

Introdução à Física Estelar - 2016.3

Lista 2

1. Os raios de Vênus e Marte são 0,949 e 0,533 raios terrestres, respectivamente. Supondo que uma Anã Branca de uma massa solar tenha o tamanho da Terra e usando a aproximação clássica, qual seria a massa de uma Anã Branca do tamanho de Vênus? E de Marte? Anãs Brancas do tamanho de Vênus ou Marte podem existir? Justifique sua resposta.
2. Estime a pressão de gás ideal e a pressão de radiação no centro de Sirius B, massa de $1,053 M_{\odot}$ e raio $0,008 R_{\odot}$, usando 3×10^7 K para a temperatura central e supondo um caroço de carbono puro. Compare estes valores com a pressão central estimada de $3,8 \times 10^{22}$ N m⁻².
3. No modelo de gota líquida para o núcleo atômico, um núcleo de número de massa A tem um raio de $r = r_0 A^{1/3}$, com $r_0 = 1,2 \times 10^{-15}$ m. Determine a densidade nuclear média neste modelo.
4. Estime a pressão de degenerescência de nêutrons no centro de uma estrela de nêutrons de $1,4 M_{\odot}$ (adote a densidade central de $1,5 \times 10^{18}$ kg m⁻³) e a compare com a pressão estimada no centro de Sirius B.
5. O pulsar Geminga tem um período de rotação $P = 0,237$ s e derivada $\dot{P} = 1,1 \times 10^{-14}$. Supondo $\theta = 90^\circ$, estime a intensidade do seu campo magnético no polo do pulsar.
6. (a) O tamanho angular do remanescente de supernova do Caranguejo é $4' \times 2'$ e sua distância à Terra é de aproximadamente 2000 pc. Estime as dimensões lineares da nebulosa. (b) Usando a taxa de expansão medida do Caranguejo (1450 km/s) e ignorando qualquer possível aceleração desde a explosão de supernova, estime a idade da nebulosa. Compare com a data da observação da supernova, vista em 1054.
7. As estrelas de nêutrons contêm só nêutrons? Como se pode saber isso?
8. Determine o período rotacional mínimo de uma estrela de nêutrons de $1,4 M_{\odot}$ (o mais rápido que ela pode girar sem se desfazer). Para facilitar, admita que a estrela se mantém esférica com um raio de 10 km.

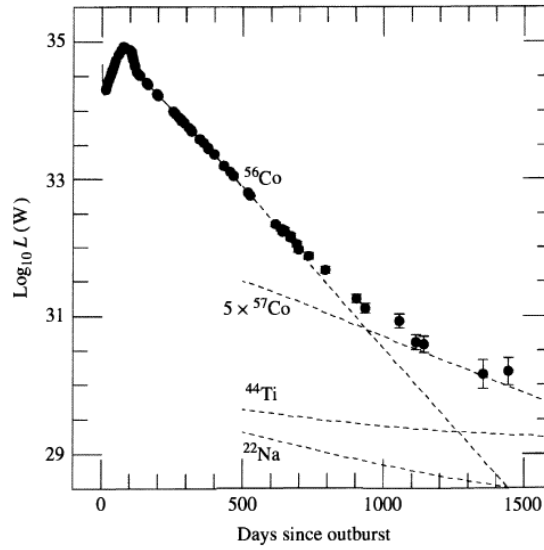


Figure 1: Curva de luz bolométrica da supernova 1987 A.

9. Durante um “glitch”, o período do pulsar da Nebulosa do Caranguejo diminuiu por $|\Delta P| \sim 10^{-8}P$. Se a rotação aumentada fosse devida a uma contração da estrela de nêutrons, encontre a variação no raio da estrela. Admita que o pulsar é uma esfera de densidade uniforme girando com um raio inicial de 10 km. Momento de inércia de uma esfera uniforme: $I = 2/5 MR^2$.
10. A energia liberada durante o decaimento do ^{56}Co , com uma meia-vida medida de 77,7 dias, é de 3,72 MeV. Se na supernova 1987 A $0,075M_{\odot}$ de cobalto foi produzido a partir do decaimento do ^{56}Ni , estime a quantidade de energia liberada por segundo pelo decaimento radiativo do cobalto (a) logo após a sua formação; (b) um ano após a explosão. (c) Compare as respostas com a curva de luz da SN 1987 A dada na figura.
11. O fluxo de neutrinos da SN 87A, localizada a 50 kpc, foi estimado em $1,3 \times 10^{14} \text{ m}^{-2}$ na posição da Terra. Se a energia média dos neutrinos era de aproximadamente 4,2 MeV, estime a quantidade de energia liberada na forma de neutrinos durante a explosão de supernova. Compare o resultado com a energia de ligação gravitacional esperada para uma estrela de nêutrons de massa $1,4 M_{\odot}$ e e raio 10 km.
12. Considere quatro buracos negros de massas 10^{12} kg , $10 M_{\odot}$, $10^5 M_{\odot}$ e $10^9 M_{\odot}$. (a) Calcule o raio de Schwarzschild para cada um deles. (b) Calcule a densidade média para cada um, usando que a massa encontra-se distribuída em uma esfera de raio R_S .
13. Obtenha uma estimativa de qual é o máximo momento angular possível para um

buraco negro em rotação. Suponha (incorretamente!) que a massa do BN está distribuída uniformemente em uma esfera sólida de raio R_S , cujo momento angular é $2/5 MR^2$, e use $L = I\omega$ para obter o momento angular. Compare o valor obtido para o momento angular máximo com GM^2/c . Qual o erro percentual entre a estimativa simples e o valor correto? Agora, usando a expressão correta, compare o momento angular máximo de um buraco negro de $1,4 M_\odot$ com aquele do pulsar que rotaciona mais rápido que conhecemos, com um período de rotação de 0,00139 s. Suponha o pulsar como uma esfera uniforme de massa $1,4 M_\odot$ e raio 10 km.

