Limites

$\lim_{x\to a} f(x) = L$, se para todo número $\varepsilon > 0$ houver um número $\delta > 0$ tal que:
Se $a-\delta < x < a+\delta$ (ou $0 < |x-a| < \delta$) então $L-\varepsilon < f(x) < L+\varepsilon$ (ou $|f(x)-L| < \varepsilon$).
$\lim_{x\to a} f(x) = \infty$, se para todo número N houver um número $\delta > 0$ tal que:
Se $a-\delta < x < a+\delta$ (ou $0 < |x-a| < \delta$) então $f(x) > N$.
$\lim_{x\to\infty} f(x) = L$, se para todo número $\varepsilon > 0$ houver um número M tal que:
Se $x > M$ então $L-\varepsilon < f(x) < L+\varepsilon$ (ou $|f(x)-L| < \varepsilon$).
$\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty$, se para todo número N houver um número M tal que:
Se $x > M$ então $f(x) > N$.
$\lim_{x\to a} f(x) = L$, se e somente se $\lim_{x\to a^-} f(x) = L$ e $\lim_{x\to a^+} f(x) = L$
$\lim_{x\to a} [f(x) + g(x)] = \lim_{x\to a} f(x) + \lim_{x\to a} g(x)$
$\lim_{x\to a} [f(x) - g(x)] = \lim_{x\to a} f(x) - \lim_{x\to a} g(x)$
$\lim_{x\to a} c \cdot f(x) = c \cdot \lim_{x\to a} f(x)$
$\lim_{x\to a} f(x) \cdot g(x) = \lim_{x\to a} f(x) \cdot \lim_{x\to a} g(x)$
$\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x\to a} f(x)}{\lim_{x\to a} g(x)}$ (se $\lim_{x\to a} g(x) \neq 0$)
$\lim_{x\to a} c = c$
$\lim_{x\to a} x = a$
$\lim_{x\to a} x^n = a^n$
$\lim_{x\to a} \sqrt[n]{x} = \sqrt[n]{a}$
$\lim_{x\to a} [f(x)^n] = [\lim_{x\to a} f(x)]^n$
$\lim_{x\to a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x\to a} f(x)}$
Se $f(x) = g(x)$ quando $x \neq a$, então $\lim_{x\to a} f(x) = \lim_{x\to a} g(x)$
Teorema do confronto (ou sanduíche ou imprensamento):
Se $f(x) \leq g(x) \leq h(x)$ perto de a, e $\lim_{x\to a} f(x) = \lim_{x\to a} h(x) = L$, então $\lim_{x\to a} g(x) = L$

Continuidade

Uma função f é contínua em a se $\lim_{x\to a} f(x) = f(a)$
Se f e g forem contínuas em a, e se c for uma constante, então as seguintes funções também são contínuas em a: $f+g$, $f-g$, $c \cdot f$, $f \cdot g$ e f/g (se $g(a) \neq 0$).
Seja f contínua em b e $\lim_{x\to a} g(x) = b$, então $\lim_{x\to a} f \circ g(x) = \lim_{x\to a} f(g(x)) = f(b)$, ou $\lim_{x\to a} f(g(x)) = f(\lim_{x\to a} g(x))$
Se g também for contínua em a, então $f \circ g(x) = f(g(x))$ também é contínua em a.
Teorema do valor intermediário: Seja f contínua em $[a,b]$, e N um número entre $f(a)$ e $f(b)$, em que $f(a) \neq f(b)$, então existe um número c entre a e b, tal que $f(c) = N$.

Derivadas

Def. $f'(x) = \frac{df}{dx} = \frac{d}{dx} f(x) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \lim\limits_{x' \to x} \frac{f(x') - f(x)}{x' - x}$

Tangente a f em $(a, f(a))$: $y = m \cdot x + q$, onde $m = f'(a)$, $q = f(a) - m \cdot a$.

