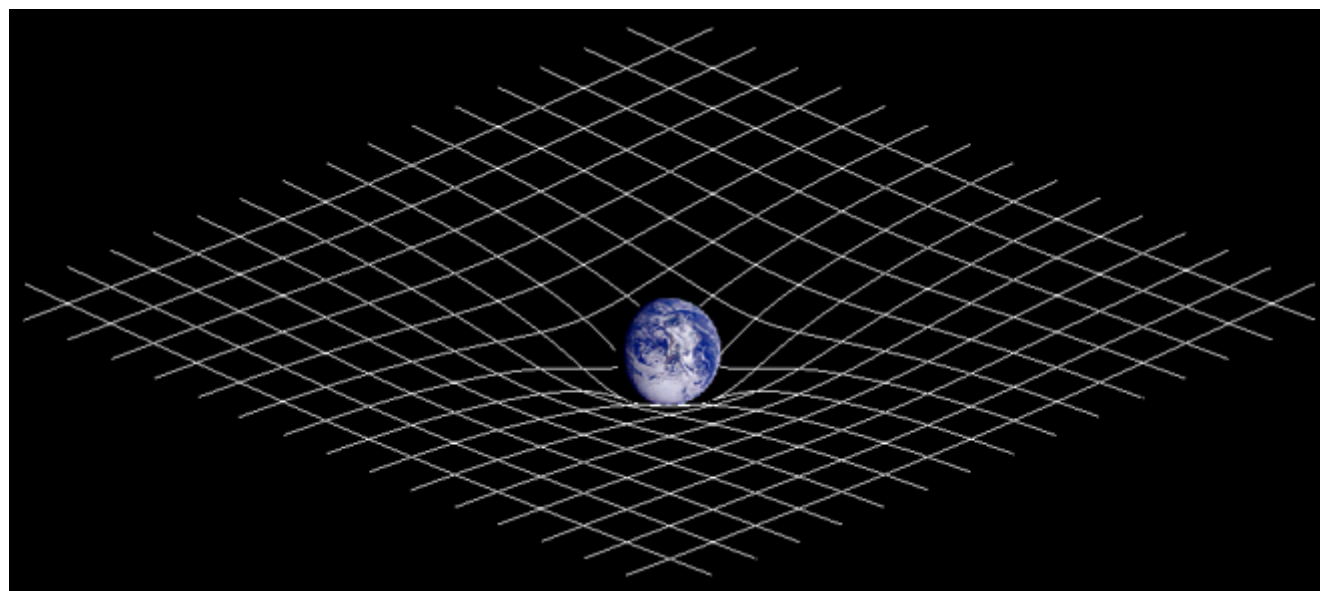
Equação de campo de Einstein:

$$G_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu},$$

onde $T_{\mu\nu}$ é o tensor de energia-momento,

e $G_{\mu\nu}$,

o da curvatura.



A Métrica do Espaço-Tempo

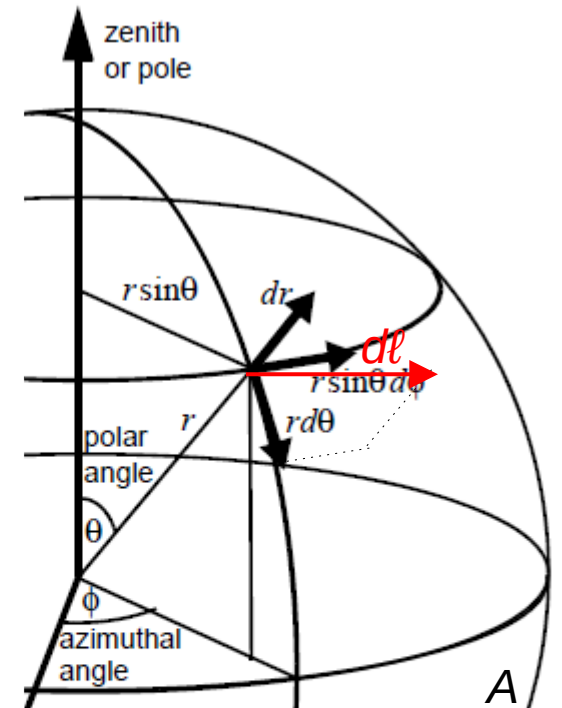
Do **espaço-tempo “plano”**,
da **Relatividade Restrita**,
isto é, **sem massa** curvando
o espaço-tempo:

Em **coordenadas cartesianas**:

$$\begin{aligned}(ds)^2 &= (cdt)^2 - (d\ell)^2 \\ &= (cdt)^2 - (dx)^2 - (dy)^2 - (dz)^2\end{aligned}$$

Em **coordenadas esféricas**:

$$\begin{aligned}(ds)^2 &= (cdt)^2 - (dr)^2 - (r \cdot d\theta)^2 - (r \cdot \text{sen } \theta \cdot d\varphi)^2 \\ &= (cdt)^2 - (dr)^2 - \underbrace{r^2 \cdot (d\theta^2 + \text{sen}^2 \theta \cdot d\varphi^2)}_{d\Omega}\end{aligned}$$



A Métrica do Espaço-Tempo

Do **espaço-tempo** da **Relatividade Geral curvo** por uma **massa esférica** M centrada na origem, chamada **métrica de Schwarzschild**, válida pra região **fora** do objeto:

$$\begin{aligned}(ds)^2 &= (cdt\sqrt{1-2GM/rc^2})^2 - (dr/\sqrt{1-2GM/rc^2})^2 - r^2 \cdot (d\theta^2 + \sin^2 \theta \cdot d\varphi^2) \\ &= (cdt\sqrt{1 - R_s/r})^2 - (dr/\sqrt{1 - R_s/r})^2 - r^2 \cdot (d\theta^2 + \sin^2 \theta \cdot d\varphi^2),\end{aligned}$$

onde r é definido como a raiz-quadrado da superfície esférica A centrada na origem (no centro da massa) que passa pelo ponto de interesse (onde o ds é medido), dividida por 4π :

$$r = \sqrt{A/4\pi} \Leftrightarrow A = 4\pi r^2,$$

e $R_s := 2GM/c^2$ é chamado **raio de Schwarzschild**. Em $r = R_s$, ds vira infinito, e acontecem fenômenos interessantes (\Rightarrow aula Buracos Negros).

Relatividade Geral

Quais as Propriedades do Espaço-Tempo curvo?

