

Universidade Federal do ABC

Estrutura da Matéria

Aula 6:

Dualidade Onda Partícula
Princípio da incerteza

E-mail da turma: emufabc@gmail.com

Senha: **ufabcsigma**

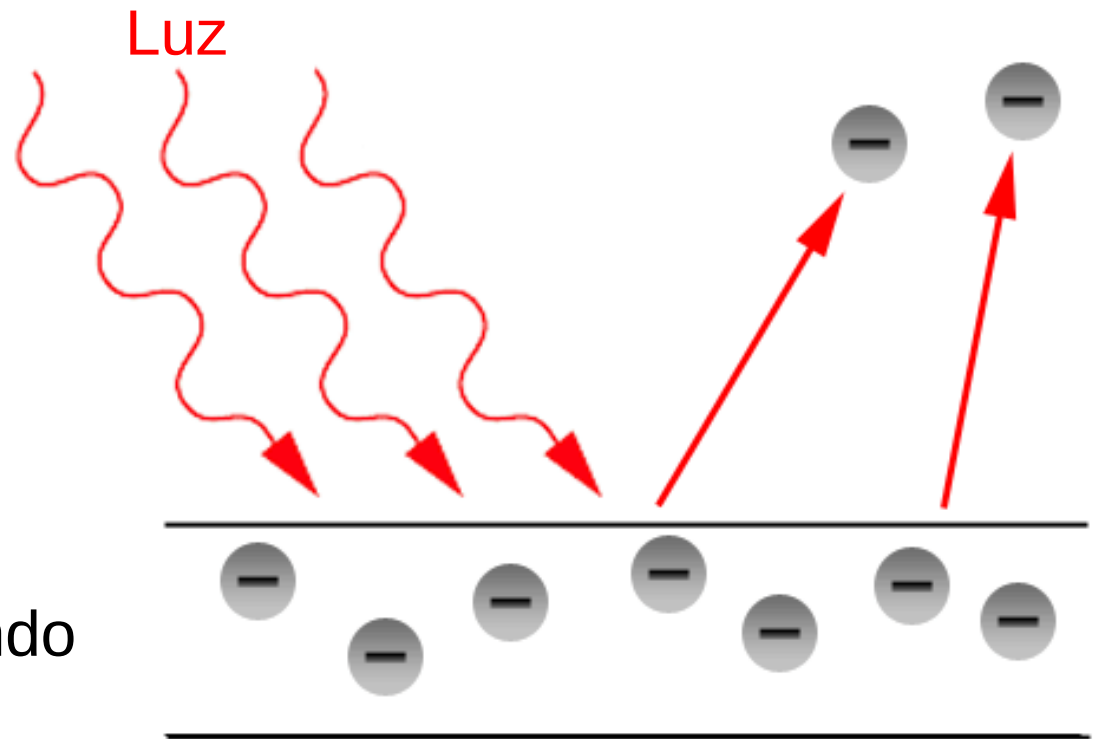
<https://sites.google.com/site/estruturabc0102/>

A luz é realmente uma onda?

O Efeito Fotoelétrico

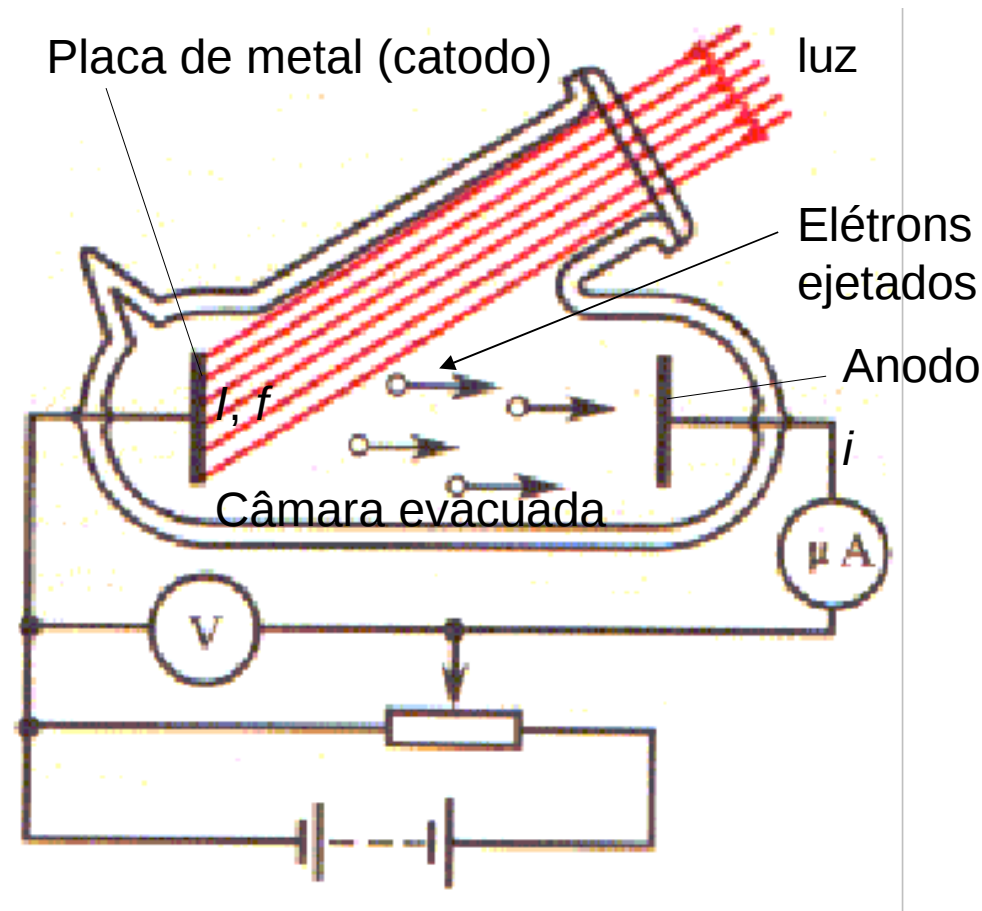
O **efeito fotoelétrico** é a emissão de elétrons por um material, geralmente metálico, quando exposto a uma radiação eletromagnética (como a luz) suficientemente energética, ou seja, de frequência suficientemente alta, que depende do material.

Ele pode ser observado quando a luz incide numa placa de metal, literalmente arrancando elétrons da placa!



O Efeito Fotoelétrico

O experimento de Hertz (1887)



1. Luz (frequência f , intensidade I) incide numa placa de metal
 2. Elétrons são ejetados da placa
 3. Parte dos elétrons chega no anodo e constitui a corrente i .
- Quando V aumenta, mais elétrons chegam no anodo $\Rightarrow i$ aumenta.
- De baixo de um certo valor (negativo) de V , o **potencial de corte** (ou de frenamento) V_0 , os elétrons não conseguem mais superar a barreira de potencial. Eles recaem no catodo $\Rightarrow i$ é zero.

O Efeito Fotoelétrico

O experimento de Hertz (1887)

O que Hertz esperava (usando a hipótese que luz é uma onda)

- A luz esquenta a placa com uma taxa que depende apenas da intensidade I (potência por unidade de área) da luz, e não da sua frequência.

=> **Após um tempo**, o metal alcança temperatura suficiente (ou seja, os elétrons ganham energia cinética suficiente) para expulsar os elétrons. **A corrente i deve começar a fluir.**

- Após mais um tempo alcança-se um equilíbrio: A energia cinética dos elétrons expulsos é igual à energia da luz incidente.

=> Como o potencial de corte é proporcional à energia cinética máxima dos elétrons: $e \cdot V_0 = \left(\frac{1}{2} m_e \cdot v^2\right)_{\max}$, ele deve aumentar quando a intensidade da luz incidente aumenta:

V_0 deve depender (apenas) de I

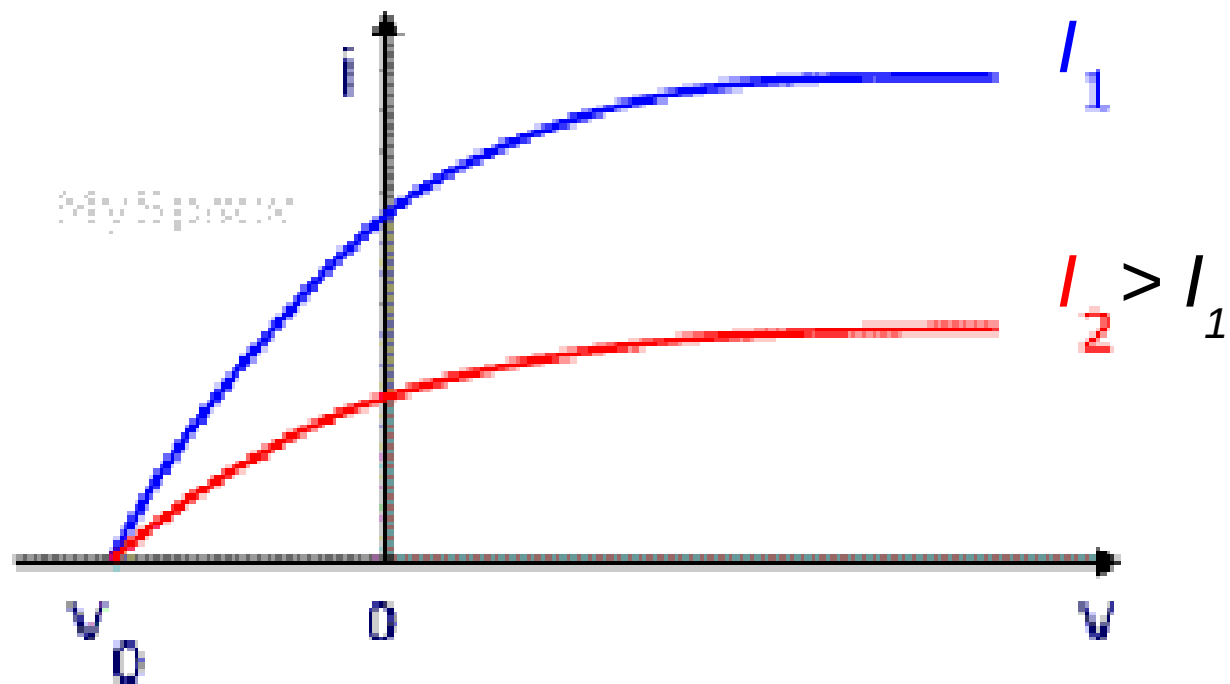
O Efeito Fotoelétrico

O experimento de Hertz (1887)

O que ele observou

- A corrente i flui, ou seja, elétrons são ejetados da placa, **instantaneamente** quando se liga a luz incidente.

