

Universidade Federal do ABC

# Estrutura da Matéria

## Introdução à Mecânica Quântica I

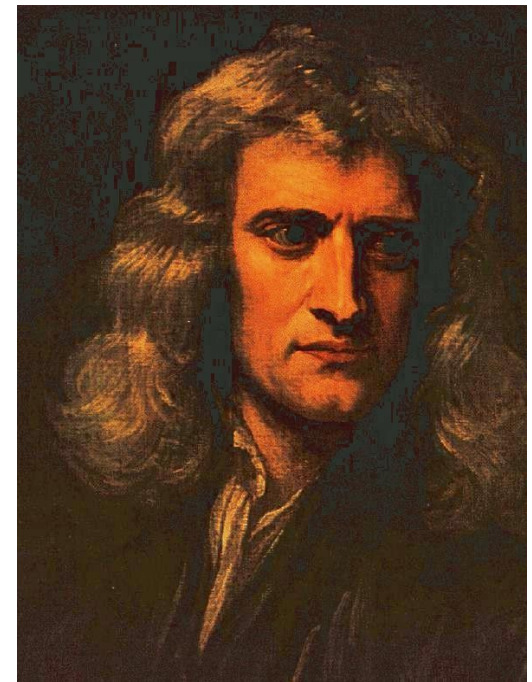
<http://professor.ufabc.edu.br/~pieter.westera/Estrutura.html>

# Radiação Eletromagnética: A Luz

Até o começo do século XIX, a maioria dos cientistas acreditava que a luz era um fluxo de partículas emitido por uma fonte luminosa.

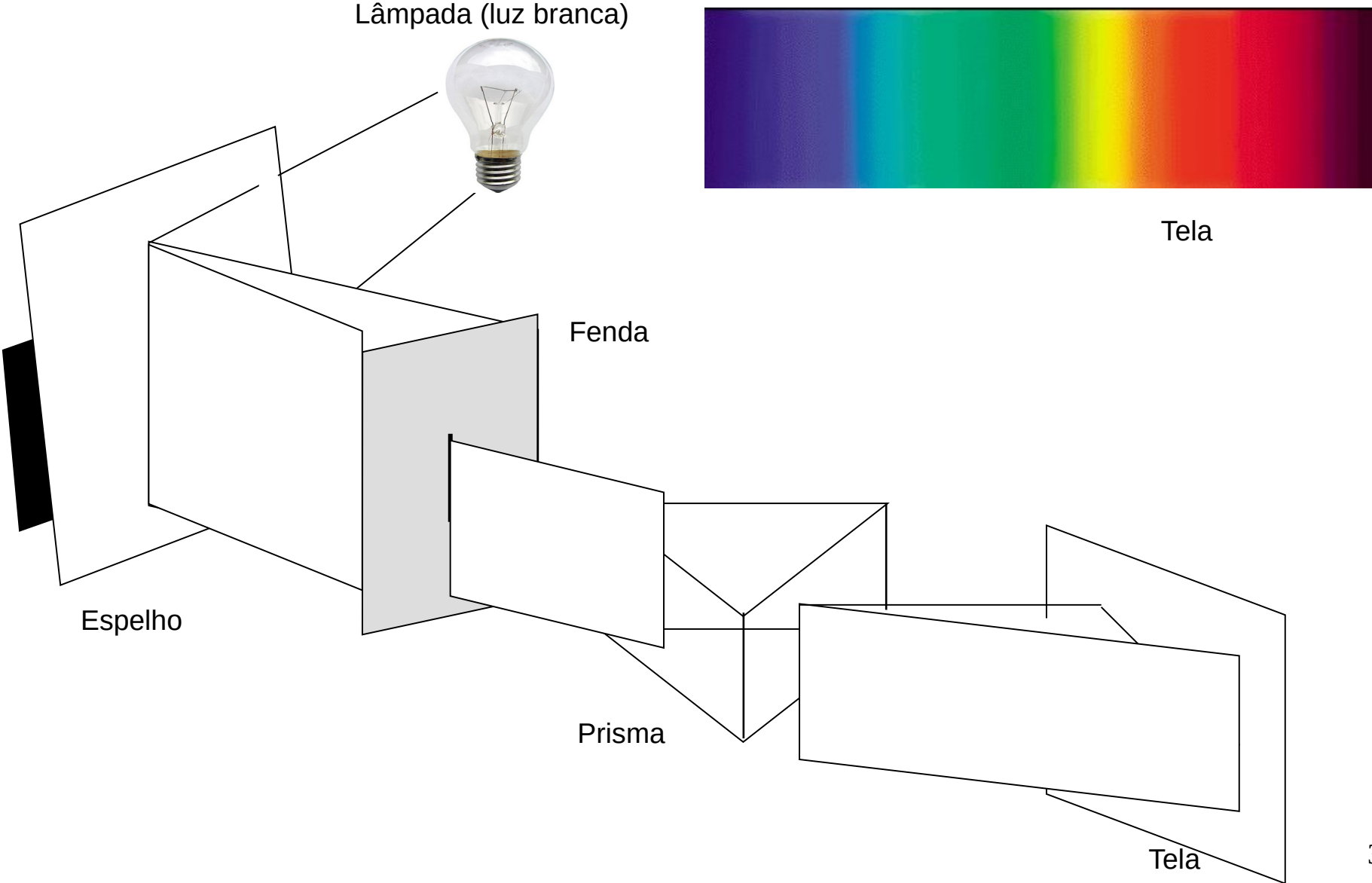
Com base neste modelo, as **partículas de luz** estimulavam a visão ao penetrar no olho.

O principal idealizador deste modelo corpuscular da luz foi **Isaac Newton**, sendo que o modelo apresentava uma explicação simples para algumas observações experimentais já conhecidas na época sobre a natureza da luz.



Newton (1642- 1727)

# Espectro da radiação eletromagnética (Newton)



## Modelo corpuscular (1672)

Em 1665, Newton demonstrou que a **luz branca**, como a luz do Sol, ao passar por um **prisma** se **decompõe** em luz de diferentes **cores**, formando um **espectro** como o arco-íris.

Usando a **hipótese corpuscular** e as leis da mecânica, ele conseguiu explicar

- A **reflexão**
- A **refração**
- A **dispersão** (a decomposição da luz ao atravessar um prisma) da **luz**.

Tudo bem, mas houve outros **fenômenos** da luz que **não** podiam ser explicados pelo modelo corpuscular:

- A **interferência**
- A **difração**



## Modelo ondulatório (1678)

Em 1678, o físico holandês **Christiaan Huygens** mostrou o **modelo ondulatório**:

A luz como **onda**.

O modelo ondulatório **explica** corretamente a **dispersão**, as leis de **refração** e **reflexão**, a **interferência** e a **difração**, então **todas** as propriedades da luz e fenômenos óticos conhecidos até então, inclusive aqueles que não podiam ser explicados pelo modelo corpuscular.

=> **A luz é uma onda** (por enquanto)



Christiaan Huygens (1629-1695)

## Modelo ondulatório da luz

Mas se a luz é uma onda, de que “consiste” a onda, ou seja, que **grandeza física** está **oscilando** e se **propagando** pelo espaço numa onda de luz?

Exemplos de outras ondas: Uma onda de **som** “consiste” de **variações** de **pressão** oscilando e se propagando.

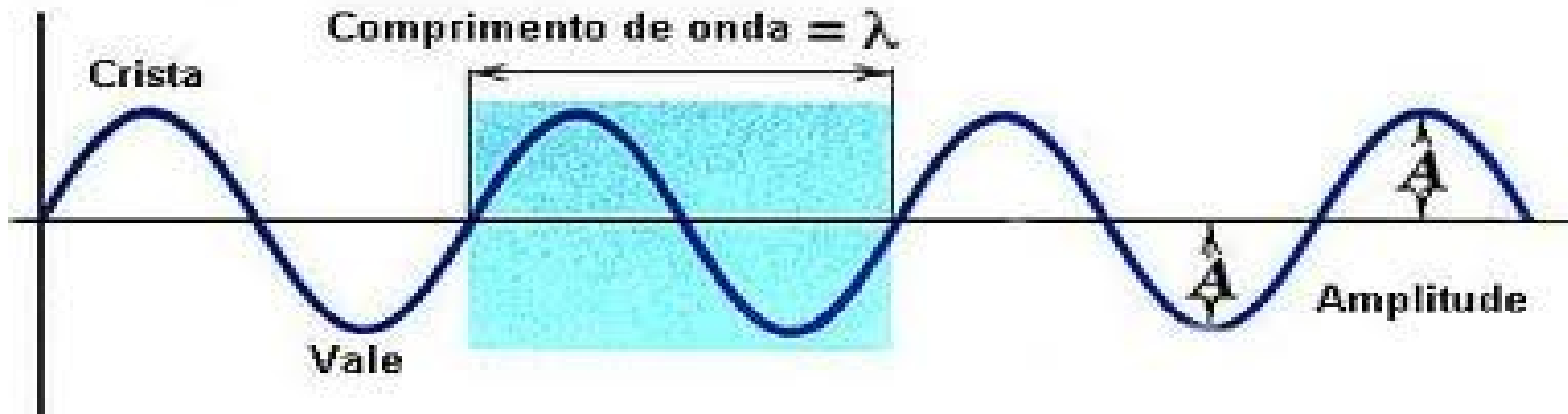
Uma onda no **mar** “consiste” de variações do **nível** da **superfície** da **água**, etc.

Cada onda é alguma **grandeza física** **oscilando** e **se propagando** pelo espaço. Em geral, há **transporte** de **energia**.

No caso da luz, esta(s) grandeza(s) são **campos elétrico** e **magnético**.

**A luz é uma onda eletromagnética**, ou seja, a combinação de um campo elétrico e um campo magnético oscilando e propagando-se pelo espaço.

## Ondas Harmônicas



**Amplitude**  $A$ : intensidade do **deslocamento máximo** dos elementos a partir de suas posições de **equilíbrio** quando a onda passa por eles.

**Comprimento de onda**,  $\lambda$ : **distância** (paralela à direção de propagação da onda) entre **repetições** da **forma** da onda.

**Período de oscilação**  $T$  de uma onda: o **tempo** que um elemento qualquer da corda leva para se mover realizando **uma oscilação completa**.

Frequência  $\nu$  (ou  $f$ ) =  $1/T$

Velocidade de propagação  $v = \lambda/T = \lambda\nu$

## Modelo ondulatório da luz

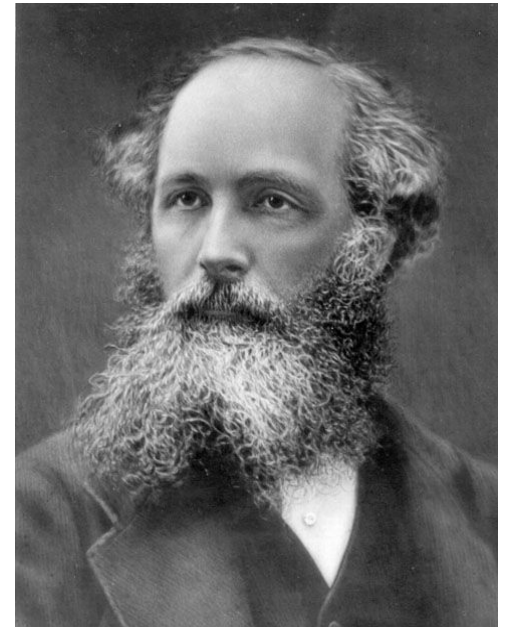
Esse modelo ondulatório da luz não foi aceito de imediato, pois, dentre outras argumentações, temos que as ondas conhecidas na época (som, ondas na superfície da água, etc.) eram ondas mecânicas e necessitavam de um **meio** para se propagar.

Entretanto, a luz viaja do Sol até a Terra no **vácuo**.

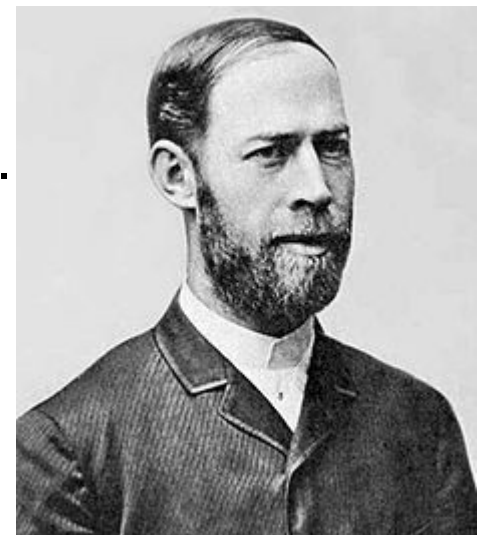
A partir de então, vários outros **cientistas** (Augustin Fresnel, Jean Foucault, dentre outros) desenvolveram **experimentos** e modelos que **fortaleceram** o **modelo ondulatório** da luz.

Em 1865, **Maxwell** fez previsões matemáticas de que a luz seria uma **onda eletromagnética** de **alta frequência**.

Estas previsões foram **confirmadas** experimentalmente por **Hertz** em 1887.



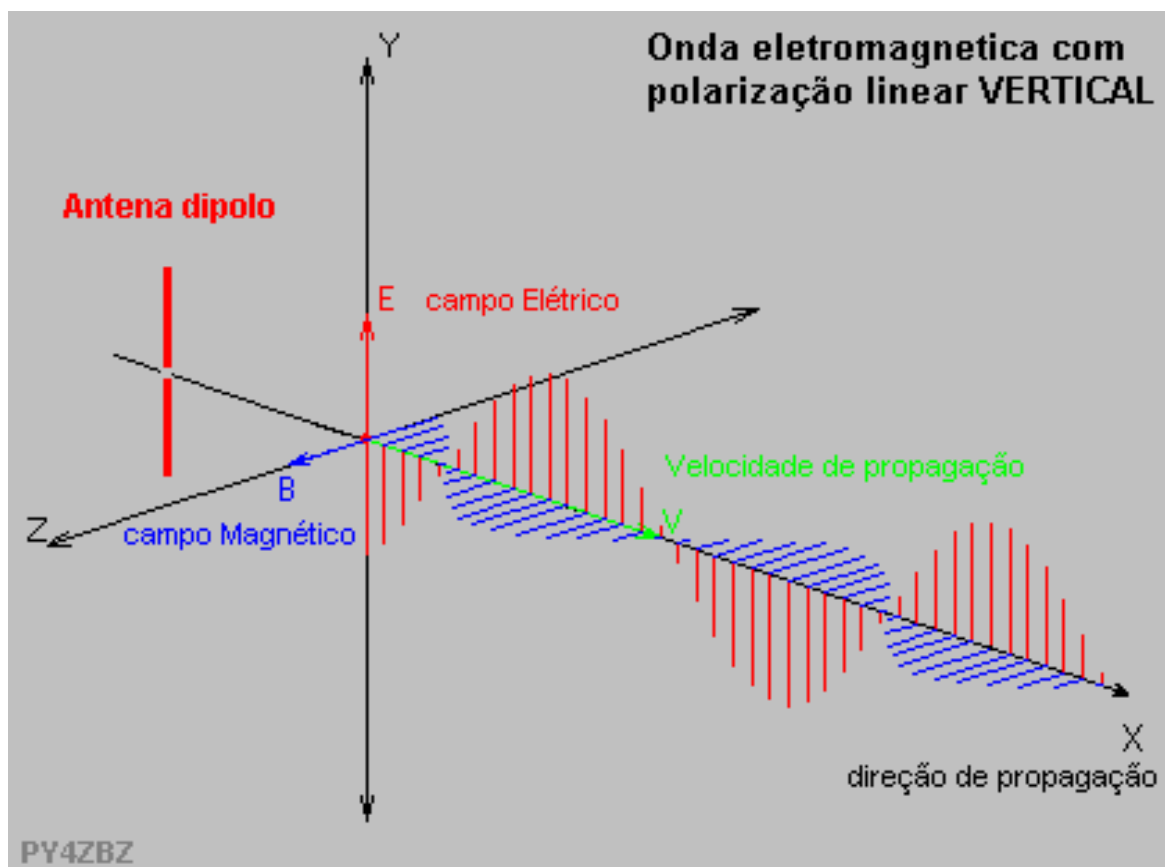
James Clerk Maxwell  
(1831-1879)



Heinrich Rudolf Hertz  
(1857-1894)

# Propagação de uma onda eletromagnética

Os campos elétrico e magnético são perpendiculares à direção de propagação da onda e entre si, como mostrado neste desenho. As ondas eletromagnéticas são produzidas pela aceleração de cargas.