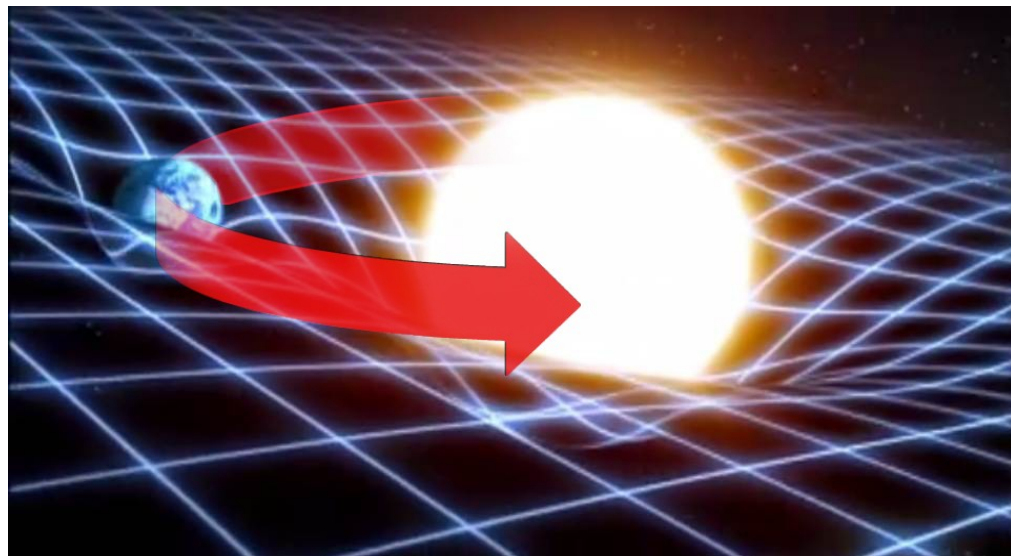
O Espaço-Tempo da Relatividade Geral **não** é **euclidiano** (“plano”), nem pseudo-euclidiano:

- **Retas paralelas** em **uma região** podem **não** ser paralelas em **outra região**.
- A **soma** dos **ângulos** em um **triângulo não** é necessariamente **180°**.
- Partículas ou raios de luz partindo do mesmo ponto em direções diferentes podem se reencontrar em outro ponto.

Relatividade Geral

Neste Espaço-Tempo curvo, as partículas (p. e. a Terra) andam em linhas as mais retas possíveis, chamadas **geodésicas**.

No caso da Terra no espaço curvado pelo Sol, a geodésica é uma órbita elíptica.



=> A **gravitação** pode ser vista como **efeito** da **curvatura** do **Espaço-Tempo**!

Relatividade Geral

! Partículas passando pelo mesmo ponto (evento) e indo na mesma direção espacial, mas com velocidades diferentes, **não** estão indo na **mesma direção** no **Espaço-Tempo**, já que a “direção” no Espaço-Tempo contém uma componente temporal e depende, então, da velocidade.

=> Elas **não** seguem a **mesma geodésica**, e **tampouco** o **mesmo trajetório espacial**.

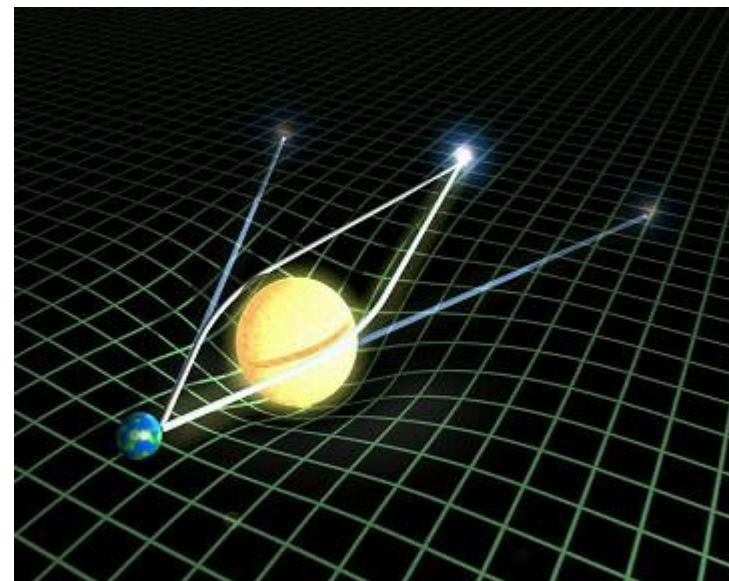
Relatividade Geral

Como mencionado, este efeito também **curva** os **caminhos** da **luz**.
=> **Massas** altas **desviam** a **luz**.

Isto foi **confirmado**, pela primeira vez em 1919 em Sobral, no Ceará durante um **eclipse solar**.

Observou-se o **Sol desviando** a **luz** de uma **estrela** atrás pelo ângulo predito de $\Delta\varphi = 4GM_{\odot}/c^2R_{\odot} = 1.74''$ (o dobro do valor clássico para o desvio de uma partícula com velocidade v passando por uma massa M na distância R , $\Delta\varphi = 2GM/v^2R$).

=> Primeira **corroboração** da **Relatividade Geral**.



Relatividade Geral

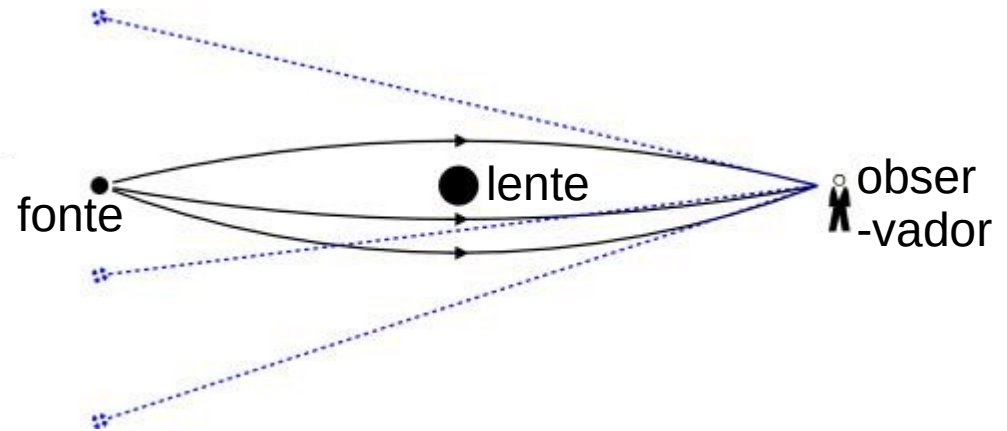
Desde então, foi observado muitas vezes em situações diferentes: o Sol desviando luz de quasares (observável sem eclipse solar), galáxias desviando a luz de outras galáxias, aglomerados de galáxias desviando luz, Anãs Marrons amplificando luz de estrelas, etc. => em breve

A curvatura também explica a **precessão** do **periélio** da **órbita** de **Mercúrio** (531"/século podem ser explicado pela influência dos outros planetas e a forma oblata do Sol e 43"/século são devido à curvatura do espaço-tempo perto do Sol).