- O potencial de corte, e, então, a **energia cinética** máxima dos fotoelétrons, **não depende da intensidade da luz**.
(mas a corrente i , sim)



O Efeito Fotoelétrico

O experimento de Hertz (1887)

O que ele observou

- Porém: o potencial de corte, e, então, a energia cinética máxima dos fotoelétrons **aumenta com a frequência!**

Equação do efeito fotoelétrico:

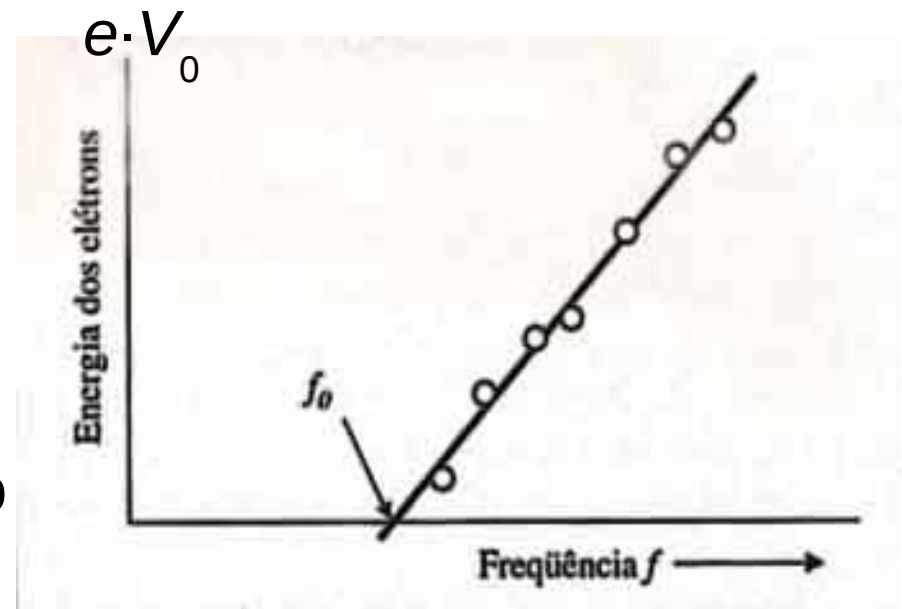
$$e \cdot V_0 = \left(\frac{1}{2} m_e \cdot v^2\right)_{\max} = h \cdot f - \Phi$$

onde

h = constante de Planck

Φ := função de trabalho, constante que é característica do material, corresponde à energia de ionização

Debaixo de uma certa frequência de corte $f_0 = \Phi/h$, não há ejeção de elétrons.



O Efeito Fotoelétrico

O experimento de Hertz (1887)

Como explicar isto?

Einstein (1905):

- A luz consiste de “pacotes/partículas” de energia $E = h \cdot f$, os **fótons**.
=> Quantização da luz.
- A energia necessária para arrancar um elétron de um material corresponde à função de trabalho Φ .
- Quando um fóton com energia suficiente para arrancar um elétron, $h \cdot f \geq \Phi$, ou seja $f \geq f_0$, incide na placa, ele é absorvido, e a sua energia é usada para expulsar um elétron.
A energia cinética do elétron será $h \cdot f - \Phi$.

O Efeito Fotoelétrico

O experimento de Hertz (1887)

Como explicar isto?

=> A energia cinética dos fotoelétrons, e então o potencial de corte, depende apenas da frequência da luz incidente.

O número de elétrons emitidos, e então a corrente i , é proporcional ao número de fótons, ou seja à intensidade da luz incidente.

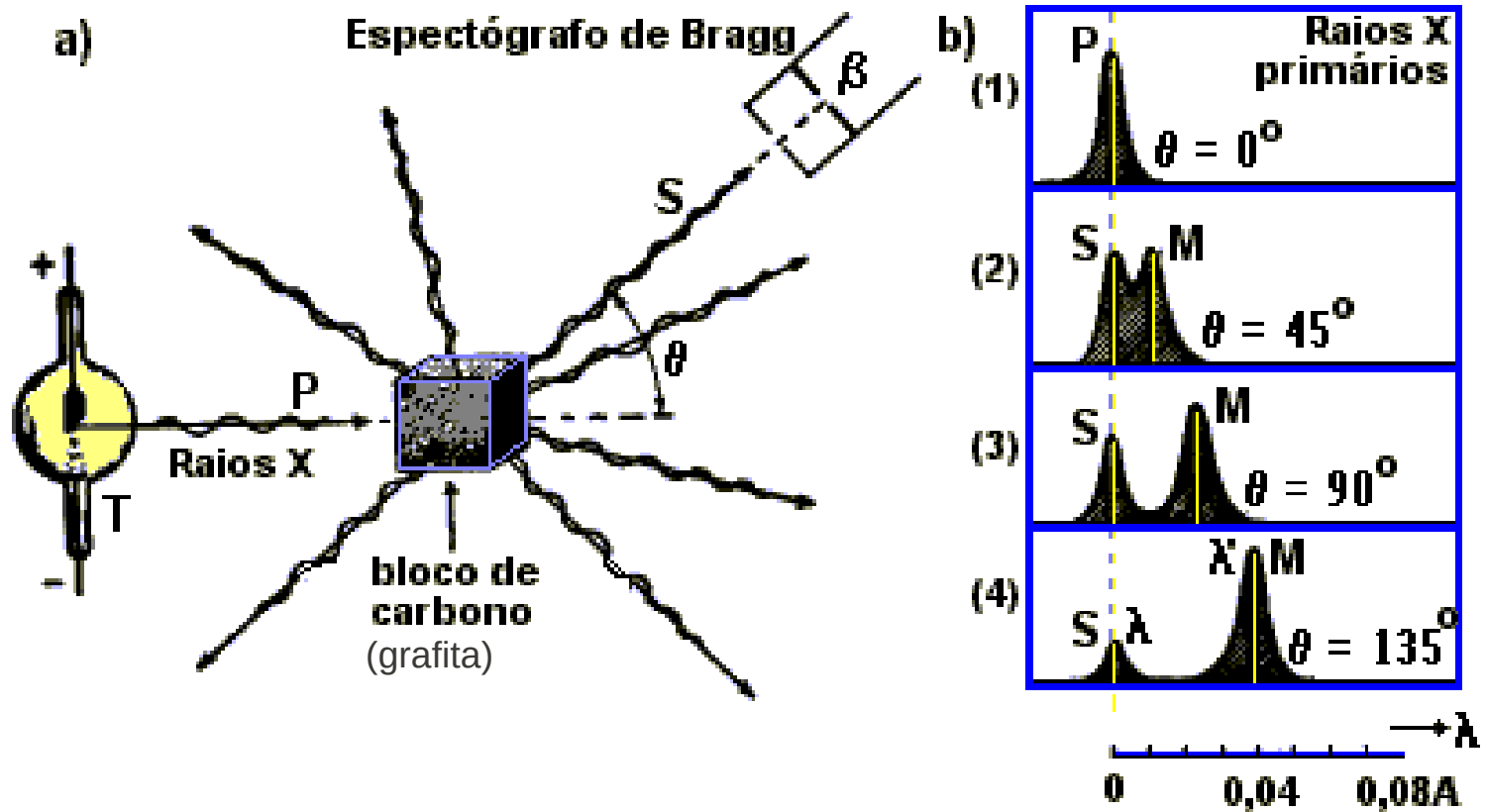
A hipótese dos fótons consegue explicar todas as observações do Hertz.

Obviamente, a luz tem propriedades de partículas também.

Einstein ganhou o prêmio Nobel de física para a explicação do efeito fotoelétrico.

O Efeito Compton

1923: Compton fez incidir um feixe de raios X num bloco de carbono e mediu o ângulo de espalhamento e o comprimento de onda da radiação espalhada pelo carbono.



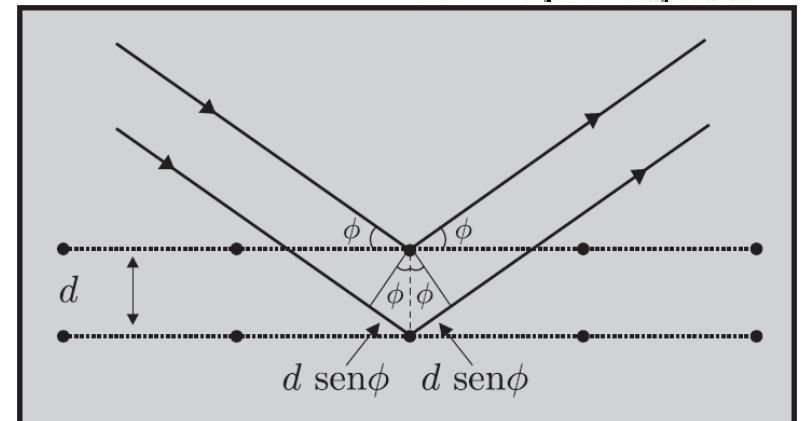
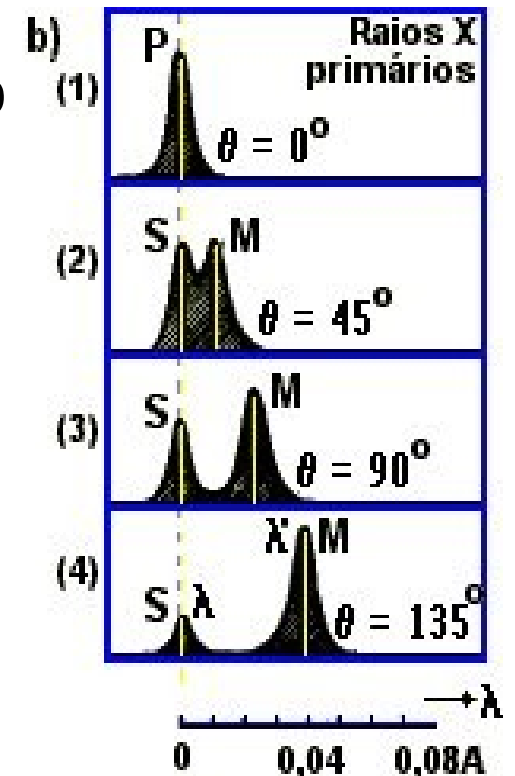
O Efeito Compton

1º resultado: Parte dos raios X passa pelo bloco de carbono sem ser espalhado (os raios X primários), o resto é espalhado apenas em certas direções (por certos ângulos).