A onda se propaga na direção  $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ .

!!! A onda existe no espaço inteiro, não só no eixo x.

As ondas eletromagnéticas se propagam no vácuo com uma velocidade  $c$  (a velocidade da luz).

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = \lambda \nu$$

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ NA}^{-2}$  = permeabilidade no vácuo

$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2\text{N}^{-1}\text{m}^{-2}$  = permissividade no v.

$\Rightarrow c \approx 300'000 \text{ km/s} = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

# Freqüência e comprimento de onda

Como a onda se propaga com a velocidade  $c$  pela distância de um comprimento de onda,  $\lambda$ , no tempo de um período de oscilação,  $T = 1/\nu$ , é fácil obter a relação entre  $\lambda$  e  $\nu$ :

$$c = \lambda/T = \lambda \cdot \nu \Rightarrow \lambda = c/\nu \text{ ou } \nu = c/\lambda$$

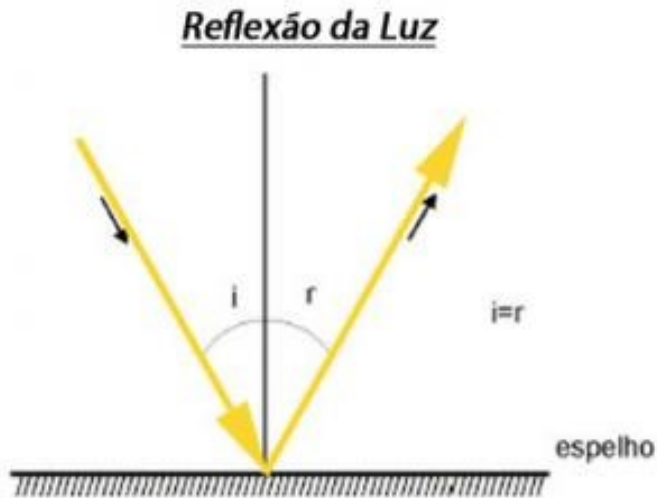
O comprimento de onda é inversamente proporcional à frequência.

Como visto no experimento de Newton, a luz branca é a sobreposição de luz de todas as cores do arco-íris.

A luz das diferentes cores do arco-íris se distingue pela frequência / pelo comprimento de onda:

Luz azul tem frequência maior resp. comprimento de onda menor do que luz vermelha.

# Reflexão e Refração da Luz



## Reflexão

Quando luz é **espelhado** numa superfície, os **ângulos** de **incidência** e **reflexão** são **iguais**:

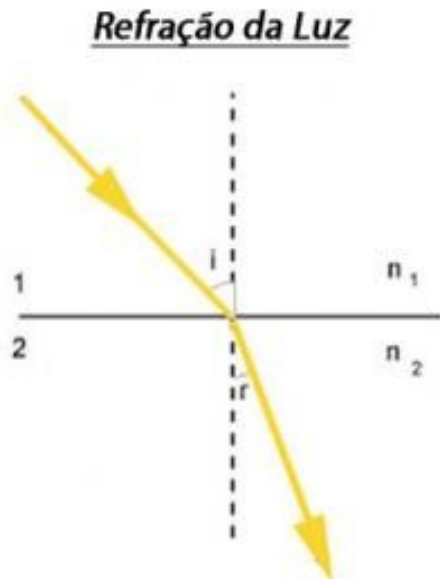
$$i = r$$

## Refração

Quando luz passa de um **meio** para um **outro**, a relação entre os **ângulos** de **incidência** e **refração** é

$$n_1 \sin i = n_2 \sin r$$

onde  $n_{1,2}$  são os **índices de refração** dos dois meios. Quanto **maior** o **índice** de **refração** de um **material**, tanto **menor** é a **velocidade** da **luz**  $v$  no material:  $v = c/n$  (no vácuo,  $n = 1$ ).

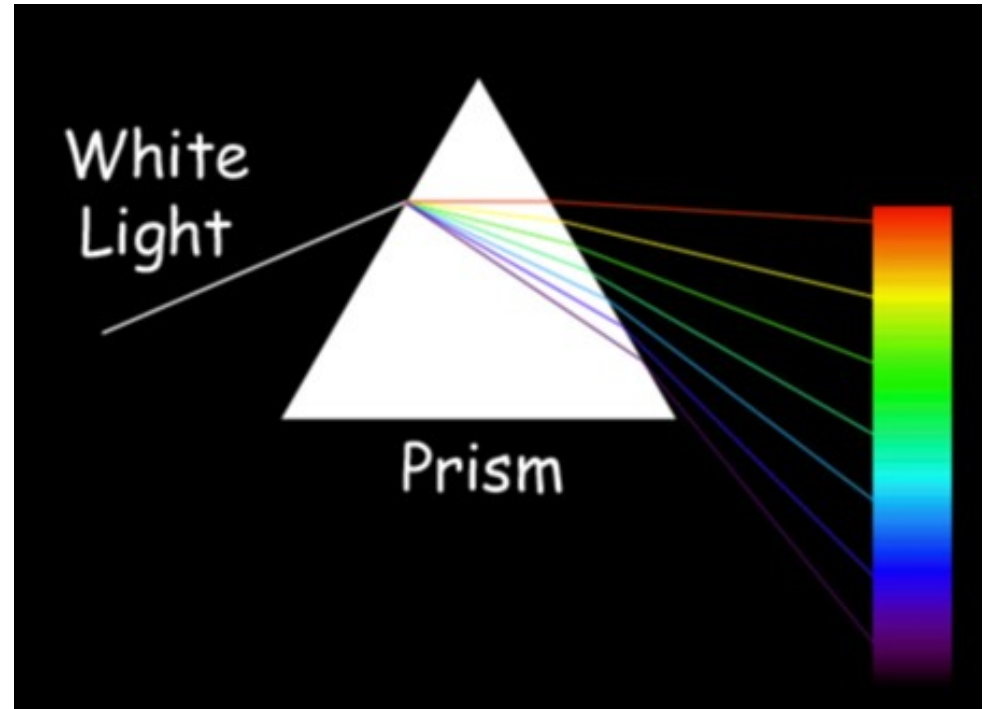


# Porque a luz se separa num prisma?

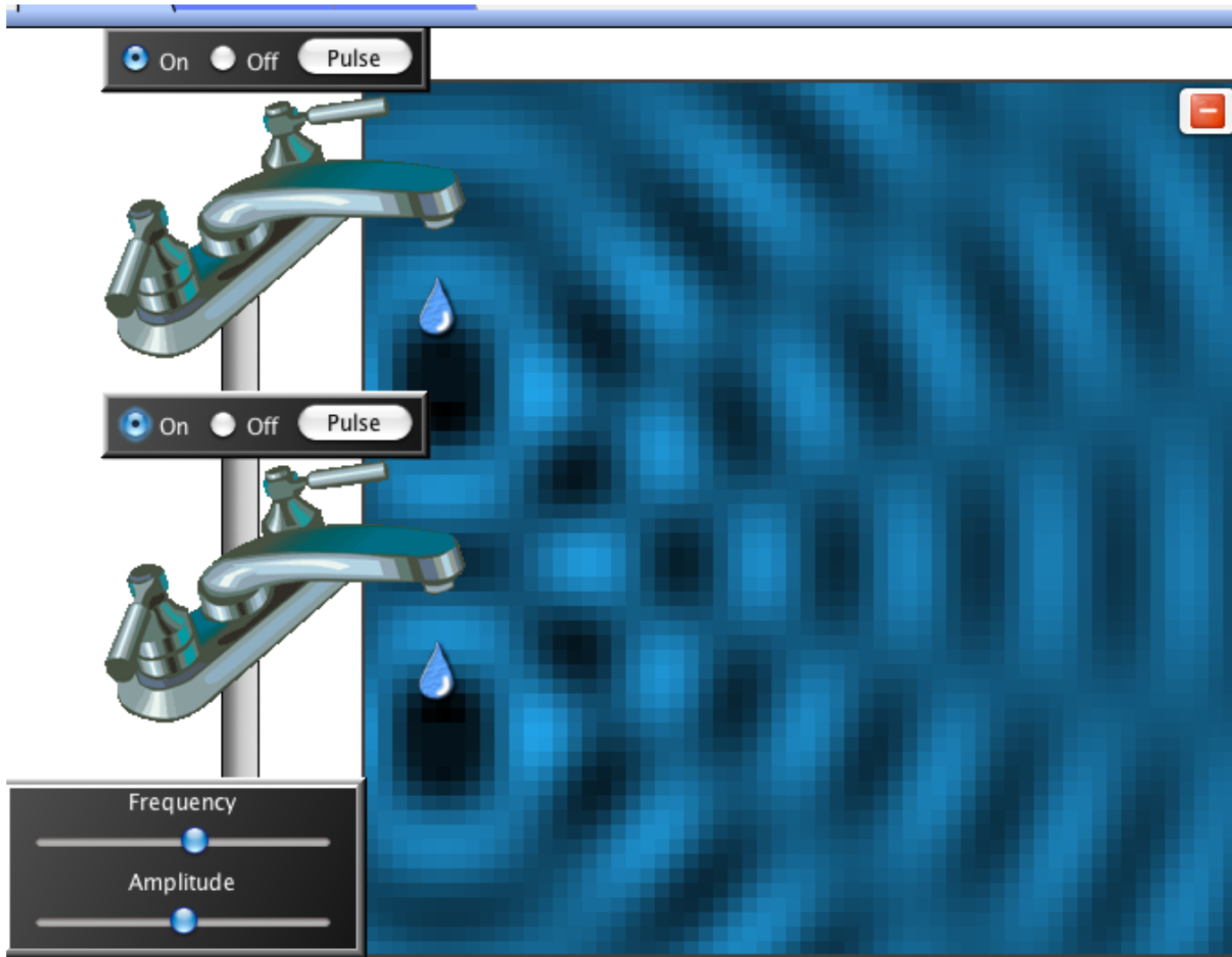
Os **índices de refração** dos **materiais dependem** da **frequência** (da **cor**) da luz.

Por isto, o **ângulo de refração** na **entrada** (e na saída) do **prisma** depende da **cor**.

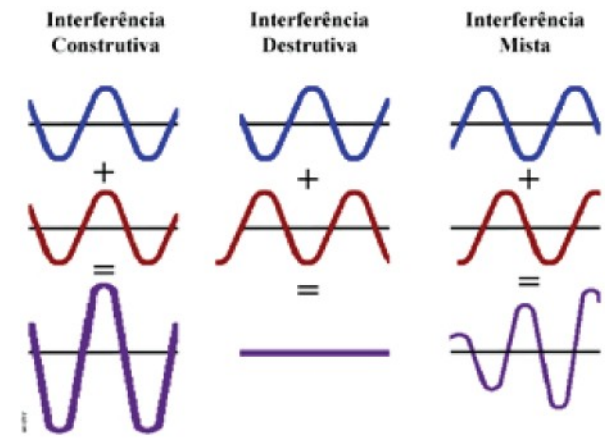
=> Luz com **cores diferentes** é defletida em **direções diferentes** ao passar pelo **prisma**.  
A luz é **separada** por **frequência** resp. por **comprimento de onda**.



# Interferência



Quando duas ondas se **sobrepoem**, elas se **amplificam** em **certos lugares** (**interferência construtiva**), e se **cancelam** em **outros lugares** (**i. destrutiva**), assim criando um **padrão** de **interferência**.

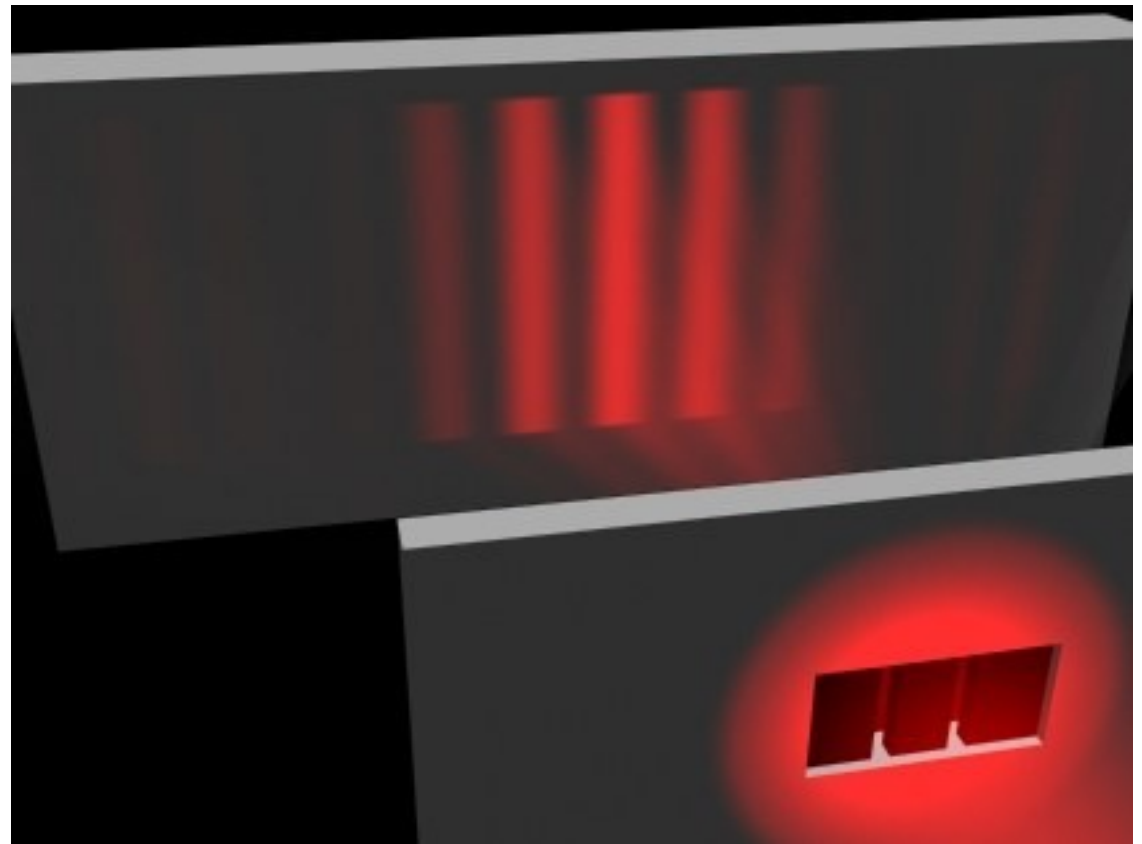
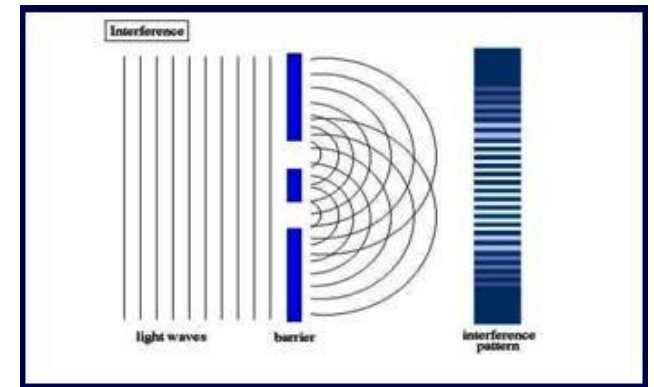