A **Curvatura do Espaço-Tempo** e o **Princípio de Equivalência** constituem as **bases conceituais** da Teoria da **Relatividade Geral**.

Lentes Gravitacionais

Uma consequência, de que **massas defletem luz** é, que elas podem agir como **lentes gravitacionais**.



Baseada na **Relatividade Geral** (1915), lentes gravitacionais são uma **ciência observacional** só desde 1979.

Hoje, já virou rotina.

Lentes gravitacionais nos fornecem uma maneira direta de medir **massas** e **distâncias**, sem precisar fazer suposições sobre a natureza da matéria.

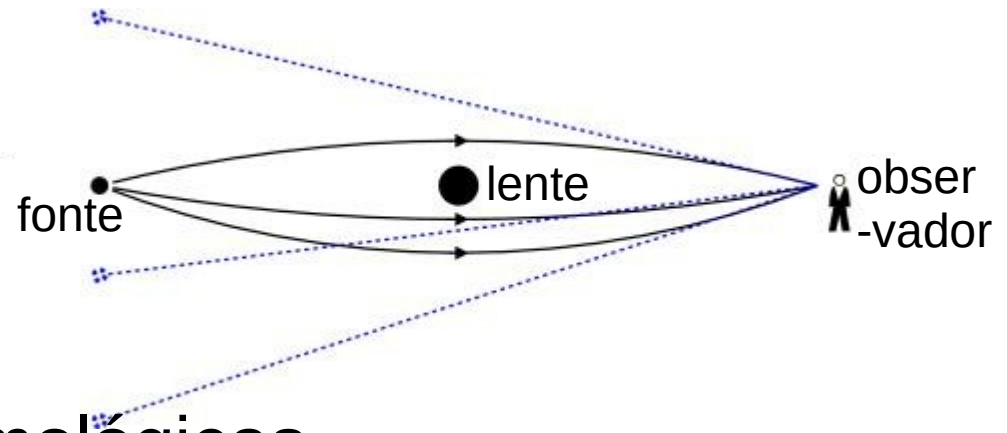
Eles podem fornecer informações sobre a **fonte** ou sobre a **lente**.

Lentes Gravitacionais

Lentes Gravitacionais

contribuíram nas seguintes áreas da astronomia:

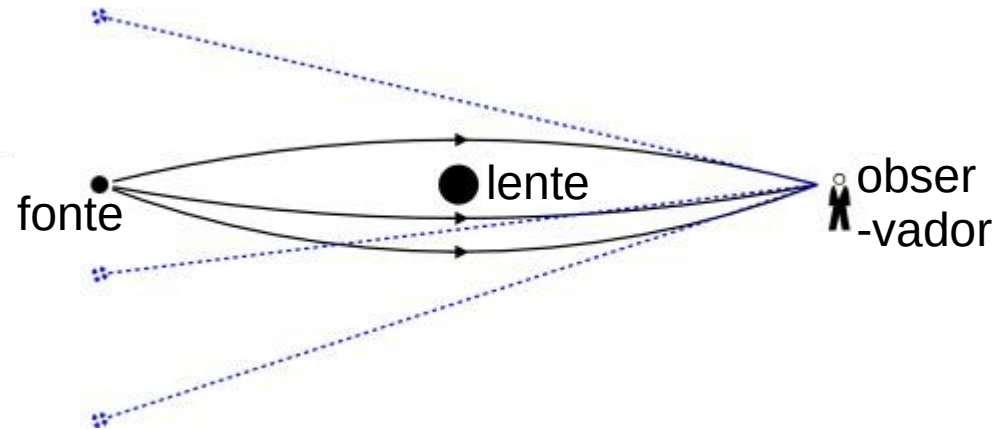
- Escalas de distâncias cosmológicas
- Distribuição de matéria em grandes escalas
- Massas e distribuição de massa em aglomerados de galáxias
- Física dos quasares
- Matéria escura nos halos de galáxias
- Estrutura de galáxias
- Exoplanetas
- e outras



Lentes Gravitacionais

O que acontece?

A **luz** vindo de uma **fonte** astronômica é defletida por uma **massa** entre a **fonte** e o **observador** (a Terra), chamada **lente**, o que pode levar ao **deslocamento** (como no caso da observação durante o eclipse solar em 1919), à **magnificação** ou à **distorção** da **imagem** da **fonte**. Também podem surgir **imagens múltiplas** da fonte.

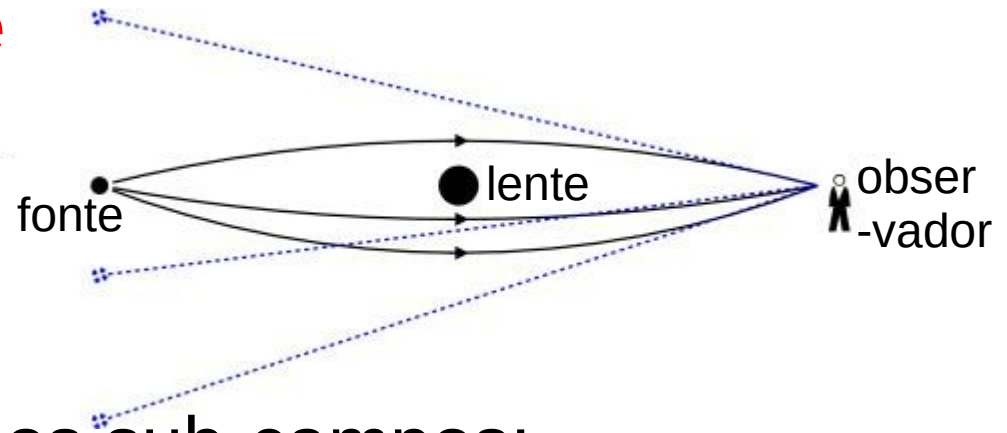


Lentes Gravitacionais

Dependendo da **intensidade** do efeito, que depende da **massa** da **lente**, e do **alinhamento fonte-lente-observador**,

o campo pode ser dividido nos sub-campos:

- **Lensing forte**: imagens múltiplas, distorções fortes da imagem, como anéis e arcos; as lentes são galáxias e aglomerados de galáxias
- **Lensing fraco**: distorções fracas da imagem, cisalhamento; lentes: galáxias e aglomerados
- **Microlensing**: magnificação da luz da fonte; lentes: MACHOs (*MAssive Compact Halo Objects*), exoplanetas, ...