=> **Difração**

Fenômeno esperado se raios X são **ondas**: É a interferência da radiação espalhada pelos átomos das diferentes camadas do cristal, ocorre quando o comprimento de onda da luz incidente é da mesma ordem de tamanho do alvo, neste caso da estrutura cristalina do carbono.

$$2d \sin \phi = n\lambda$$

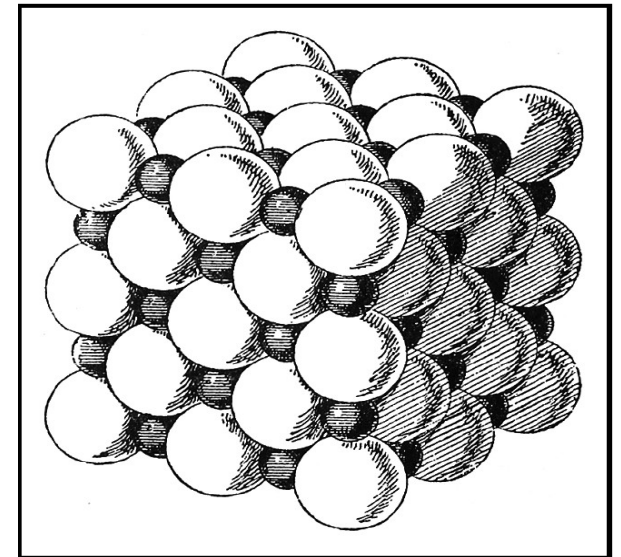
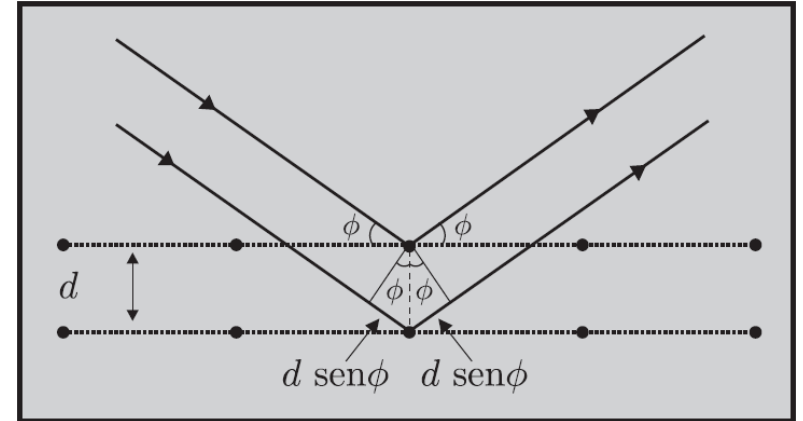


O Efeito Compton

Raios X: $\lambda \sim 10^{-9}$ cm, estrutura cristalina tem dimensões da ordem de 10^{-8} cm.

Pelo espectro de ângulos de espalhamento pode-se determinar a estrutura cristalina do carbono.

Tudo bem, raios X são ondas, como já sabíamos.



O Efeito Compton

Tudo bem?

Não tudo, ainda há um segundo resultado do experimento de Compton:

Os **comprimentos de onda** dos raios espalhados são **maiores**, resp. as **freqüências/energias** são **menores**, do que aqueles do raio incidente (e dos raios X primários)!

Quanto maior o ângulo de espalhamento, tanto maior é o comprimento de onda, e tanto menor a freqüência.

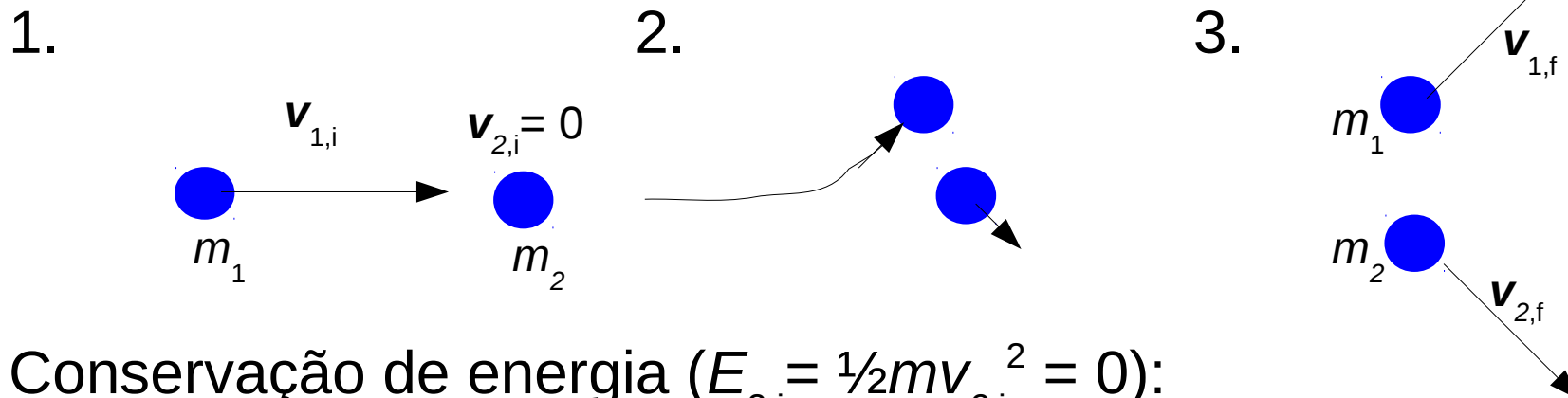
Isto não é esperado para ondas clássicas. Na teoria clássica, a onda incidente agita o material com a freqüência f , e a radiação emitida teria a mesma freqüência.

Obviamente, a freqüência (ou energia) dos raios X é reduzida quando eles são espalhados.

O Efeito Compton

Como explicar isto?

Poderia ser algo parecido como o espalhamento de duas partículas:



Conservação de energia ($E_{2,i} = \frac{1}{2}mv_{2,i}^2 = 0$):

$$E_{1,i} + 0 = E_{1,f} + E_{2,f} \Rightarrow E_{1,f} = E_{1,i} - E_{2,f} < E_{1,i}$$

A partícula 1 perde energia cinética para a partícula 2 quando é espalhado por esta. A partícula 2 ganha energia $\Rightarrow v_{2,f} \neq 0$.

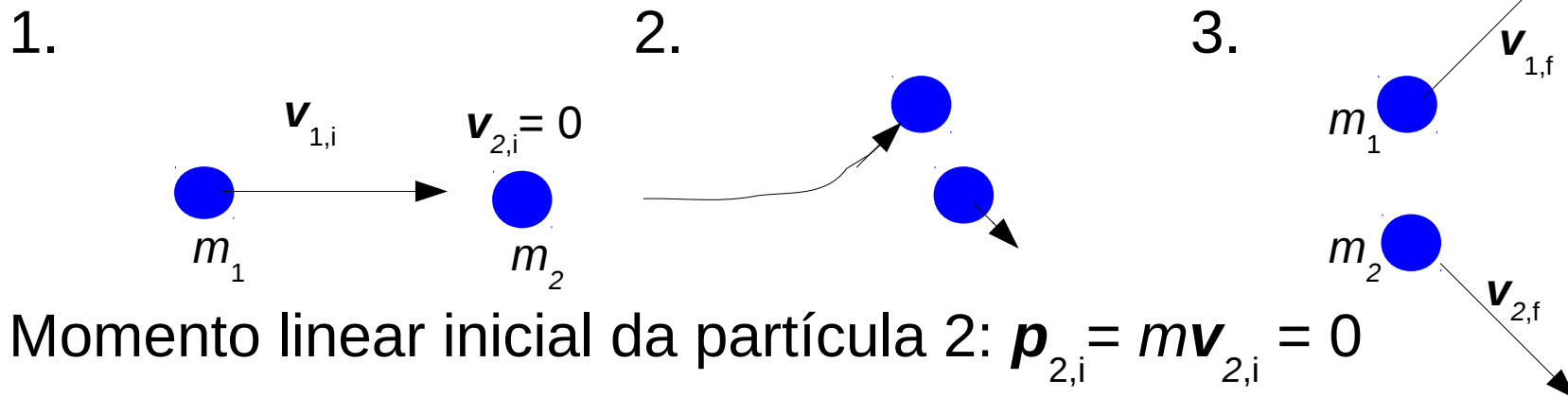
Análogo: No efeito Compton, **os raios X perdem energia** ($h \cdot f$) para os elétrons do material **quando são espalhados** por estes.

Isto só é possível, se **os raios X consistem de partículas**, ou **fótons**.

O Efeito Compton

Como explicar isto?

Mas no espalhamento de partículas também há conservação de momento linear!



Momento linear inicial da partícula 2: $\mathbf{p}_{2,i} = m\mathbf{v}_{2,i} = 0$

Momento linear final da partícula 2: $\mathbf{p}_{2,f} = m\mathbf{v}_{2,f} \neq 0$

O momento linear da partícula 2 muda (aumenta).

=> Momento linear é transferido entre as partículas.

Análogo: No efeito Compton, **momento linear é transferida** entre os fótons e os elétrons do material.

=> **Fótons têm momento linear** e podem trocá-lo com partículas ou outros fótons.

O Efeito Compton

Quanto é o momento linear de um fóton?

Teoria da relatividade: $\mathbf{p} = E/c = h \cdot f/c = h/\lambda$ na direção da propagação do fóton/da onda (Não esqueçam que o momento linear é um vetor).

