Funções de Uma Variável: Prova 1, 24 de outubro 2012

Nome: ____ Turma: _____

1, 1. (3 p) Prove, a partir da definição de limite, que $\lim_{x\to 2} 5x = 10$.

1, 2. (3 p) Prove, a partir da definição de limite, que $\lim_{x\to 3} 4x = 12$.

2, 1. (4 p) Calcule os seguintes limites:
(a) $\lim_{x\to 3} \frac{x^2-5x+6}{x-3}$
(b) $\lim_{x\to\infty} \frac{3x^3+7x^2-4x+2}{4x^3-5x^2-x+3}$
(c) $\lim_{x\to\infty} x^{-1}\ln x$
(d) $\lim_{x\to\pi} \frac{1+\cos\ x}{\text{sen}\ x}$

2, 2. (4 p) Calcule os seguintes limites:
(a) $\lim_{x\to 2} \frac{x^2+x-6}{x-2}$
(b) $\lim_{x\to\infty} \frac{5x^3+x^2-5x+2}{6x^3-3x^2-4x-3}$
(c) $\lim_{x\to\infty} x^{-1}e^x$
(d) $\lim_{x\to\pi/2} \frac{1-\text{sen}\ x}{\cos\ x}$

3, 1. (3 p) Mostre, a partir das derivadas do seno e do cosseno, que $\frac{d}{dx}\text{cossec}\ x = -\text{cossec}\ x\cdot\text{cotg}\ x$.

3, 2. (3 p) Mostre, a partir das derivadas do seno e do cosseno, que $\frac{d}{dx}\sec\ x = \sec x\cdot\text{tg}\ x$.

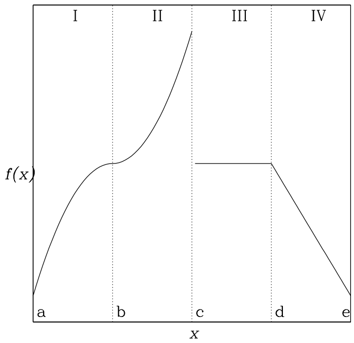
4, 1. (4 p) Calcule as primeiras e segundas derivadas das seguintes funções:
(a) $f(x) = x^2\ln x$
(b) $f(x) = \cos(2x^2)$

4, 2. (4 p) Calcule as primeiras e segundas derivadas das seguintes funções:
(a) $f(x) = x^2\cdot e^x$
(b) $f(x) = \text{sen}(2x^2)$

5, 1. (4 p) O consumo de combustível por unidade de tempo, g, de um porta-aviões depende da sua velocidade v da seguinte maneira: $g(v) = a\cdot v^3 + b\cdot v^2 + c\cdot v$, onde $a = 1\ \frac{\text{kg}\cdot\text{s}^2}{\text{m}^3}$, $b = -4\ \frac{\text{kg}\cdot\text{s}}{\text{m}^2}$ e $c = 6\ \frac{\text{kg}}{\text{m}}$. Com que velocidade o porta-aviões deve viajar para que o consumo de combustível por unidade de *distância* percorrida seja mínimo? De quanto é este consumo mínimo?

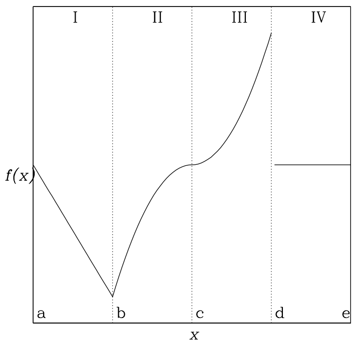
5, 2. (4 p) O consumo de combustível por unidade de tempo, g, de um porta-aviões depende da sua velocidade v da seguinte maneira: $g(v) = a\cdot v^3 + b\cdot v^2 + c\cdot v$, onde $a = 1\ \frac{\text{kg}\cdot\text{s}^2}{\text{m}^3}$, $b = -2\ \frac{\text{kg}\cdot\text{s}}{\text{m}^2}$ e $c = 2\ \frac{\text{kg}}{\text{m}}$. Com que velocidade o porta-aviões deve viajar para que o consumo de combustível por unidade de *distância* percorrida seja mínimo? De quanto é este consumo mínimo?

6, 1. (6 p) Considere a função representada pelo seguinte gráfico:



(a) Qual o sinal da derivada nas regiões I, II, III e IV, e nos pontos b, c e d?
(b) Qual o sinal da segunda derivada nas regiões I, II, III e IV, e nos pontos b, c e d?
(c) Quais dos pontos b, c e d são descontinuidades, mínimos ou máximos locais ou globais, pontos de inflexão ou pontos críticos?

6, 2. (6 p) Considere a função representada pelo seguinte gráfico:



(a) Qual o sinal da derivada nas regiões I, II, III e IV, e nos pontos b, c e d?
(b) Qual o sinal da segunda derivada nas regiões I, II, III e IV, e nos pontos b, c e d?
(c) Quais dos pontos b, c e d são descontinuidades, mínimos ou máximos locais ou globais, pontos de inflexão ou pontos críticos?

Bom Desempenho!