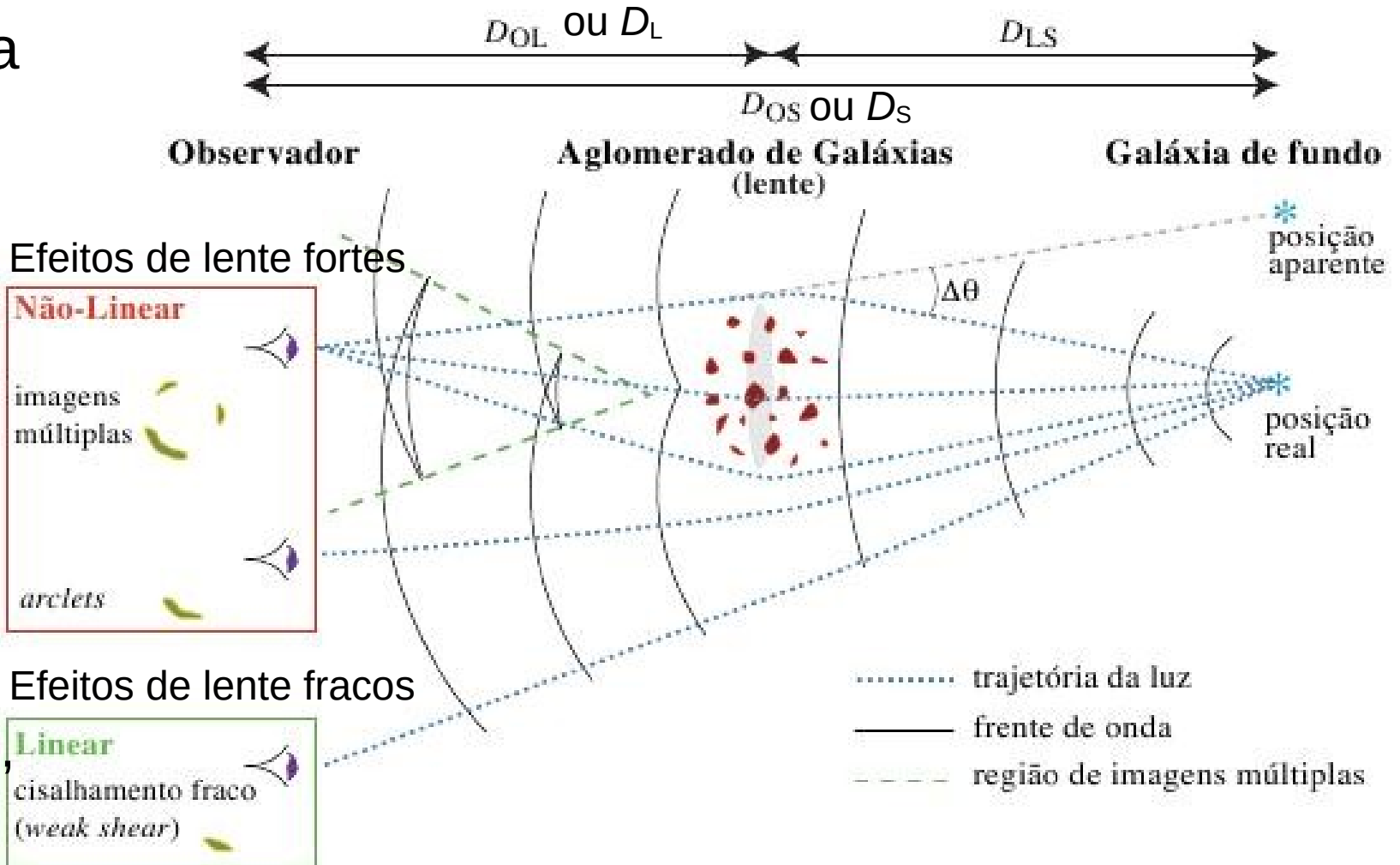


Lentes Gravitacionais

Efeitos de Lente fortes e fracos

Supondo a geometria ao lado.

As intensidades dos efeitos são proporcionais a $\sqrt{D_{LS}/D_S D_L}$
 \Rightarrow os efeitos são mais fortes quando a lente se encontra a **meio caminho** entre **observador** e **fonte**.



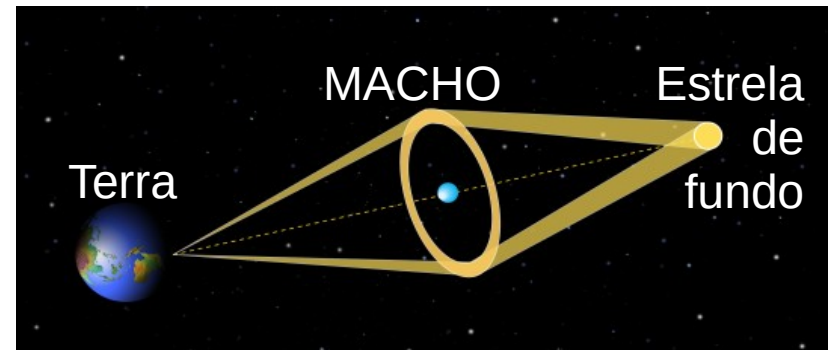
Lentes Gravitacionais

Microlensing

O que interessa no contexto da **física estelar** é o efeito **microlensing**, que permite **detectar** os chamados **MACHOs** (MAssive Compact Halo Objects), por exemplo:

- Anãs Marrons
- “Júpiteres”
- Estrelas comuns, mas de baixo brilho
- Anãs Brancas
- Estrelas de Nêutrons
- Buracos Negros