No efeito Compton, o elétron atinge velocidades perto daquela da luz => se tem que usar os termos relativísticos para o seu momento linear e a sua energia (sem dedução):

$$\mathbf{p} = \gamma m \mathbf{v}, \quad E_{\text{tot}} = ((pc)^2 + (m_0 c^2)^2)^{0.5}, \quad E_{\text{cin}} = E_{\text{tot}} - m_0 c^2,$$

onde $\gamma = (1 - v/c)^{-0.5}$, m_0 = massa (de repouso), $m_0 c^2$ = energia de repouso

Para velocidades baixas, $v \ll c$, estas expressões se tornam as expressões newtonianas, $\mathbf{p} = m \mathbf{v}$, $E_{\text{cin}} = \frac{1}{2} m v^2$;

Para partículas com massa de repouso zero, $m_0 = 0$, como o fóton, obtem se $\mathbf{p} = E/c$.

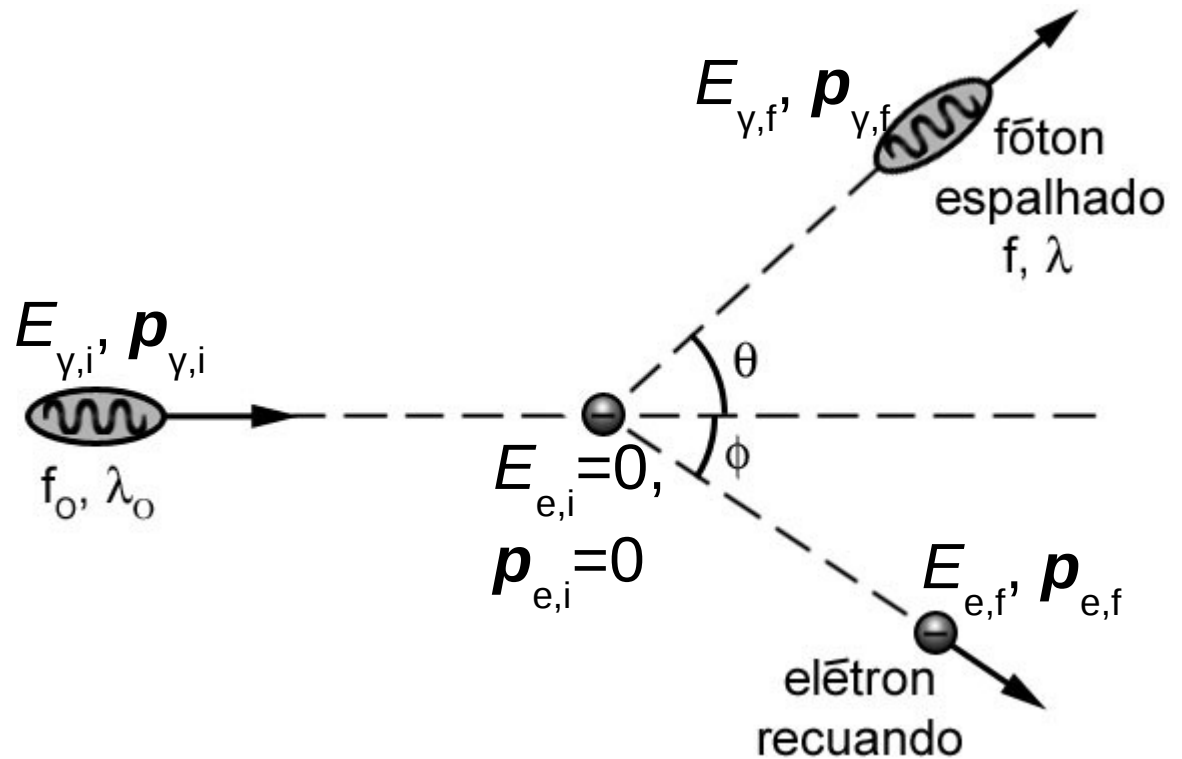
O Efeito Compton

Usando estes termos para os momentos lineares e energias iniciais e finais do fóton e do elétron, e aplicando as leis de conservação:

$$E_{\gamma,i} + E_{e,i} = E_{\gamma,f} + E_{e,f}$$

$$\mathbf{p}_{\gamma,i} + \mathbf{p}_{e,i} = \mathbf{p}_{\gamma,f} + \mathbf{p}_{e,f}$$

pode se calcular a variação do comprimento de onda em função do ângulo de espalhamento θ :



$\lambda - \lambda_0 = \lambda_c \cdot (1 - \cos\theta)$, onde $\lambda_c = h/(m_e c)$ comprimento de onda Compton

o que bate com as medidas de Compton.

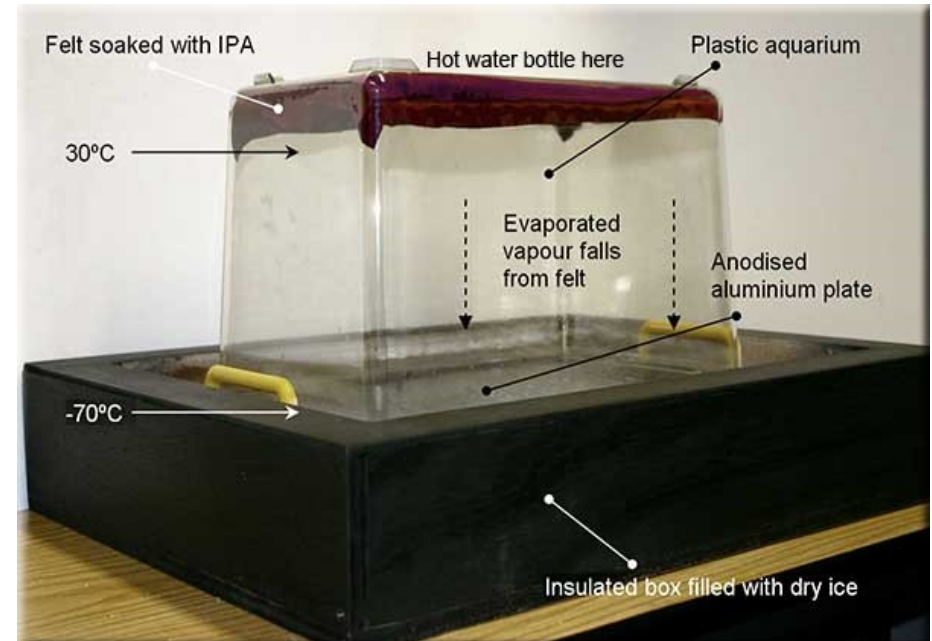
O Efeito Compton

E os elétrons espalhados?

Com uma câmara de nuvens Wilson conseguiu verificar o espalhamento do elétron, de acordo com o efeito Compton

Essa explicação só faz sentido se considerarmos a onda eletromagnética como sendo uma partícula (fóton) com energia cinética e momento linear.

Comprovação independente do postulado de Einstein.



Resumo

A luz (e outra radiação eletromagnética) tem propriedades **ondulatórias**: Interferência, difração, ...

Mas ela também tem propriedades **corpusculares**: Corpo Negro, Efeito Fotoelétrico, Efeito Compton, ...

As “partículas de luz” são chamadas de **fótons**. A energia e o momento linear dos fótons dependem da sua frequência, resp. do seu comprimento de onda, e são dados pelas relações:

$$E = h \cdot f = c \cdot h / \lambda$$

$$p = E/c = h \cdot f/c = h/\lambda$$

As duas manifestações da luz, onda e partícula, são complementares.

O experimento determina o caráter observado.

Se as ondas clássicas são ao mesmo tempo partículas, será que as partículas clássicas, por exemplo os elétrons, são ao mesmo tempo ondas?

Elétrons têm comprimento de onda e frequência?

Louis V. de Broglie (1924)

Sugeriu que os elétrons em movimento deveriam ter propriedades de onda. A frequência resp. o comprimento de onda desta onda pode ser calculada a partir da energia, resp. do momento linear, do elétron, usando as mesmas relações que para o fóton.

Relações de de Broglie

$$f = \frac{E}{h} \quad \lambda = \frac{h}{p}$$



Davisson e Germer (1927)

Dois anos depois, Davisson e Germer verificaram esta hipótese por um experimento.

Fizeram um feixe de elétrons incidir num alvo de alumínio em pó.

Os elétrons eram acelerados para um momento linear que corresponde, segundo as relações de de Broglie, a um comprimento de onda comparável àquele de raios X.

Se os elétrons realmente se comportassem como ondas, eles deveriam ser espalhados e mostrar um padrão de difração similar àquele de raios X ao passar pelo alvo.



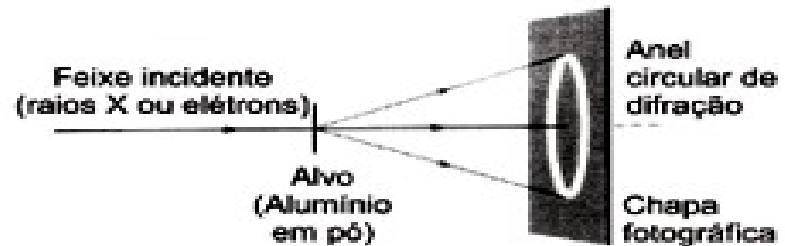
Davisson e Germer (1927)

Isto se confirmou!

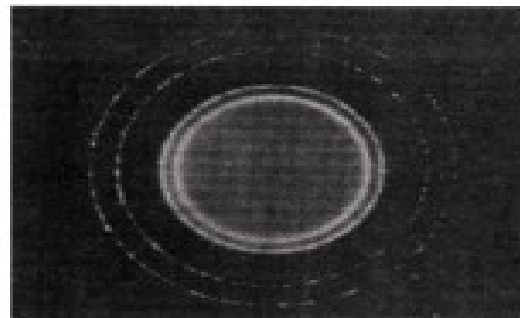
Elétrons têm propriedades ondulatórias, i. e. frequência e comprimento de onda, dados pelas relações de de Broglie.

Logo depois, as propriedades ondulatórias foram confirmadas também para outras partículas: Átomos de He, moléculas de H_2 , mais recentemente prótons, nêutrons, ...