# Interferência

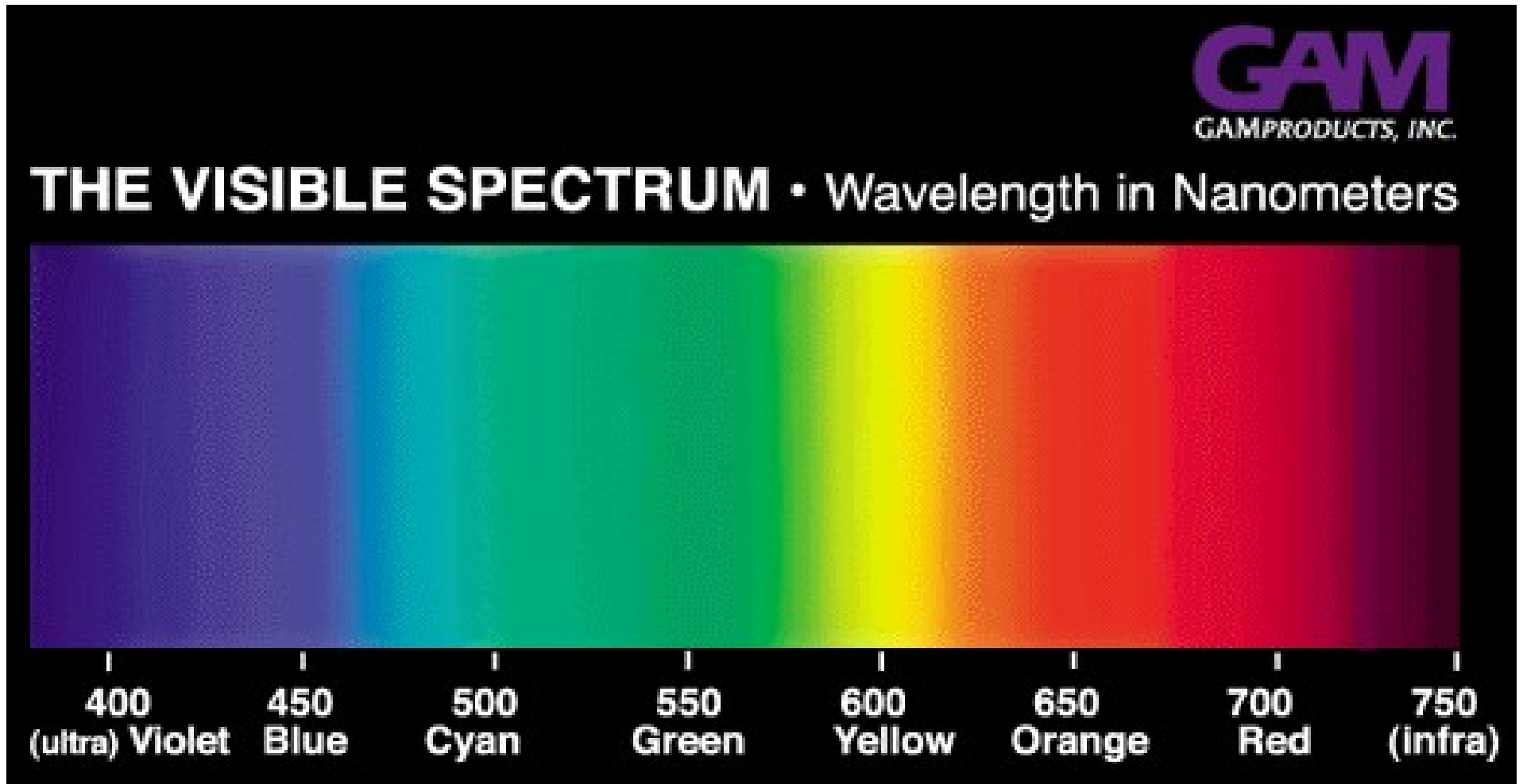
Exemplo de um **padrão** de **interferência** de duas ondas de luz numa **tela**.

As duas ondas são produzidas pela passagem da luz de uma **única fonte** por **duas fendas**.

Para ver o padrão de interferência, a luz tem que ser **monocromática**, q. d. de **uma única frequência** resp. cor.



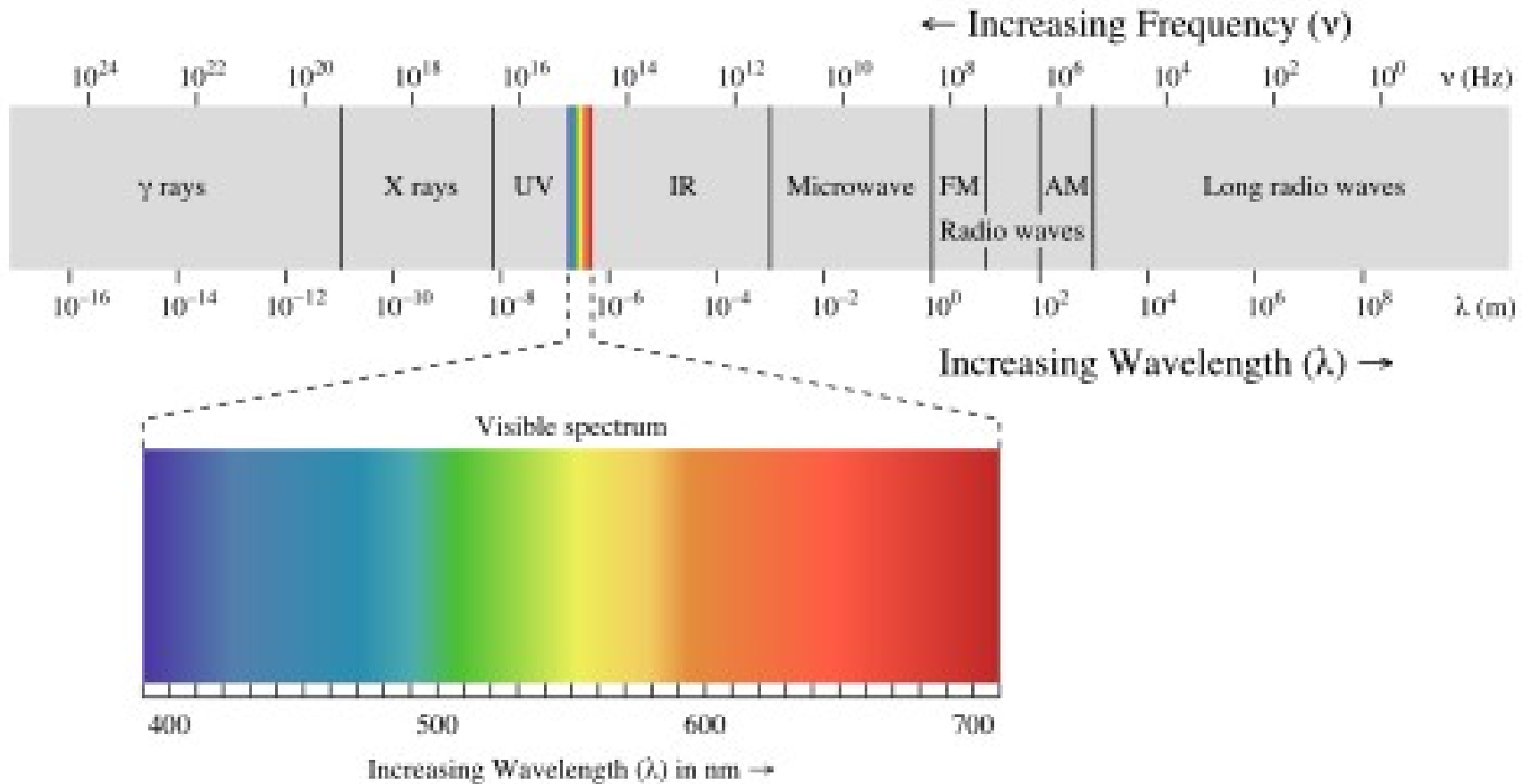
# Espectro de comprimentos de onda da luz visível



# Espectro de comprimentos de onda da luz visível

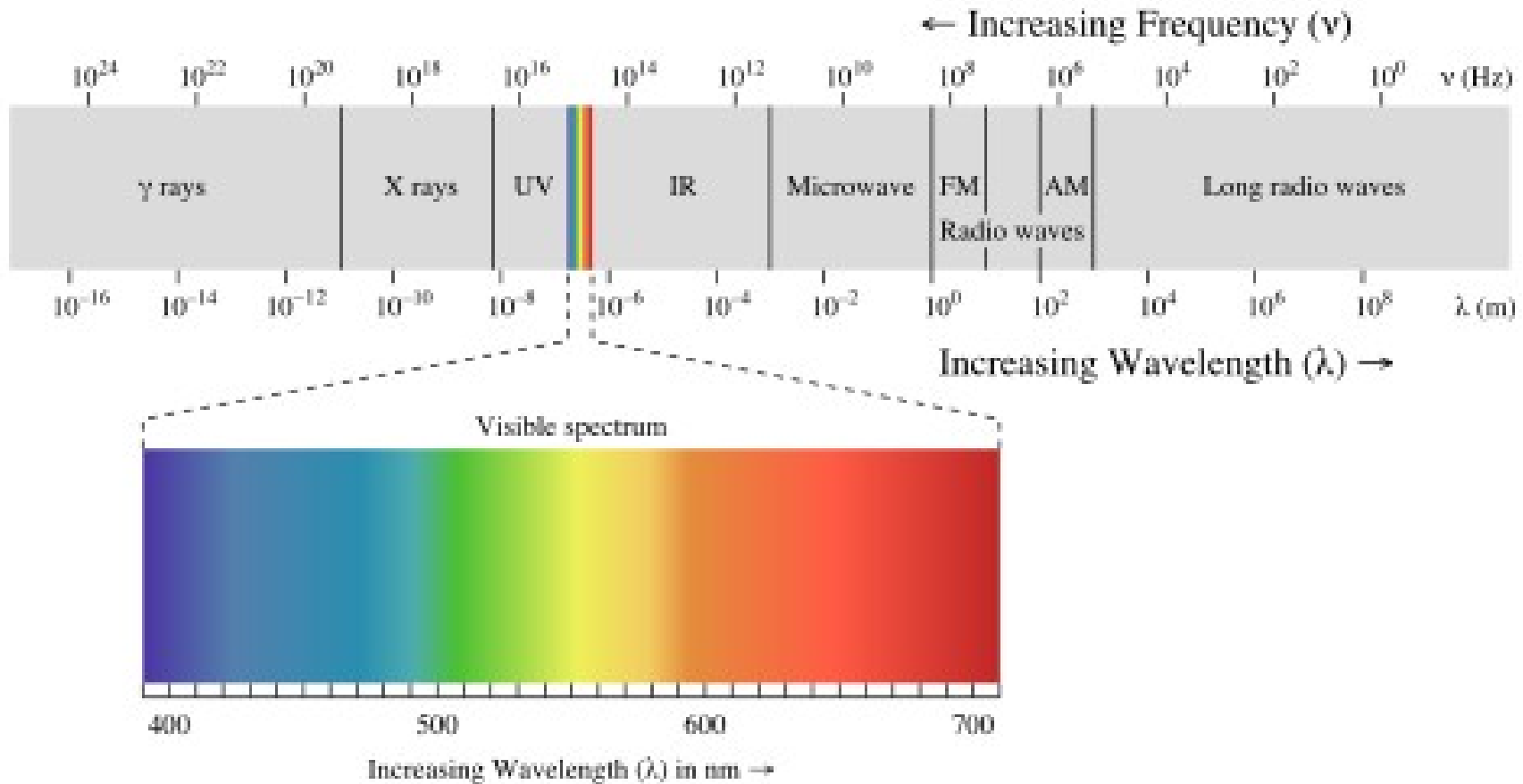
color	wavelength interval	frequency interval
red	~ 700–635 nm	~ 430–480 THz
orange	~ 635–590 nm	~ 480–510 THz
yellow	~ 590–560 nm	~ 510–540 THz
green	~ 560–490 nm	~ 540–610 THz
blue	~ 490–450 nm	~ 610–670 THz
violet	~ 450–400 nm	~ 670–750 THz

# Espectro da radiação eletromagnética



Costuma-se classificar a **radiação eletromagnética** pelo seu **comprimento de onda**. Quanto **maior** a **frequência** / **menor** o **comprimento de onda**, tanto **mais energética** é a radiação.

# Espectro da radiação eletromagnética

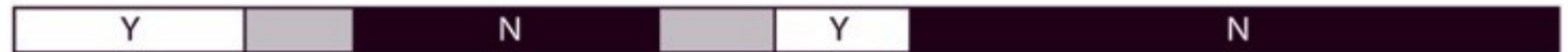


A luz visível ocupa somente uma porção do espectro eletromagnético. Existe radiação EM **menos energética** do que a **luz visível**: ondas **rádio**, **micro-ondas** e radiação **infravermelha**. Também existe radiação EM **mais energética** do que a luz visível: Radiação **ultravioleta**, **raios-X** e raios  **$\gamma$**  (gama).