Nos anos 1980, os MACHOs foram suspeitos de compor a misteriosa **Matéria Escura**, mas desde então, esta hipótese foi **descartada** (=> Noções de Astronomia e Cosmologia, Introdução à Cosmologia)



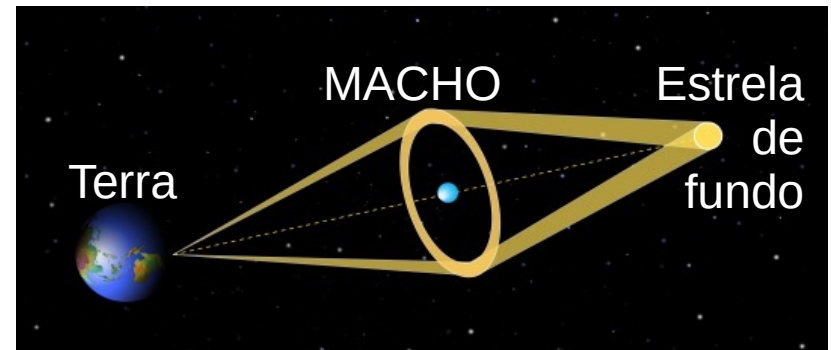
Lentes Gravitacionais

Microlensing

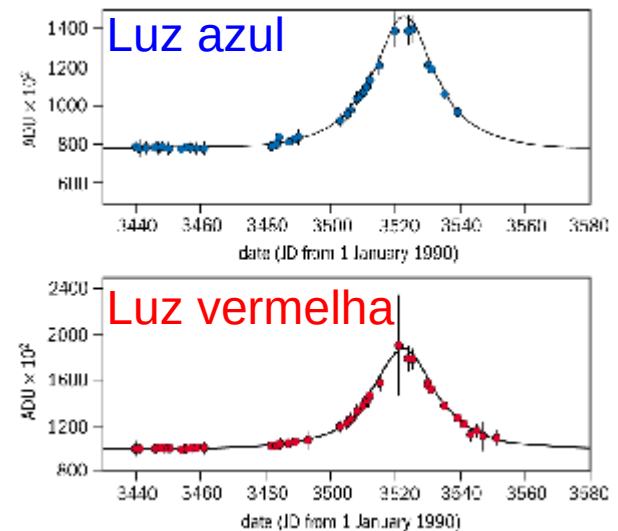
Quando um MACHO passa **na frente** de uma **estrela de fundo**, a **luz** da **estrela** é **focada** na Terra => A **estrela** parece **mais brilhante** por algumas horas ou dias.

Por ser um efeito fraco (comparado ao efeito devido a galáxias ou aglomerados) se fala de *microlensing*.

Pela **curva de luz** da estrela de fundo pode-se determinar a **massa** do **MACHO**.



Curvas de luz de uma estrela durante um evento de microlensing



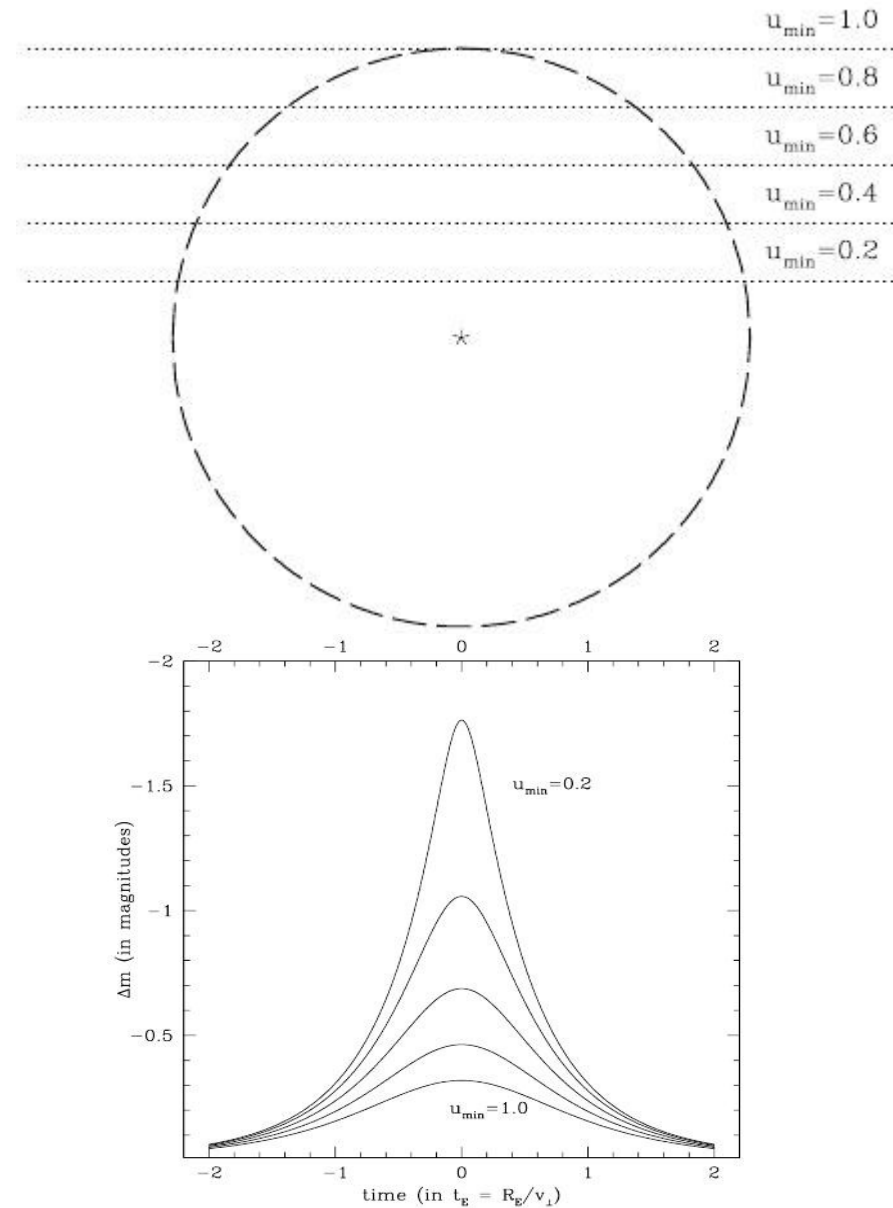
Lentes Gravitacionais

Microlensing

Dependendo da **massa** da **lente** e do **alinhamento** fonte-lente-observador, o **aumento** é **mais** ou **menos forte**.