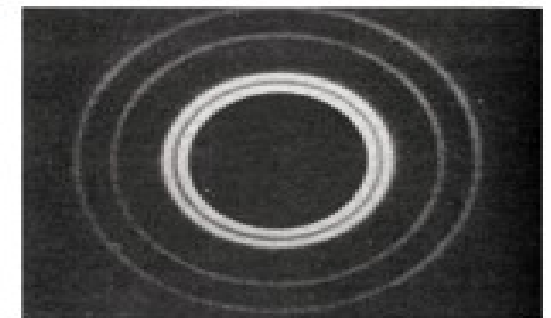
Todas as partículas têm propriedades ondulatórias!



(a)



(b)



(c)

Figura 1 - Figuras de difração para a montagem, esquematicamente mostrada em (a). Em (b) temos o caso do feixe incidente como sendo de raios-X, enquanto em (c) temos o caso de elétrons. Vale observar que, para o caso da figura, o comprimento de onda de de Broglie, para os elétrons, é o mesmo que o dos fótons de raios-X. A semelhança nos padrões de difração é evidente (Fotos com publicação gentilmente autorizada por John Wiley Inc.).

A Dualidade Onda-Partícula

O fato de que as ondas têm propriedades de partículas e vice-versa se chama **Dualidade Onda-Partícula**.

Todos os objetos (macroscópicos também!) são **onda e partícula ao mesmo tempo**.

Ambas as manifestações, onda e partícula, são **complementares**.

Dependendo da situação, um objeto nos aparece como onda ou partícula. As duas naturezas **não podem ser observadas simultaneamente**.

Para quem quer ficar mais confuso, o link do vídeo Dr. Quantum demonstra o experimento da fenda dupla:

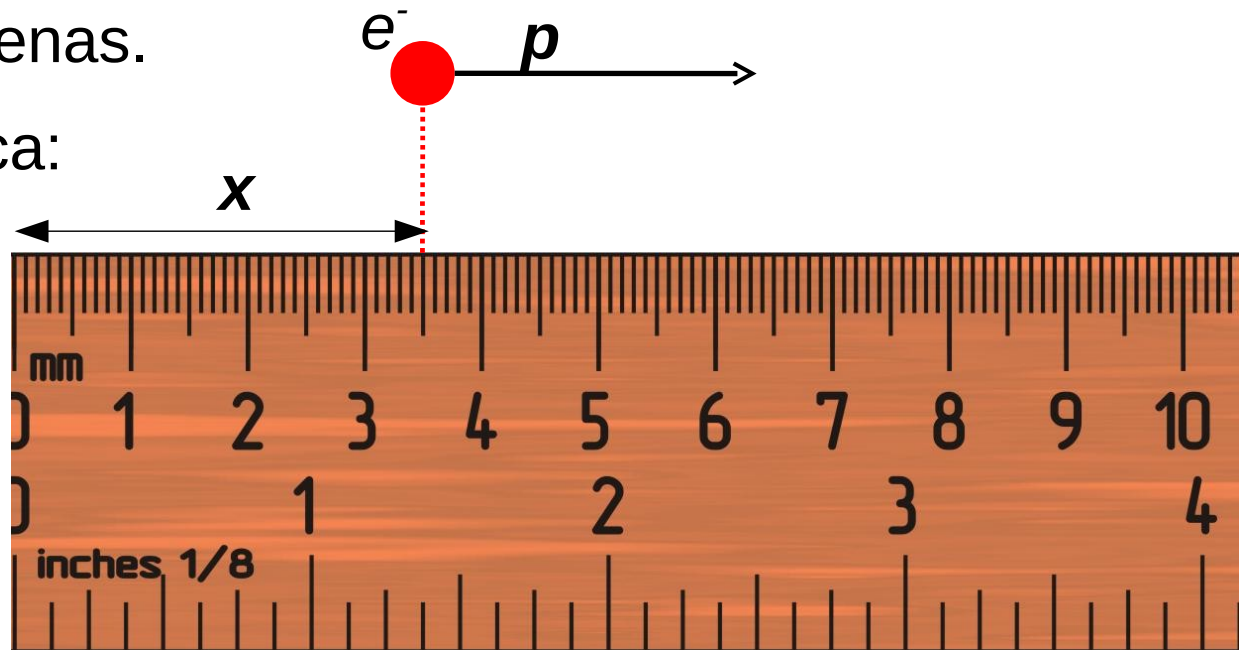
<http://www.youtube.com/watch?v=lytd7B0WRM8>

O Princípio de incerteza de Heisenberg

Quando experimentos são realizados, o experimentador sempre se depara com incertezas experimentais nas medidas.

A Mecânica Clássica permite que sejam realizados experimentos com incertezas experimentais arbitrariamente muito pequenas.

Uma pergunta filosófica:
É possível conhecer as características de um objeto (partícula) com precisão absoluta?



O Princípio de incerteza de Heisenberg

Por outro lado, a Mecânica Quântica prediz que a barreira para medidas com incertezas desprezíveis não existe.

Em 1927, Heisenberg introduziu o **Princípio da Incerteza**: Se uma medida da posição de uma partícula for realizada com precisão Δx e uma medida simultânea do momento linear é feita com precisão Δp , então o produto das duas incertezas não pode nunca ser menor que $h/4\pi$, ou $\hbar/2$.



$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$

É fisicamente impossível medir simultaneamente a posição exata e o momento linear exato de uma partícula.

O Princípio de incerteza de Heisenberg

Mais exatamente, há uma relação de incerteza para cada coordenada:

$$\begin{aligned}\Delta p_x \Delta x &\geq \frac{1}{2}\hbar, \\ \Delta p_y \Delta y &\geq \frac{1}{2}\hbar, \\ \Delta p_z \Delta z &\geq \frac{1}{2}\hbar.\end{aligned}$$

Ou seja: É fisicamente impossível medir simultaneamente a coordenada x da posição e a coordenada x do momento linear de uma partícula.

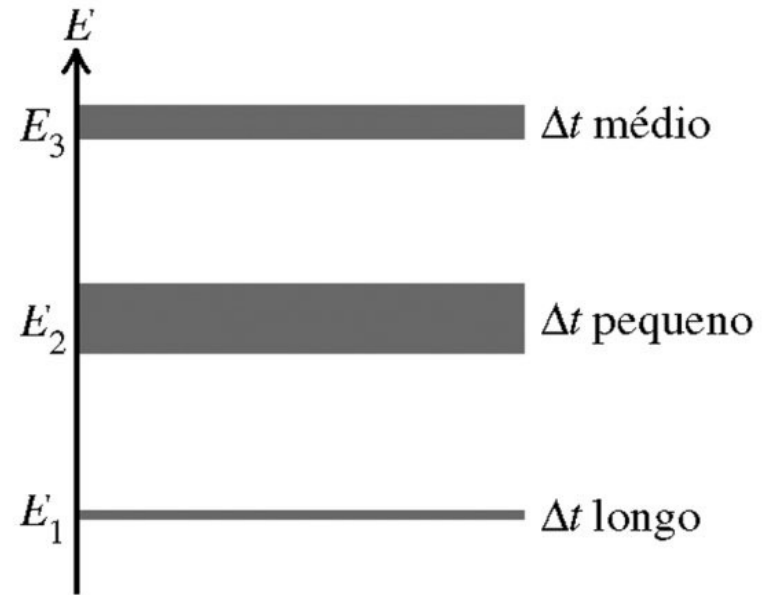
Idem para as coordenadas y e z .

O Princípio de incerteza de Heisenberg

Uma relação equivalente existe também entre energia (p.e. a energia de um estado de um átomo) e tempo (p.e. o tempo de vida do estado):

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

Quanto maior a vida média de um estado de energia, menor é a largura de seu estado.



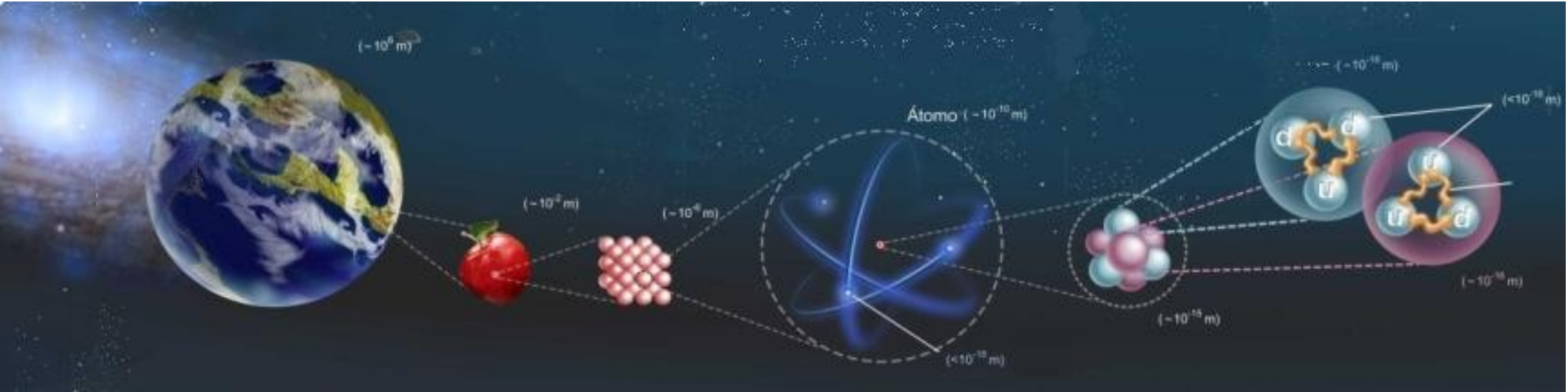
e entre outros pares de grandezas.

O Princípio de incerteza de Heisenberg

Conclusão:

Não é apropriado imaginar o elétron movendo-se ao redor do núcleo em órbita bem definida.

Vamos precisar de um novo modelo atômico.



Universidade Federal do ABC

Estrutura da Matéria

FIM pra hoje

<https://sites.google.com/site/estruturabc0102/>

Pergunta: um estudante afirma que vai ejetar elétrons de uma peça de metal colocando uma antena transmissora de rádio próxima o metal e enviando um forte sinal de rádio AM pela antena. Isso funcionará?

Dica: Calcule aproximadamente a energia de uma onda com frequência na faixa de rádio AM (em eletronsvolts).

A função trabalho típica de um metal é da ordem de alguns eV.