Sejam f e g deriváveis em a, e c uma constante, então:

regra da soma: $(f + g)' = f' + g'$

regra da diferença: $(f - g)' = f' - g'$

regra da multiplicação por constante: $(c \cdot f)' = c \cdot f'$

regra do produto: $(f \cdot g)' = g \cdot f' + f \cdot g'$

regra do quociente: $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{= g \cdot f' - f \cdot g'}{g^2}$

regra da cadeia: $(f \circ g)' = f'(g) \cdot g'$

n-ésimo polinômio de Taylor em $x = a$: $P_n(x) = \Sigma_{i=0}^{n} a_n \cdot (x-a)^n = \Sigma_{i=0}^{n} \frac{f^{(n)}(a)}{n!} \cdot (x-a)^n$

Série de Taylor em $x = a$: $P(x) = P_\infty = \Sigma_{i=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!} \cdot (x-a)^n$

raio de convergência: $r = \lim\limits_{n \to \infty} \left|\frac{a_n}{a_{n+1}}\right| = \lim\limits_{n \to \infty} \left|\frac{(n+1) \cdot f^{(n)}(a)}{f^{(n+1)}(a)}\right|$

Seja D o domínio da função f:

c é o máximo global (ou absoluto), se $f(c) \geq f(x)$ para todo x em D.

c é o mínimo global, se $f(c) \leq f(x)$ para todo x em D.

c é um máximo local (ou relativo), se $f(c) \geq f(x)$ para todo x perto de c.

c é um mínimo local, se $f(c) \leq f(x)$ para todo x perto de c.

Teorema do valor extremo: Se f for contínua em $[a, b]$,
então f assume um máximo e um mínimo absolutos em $[a, b]$.

Teorema de Fermat: Se $f(c)$ for um mín. ou máx. local e $f'(c)$ existir, então $f'(c) = 0$.

Número crítico: $f' = 0$ ou f' não existe.

Teorema de Rolle: Seja f contínua em $[a, b]$ e derivável em (a, b), e seja $f(a) = f(b)$,
então existe um número c em (a, b), tal que $f'(c) = 0$.

Teorema do valor médio: Seja f contínua em $[a, b]$ e derivável em (a, b),
então existe um número c em (a, b), tal que $f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$.

Seja $f'(x) = 0$ para todo x em (a, b), então f é constante em (a, b).

Se $f'(x) = g'(x)$ para todo x em (a, b), então $f - g$ é constante em (a, b).

Forma indeterminada tipo $\frac{0}{0}$: $\lim\limits_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)}$, onde $\lim\limits_{x \to a} f(x) = 0$, $\lim\limits_{x \to a} g(x) = 0$ (a pode ser $\pm\infty$)

Forma indeterminada tipo $\frac{\infty}{\infty}$: $\lim\limits_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)}$, onde $\lim\limits_{x \to a} f(x) = \pm\infty$, $\lim\limits_{x \to a} g(x) = \pm\infty$

Forma indeterminada tipo $0 \cdot \infty$: $\lim\limits_{x \to a} [f(x) \cdot g(x)]$, onde $\lim\limits_{x \to a} f(x) = 0$, $\lim\limits_{x \to a} g(x) = \pm\infty$

Forma indeterminada tipo $\infty - \infty$: $\lim\limits_{x \to a} [f(x) - g(x)]$, onde $\lim\limits_{x \to a} f(x) = \lim\limits_{x \to a} g(x) = \pm\infty$

Forma indeterminada tipo 0^0: $\lim\limits_{x \to a} f(x)^{g(x)}$, onde $\lim\limits_{x \to a} f(x) = 0$, $\lim\limits_{x \to a} g(x) = 0$

Forma indeterminada tipo ∞^0: $\lim\limits_{x \to a} f(x)^{g(x)}$, onde $\lim\limits_{x \to a} f(x) = \pm\infty$, $\lim\limits_{x \to a} g(x) = 0$

Forma indeterminada tipo 1^∞: $\lim\limits_{x \to a} f(x)^{g(x)}$, onde $\lim\limits_{x \to a} f(x) = 1$, $\lim\limits_{x \to a} g(x) = \pm\infty$

Regra de l'Hôpital: Se f e g sã deriváveis em um intervalo aberto em torno de a, e se
$\lim\limits_{x \to a} f(x) = 0$ e $\lim\limits_{x \to a} g(x) = 0$ ou $\lim\limits_{x \to a} f(x) = \pm\infty$ e $\lim\limits_{x \to a} g(x) = \pm\infty$,
então $\lim\limits_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim\limits_{x \to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$.