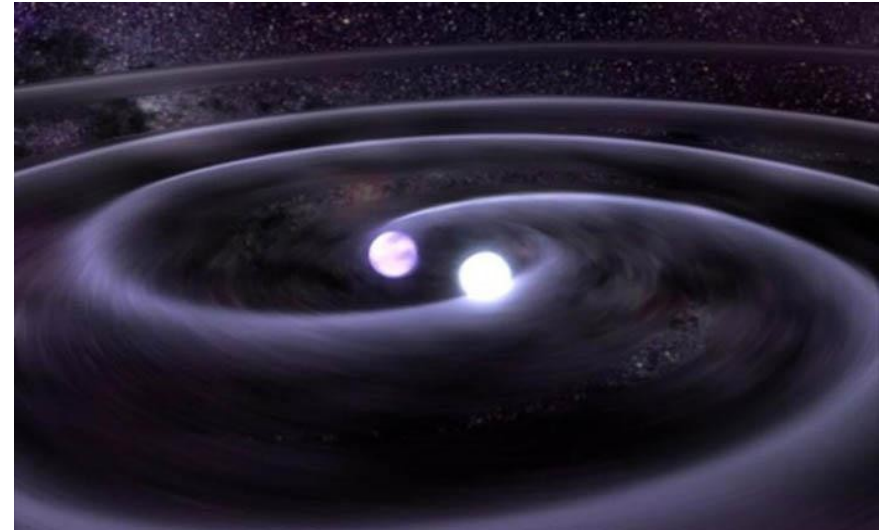
Eventos de *microlensing* se **distinguem** de outras **variações** de luminosidade por:

- serem **eventos únicos**
- sua **forma característica** da **curva de luz**
- serem **acromáticos**.

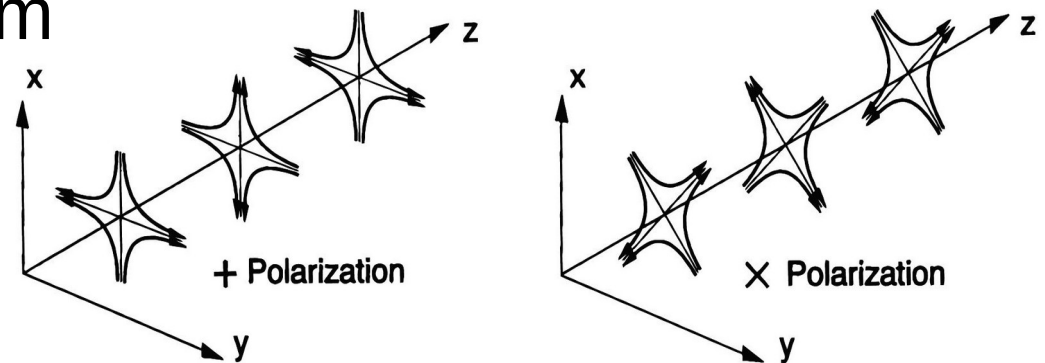


Ondas Gravitacionais

Outra previsão da Relatividade Geral é a existência de **ondas gravitacionais**, **deformações periódicas do Espaço-Tempo**. Por menos que $1:10^{20}$, emitidas por **massas** em **aceleração**, e propagando-se à velocidade da luz.



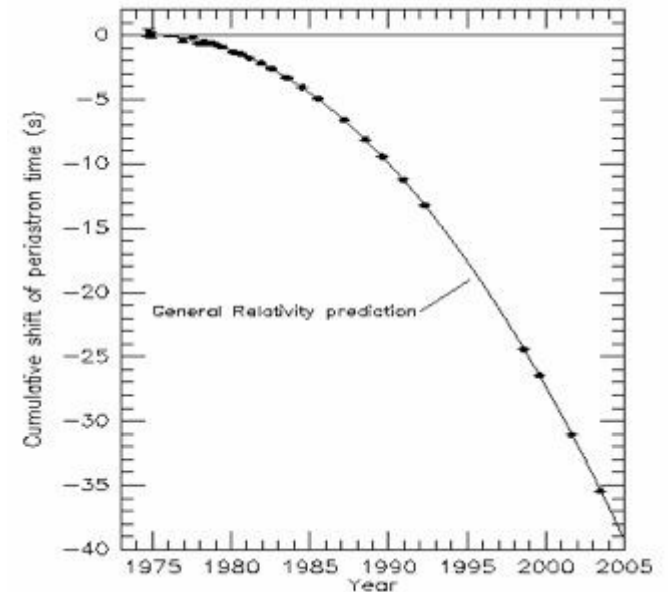
As deformações alternariam entre as duas direções perpendiculares à direção de propagação.



Evidências para Ondas Gravitacionais

Já houve **detecções indiretas**:
A perda de energia rotacional
nas órbitas de pares de pulsares
(Estrelas de Nêutrons),
i. e. o pulsar binário PSR1913+16,
ou Hulse-Taylor (1974)

Segundo a Relatividade Geral, dois
objetos de **alta massa** como Estrelas
de Nêutrons **orbitando-se** em **curta**
distância deveriam emitir **ondas**
gravitacionais, resultando em uma **rotação** do **periastron**
(ponto de maior aproximação das duas) de $\sim 4.23^\circ$ por
ano, fato **confirmado** nas **observações**.



Atraso acumulado da
passagem pelo periastron
no sistema Hulse-Taylor

Evidências para Ondas Gravitacionais

“Telescópios”/Detectores de Ondas Gravitacionais procuram fazer **detecções diretas** destas ondas, por exemplo LIGO (*Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory*), um par de detectores em duas localidades nos EUA (Hanford e Livingston), medindo a interferência entre dois raios laser passando por braços perpendiculares dos detectores.

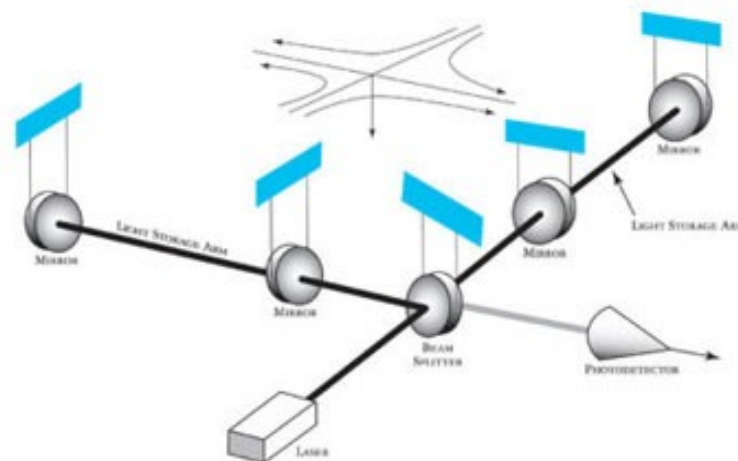


LIGO detector em Hanlon

LIGO começou as observações (à resolução atual) em setembro de 2015.