Descoberta dos raios X

1895: Experiências com tubos de raios catódicos

Lenard (auxiliar de Hertz) estudou a propagação dos raios catódicos fora do tubo (no ar). Verificou que os raios se propagam a uma distância de poucos centímetros.

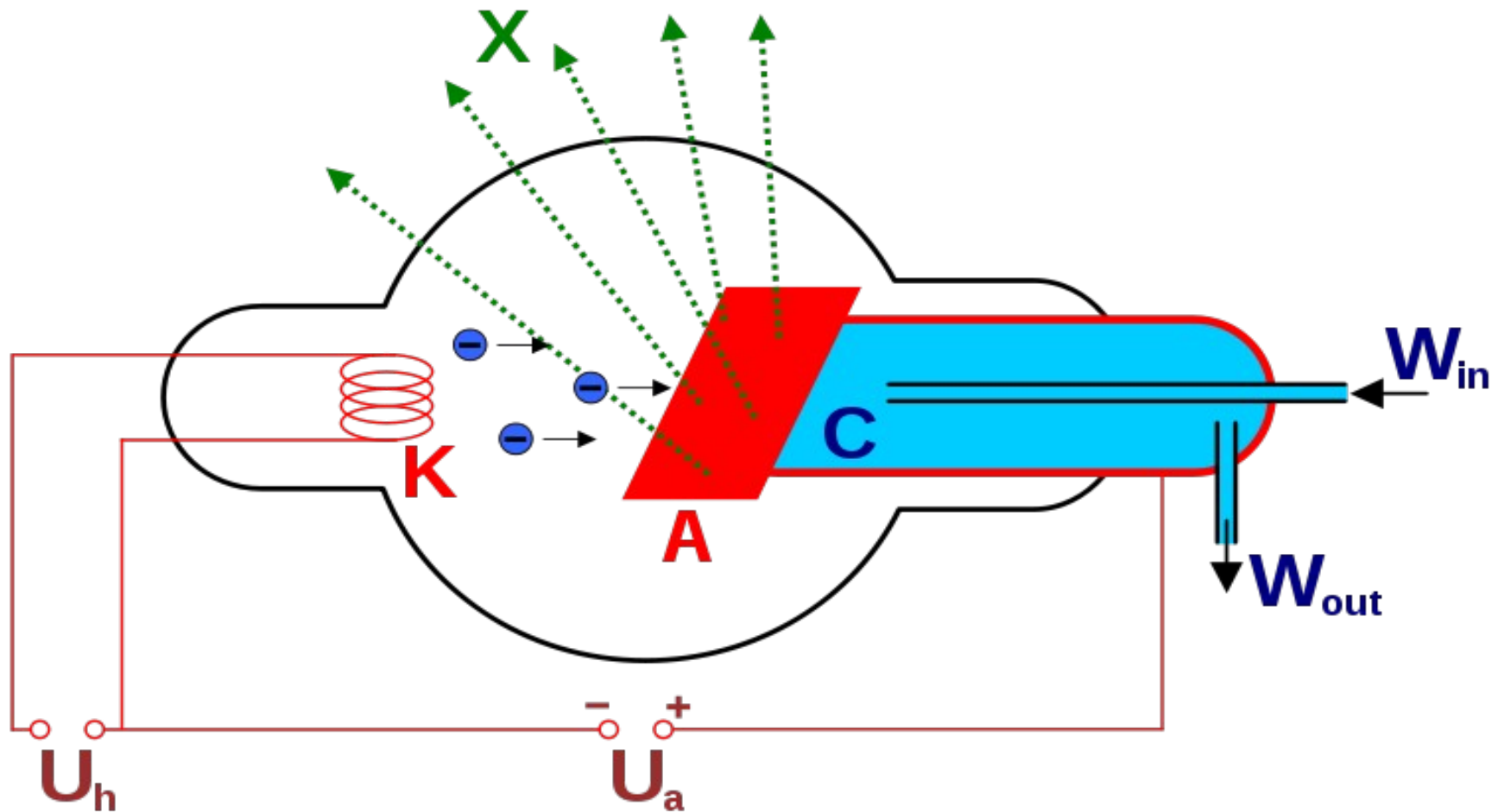
Röntgen se propôs a estudar a fluorescência (fenômeno de emissão de luz) de certas substâncias. Verificou que substâncias fluorescentes emitiam luz mesmo a uma grande distância do tubo. O que estava provocando essa emissão? Deu o nome de raios X, usado até hoje.

Características dos raios X:

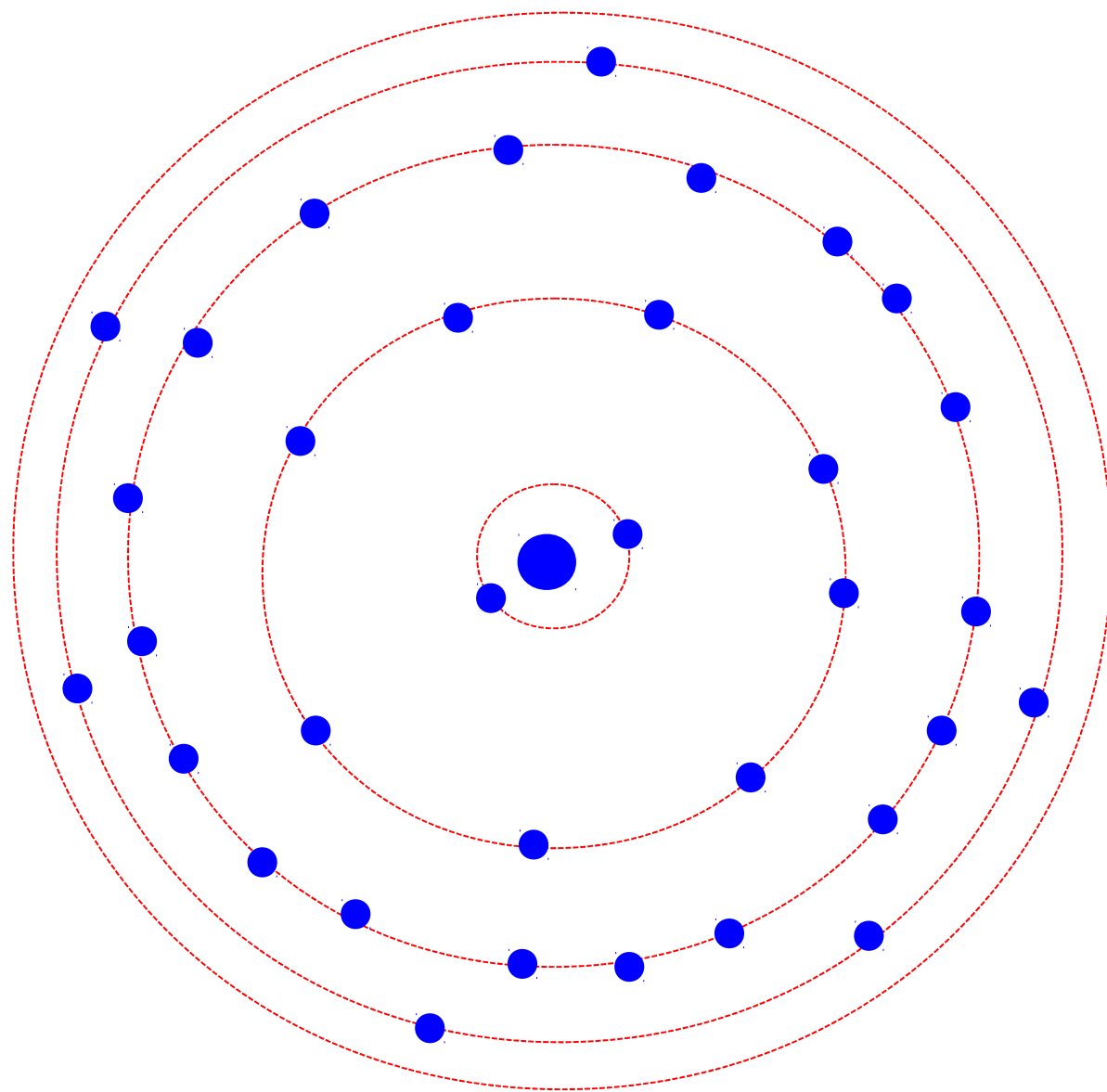
Ao contrário dos raios catódicos, não são desviados por campo eletromagnético.

Grande poder de penetração.