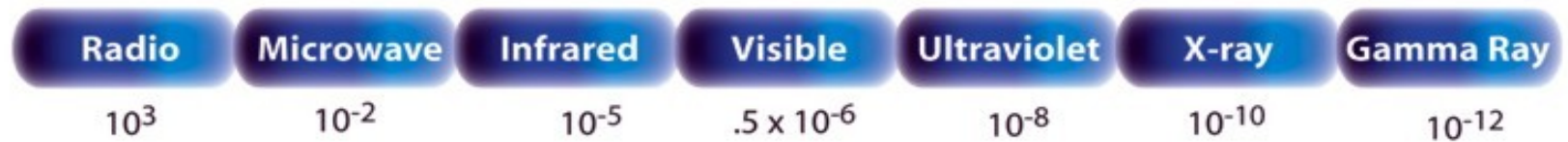
# Espectro da radiação eletromagnética

## THE ELECTROMAGNETIC SPECTRUM

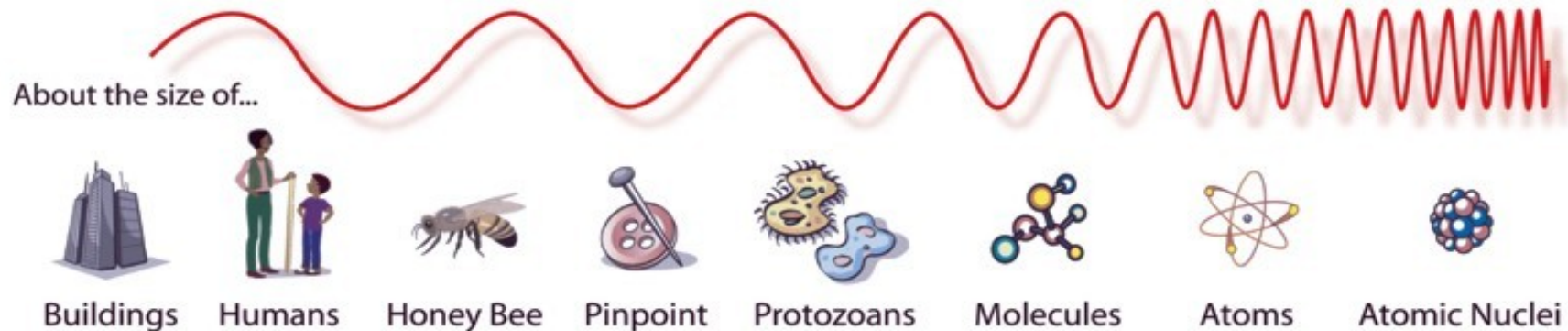
Penetrates Earth Atmosphere?



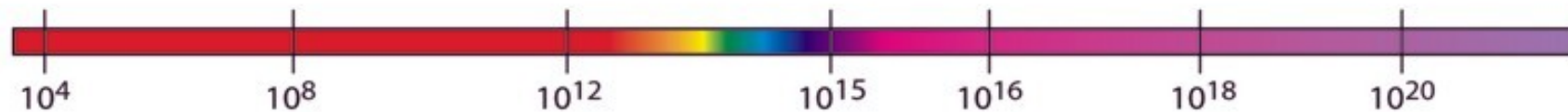
Wavelength (meters)



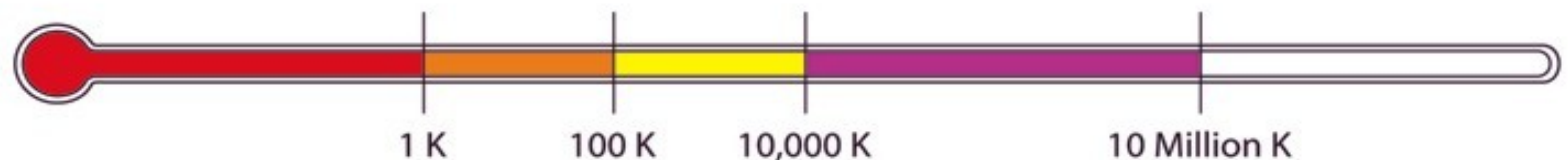
About the size of...



Frequency (Hz)



Temperature of bodies emitting the wavelength (K)



# Aspectos do Espectro eletromagnético

- Materiais que são **opacos** para um **certo comprimento de onda** podem **não** o ser para **outro**.
- Materiais que são transparentes no espectro visível podem ser opacos em outra região do espectro.
- Seres humanos emitem radiação na região do infra-vermelho.

# Aspectos do Espectro eletromagnético



Um homem com a mão num saco de lixo visto no ótico.

# Aspectos do Espectro eletromagnético



A mesma fôto no infravermelho.  
Nestes comprimentos de onda, o saco de lixo  
é transparente, e os óculos, opacos.

# Aspectos do Espectro eletromagnético

Röntgen descobriu acidentalmente os raios-X em 1895.

Raios-X são uma radiação eletromagnética muito energética, com frequência alta, resp., comprimento de onda curto.

Raios-X atravessam a carne, pois sua densidade é baixa em relação aos osso. Porém ao encontrá-los são refletidos.



Wilhelm Conrad Röntgen (1845-1923)

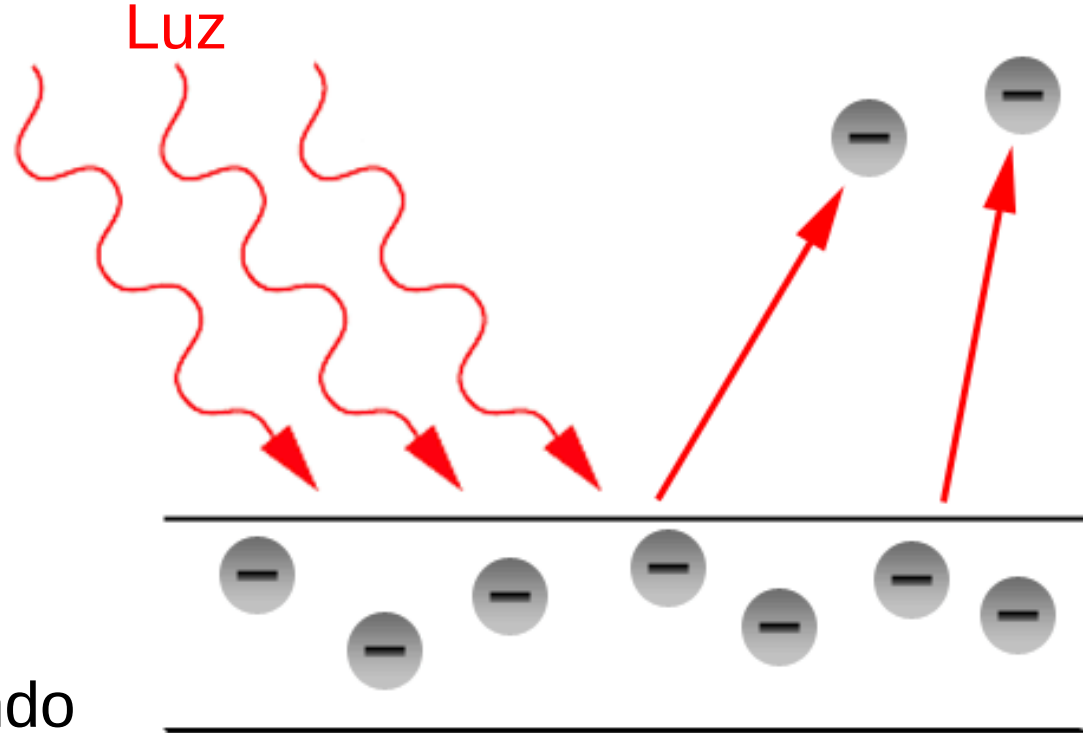


**A luz é realmente uma onda?**

# O Efeito Fotoelétrico

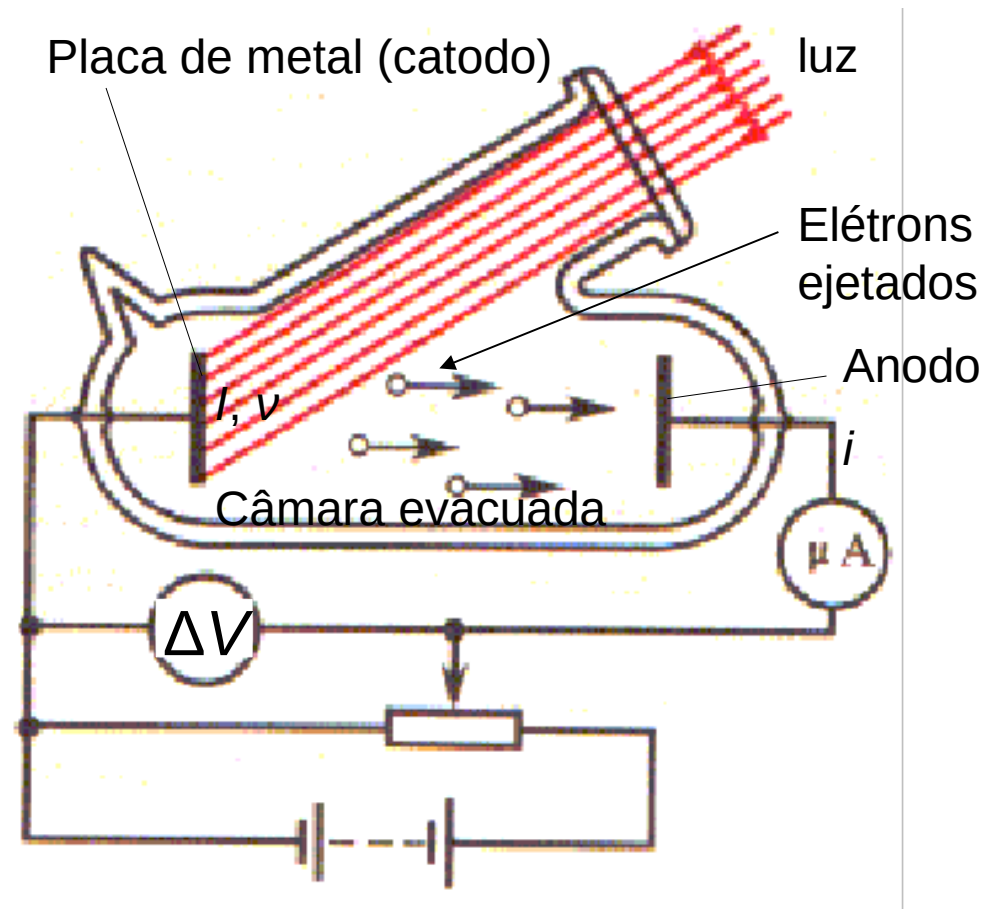
O **efeito fotoelétrico** é a **emissão** de **elétrons** por um **material**, geralmente metálico, quando exposto a uma **radiação eletromagnética** (como a luz) suficientemente **energética**, ou seja, de **frequência** suficientemente **alta**, o quanto é “suficiente” **depende** do **material**.

Ele pode ser observado quando a luz incide numa placa de metal, literalmente arrancando elétrons da placa!



# O Efeito Fotoelétrico

## O experimento de Hertz (1887)



1. **Luz** (frequência  $\nu$ , intensidade  $I$ ) **incide** numa placa de **metal**.
  2. **Elétrons** são **ejetados** da placa.
  3. Parte dos elétrons chega ao **anodo** e constitui a **corrente**  $i$ . Quando  $\Delta V$  **aumenta**, mais elétrons chegam ao anodo  $\Rightarrow$   **$i$  aumenta**.
- De baixo de um certo valor (negativo) de  $\Delta V$ , o **potencial de corte** (ou de frenamento)  $V_0$ , os elétrons não conseguem mais superar a barreira de potencial. Eles “recaem” no catodo  $\Rightarrow$   **$i$  é zero**.

# O Efeito Fotoelétrico

O experimento de Hertz (1887)

O que Hertz esperava (usando a hipótese que luz é uma onda)

- A luz **esquenta** a placa com uma **taxa** que depende apenas da **intensidade**  $I$  (potência por unidade de área) da luz, e **não** da sua **frequência**.

=> **Após um tempo**, o metal alcança temperatura suficiente (ou seja, os elétrons ganham energia cinética suficiente) para expulsar os elétrons. **A corrente  $i$  deve começar a fluir**.

- Após mais um tempo alcança-se um equilíbrio: A energia cinética dos elétrons expulsos é igual à energia da luz incidente.

=> Como o **potencial de corte** é proporcional à energia cinética máxima dos elétrons:  $e \cdot V_0 = \left(\frac{1}{2} m_e \cdot v^2\right)_{\max}$ , ele deve **aumentar** quando a **intensidade** da luz incidente **aumenta**:

**$V_0$  deve depender (apenas) de  $I$**

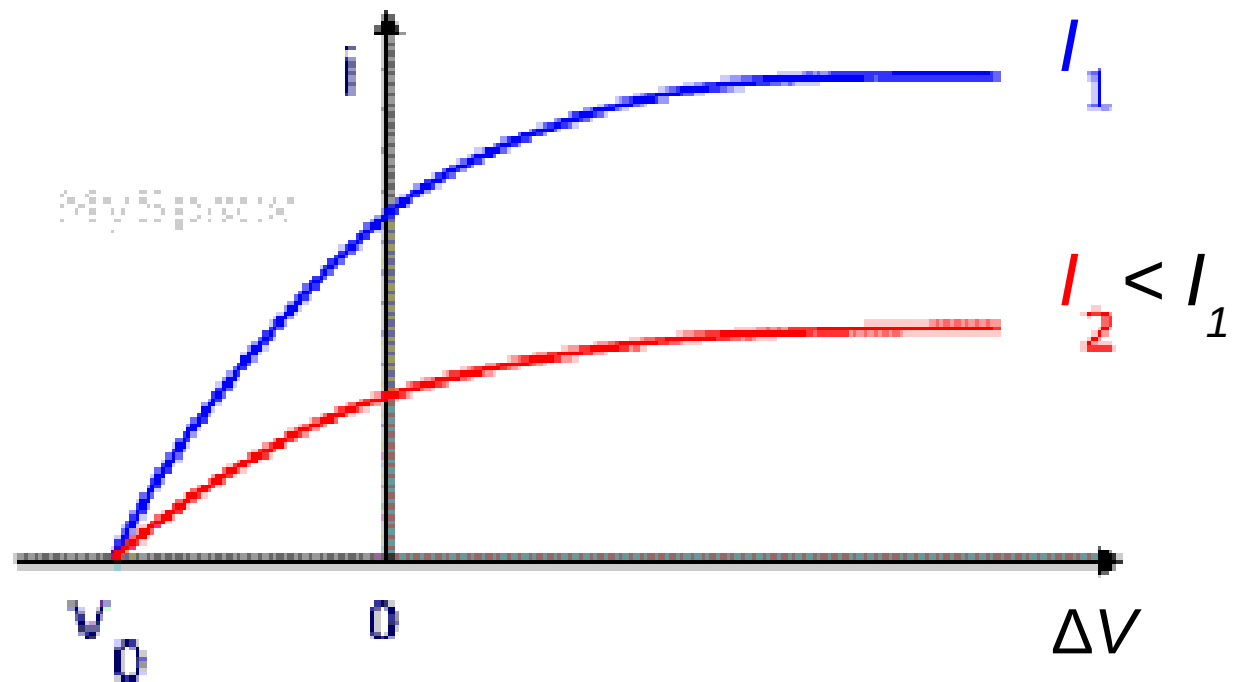
# O Efeito Fotoelétrico

O experimento de Hertz (1887)

O que ele observou

- A **corrente  $i$  flui**, ou seja, elétrons são ejetados da placa, **instantaneamente** quando se liga a luz incidente.