$\lim\limits_{x \to a} f(x)^{g(x)} = \exp\left[\lim\limits_{x \to a} (g(x) \cdot \ln f(x))\right]$

Derivadas de funções elementares

$\frac{d}{dx}x^n = n \cdot x^{n-1}$
$\frac{d}{dx}a^x = \ln a \cdot a^x, \qquad \frac{d}{dx}e^x = e^x$
$\frac{d}{dx}\log_a x = \frac{1}{\ln a \cdot x}, \qquad \frac{d}{dx}\ln x = \frac{1}{x}$
$\frac{d}{dx}\text{sen } x = \cos x$
$\frac{d}{dx}\cos x = -\text{sen } x$
$\frac{d}{dx}\text{tg } x = \frac{1}{\cos^2 x} = \sec^2 x$
$\frac{d}{dx}\text{cotg } x = -\text{cossec}^2 x$
$\frac{d}{dx}\sec x = \sec x \cdot \text{tg } x$
$\frac{d}{dx}\text{cossec } x = -\text{cossec } x \cdot \text{cotg } x$
$\frac{d}{dx}\text{sen}^{-1} x = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\frac{d}{dx}\cos^{-1} x = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\frac{d}{dx}\text{tg}^{-1} x = \frac{1}{1+x^2}$
$\frac{d}{dx}\text{cotg}^{-1} x = -\frac{1}{1+x^2}$
$\frac{d}{dx}\sec^{-1} x = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$
$\frac{d}{dx}\text{cossec}^{-1} x = -\frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$

Funções hiperbólicas

$\text{senh } x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$
$\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$
$\text{tgh } x = \frac{\text{senh } x}{\cosh x}$
$\text{cotgh } x = \frac{\cosh x}{\text{senh } x} = \frac{1}{\text{tgh } x}$
$\text{sech } x = \frac{1}{\cosh x}$
$\text{cossech } x = \frac{1}{\text{senh } x}$
$\text{senh } -x = -\text{senh } x, \qquad \cosh -x = \cosh x$
$\cosh^2 x - \text{senh}^2 x = 1, \qquad 1 - \text{tgh}^2 x = \text{sech}^2 x$
$\text{senh}(x+y) = \text{senh } x \cdot \cosh y + \cosh x \cdot \text{senh } y$
$\cosh(x+y) = \cosh x \cdot \cosh y + \text{senh } x \cdot \text{senh } y$
$\frac{d}{dx}\text{senh } x = \cosh x$
$\frac{d}{dx}\cosh x = \text{senh } x$
$\frac{d}{dx}\text{tgh } x = \text{sech}^2 x$
$\frac{d}{dx}\text{cotgh } x = -\text{cossech}^2 x$
$\frac{d}{dx}\text{sech } x = -\text{sech } x \cdot \text{tgh } x$
$\frac{d}{dx}\text{cossech } x = -\text{cossech } x \cdot \text{cotgh } x$
$\frac{d}{dx}\text{senh}^{-1} x = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$
$\frac{d}{dx}\cosh^{-1} x = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$
$\frac{d}{dx}\text{tgh}^{-1} x = \frac{1}{1-x^2}$
$\frac{d}{dx}\text{cotgh}^{-1} x = -\frac{1}{1-x^2}$
$\frac{d}{dx}\text{sech}^{-1} x = -\frac{1}{|x|\sqrt{1-x^2}}$
$\frac{d}{dx}\text{cossech}^{-1} x = -\frac{1}{|x|\sqrt{x^2+1}}$