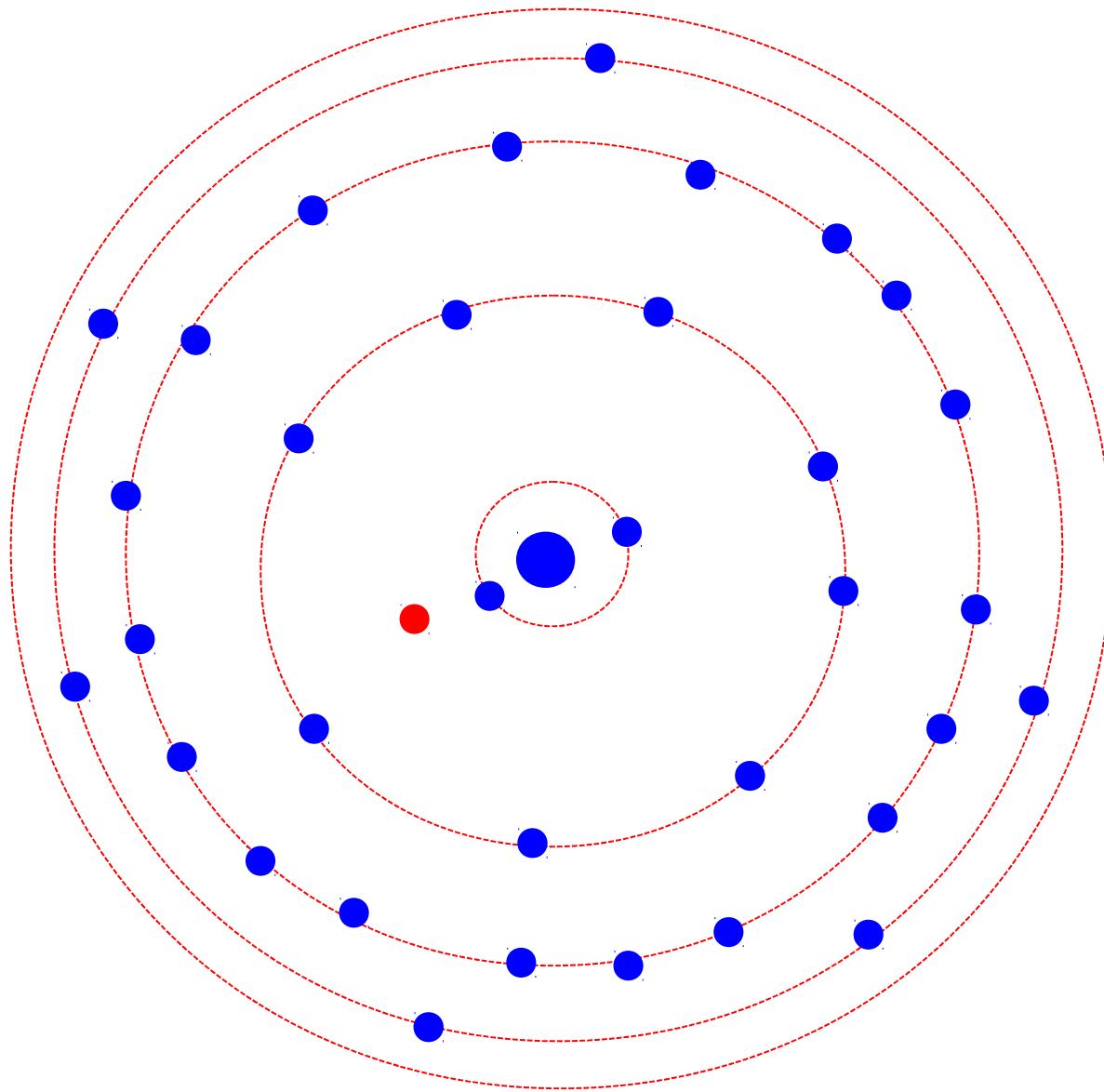
Tubo de raios catódicos



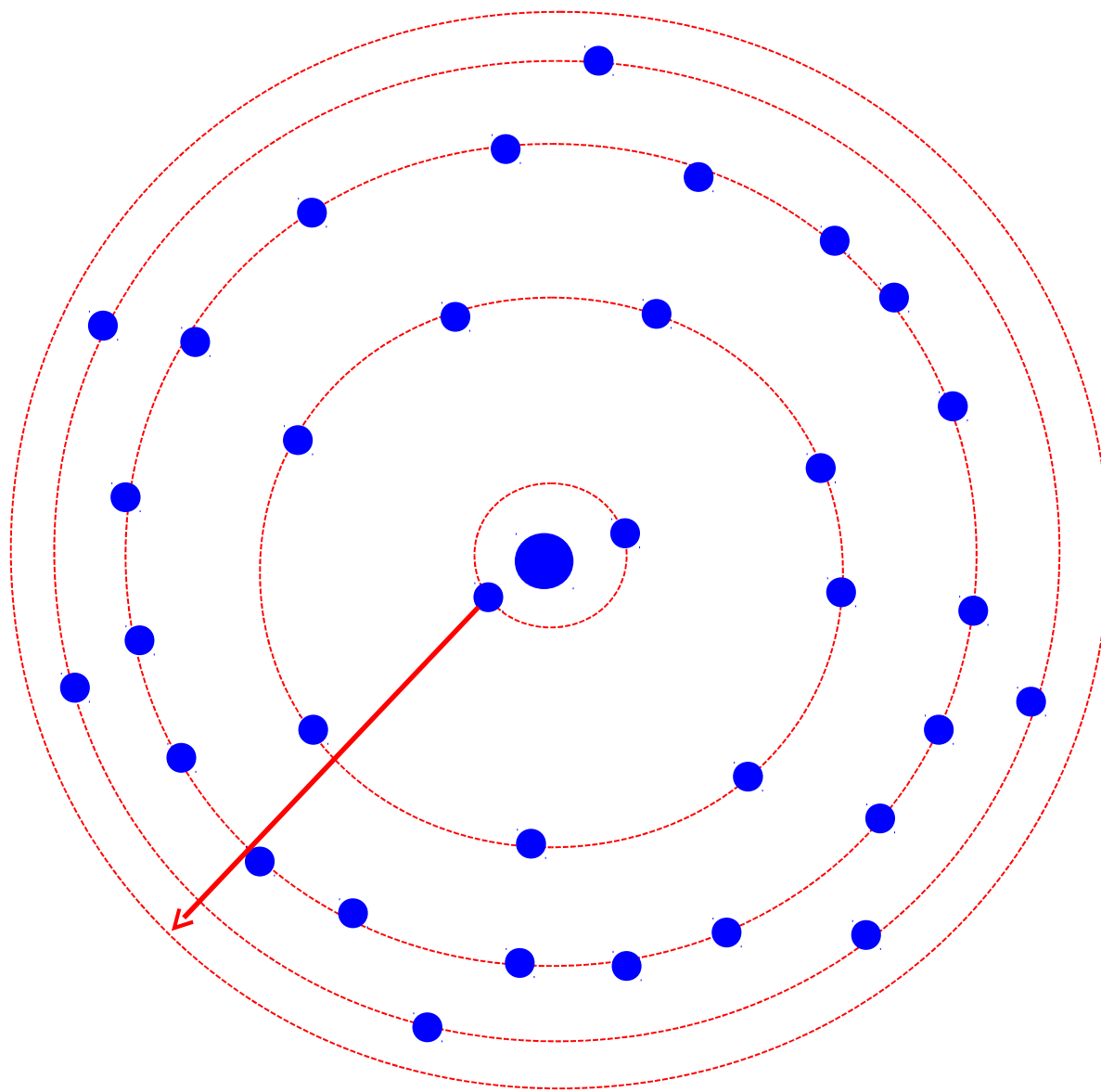
Se



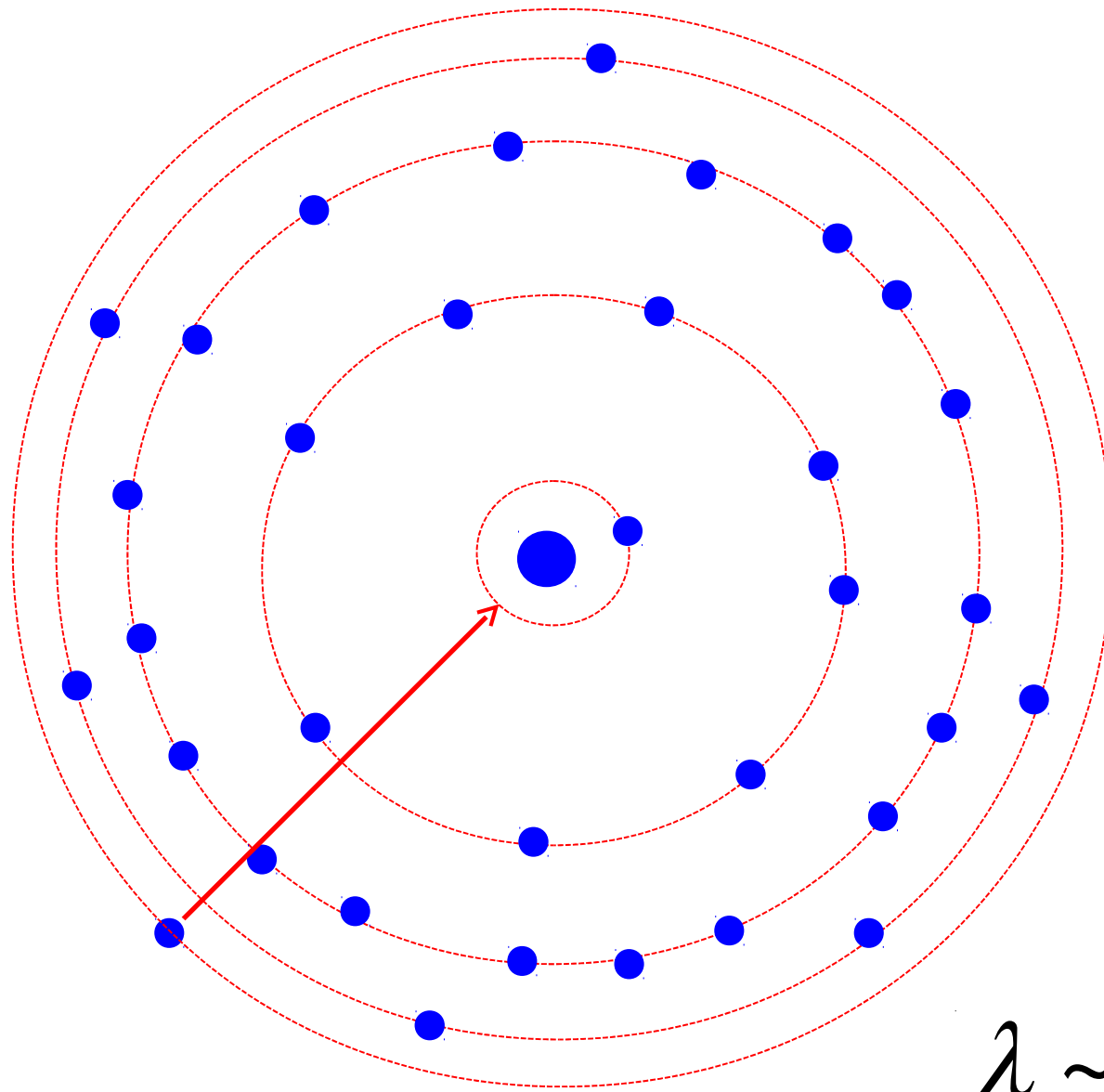
Átomo de muitos elétrons



Átomo de muitos elétrons



Átomo de muitos elétrons



γ

$\lambda \sim 0.2 \text{ nm}$

Natureza dos raios X

Natureza dos raios X?