14. Ao combinar a gravitação (G), termodinâmica (k) e mecânica quântica (\hbar), Stephen Hawking calculou temperatura, T , de um BN sem rotação como

$$kT = \frac{\hbar c^3}{8\pi GM} = \frac{\hbar c}{4\pi R_S} \quad (1)$$

onde R_S é o raio de Schwarzschild. (a) Verifique que esta expressão está dimensionalmente correta. (b) Um BN primordial formado há 13,7 bilhões de anos com massa $1,7 \times 10^{11}$ kg estaria atingindo o final de sua vida agora. Calcule a temperatura deste BN primordial. (c) Em que porção de espectro eletromagnético o pico de emissão de um corpo negro a esta temperatura se encontraria? (d) Qual o R_S deste BN? Qual seria o raio de uma esfera de água de massa igual a este BN? (e) Calcule a temperatura de um BN de $10 M_\odot$.

15. Considere o BN um perfeito emissor de radiação de corpo negro a temperatura T , dada no exercício anterior. Supondo a área de emissão equivalente à superfície definida pelo raio de Schwarzschild, a luminosidade do BN devido à emissão de radiação Hawking é dada por

$$L = \frac{\hbar c^6}{15360\pi G^2 M^2} = \frac{\hbar c^2}{3840\pi R_S^2} \quad (2)$$

A luminosidade do BN deve ter origem na perda de energia interna do BN. Supondo a energia do BN dada por $E = mc^2$ e que $L = dE/dt$, mostre que o tempo necessário para que o BN perca toda a sua massa devido à radiação Hawking é

$$t_{evap} = 2560\pi^2 \left(\frac{2GM}{c^2} \right)^2 \frac{M}{h} \quad (3)$$

16. No sistema binário de raio-X A0620-00 as velocidades radiais orbitais para a estrela “normal” e o objeto compacto são $v_{s,r} = 457$ km/s e $v_{c,r} = 43$ km/s, respectivamente. O período orbital é de 0,3226 dia. (a) Calcule a função de massa, $m_c^3/(m_s + m_c)^2 \sin^3 i$, onde m_s é a massa da estrela normal e m_c do companheiro compacto e i é o ângulo de inclinação da órbita, a partir dos dados

observáveis. O que este resultado nos diz sobre a massa e natureza do objeto compacto? (b) Use o valor da velocidade radial orbital do objeto compacto para determinar sua massa, tomando $i = 90^\circ$. O que este resultado nos diz sobre a massa e natureza do objeto compacto? (c) Como a emissão de raios-X não é eclipsada neste sistema, o ângulo de inclinação deve ser menor que $\sim 85^\circ$. Suponha que o ângulo de inclinação fosse de 45 graus. Qual seria a massa do objeto compacto?

17. Suponha que a magnitude absoluta bolométrica de uma nova anã durante o período de quiescência é 7,5 e que o brilho aumenta em 3 magnitudes durante o burst. Usando os valores de Z Chamaeleontis, que contém uma anã branca de $0,85 M_\odot$ e $R = 0,0095 R_\odot$, estime a taxa de transferência de matéria através do disco de acreção.
18. Considere uma camada de hidrogênio de $10^{-4} M_\odot$ na superfície de uma anã branca. Se ele sofresse fusão completa ao hélio, quanto tempo a nova resultante duraria (suponha a luminosidade igual à luminosidade de Eddington)? O que isso diz a respeito da quantidade de hidrogênio que de fato sofre fusão durante o burst da nova?
19. Considere um surto de raio-X que libera 10^{32} J em 5 segundos. Se o perfil do espectro equivale a um corpo negro de temperatura 2×10^7 K, estime o raio da estrela de nêutrons.

Respostas:

1. Vênus: $1,17 M_\odot$; Marte: $6,6 M_\odot$, muito maior que a massa de Chandrasekhar!
2. $4,22 \times 10^{20}$ Pa; $2,04 \times 10^{14}$ Pa
3. $2,3 \times 10^{17}$ kg /m³
4. $1,1 \times 10^{34}$ Pa
5. $3,4 \times 10^8$ T
6. (a) 2,3 e 1,2 pc; (b) 780 anos
8. $4,6 \times 10^{-4}$ s
9. 5×10^{-5} m
10. (a) $L(t=0) = 9,8 \times 10^{34}$ W; (b) $L(t=1 \text{ ano}) = 3,8 \times 10^{33}$ Pa
11. $2,6 \times 10^{45}$ J; 3×10^{46} J
12. (a) $1,48 \times 10^{-15}$ m; $2,95 \times 10^4$ m; $2,95 \times 10^8$ m; $2,95 \times 10^{12}$ m; (b) $7,36 \times 10^{55}$ kg/m³; $1,85 \times 10^{17}$ kg/m³; $1,85 \times 10^9$ kg/m³; $18,5$ kg/m³
13. Razão = 0,8; $1,73 \times 10^{42}$ kg m²/s (BN) e $5,04 \times 10^{41}$ kg m²/s (pulsar)
14. (b) $7,2 \times 10^{11}$ K; (c) 4×10^{-15} m (gama); (d) $2,5 \times 10^{-16}$ m e 343,5 m; (e) $6,2 \times 10^{-9}$ K
16. (a) $m_c > 3,19 M_\odot$; (b) $m_c \geq 3,19 M_\odot$; (c) $m_c = 10,8 M_\odot$
17. $8,4 \times 10^{-10} M_\odot/\text{ano}$
18. 400 anos
19. 13,2 km