- O **potencial de corte  $V_0$** , e, então, a **energia cinética máxima** dos fotoelétrons, **não depende da intensidade da luz**, mas **sim**, da **frequência  $\nu$**  (mas a corrente  $i$  depende, sim, da intensidade)



# O Efeito Fotoelétrico

O experimento de Hertz (1887)

O que ele observou

- O **potencial de corte**, e, então, a energia cinética máxima dos fotoelétrons **aumenta com a frequência!**

Equação do efeito fotoelétrico:

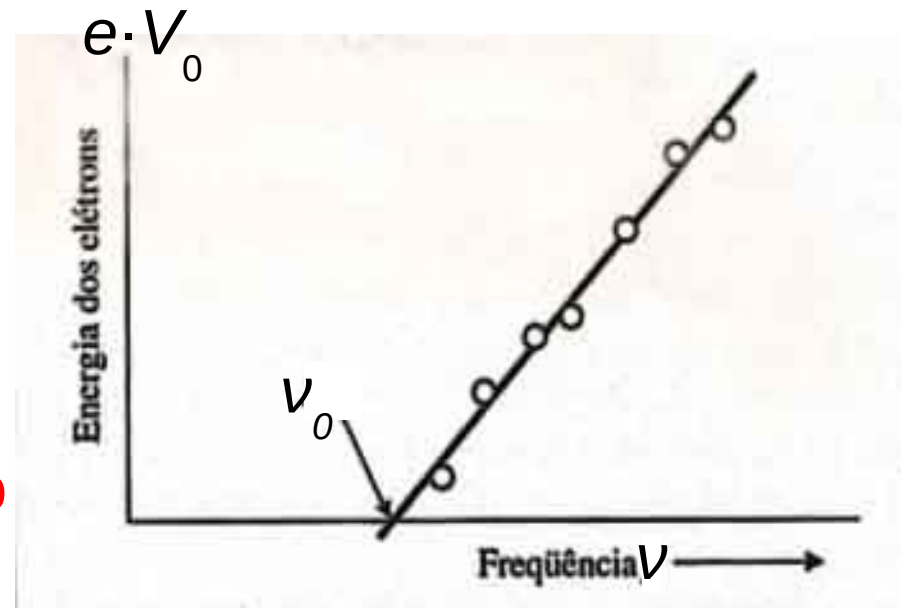
$$e \cdot V_0 = \left(\frac{1}{2} m_e \cdot v^2\right)_{\max} = h \cdot \nu - \phi$$

onde

$h$  = constante de Planck

$\phi$  := **função de trabalho**, constante que é **característica do material**, corresponde à **energia de ionização**

Debaixo de uma certa **frequência de corte**  $\nu_0 = \phi/h$ , **não há ejeção de elétrons**.



# O Efeito Fotoelétrico

O experimento de Hertz (1887)

Como explicar isto?

Einstein (1905):

- A **luz** consiste de “pacotes/partículas” de **energia**  $E = h \cdot \nu$ , os **fótons**.  
=> **Quantização** da luz.
- A **energia** necessária para **arrancar** um **elétron** de um **material** corresponde à **função de trabalho**  $\phi$ .
- Quando um **fóton** com **energia suficiente** para arrancar um elétron,  $h \cdot \nu \geq \phi$ , ou seja  $\nu \geq \nu_0$ , incide na placa, ele é **absorvido**, e a sua energia é usada para expulsar um elétron.  
A **energia cinética** do **elétron** será  $h \cdot \nu - \phi$ .
- Se esta energia cinética é o suficiente para passar a barreira do potencial elétrico,  $h \cdot \nu - \phi \geq e \cdot \Delta V$ , os elétrons chegam no anodo, e corrente flui.

# O Efeito Fotoelétrico

O experimento de Hertz (1887)

Como explicar isto?

=> A **energia cinética** dos **fotoelétrons**, e então o potencial de corte, depende apenas da **frequência** da **luz** incidente.

O número de elétrons emitidos, e então a corrente  $i$ , é proporcional ao número de fótons, ou seja à intensidade da luz incidente.

**A hipótese dos fótons consegue explicar todas as observações do Hertz.**

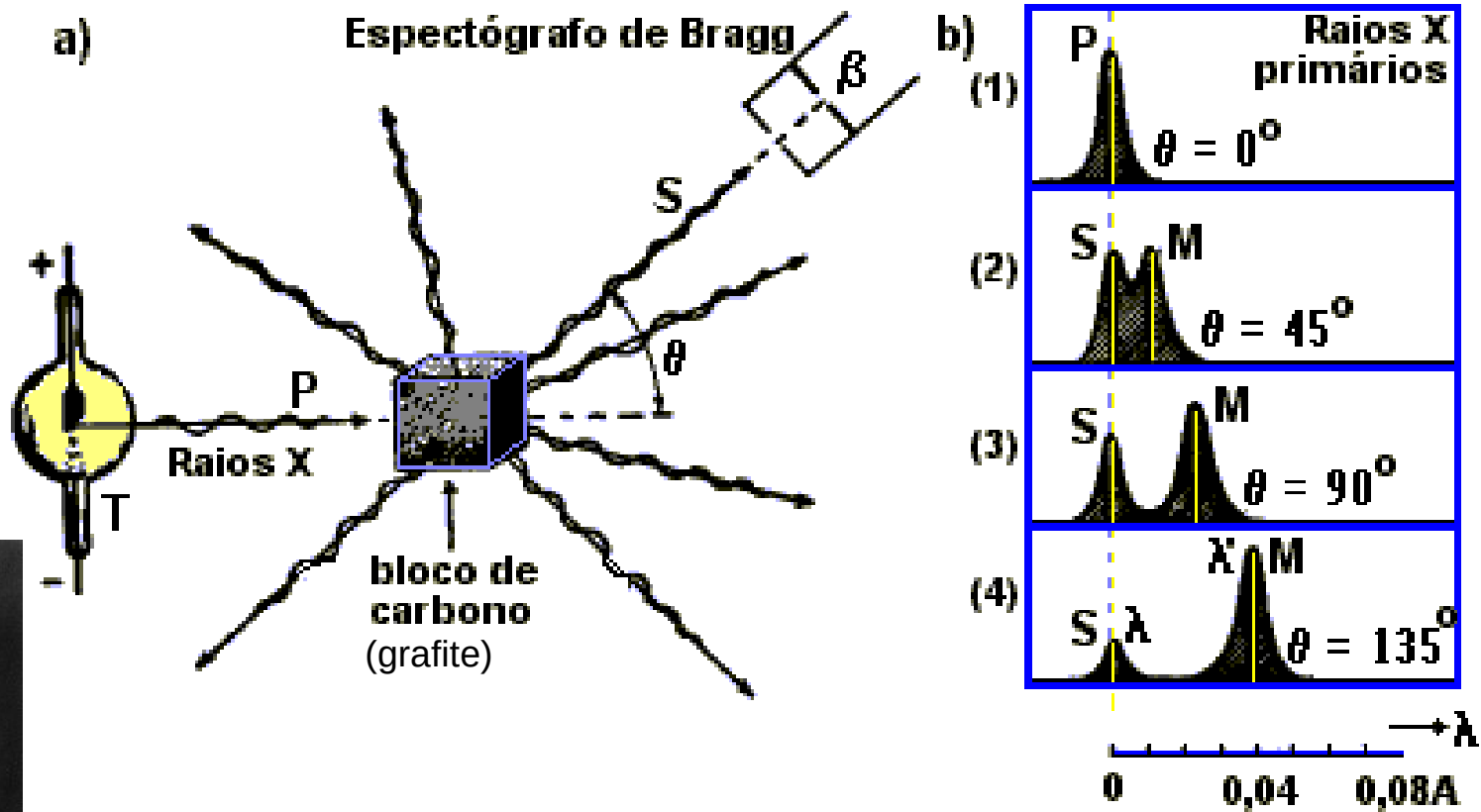
Obviamente, **a luz tem propriedades de partículas** também.



Einstein ganhou o prêmio Nobel de física para a explicação do efeito fotoelétrico.

# O Efeito Compton

1923: Compton fez incidir um feixe de **raios X** num bloco de carbono e mediu o **ângulo de espalhamento** e o **comprimento de onda** da radiação espalhada pelo carbono.



Arthur Holly Compton (1892-1962)

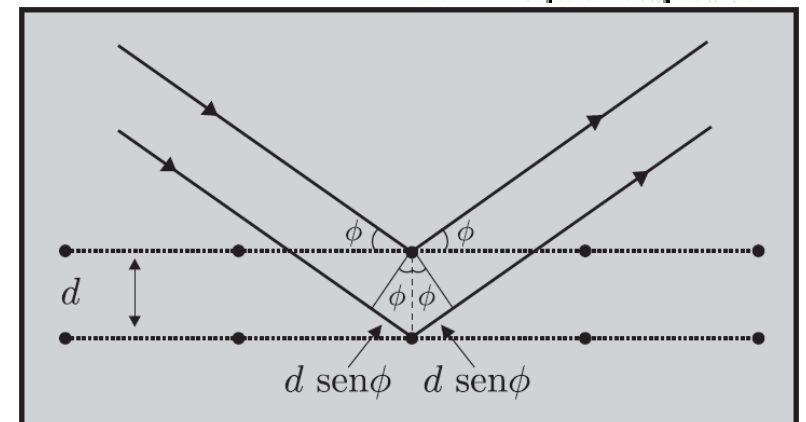
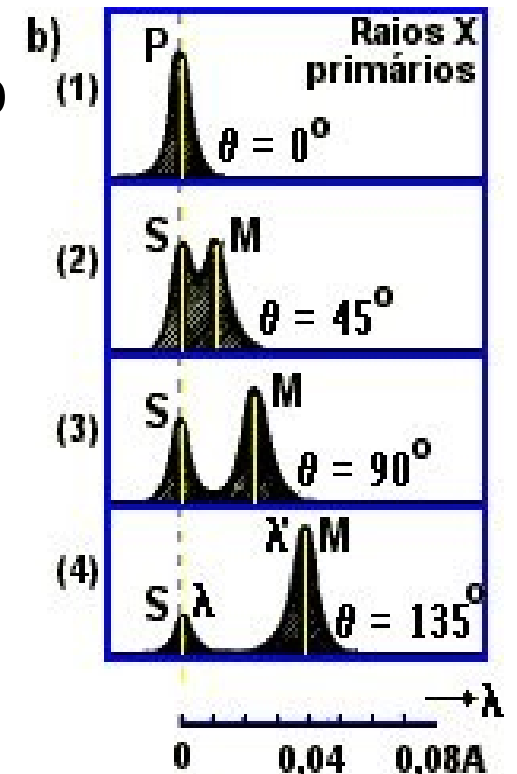
# O Efeito Compton

1º resultado: **Parte** dos raios X passa pelo bloco de carbono **sem** ser **espalhado** (os raios X primários), o resto é espalhado apenas em **certas direções** (por certos ângulos).

=> **Difração**

Fenômeno esperado se raios X são **ondas**: É a **interferência** da radiação espalhada pelos átomos das diferentes **camadas** do **cristal**, ocorre quando o comprimento de onda da luz incidente é da mesma ordem de tamanho do alvo, neste caso da estrutura cristalina do carbono.

$$2d \sin \varphi = n\lambda$$

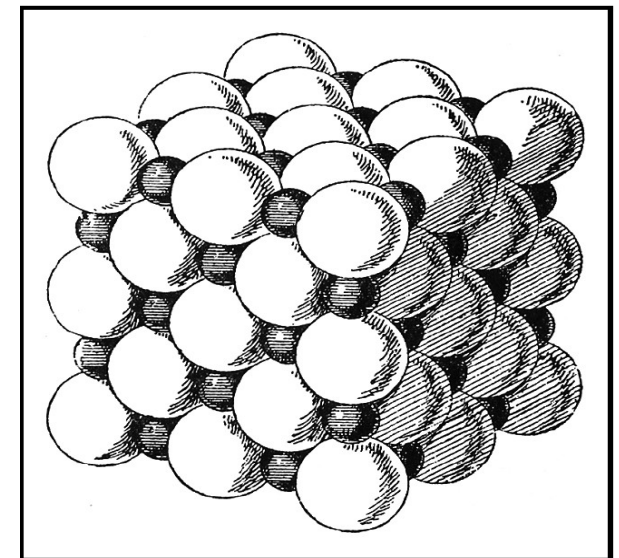
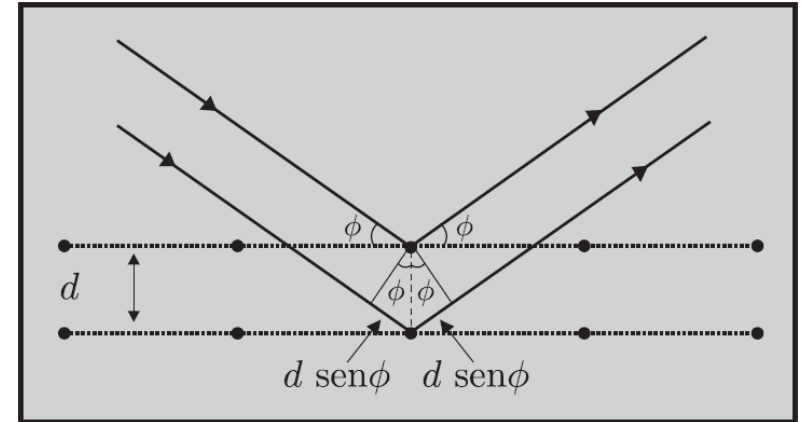


# O Efeito Compton

Raios X:  $\lambda \sim 10^{-9}$  cm, **estrutura cristalina** tem dimensões da ordem de  $10^{-8}$  cm.

Pelo espectro de ângulos de espalhamento pode-se determinar a estrutura cristalina do carbono.

Tudo bem, **raios X** são **ondas**, como já sabíamos.



# O Efeito Compton

Tudo bem?

**Não** tudo, ainda há um segundo resultado do experimento de Compton:

Os **comprimentos de onda** dos raios espalhados são **maiores**, resp. as **frequências/energias** são **menores**, do que aqueles do raio incidente (e dos raios X primários)!

Quanto maior o ângulo de espalhamento, tanto maior é o comprimento de onda, e tanto menor a frequência.