Grande poder de penetração

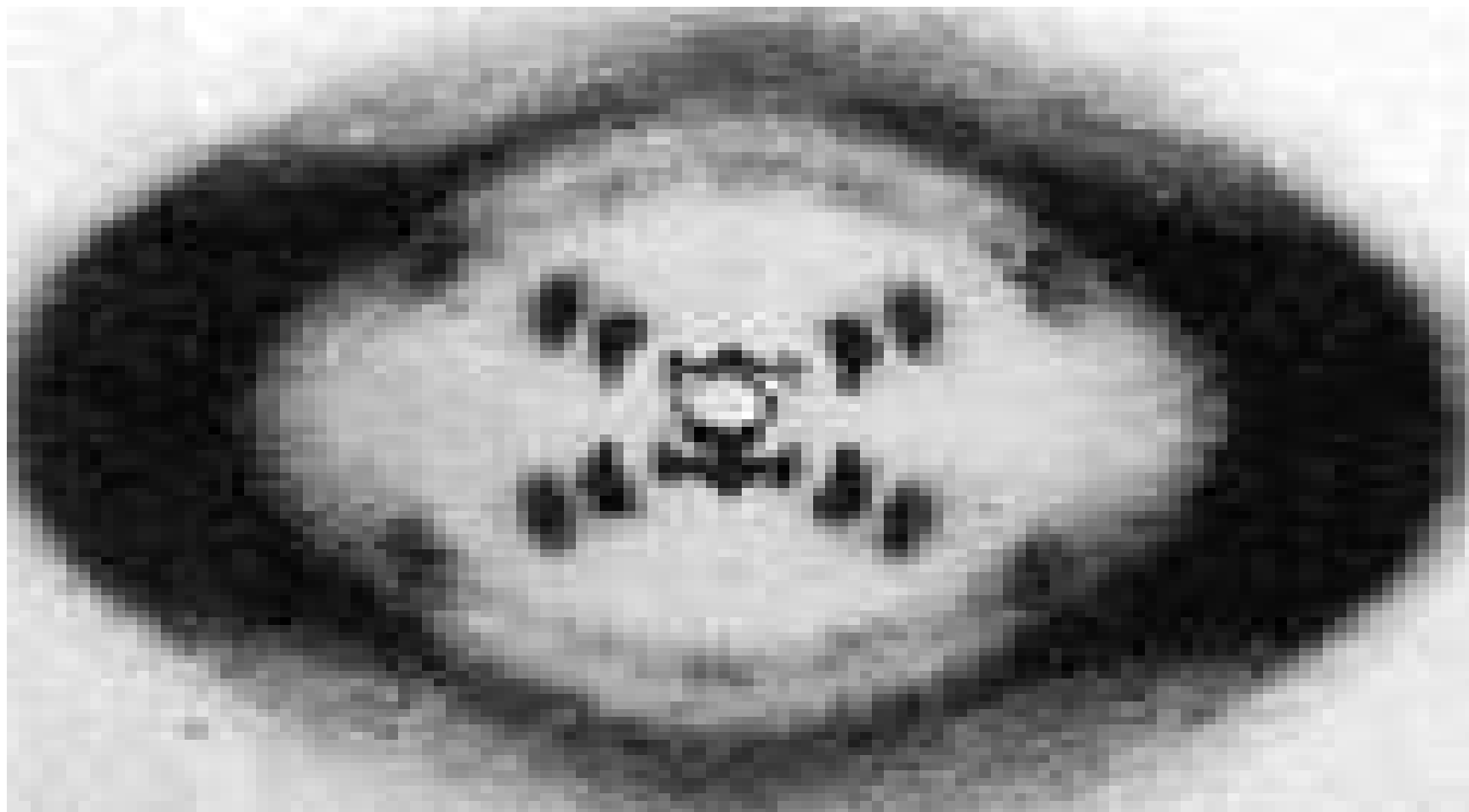
Propriedades de difração e refração (onda?)

Ondas eletromagnéticas com comprimentos de onda muito pequeno

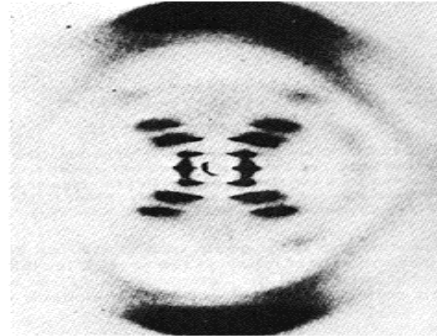


Primeira radiografia tirada por Röntgen (1895)

Difração

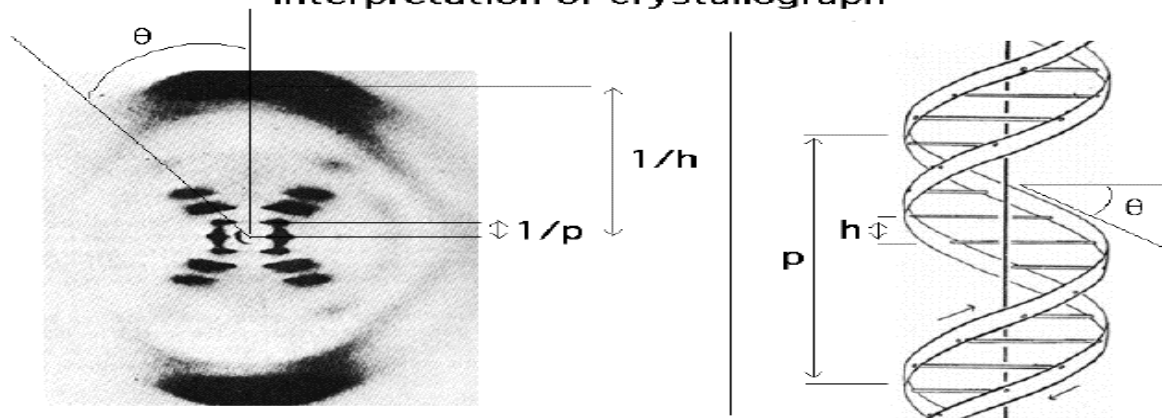


Difração



X-ray
diffraction
pattern from
B form of
DNA

Interpretation of crystallograph



θ - tilt of helix (angle from perpendicular to long axis)

$h = 3.4 \text{ \AA}$ (Distance between bases)

$p = 34 \text{ \AA}$ (Distance for one complete turn of helix;
Repeat unit of the helix)

Exercício

Calcule a energia armazenada na massa do elétron

Exercício

Demonstre que as relações de de Broglie valem para o fóton

$$E = hf$$

$$E = (m_0^2 c^2 + p^2 c^2)^{1/2}$$

Exercício

Calcule o comprimento de onda de de Broglie de uma bolinha de ping-pong de 2,0 g ao ser rebatida com uma velocidade de 5 m/s.

Exercício

Suponha que um elétron é acelerado por um potencial de 10 Volts. Calcule qual deveria ser o comprimento de onda de de Broglie deste elétron.

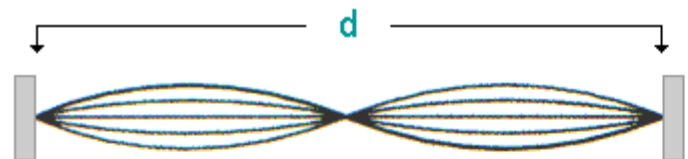
A dualidade e o átomo de Bohr

$$L = mvr = pr$$

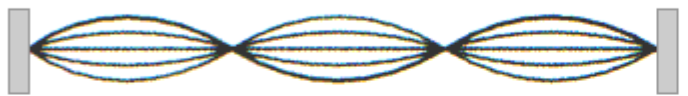
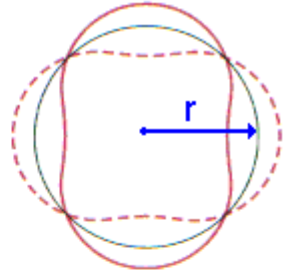
$$L = nh = \frac{nh}{2\pi}$$

$$2\pi r = nl$$

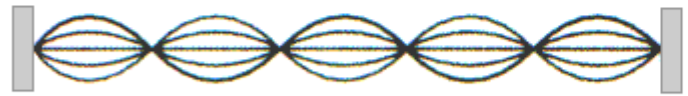
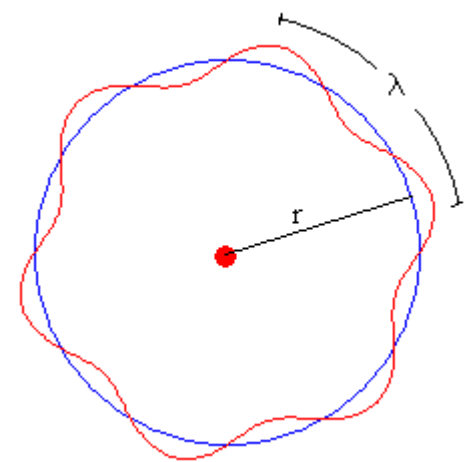
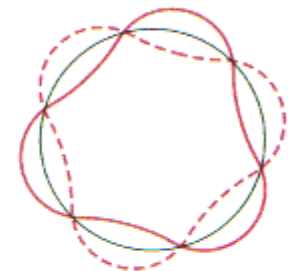
de Broglie e o átomo de Bohr



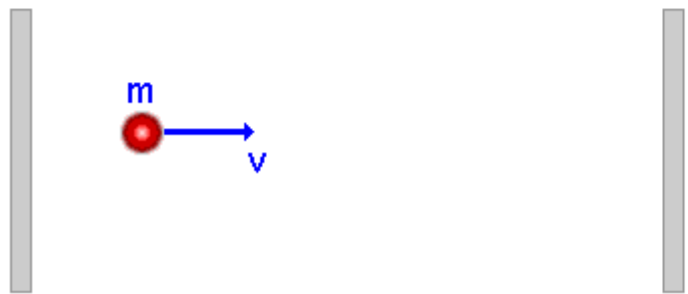
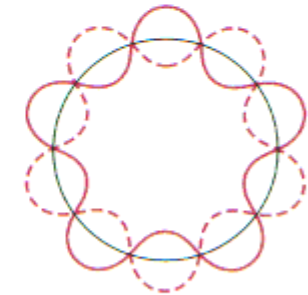
$n = 2$



$n = 3$



$n = 5$



=> Interferência construtiva da onda consigo mesmo