Evidências para Ondas Gravitacionais

A passagem de uma onda gravitacional deveria aumentar o caminho óptico do laser em um dos braços, e diminuir o caminho no outro, causando uma alteração na diferença de caminho óptico dos dois raios (por menos do que o diâmetro de um núcleo atômico!) e, assim, na interferência dos dois.



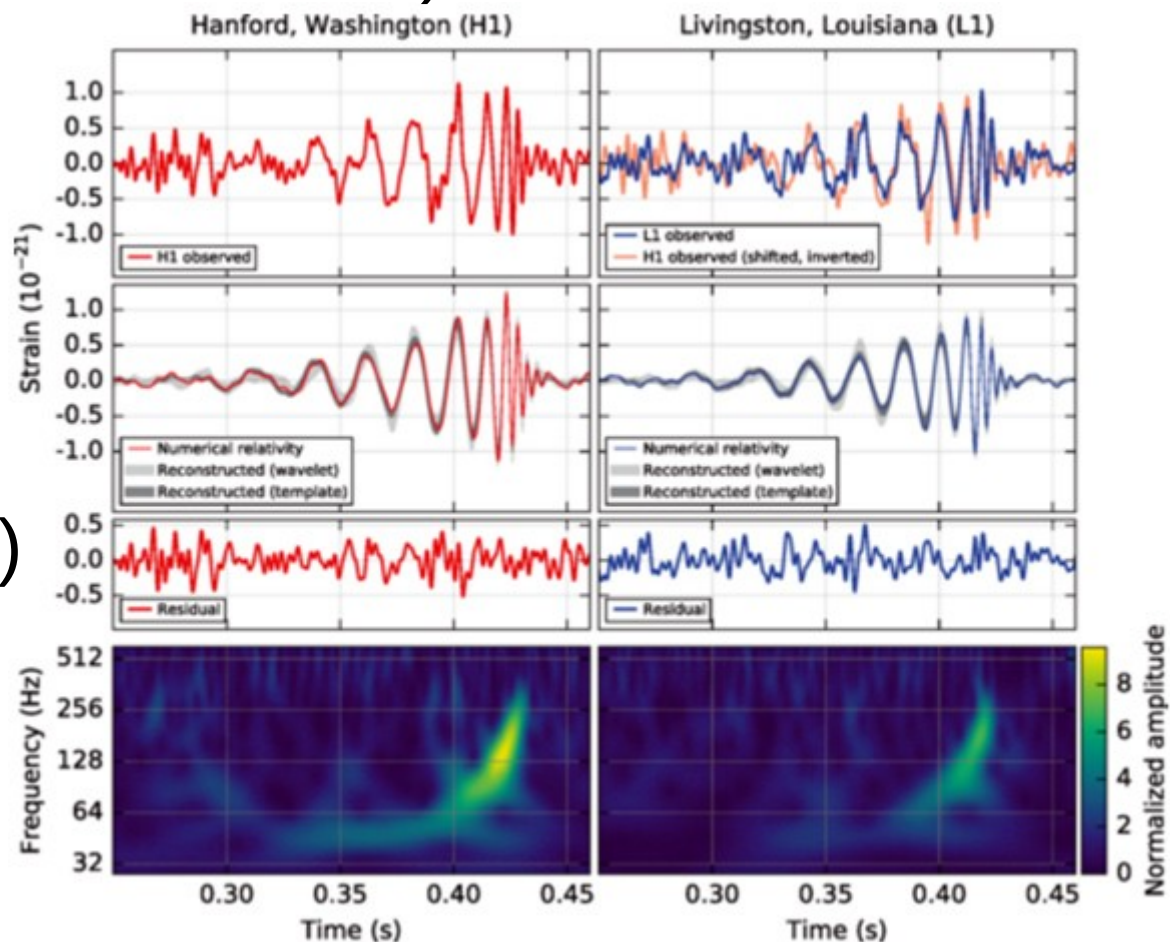
Desvantagem: A detecção só dá certo, se a fonte da onda se encontrar na direção verticalmente em cima do detector e a polarização for na direção dos braços. Para geometrias menos ideais, o sinal é mais fraco (normalmente fraco demais para ser detectado).

Evidências para Ondas Gravitacionais

14/09/2015 (anunciado 11/02 2016)


LIGO anunciou a **detecção** de uma **onda gravitacional** devida a um evento de fusão de 2 Buracos Negros (36 e 29 M_{\odot} => 62 M_{\odot}) a ~400 Mpc de distância.