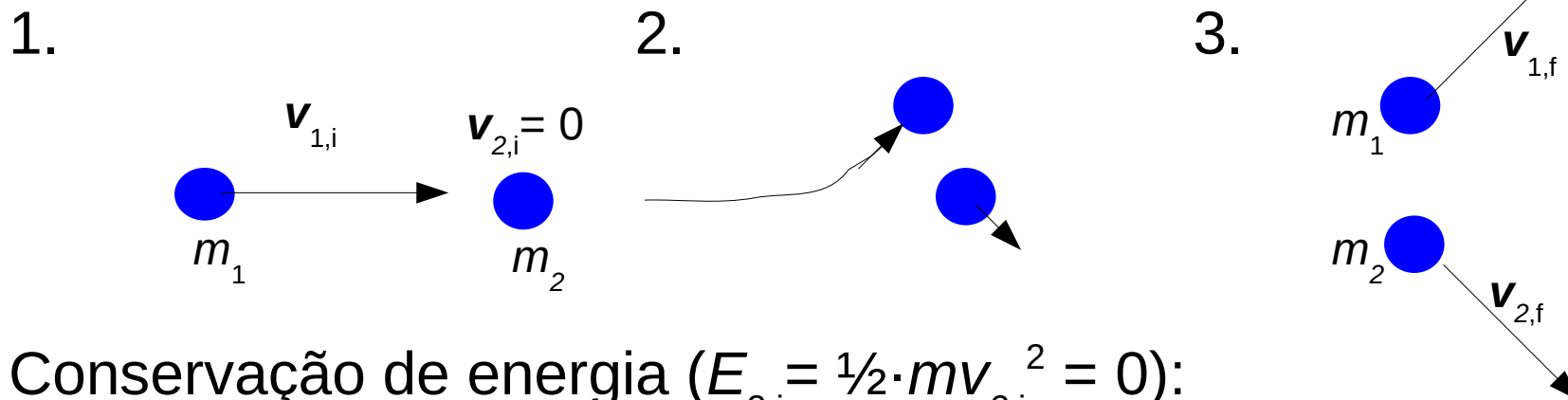
Isto **não** é esperado para **ondas** clássicas. Na teoria clássica, a onda incidente agita o material com a frequência  $\nu$ , e a radiação emitida teria a mesma frequência.

Obviamente, a frequência (ou **energia**) dos raios X é **reduzida** quando eles são **espalhados**.

# O Efeito Compton

Como explicar isto?

Poderia ser algo parecido como o espalhamento de duas partículas:



Conservação de energia ( $E_{2,i} = \frac{1}{2} \cdot m v_{2,i}^2 = 0$ ):

$$E_{1,i} + 0 = E_{1,f} + E_{2,f} \Rightarrow E_{1,f} = E_{1,i} - E_{2,f} < E_{1,i}$$

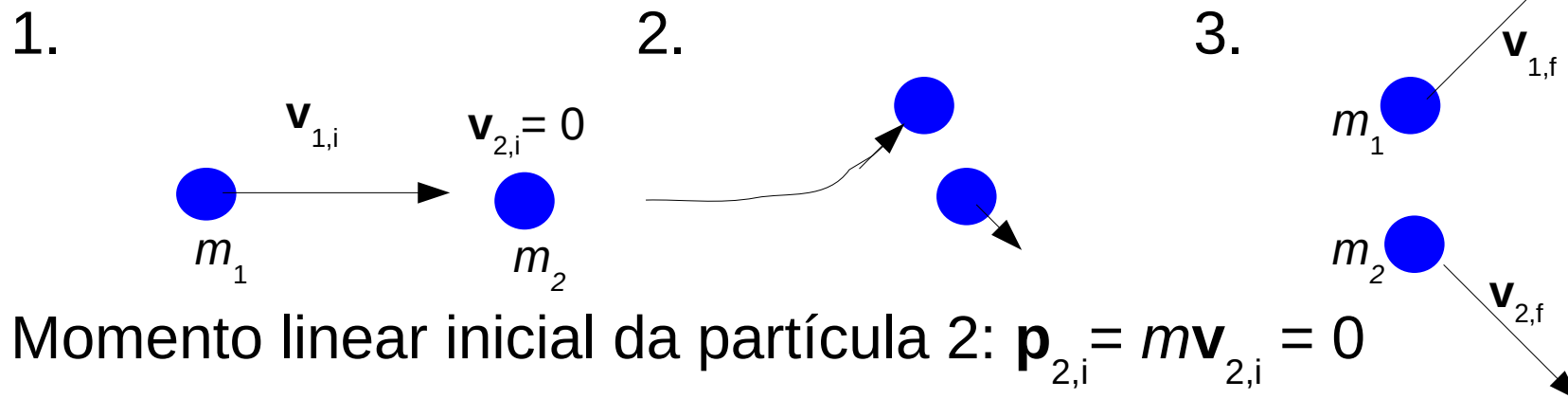
A partícula 1 perde energia cinética para a partícula 2 quando é espalhado por esta. A partícula 2 ganha energia  $\Rightarrow v_{2,f} \neq 0$ .

Análogo: No efeito Compton, **os raios X perdem energia** ( $h \cdot \nu$ ) para os elétrons do material **quando são espalhados** por estes. Isto só é possível, se **os raios X consistem de partículas**, ou **fótons**.

# O Efeito Compton

Como explicar isto?

Mas no espalhamento de partículas também há **conservação de momento linear!**



Momento linear inicial da partícula 2:  $\mathbf{p}_{2,i} = m\mathbf{v}_{2,i} = 0$

Momento linear final da partícula 2:  $\mathbf{p}_{2,f} = m\mathbf{v}_{2,f} \neq 0$

O momento linear da partícula 2 muda (aumenta).

=> Momento linear é transferido entre as partículas.

Análogo: No efeito Compton, **momento linear** é **transferida** entre os fótons e os elétrons do material.

=> **Fótons têm momento linear** e podem trocá-lo com partículas ou outros fótons.

# O Efeito Compton

Quanto é o momento linear de um fóton?

Teoria da relatividade:  $\mathbf{p} = E/c = h \cdot \nu/c = h/\lambda$  na **direção** da **propagação** do fóton/da onda (Não esqueçam que o momento linear é um **vetor**).

No efeito Compton, o elétron atinge velocidades perto daquela da luz => temos que usar os termos relativísticos para o seu momento linear e a sua energia (sem dedução):

$$\mathbf{p} = \gamma m_e \mathbf{v}, \quad E_{\text{tot}} = \sqrt{(pc)^2 + (m_e c^2)^2}, \quad E_{\text{cin}} = E_{\text{tot}} - m_e c^2,$$

onde  $\gamma = 1/\sqrt{1-v^2/c^2}$ ,  $m_e$  = massa de elétron,  $m_e c^2$  = energia de repouso

Para velocidades baixas,  $v \ll c$ , estas expressões se tornam as expressões newtonianas,  $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$ ,  $E_{\text{cin}} = \frac{1}{2}mv^2$ ;

Para partículas com massa zero, como o fóton, obtém-se  $p = E/c$ .

# O Efeito Compton

Usando estes termos para os **momentos lineares** e **energias** iniciais e finais do **fóton** e do **elétron**, e aplicando as **leis de conservação**:

$$E_{\gamma,i} + E_{e,i} = E_{\gamma,f} + E_{e,f}$$

$$\mathbf{p}_{\gamma,i} + \mathbf{p}_{e,i} = \mathbf{p}_{\gamma,f} + \mathbf{p}_{e,f}$$

pode se calcular a

**variação** do

**comprimento de onda**

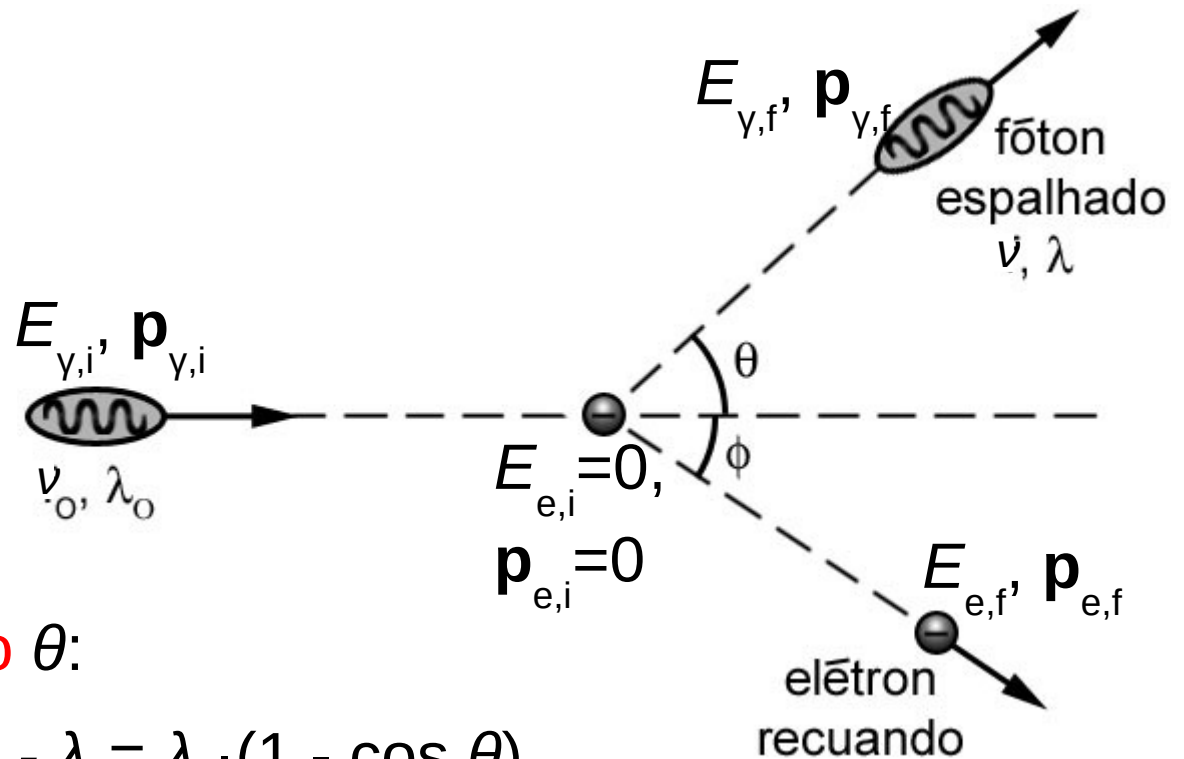
do **fóton** em função do

**ângulo de espalhamento**  $\theta$ :

**Equação de Compton**:  $\lambda - \lambda_0 = \lambda_c \cdot (1 - \cos \theta)$ ,

onde  $\lambda_c = h/(m_e c)$  **comprimento de onda Compton** do elétron

o que bate com as medidas de Compton.



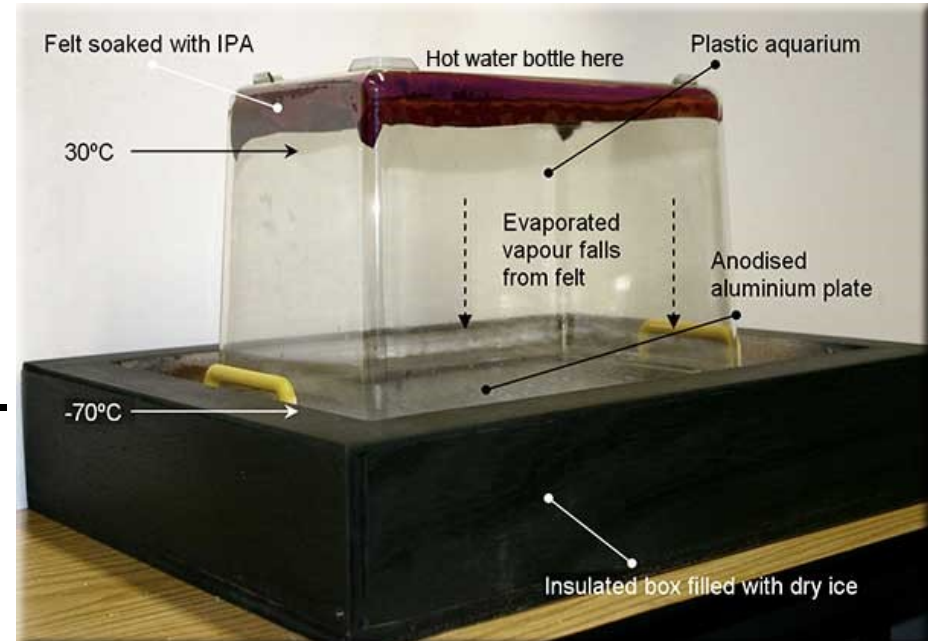
# O Efeito Compton

E os elétrons espalhados?

Com uma câmara de nuvens Wilson conseguiu **verificar** o **espalhamento** do **elétron**, de acordo com o **efeito Compton**.

Essa explicação só faz **sentido** se considerarmos a **onda eletromagnética** como sendo uma **partícula (fóton)** com **energia cinética** ( $h \cdot \nu$ ) e **momento linear** ( $E/c = h \cdot \nu/c = h/\lambda$ ).

**Comprovação independente** do **postulado de Einstein**.



# Radiação do Corpo Negro

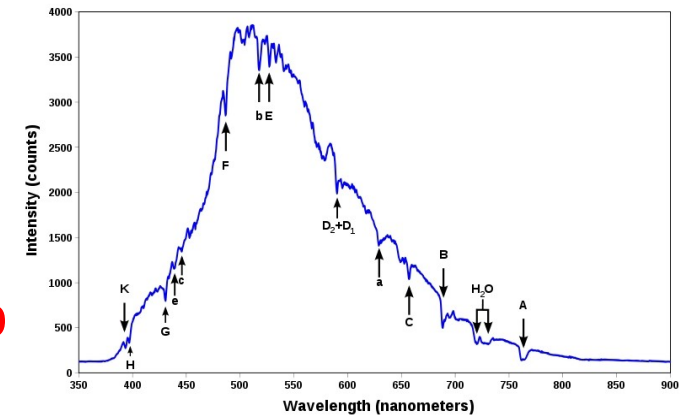
- Toda matéria emite radiação eletromagnética.
- A faixa espectral da maior intensidade desta radiação depende da temperatura.

Exemplos: seres humanos irradiam predominantemente no infravermelho, o Sol no ótico.

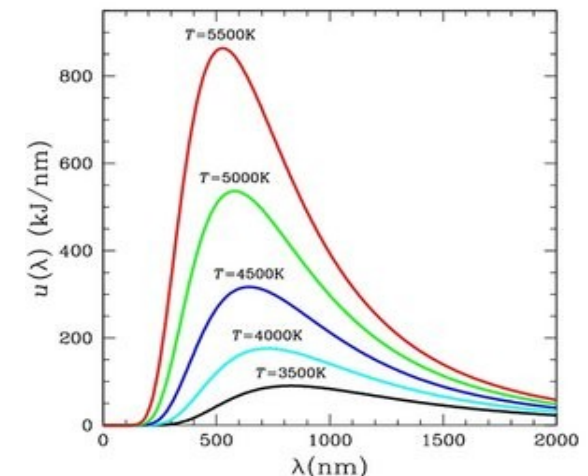
- Na física, um corpo negro é um corpo hipotético que absorve toda a radiação que nele incide: nenhuma luz o atravessa nem é refletida. Ele emite radiação térmica pura (ele não é negro!). Na prática, uma cavidade com uma pequena abertura na parede é uma boa aproximação para um corpo negro.

