

## Funções de Uma Variável: Prova Substitutiva, 17/12/2012

Nome: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

1, 1. (4 p) Prove, a partir da definição de limite, que  $\lim_{x \rightarrow 0} x^3 \cdot \operatorname{sen} \frac{1}{x} = 0$ .

1, 2. (4 p) Prove, a partir da definição de limite, que  $\lim_{x \rightarrow 0} x^5 \cdot \operatorname{sen} \frac{1}{x} = 0$ .

2, 1. (4 p) Em que ponto a tangente à curva de  $y = x^2$  - que toca a curva no ponto  $(x = a, y = a^2)$  - corta os eixos  $x$  e  $y$ ?

2, 2. (4 p) Em que ponto a tangente à curva de  $y = x^3$  - que toca a curva no ponto  $(x = a, y = a^3)$  - corta os eixos  $x$  e  $y$ ?

3, 1. (6 p) Um cilindro circular reto é inscrito em uma esfera de raio  $R$ . Encontre o maior volume possível desse cilindro.  
Qual é a altura do cilindro?

3, 2. (6 p) Um cilindro circular reto é inscrito em um cone com altura  $a$  e raio de base  $R$ . Encontre o maior volume possível desse cilindro.  
Qual é a altura do cilindro?

4, 1. (6 p) (a) Calcule as seguintes integrais:

(i)  $\int \frac{(\operatorname{sen}^{-1} x)^2}{\sqrt{1-x^2}} dx$

(ii)  $\int x \cdot \cosh x dx$

(b) verifique os resultados de (a) derivando-os.

4, 2. (6 p) (a) Calcule as seguintes integrais:

(i)  $\int -\frac{(\cos^{-1} x)^2}{\sqrt{1-x^2}} dx$

(ii)  $\int x \cdot \sinh x dx$

(b) verifique os resultados de (a) derivando-os.

5, 1. (6 p) Qual é o comprimento da curva de  $f(x) = \frac{x}{2}\sqrt{x^2-1} - \frac{1}{2}\ln(x + \sqrt{x^2-1})$  entre  $x = a$  e  $x = b$  (onde  $1 < a < b$ ). Dica: Após as devidas transformações, a derivada desta função toma uma forma muito simples.

Bom Desempenho!