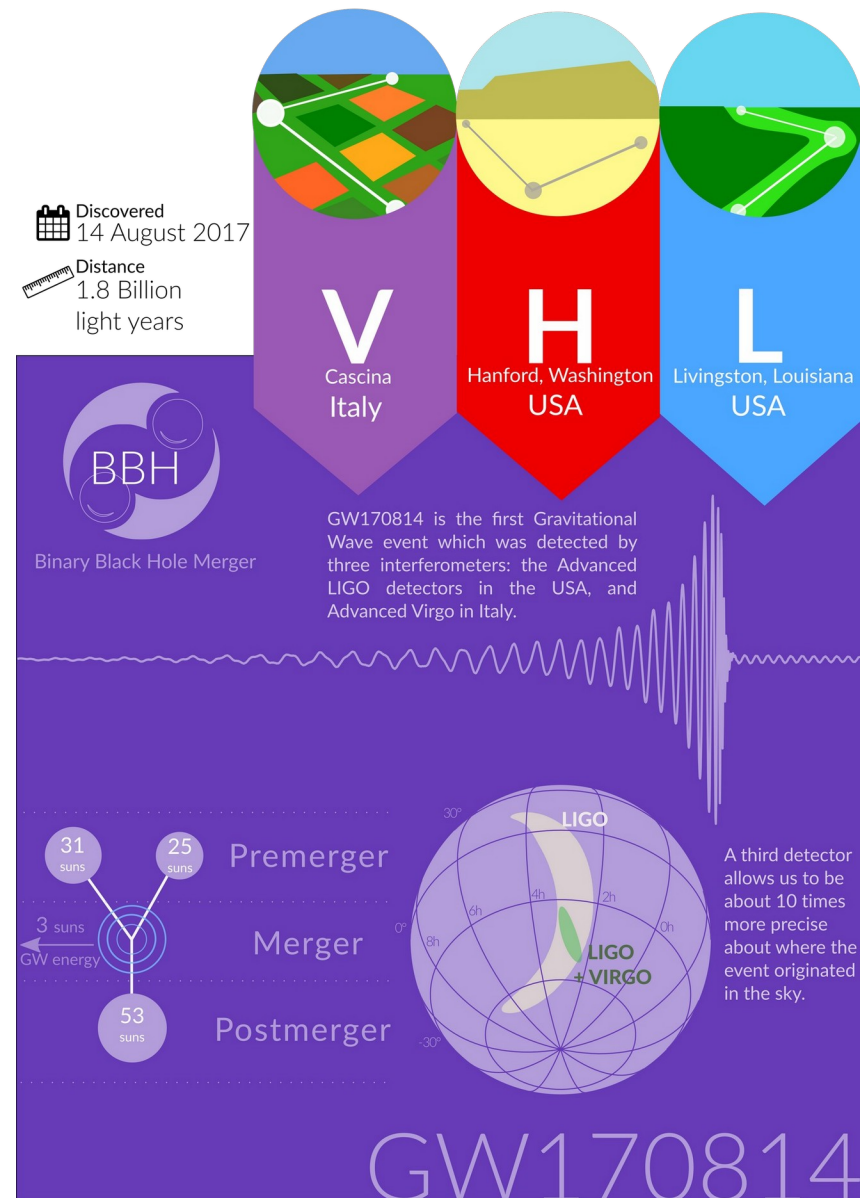
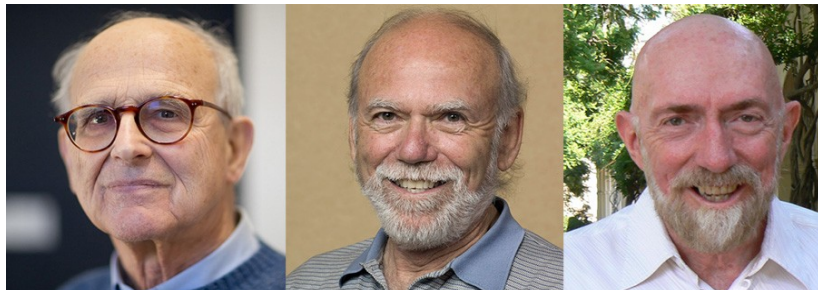
Duração do sinal: 0.2 s



Evidências para Ondas Gravitacionais

Desde então houve dezenas de outras detecções, incl. uma, naquela a contrapartida ótica também foi detectada, e uma detectada também por Virgo, um detector na Itália, similar ao LIGO.

=>  Prémio Nobel de física (2017) para K. Thorne, R. Weiss e B. C. Barish.



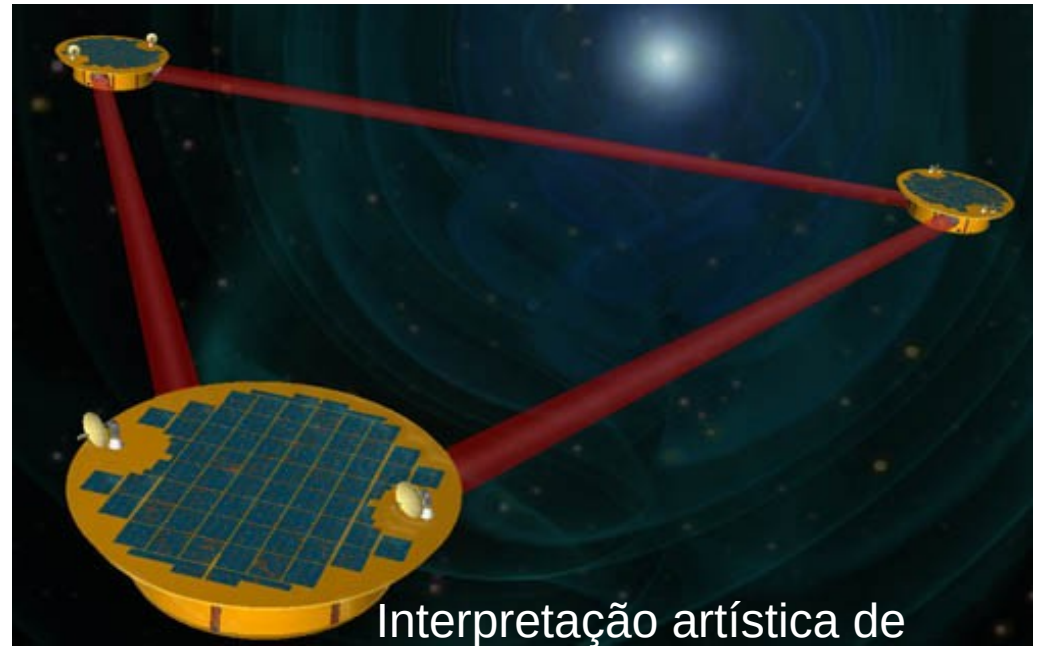
“Telescópios” de Ondas Gravitacionais

Se a detectabilidade de ondas gravitacionais se confirma, talvez algum dia poderemos observar aquelas emitidas na época da **Inflação** Cosmológica (=> Intr. à Cosmologia).

Telescópios de ondas gravitacionais do **futuro** incluem **conjuntos** de **satélites**, resultando em “braços” muito maiores.

O “telescópio” LISA (*Laser Interferometer Space Antenna*) foi projetado como colaboração das NASA e ESA. Porém, a NASA saiu do projeto por causa dos custos altos, e a ESA redimensionou o projeto, agora projetado para ser lançado em 2034 (?).

O Japão está desenvolvendo um telescópio similar, chamado DECIGO (*Decihertz Interferometer Gravitational wave Observatory*), a ser lançado em 2027.



Interpretação artística de



Universidade Federal do ABC

Introdução à Física Estelar

FIM PRA HOJE