- Observa-se, que os espectros de corpos negros têm formas típicas.

corpo qualquer (Sol)



corpos negros



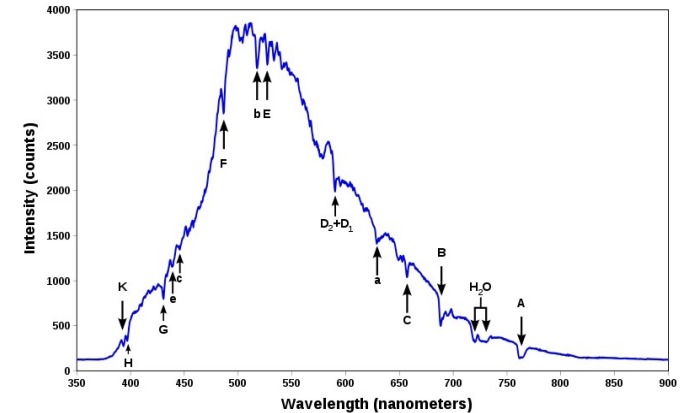
# Radiação do Corpo Negro

- Em 1879, Stefan descobriu, que a **potência** por **área** de **superfície** de qualquer corpo depende **apenas** da sua **temperatura**:

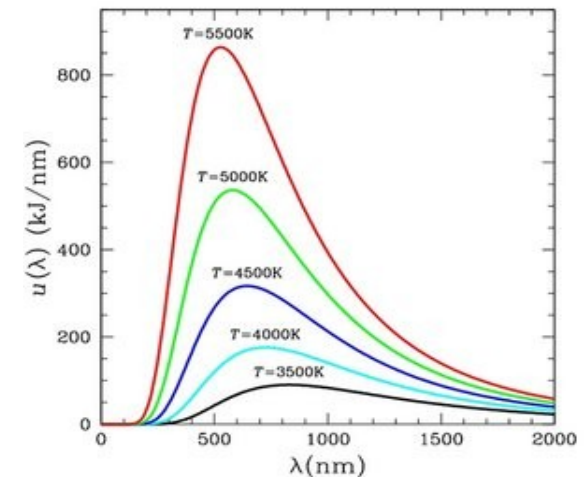
$$P = \sigma T^4, \text{ onde } \sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$$

- Em 1884, Boltzmann forneceu uma explicação teórica para esta lei, que passou a ser chamada **Lei de Stefan-Boltzmann**.

corpo qualquer (Sol)



corpos negros



Josef Stefan  
(1835-1893)



Boltzmann

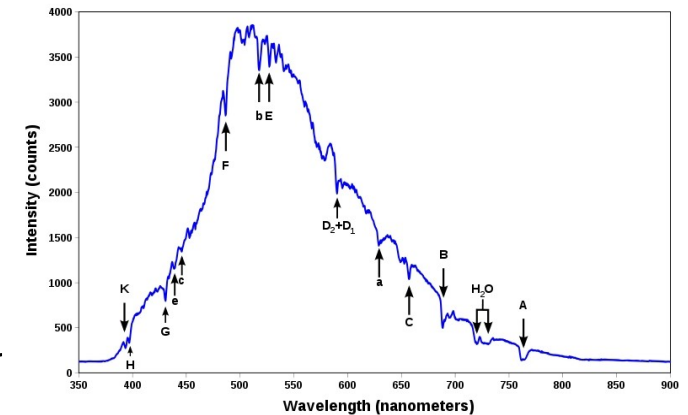
# Radiação do Corpo Negro

- Em 1893, Wien mostrou que o **comprimento de onda** do **pico** do **espectro** de um corpo negro é **inversamente proporcional** a sua **temperatura**:  
**Lei de deslocamento de Wien:**

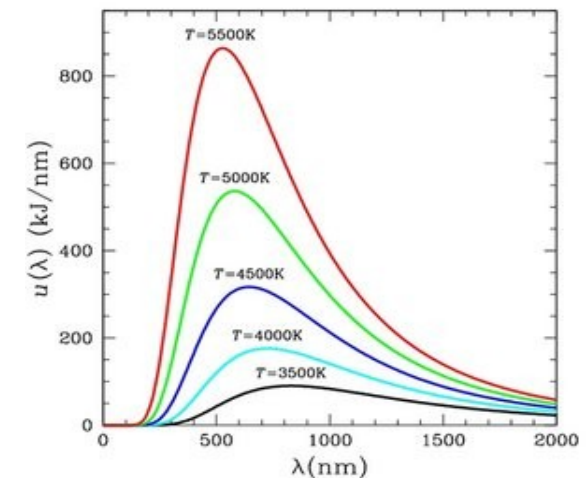
$$\lambda_{\max} = \text{const} / T, \text{ onde } \text{const} = 2.89 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$$

Quanto maior a temperatura, tanto mais intensa energética é a radiação térmica.

corpo qualquer (Sol)



corpos negros



Wilhelm Carl Werner  
Otto Fritz Franz Wien  
(1864-1928)

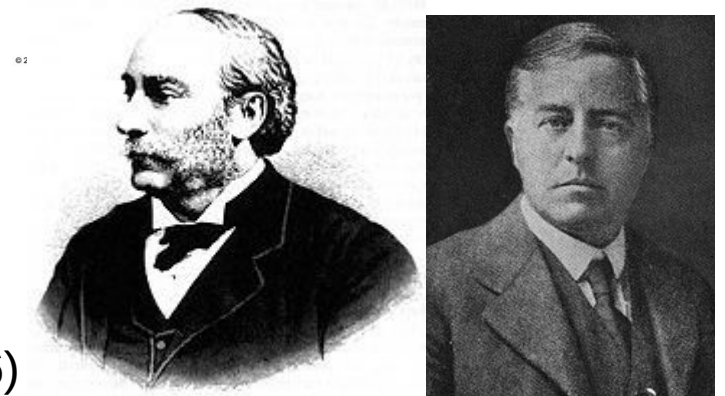
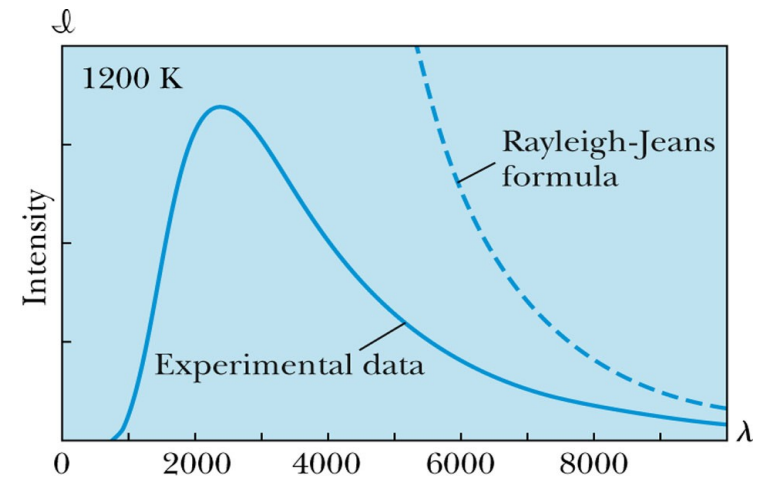
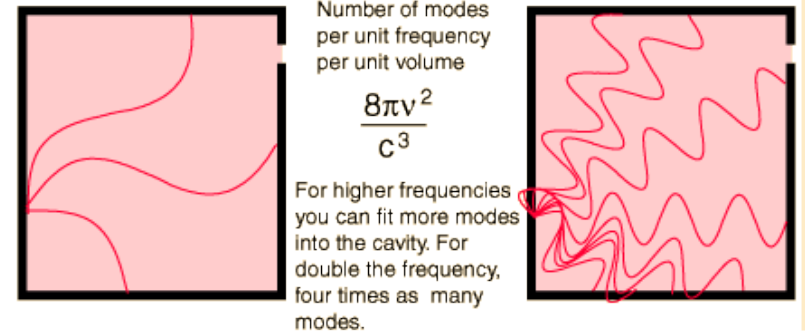
# Radiação do Corpo Negro

## 1900 Rayleigh e Jeans

- Desenvolveram uma teoria para prever o espectro do corpo negro  $P(\lambda)$ .
- Cabem mais ondas com curtos  $\lambda$  no corpo negro do que ondas com  $\lambda$  compridos.  
 $\Rightarrow P(\lambda)$  tem que aumentar, quando  $\lambda$  diminui.
- Obtem-se a **Lei de Rayleigh-Jeans**:  
 $P(\lambda)$  prop.  $1/\lambda^4$
- Para grandes valores de  $\lambda$ , a lei prevê bem o espectro do corpo negro.
- Porém para  $\lambda \rightarrow 0$ ,  $P(\lambda)$  tende a infinito, e a potência total vira  $\int_0^\infty P(\lambda) d\lambda = \infty$

Este resultado foi chamada de **catástrofe do ultravioleta** e estava em conflito com as observações.

Lord Rayleigh (1842-1919)  
Sir James Jeans (1877-1946)



# Radiação do Corpo Negro

1900 Planck

Hipótese: **Quantização da energia dos átomos na parede:**

Planck sugeriu, que as ondas são emitidas por **osciladores harmônicos** (os átomos) nas **paredes** do corpo negro, e que as **energias** destes osciladores só podem assumir **certos valores discretos**

$$E_n = n\varepsilon = nh\nu,$$

onde  $\nu$  é a frequência,  $n = 1, 2, 3, \dots$  um número quântico e  $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$  J·s = constante de Planck

Quando uma grandeza física só pode assumir certos valores discretos, se diz que ela é **quantizada**.

Uma quantidade elementar de uma grandeza quantizada se chama um **quantum** (plural: quanta) da grandeza (neste caso  $\varepsilon$ ).

Já conhecemos outras grandezas quantizadas: A matéria (quantum: 1 átomo) e a carga elétrica (quantum: 1 carga elementar  $e$ ).

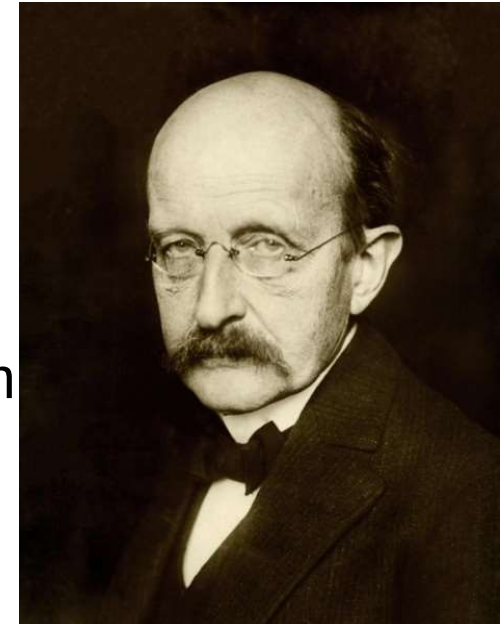
# Radiação do Corpo Negro

## 1900 Planck

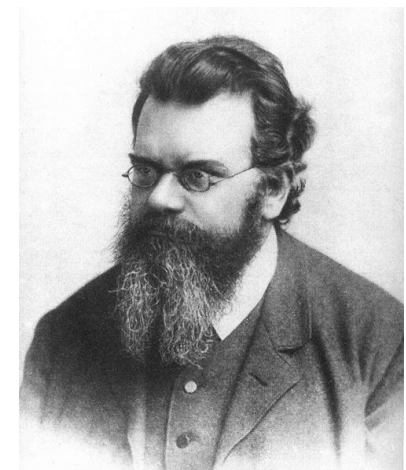
- Em um conjunto de objetos com energias quantizadas, os **números** de objetos por valor de **energia** segue a função de **distribuição** de **Boltzman**:  $f(E) = A \cdot e^{-E/kT}$   
No caso do corpo negro: Tem muito menos átomos com energias altas (os que emitem radiação com curtos  $\lambda$ ) do que átomos com energias baixas, o que evita a catástrofe do ultravioleta.
- Usando esta hipótese, Planck recalculou o espectro teórico do corpo negro em função da sua temperatura:

## Lei de Planck

$$P_{\lambda} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5 (e^{(hc/\lambda kt)} - 1)}$$



Max Planck (1858-1947)



Boltzmann  
(já conhecemos)

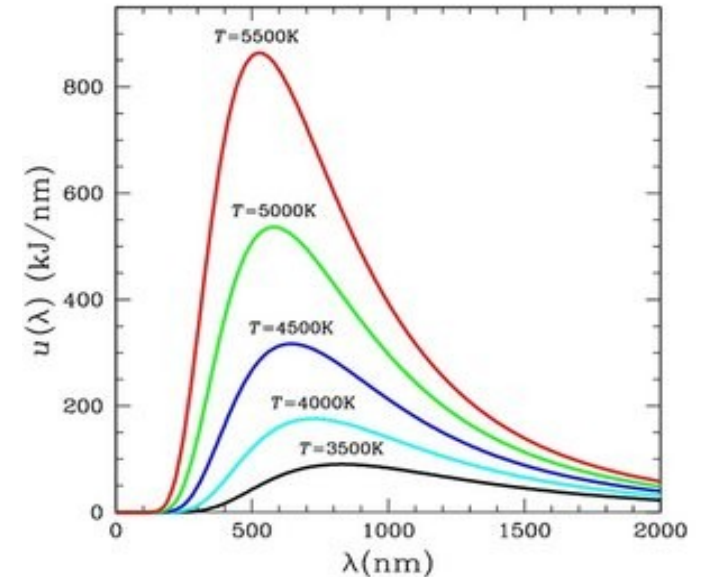
# Radiação do Corpo Negro

1900 Planck

• Lei de Planck

$$P_{\lambda} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5 (e^{(hc/\lambda kT)} - 1)}$$

- Reproduz bem os espectros medidos.
- Para  $\lambda$  grandes, ela se torna a Lei de Rayleigh-Jeans,  $P(\lambda)$  prop.  $1/\lambda^4$
- A partir da Lei de Planck é possível deduzir a Lei de Stefan-Boltzmann,  $P = \sigma T^4$  e a Lei de deslocamento de Wien,  $\lambda_{\max} = \text{const} / T$



=> A hipótese de átomos com energias quantizadas consegue explicar os espectros dos corpos negros.

Nascimento da mecânica quântica!

# Física Quântica

- Física das **escalas atômicas** e **sub-atômicas**.
- Clássica  $\Leftrightarrow$  Quântica (desde  $\sim 1900$ )
- Certas **grandezas** (matéria, carga elétrica, energia, momento angular, ...) ocorrem somente em **determinados valores**  $\Rightarrow$  **Quantizadas**
- **Partículas** têm **propriedades** de **ondas** (comprimento de onda, interferência, ...) e vice-versa (quantização, momento linear, localização no espaço, ...)  $\Rightarrow$  **Dualidade partícula-onda**
- Estas partículas/ondas são descritas por **funções de ondas** (distribuições de probabilidades), que satisfazem a **Equação de Schrödinger**.

# Física Quântica

- A física quântica **não é determinista**
- Existem **indeterminações** nas grandezas físicas (posição, momento linear, ...) cujos limites inferiores são relacionados pelo **princípio de incerteza** de Heisenberg.
- Partículas idênticas são indistinguíveis e **intercambiáveis**.
- Certas partículas (elétrons, prótons) seguem o **princípio de exclusão de Pauli**: Dois elétrons (ou prótons, ou ...) não podem estar ao mesmo tempo no mesmo estado (quântico).
- Os efeitos da física quântica se manifestam no mundo **microscópico** (átomos, partículas elementares).  
Para ordens de grandeza do mundo **macroscópico**, as leis da física quântica têm que tender às leis da física clássica  
=> **princípio de correspondência**

# Resumo

A luz (e outra radiação eletromagnética) tem propriedades **ondulatórias**: Interferência, difração, ...

Mas ela também tem propriedades **corpusculares**: Corpo Negro, Efeito Fotoelétrico, Efeito Compton, ...

As “partículas de luz” são chamadas de **fótons**. A **energia** e o **momento linear** dos fótons dependem da sua **frequência**, resp. do seu **comprimento de onda**, e são dados pelas relações:

$$E = h \cdot \nu = c \cdot h / \lambda$$

$$p = E/c = h \cdot \nu / c = h / \lambda$$

As duas manifestações da luz, onda e partícula, são **complementares**.

O experimento determina o caráter observado.

Se as ondas clássicas são ao mesmo tempo partículas, será que as partículas clássicas, por exemplo os elétrons, são ao mesmo tempo ondas? Elétrons têm comprimento de onda e frequência?

# Louis V. de Broglie (1924)

Sugeriu que os **elétrons** em **movimento** deveriam ter **propriedades de onda**.

A **frequência** resp. o **comprimento de onda** desta onda pode ser calculada a partir da **energia**, resp. do **momento linear**, do elétron, usando as **mesmas** relações que para o **fóton**.

Relações de de Broglie

$\nu = E/h$  (onde  $E$  é a energia **total**,  $E = U + K$ )

$\lambda = h/p$

! As relações  $E = c \cdot h/\lambda$  e

$p = h \cdot \nu/c$  **não** valem para partículas, por que para eles não vale  $c = \lambda \nu$  e nem  $p = E/c$ .



# Louis V. de Broglie (1924)

De Broglie se inspirou no **átomo** de Bohr.

Já que, no átomo de Bohr temos:

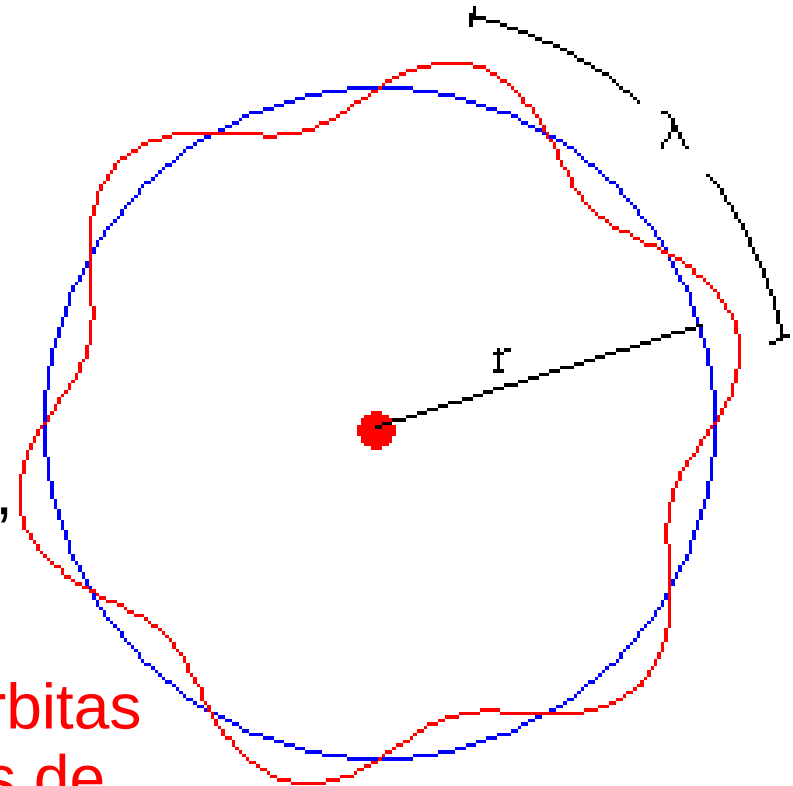
$$L_n = p_n r_n = n\hbar = nh/2\pi$$

$$\Rightarrow 2\pi r_n = nh/p_n = n\lambda_n$$

Se os **elétrons** têm os **comprimentos de onda** previstos por **estas relações**, eles fazem **ondas estacionárias** nas suas **órbitas**.

Isto é, as **circunferências** das suas **órbitas** são **múltiplas** dos seus **comprimentos de onda**.

$\Rightarrow$  As ondas-elétron fazem **interferência construtiva consigo mesmas!**



6ª órbita de Bohr

# O Comprimento de Onda da Matéria

Calculamos o comprimento de onda de uma bola de pingue-pongue de 2 g e 5 m/s:

$$\lambda = h/p = h/mv = 6.6 \cdot 10^{-21} \text{ nm}$$

menor que o diâmetro de um núcleo atômico  
=> inobservável.

The de Broglie wavelengths of various moving objects.

Particle	Mass/kg	Speed/m·s <sup>-1</sup>	Wavelength/pm
Electron accelerated through 100 V	$9.11 \times 10^{-31}$	$5.9 \times 10^6$	120
Electron accelerated through 10,000 V	$9.29 \times 10^{-31}$	$5.9 \times 10^7$	12
$\alpha$ particle ejected from radium	$6.68 \times 10^{-27}$	$1.5 \times 10^7$	$6.6 \times 10^{-3}$
22-caliber rifle bullet	$1.9 \times 10^{-3}$	$3.2 \times 10^2$	$1.1 \times 10^{-21}$
Golf ball	0.045	30	$4.9 \times 10^{-22}$

Outro exemplo:

Elétron “lento”: acelerado por 10 V =>  $E_{\text{cin}} = 10 \text{ eV}$

$$\lambda = h/p = h/\sqrt{2m_e E_{\text{cin}}} = 0.39 \text{ nm}$$

Comparável às distâncias interplanares em cristais.

=> Deveria ser observável em experiências de difração em cristais.

# Davisson e Germer (1927)

Dois anos depois, Davisson e Germer verificaram esta hipótese por um experimento.

Fizeram um feixe de **elétrons** incidir num alvo de **alumínio** em **pó**.

Os elétrons eram acelerados para um **momento linear** que corresponde, segundo as relações de de Broglie, a um **comprimento de onda** comparável àquele de **raios X**.

Se os elétrons realmente se comportassem como **ondas**, eles deveriam ser espalhados e mostrar um **padrão de difração similar** àquele de **raios X** ao passar pelo alvo.



# Davisson e Germer (1927)

Deve-se observar raios refletidos sob ângulos que satisfazem a

**Lei de Bragg:**

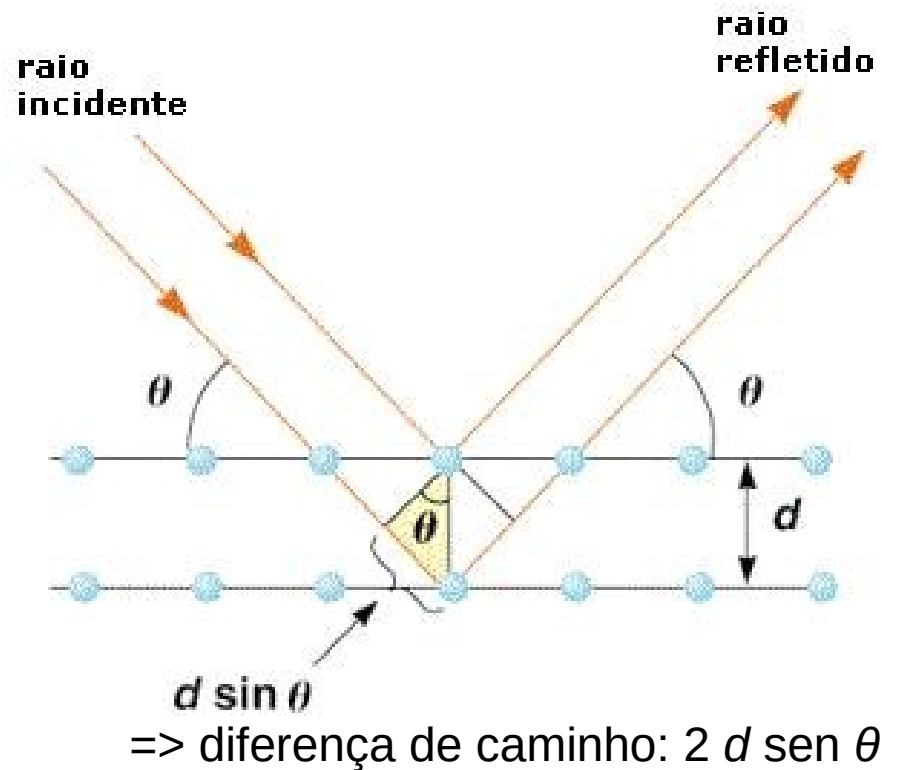
$$2 d \sin \theta = n\lambda$$

A diferença de caminho entre os raios refletidos parciais deve ser um múltiplo do comprimento de onda (de de Broglie).

=> Os raios parciais farão interferência construtiva.

Para outros ângulos, os raios refletidos parciais fazem interferência destrutiva e não se vê raios refletidos.

Os **raios refletidos** devem mostrar um **padrão** de **difração** refletindo a **estrutura cristalina** do material.



# Davisson e Germer (1927)

Isto se confirmou!

**Elétrons têm propriedades ondulatórias**, i. e. frequência e comprimento de onda, dados pelas **relações de de Broglie**.

Logo depois, as propriedades ondulatórias foram confirmadas também para outras partículas: Átomos de He, moléculas de  $H_2$  (1930, Stern e Estermann), mais recentemente prótons, nêutrons, ...

**Todas as partículas têm propriedades ondulatórias!**

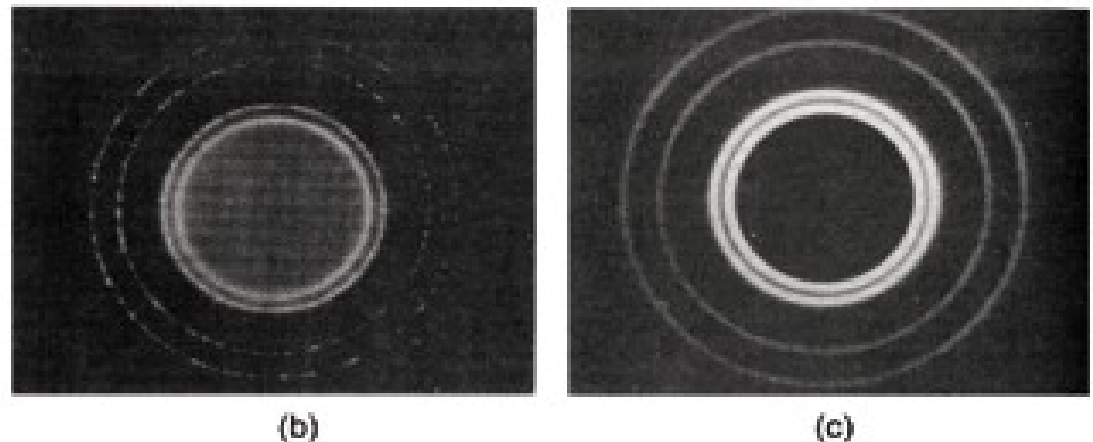
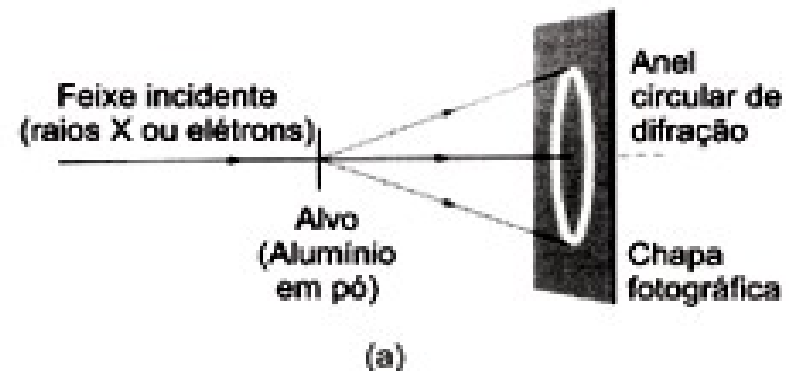


Figura 1 - Figuras de difração para a montagem, esquematicamente mostrada em (a). Em (b) temos o caso do feixe incidente como sendo de raios-X, enquanto em (c) temos o caso de elétrons. Vale observar que, para o caso da figura, o comprimento de onda de de Broglie, para os elétrons, é o mesmo que o dos fótons de raios-X. A semelhança nos padrões de difração é evidente (Fotos com publicação gentilmente autorizada por John Wiley Inc.).

# A Dualidade Onda-Partícula

O fato de que as ondas têm propriedades de partículas e vice-versa se chama **Dualidade Onda-Partícula**.

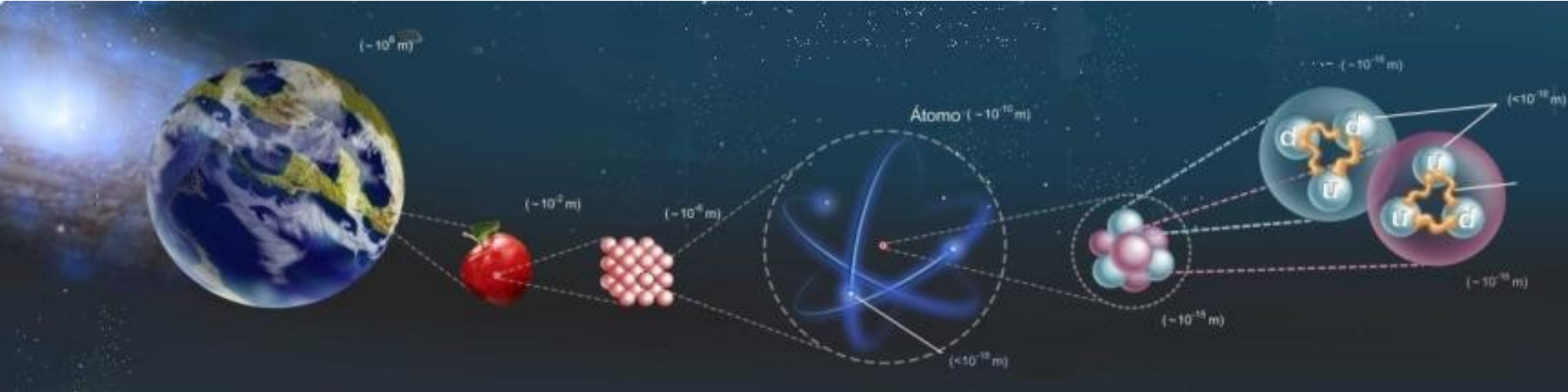
**Todos** os objetos (macroscópicos também!) são **onda e partícula ao mesmo tempo**.

Ambas as manifestações, onda e partícula, são **complementares**.

Dependendo da situação, um objeto nos aparece como onda ou partícula. As duas naturezas **não podem ser observadas simultaneamente**.

Para quem quer ficar mais confuso, o link do vídeo Dr. Quantum demonstra o experimento da fenda dupla:

<http://www.youtube.com/watch?v=lytd7B0WRM8>



Universidade Federal do ABC

# Estrutura da Matéria

FIM pra hoje

<http://professor.ufabc.edu.br/~pieter.westera/Estrutura.html>